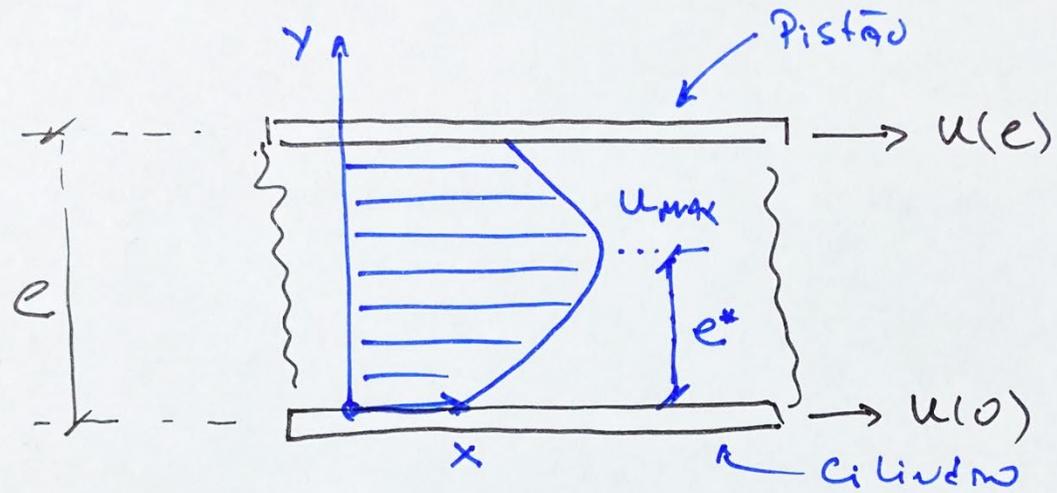


Um compressor de **propano** opera livre na ausência de gravidade (e.g. numa estação espacial) de maneira que, em funcionamento, tanto o pistão quanto o cilindro se deslocam simultaneamente. O diâmetro e comprimento do pistão são respectivamente iguais a 24,9304mm e 16,7232mm. A folga média do ajuste é de 4,9377E-03mm e a lubrificação é feita de forma aerostática, i.e. pelo próprio gás, sem a necessidade de óleo ou outra substância lubrificante. Num determinado instante do ciclo a pressão absoluta e temperatura na câmara de compressão são iguais a 193,0711bar e 99,5772°C enquanto a pressão e temperatura no volume abaixo dela (cárter) são iguais a 0,0208bar e 58,3806°C. Nestas condições o escoamento na folga pode ser considerado como de Couette e as propriedades termofísicas do gás devem ser calculadas à pressão e temperatura médias (**96,5459bar e 78,9789°C**). Considere como orientações positivas os sentidos do deslocamento do pistão e do calor transferido do cilindro para o gás. Os seguintes parâmetros operacionais instantâneos são conhecidos a priori:

- 1) Vazão mássica de gás escoando através da folga é igual a 7,7162g/s,
- 2) Força resultante no cilindro é igual a 4,3472N,
- 3) A taxa de transferência de calor na superfície do cilindro é igual a -1073,1452W,
- 4) Temperatura na parede lateral do pistão é constante e igual à temperatura do gás na câmara.

Nestas condições calcule os seguintes parâmetros com pelo menos quatro algarismos significativos:

- 1) A velocidade na seção mediana da folga no interior do escoamento de gás (m/s, com sinal)
- 2) A distância do cilindro até a posição em que a velocidade é máxima em valor absoluto (mm)
- 3) A máxima velocidade no interior do escoamento de gás (m/s, com sinal)
- 4) Força resultante no pistão (N, com sinal)
- 5) A velocidade do cilindro (m/s, com sinal)
- 6) A velocidade do pistão (m/s, com sinal)
- 7) A temperatura na seção mediana da folga no interior do escoamento de gás (°C)
- 8) A temperatura na superfície do cilindro (°C)
- 9) A taxa de transferência de calor na superfície lateral do pistão (W, com sinal)



Integração da equação de Navier-Stokes

$$\frac{d^2u}{dy^2} = \frac{1}{\mu} \frac{dP}{dx} = cte$$

$$\frac{du}{dy} = \frac{1}{\mu} \frac{dP}{dx} \cdot y + b$$

$$u(y) = \frac{1}{2\mu} \frac{dP}{dx} y^2 + by + c$$

Integração da eq. energia

$$\frac{d^2T}{dy^2} = -\frac{\mu}{\kappa} \left(\frac{du}{dy} \right)^2 = -\frac{\mu}{\kappa} \left(\frac{dP/dx}{\mu} \cdot y + b \right)^2 = \dots$$

$$\dots = -\frac{\mu}{\kappa} \left[\left(\frac{dP/dx}{\mu} \right)^2 \cdot y^2 + 2 \left(\frac{dP/dx}{\mu} \right) \cdot b \cdot y + b^2 \right]$$

$$\frac{dT}{dy} = -\frac{\mu}{\kappa} \left[\left(\frac{dP/dx}{\mu} \right)^2 \cdot \frac{y^3}{3} + 2b \left(\frac{dP/dx}{\mu} \right) \frac{y^2}{2} + b^2 y + A \right]$$

$$T = -\frac{\mu}{\kappa} \left[\left(\frac{dP/dx}{\mu} \right)^2 \cdot \frac{y^4}{12} + b \left(\frac{dP/dx}{\mu} \right) \frac{y^3}{3} + b^2 \frac{y^2}{2} + \dots \right]$$

$$\dots + Ay + B \left. \right]$$

(1bis)

* Propriedades termofísicas do gás

Propano @

36,5459 bar

78,9789 °C

$$\left. \begin{array}{l} \text{Propano @} \\ 36,5459 \text{ bar} \\ 78,9789 \text{ °C} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rho = 435,3 \text{ kg/m}^3 \\ \kappa = 81,880 \text{ mW/mK} \\ \mu = 69,226 \text{ }\mu\text{Pa}\cdot\text{s} \end{array}$$

* Determinação do gradiente de pressão

$$\frac{dP}{dx} = \frac{\Delta P}{L} = - \left(\frac{193,0711 \cdot 10^5 - 0,0208 \cdot 10^5}{16,7232 \cdot 10^{-3}} \right) \frac{\text{Pa}}{\text{m}}$$

$$= -1,15439 \cdot 10^9 \text{ Pa/m}$$

$$= -1,15439 \cdot 10^4 \text{ bar/m}$$

* Determinação dos parâmetros da eq. velocidades

1) Força no cilindro

$$F(y) = \pi D L \tau(y) = \pi D L \mu \frac{du}{dy} = \pi D L \left(\frac{dP}{dx} \cdot y + b \mu \right)$$

$$F(0) = \pi \cdot 24,9304 \cdot 10^{-3} \cdot 16,7232 \cdot 10^{-3} (0 + \dots$$

$$\dots + 69,226 \cdot 10^{-6})$$

$$F(0) = 4,3472 \text{ N}$$

$$b = 4,7945 \cdot 10^7 \cdot 5^{-1} \quad \star$$

(3)

2) VAZÃO MÁSSICA

$$\dot{m} = \rho \pi D \int_0^e u(y) dy = \dots$$

$$= \rho \pi D \left(\frac{1}{6\mu} \frac{dP}{dx} e^3 + \frac{\rho}{2} e^2 + c e \right) =$$

$$= 435,3 \cdot \pi \cdot 24,9304 \cdot 10^{-3} \left(\frac{-1,15435 \cdot 10^9}{6 \cdot 69,226 \cdot 10^{-6}} \times \dots \right.$$

$$\dots \times (4,9377 \cdot 10^{-6})^3 + \frac{4,7545 \cdot 10^7}{2} (4,9377 \cdot 10^{-6})^2 + \dots$$

$$\dots + c \cdot 4,9377 \cdot 10^{-6} \left. \right) = 7,7162 \cdot 10^{-3} \text{ Kg/s}$$

$$c = -4,773 \text{ m/s} \quad \star$$

(4)

* Cálculo das velocidades médias e máximas

$$1) u\left(\frac{e}{2}\right) = \frac{1}{2\mu} \frac{dP}{dx} \left(\frac{e}{2}\right)^2 + b \cdot \frac{e}{2} + c$$

$$u_{erz} = \frac{-1,15435 \cdot 10^9}{2 \cdot 69,226 \cdot 10^6} \left(\frac{4,9377 \cdot 10^{-6}}{2}\right)^2 + \dots$$

$$\dots + \frac{4,7945 \cdot 10^7}{2} \left(\frac{4,9377 \cdot 10^{-6}}{2}\right) + (-4,773)$$

$$u_{erz} = 62,776 \text{ m/s} \quad (\text{questão 1})$$

$$2) e^* \rightarrow \bar{v}(e^*) = 0 = \frac{dP}{dx} e^* + b\mu$$

$$e^* = -b\mu / dP/dx = \dots = 2,8752 \cdot 10^{-6} \text{ m} \\ (\text{questão 2})$$

$$u_{\max} = u(e^+) = \dots = 64,1527 \text{ m/s} \quad (\text{quest\~ao 3})$$

* C\~alculo da for\~ca resultante no pist\~ao

$$F(y) = \pi DL \left(\frac{dP}{dx} \cdot y + b\mu \right)$$

$$F(e) = \pi \cdot 24,9304 \cdot 10^{-3} \cdot 14,7232 \cdot 10^{-3} \times \dots$$

$$\dots \times \left(-1,15439 \cdot 10^9 \cdot 4,9377 \cdot 10^{-6} + \dots \right.$$

$$\left. \dots + 4,7545 \cdot 10^7 \cdot 69,226 \cdot 10^{-6} \right) = -3,1186 \text{ N}$$

(quest\~ao 4)

* Cálculo das velocidades da camisa e no pistão

$$u(0) = \left[\frac{1}{2\mu} \frac{dP}{dx} y^2 + by + c \right] \Big|_{y=0}$$

$$u_0 = c = -4,773 \text{ m/s (questão 5)}$$

$$u(e) = \left[\frac{1}{2\mu} \frac{dP}{dx} y^2 + by + c \right] \Big|_{y=e}$$

$$u_e = 28,63 \text{ m/s (questão 6)}$$

Determinação dos parâmetros eq. temperaturas

$$1) \quad Q(y) = \pi DL \left(-\kappa \frac{dT}{dy} \right) = \dots$$

$$\dots = \pi DL (-\kappa) \left[\frac{-\mu}{\kappa} \left(\left(\frac{dp/dx}{\mu} \right)^2 \frac{y^3}{3} + \dots \right. \right.$$

$$\left. \dots \neq b \left(\frac{dp/dx}{\mu} \right) \cdot y^2 + b^2 y + A \right]$$

$$Q(0) = \pi DL \mu \left[0 + A \right] = -1073,14 \text{ W} \quad \curvearrowright$$

$$A = 1,18356 \cdot 10^{10} \dots (\text{SI})$$

$$2) T(y) = -\frac{\mu}{\kappa} \left[\left(\frac{dp/dx}{\mu} \right)^2 \frac{y^4}{12} + \dots \right]$$

$$\dots + b \left(\frac{dp/dx}{\mu} \right) \frac{y^3}{3} + b^2 \frac{y^2}{2} + Ay + B \Big]$$

$$T(e) = 99,5772^\circ\text{C} \quad \uparrow \quad \leftarrow A = 1,8356 \cdot 10^{10}$$

$$\rightarrow B = -6,90521 \cdot 10^4 \text{ (SI)}$$

* Cálculo das temps no eixo do e pistão

$$T(0) = -\frac{\mu}{\kappa} [0 + B]$$

$$= \frac{69,276 \cdot 10^{-6}}{81,880 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,90521 \cdot 10^4 = 58,3006^\circ\text{C}$$

(questão 8)

(9)

$$T(e/2) = -\frac{\mu}{2k} \left[\left(\frac{dP/dx}{\mu} \right)^2 \frac{(e/2)^4}{12} + \dots \right. \\ \left. \dots + b \left(\frac{dP/dx}{\mu} \right) \frac{(e/2)^3}{3} + b^2 \frac{(e/2)^2}{2} + A \frac{e}{2} + B \right]$$

$$T(e/2) = 79,82^\circ\text{C} \quad (\text{quest\~{a}o 7})$$

* C\~{A}LCULO DA TAXA DE TRANSFER\~{E}NCIA @ PIST\~{A}O

$$Q(e) = \pi D L \mu \left[\left(\frac{dP/dx}{\mu} \right)^2 \cdot \frac{e^3}{3} + \dots \right. \\ \left. \dots + b \left(\frac{dP/dx}{L} \right) e^2 + b^2 \cdot e + A \right]$$

$$Q(e) = -799,64 \text{ W} \quad (\text{quest\~{a}o 9})$$

Um compressor de propano opera livre na ausência de gravidade (e.g. numa estação espacial) de maneira que, em funcionamento, tanto o pistão quanto o cilindro se deslocam simultaneamente. O diâmetro e comprimento do pistão são respectivamente iguais a 24,9304mm e 16,7232mm. A folga média do ajuste é de 4,9377E-03mm e a lubrificação é feita de forma aerostática, i.e. pelo próprio gás, sem a necessidade de óleo ou outra substância lubrificante. Num determinado instante do ciclo a pressão absoluta e temperatura na câmara de compressão são iguais a 193,0711bar e 99,5772°C enquanto a pressão e temperatura no volume abaixo dela (cárter) são iguais a 0,0208bar e 58,3806°C. Nestas condições o escoamento na folga pode ser considerado como de Couette e as propriedades termofísicas do gás devem ser calculadas à pressão e temperatura médias (96,5459bar e 78,9789°C). Considere como orientações positivas os sentidos do deslocamento do pistão e do calor transferido do cilindro para o gás. Os seguintes parâmetros operacionais instantâneos são conhecidos a priori: 1) Vazão mássica de gás escoando através da folga é igual a 7,7162g/s, 2) Força resultante no cilindro é igual a 4,3472N, 3) A taxa de transferência de calor na superfície do cilindro é igual a -1073,1452W, 4) Temperatura na parede lateral do pistão é constante e igual à temperatura do gás na câmara. Nestas condições calcule os seguintes parâmetros com pelo menos quatro algarismos significativos:

1) A velocidade na seção mediana da folga no interior do escoamento de gás (m/s, com sinal) = ✓

2) A distância do cilindro até a posição em que a velocidade é máxima em valor absoluto (mm) = ✓

3) A máxima velocidade no interior do escoamento de gás (m/s, com sinal) = ✓

4) Força resultante no pistão (N, com sinal) = ✓

5) A velocidade do cilindro (m/s, com sinal) = ✓

6) A velocidade do pistão (m/s, com sinal) = ✓

7) A temperatura na seção mediana da folga no interior do escoamento de gás (°C) = ✓

8) A temperatura na superfície do cilindro (°C) = ✓

9) A taxa de transferência de calor na superfície lateral do pistão (W, com sinal) = ✓