

Lista 6

1. Calcule

- |   |   |  |
|---|---|--|
| (a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^3 + x^2 + 3}{x^5 + 1};$           | (g) $\lim_{x \rightarrow 1^+} (\ln x)^{x-1};$                   | (n) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sec^3 x}{1 - \cos x};$              |
| (b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{100} - x^2 + x - 1}{x^{10} - 1};$  | (h) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{3x}}{x^2};$           | (o) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 e^{-4x};$                         |
| (c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x e^x;$                                   | (i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{e^{3x}};$         | (p) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{e^{x^2-1} x - 1};$              |
| (d) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} \frac{\ln(1-2x)}{\tan(\pi x)};$ | (j) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sin x \ln x;$                    | (q) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos 3x)^{\frac{1}{\sin x}};$           |
| (e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x^{100}}{\sqrt[5]{x}};$      | (k) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 - \cos x) \ln x;$              | (r) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x + 2x^2}{e^x + e^{-x} - 2};$ |
| (f) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\cot x};$                    | (l) $\lim_{x \rightarrow 0^-} (1 - \cos x)^{\frac{1}{x}};$      | (s) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^{\frac{1}{\ln x}};$             |
|   | (m) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x - \sin x}{\sin^3 x};$ | (t) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\tan x^2}.$                           |

2. Mostre que  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{x + \sin x} = 1.$

3. Sejam  $f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$  e  $g(x) = x$ . Verifique que  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$  e que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$  não existe. Há alguma contradição com a primeira regra de L'Hospital?

4. Estude as funções abaixo com relação ao crescimento, decrescimento e concavidade. Esboce seus gráficos.

- |                                |                                   |  |
|--------------------------------|-----------------------------------|--|
| (a) $f(x) = x^4 - x^3;$        | (e) $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2};$ | (i) $f(x) = e^{\frac{1}{x}};$                              |
| (b) $f(x) = x^4 - 16x^2 + 48;$ | (f) $f(x) = e^{-x} - e^{-2x};$    | (j) $f(x) = \left(3 - \frac{6}{x}\right) e^{\frac{2}{x}};$ |
| (c) $f(x) = x + \frac{1}{x};$  | (g) $f(x) = \frac{x}{1+x^2};$     | (k) $f(x) = \frac{\ln x}{x};$                              |
| (d) $f(x) = x e^{-2x};$        | (h) $f(x) = \frac{e^x}{x};$       | (l) $f(x) = x \ln x.$                                      |

5. (a) Esboce o gráfico de  $f(x) = x^2 e^{-x}.$

(b) Determine, em função de  $k$ , o número de soluções reais da equação  $ke^x = x^2.$

Resposta: (b) Não há soluções se  $k < 0$ ; tem 1 solução se  $k = 0$  ou  $k > \frac{4}{e^2}$ ;  
tem 2 soluções se  $k = \frac{4}{e^2}$ ; tem 3 soluções se  $0 < k < \frac{4}{e^2}$

6. Encontre o máximo absoluto da função  $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$ ,  $x > 0$ . Quem é maior?  $e^\pi$  ou  $\pi^e$ ?

Resposta: Ponto de máximo absoluto de  $f$  é  $x_0 = e$ .  $e^\pi$  é maior que  $\pi^e$ .