

SMA0300 Geometria Analítica

Nona Lista de Exercícios – Mudança de sistema de coordenadas e cônicas.

Exercício 1. Sejam $\Sigma_1 = (O, E) = (O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ e $\Sigma_2 = (O, F) = (O', \vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3)$ dois sistemas de coordenadas de \mathbb{R}^3 , tais que $\vec{f}_1 = \vec{e}_1$, $\vec{f}_2 = -\vec{e}_3$, $\vec{f}_3 = \vec{e}_2$, com as coordenadas do ponto O' no sistema Σ_1 sendo $O' = (1, 0, 0)_{\Sigma_1}$. Neste cenário, obtenha as equações paramétricas da reta $r : (x, y, z)_{\Sigma_1} = (0, 0, 0)_{\Sigma_1} + \lambda(0, 1, 1)_E$, $\lambda \in \mathbb{R}$, em relação ao sistema Σ_2 .

Exercício 2. Idem ao Exercício 1, sendo Σ_2 dado a partir dos vetores $\vec{f}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$, $\vec{f}_2 = \vec{e}_2$, $\vec{f}_3 = \vec{e}_2 + \vec{e}_3$ e $O' = (1, 1, 1)_{\Sigma_1}$ e $r : (x, y, z)_{\Sigma_1} = (0, 0, 0)_{\Sigma_1} + \lambda(0, 1, 1)_E$.

Exercício 3. Se $(x, y, z)_{\Sigma_1}$ denota a representação de um ponto no sistema de coordenadas Σ_1 , considere o plano expresso neste sistema como $\pi : [2x - y + z = 0]_{\Sigma_1}$.

- (a) Obtenha uma equação geral do plano π , em relação ao sistema de coordenadas Σ_2 do Exercício 1.
(b) O mesmo para Σ_2 do Exercício 2.

Exercício 4. Encontre os vértices, os focos e a excentricidade da elipse $3x^2 + 4y^2 = 12$.

Exercício 5. Encontre a equação reduzida das seguintes elipses:

- (a) os focos ocorrem nos pontos $F_1 = (-5, 0)$ e $F_2 = (5, 0)$ e os vértices ocorrem nos pontos $V_1 = (-13, 0)$ e $V_2 = (13, 0)$.
(b) os focos ocorrem nos pontos $F_1 = (0, -6)$ e $F_2 = (0, 6)$ e o semi-eixo menor mede 17 unidades de comprimento.

Exercício 6. Encontre os vértices, os focos, a excentricidade e as assíntotas da hipérbole $16x^2 - 25y^2 = 400$.

Exercício 7. Encontre a equação reduzida da hipérbole cujos focos ocorrem nos pontos $F_1 = (-3, 0)$ e $F_2 = (3, 0)$ e cujos vértices ocorrem nos pontos $V_1 = (-2, 0)$ e $V_2 = (2, 0)$.

Exercício 8. Encontre o vértice, o foco e a reta diretriz da parábola $y^2 = 28x$.

Exercício 9. Em cada um dos itens abaixo, encontre a equação reduzida das parábolas, em

- (a) eixo de simetria é o eixo Ox e um ponto da parábola é o ponto $(5, 10)$.
(b) dois pontos da parábola são $(6, 18)$ e $(-6, 18)$.

Exercício 10. Em cada um dos itens abaixo:

- (i) Reduza as equações das cônicas abaixo a uma forma mais simples, através de translações e/ou rotações.
(ii) No caso de usar uma rotação, dê o ângulo (em radianos ou graus).
(iii) Reconheça (ou seja, dê o nome, desta cônica)
(iv) Faça o esboço da cônica, juntamente com o sistema de coordenadas (x, y) bem como o sistema de coordenadas em que a cônica tem a equação reduzida obtida em (i).

(a) $32x^2 + 52xy - 7y^2 + 180 = 0$.

(b) $7x^2 - 6\sqrt{3}xy + 13y^2 - 16 = 0$.

(c) $x^2 - 5xy - 11y^2 - x + 37y + 52 = 0$.

(d) $4x^2 - 4xy + y^2 - 8\sqrt{5}x - 16\sqrt{5}y = 0$.

(e) $x^2 + y^2 - 2xy - 8\sqrt{2}x - 8\sqrt{2}y = 0$.

(f) $17x^2 - 12xy + 8y^2 = 0$.

Exercício 11. Obtenha equações da reta tangente a elipse $x^2 + 2y^2 = 3$ em $P = (1, -1)$ e da reta normal em $Q = (1, 1)$. Dica: Use derivada.