



PEF3200 – Introdução à Mecânica das Estruturas

Aula 9 - 31/05/2023

Linhas de influência.
Trelças.

Prof. Martin Paul Schwark

Prof. Osvaldo Shigueru Nakao

Prof. Valério S. Almeida

O que vimos nas aulas 1 a 8:

- Como é a disciplina, materiais de apoio, programação
- Mecânica dos sólidos deformáveis, o que são estruturas, estão em tudo, modelos físicos e matemáticos, classificações das estruturas, ações que atuam sobre elas e alguns tópicos da mecânica
- Deformadas, movimentos em sistemas materiais, vínculos, estaticidade, estruturas hipostáticas, isostáticas e hiperestáticas, grau de hiperestaticidade, as simplificações adotadas nesta disciplina
- Cálculo de reações de apoio, tensões, esforços solicitantes, o Teorema Fundamental da Resistência dos Materiais
- Diagramas de esforços solicitantes em estruturas planas e espaciais
- Linhas de Influência

O que vamos ver nesta aula:

- Mais sobre Linhas de influência
- Treliças



Linhas de Influência

- Vamos conversar sobre o encaminhamento da solução de questões de provas antigas selecionadas, disponíveis no Moodle

USP - DISCIPLINAS Apoio às Disciplinas

Disciplinas » Suporte » Português - Brasil (pt_br)

Martin Paul Schwark

PEF3200 - Introdução à Mecânica das Estruturas (2023)

Início / Meus Ambientes / 2023 / EP / PEF / PEF3200-2023 / Provas Antigas e Gabaritos / 5. Linhas de Influência

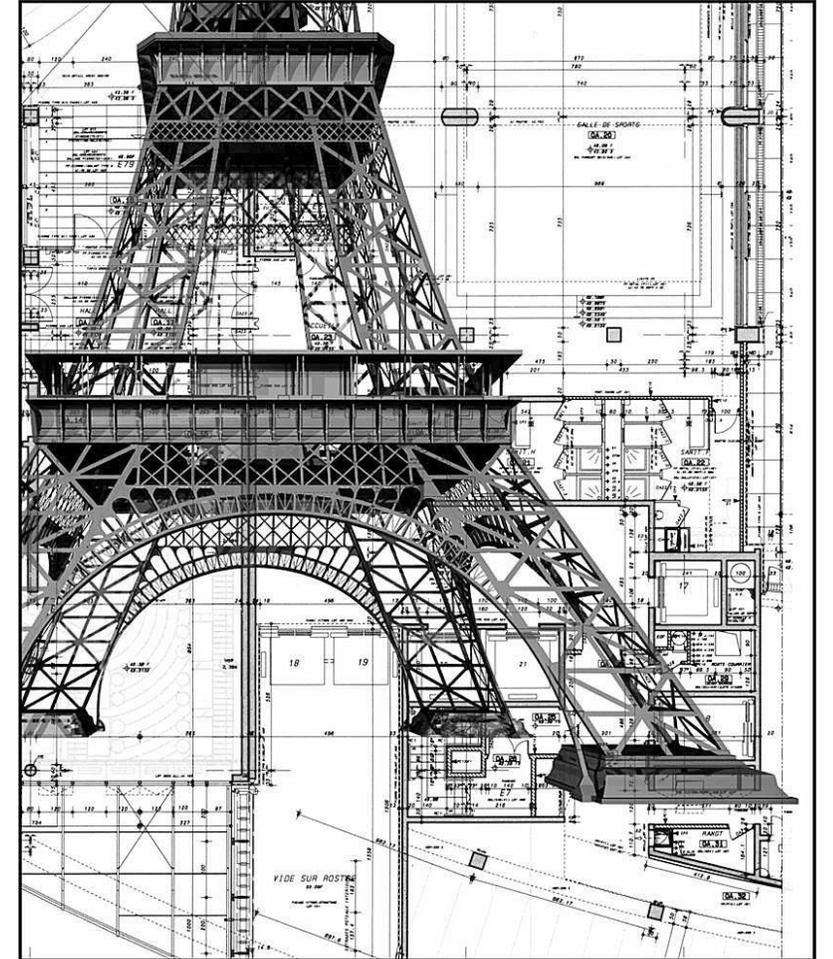
5. Linhas de Influência

Provas Antigas e Gabaritos

- 1991.pdf
- 1993 1994 1995.pdf
- 1997.pdf
- 1998.pdf
- 1999.pdf
- 2000.pdf
- 2001 P2 Q3.pdf
- 2002 P3 Q1.pdf
- 2002 PSub Q1.pdf
- 2003 P2 Q3.pdf

Treliças

- São estruturas reticuladas (formadas por barras)
- Todas as barras são articuladas nas duas extremidades
- Os carregamentos são aplicados apenas nos nós da estrutura
- Desta forma, as barras são solicitadas apenas por força normal, constante ao longo do seu eixo
- Principais classificações:
 - Disposição: Planas/espaciais (neste curso abordaremos apenas treliças planas)
 - Estaticidade: hipostáticas/isostáticas/hiperestáticas (neste curso abordaremos apenas treliças isostáticas)
 - Formação: Simples/compostas/complexas (neste curso abordaremos apenas treliças simples e compostas)
- Métodos de resolução apresentados neste curso:
 - Método do Equilíbrio dos Nós
 - Método de Ritter



Estaticidade

- r = número de reações externas
- b = número de barras
- n = número de nós

- $r + b < 2n$ hipostática

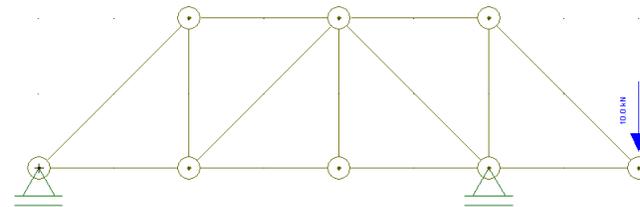
Pode apresentar movimento

- $r + b = 2n$ isostática
(condição necessária mas não suficiente, podendo ser hipostática)

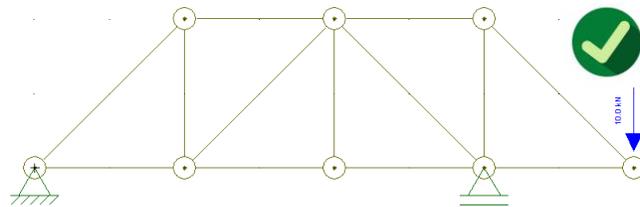
Não pode apresentar movimento, mas se torna hipostática com a liberação de qualquer vínculo

- $r + b > 2n$ hiperestática
(condição necessária mas não suficiente, podendo ser hipostática)

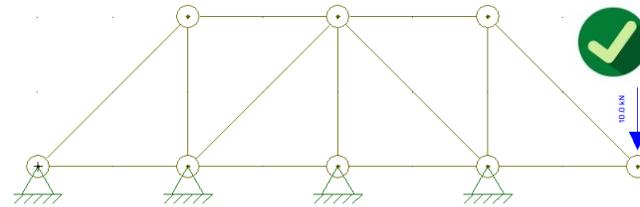
Não pode apresentar movimento, e pode ter vinculações suprimidas sem se tornar hipostática



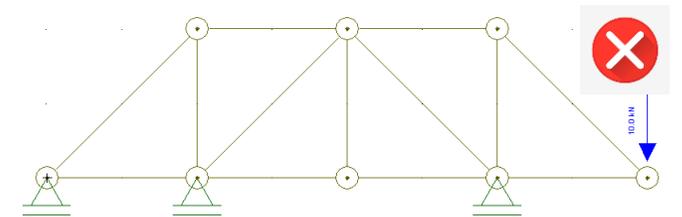
$r = 2$ $b = 13$ $n = 8$



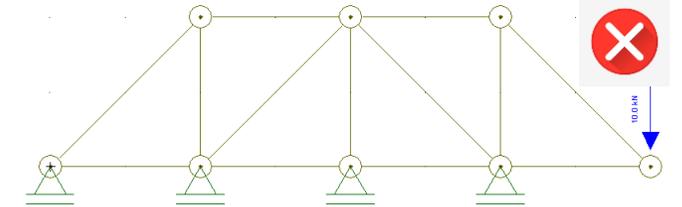
$r = 3$ $b = 13$ $n = 8$



$r = 8$ $b = 13$ $n = 8$



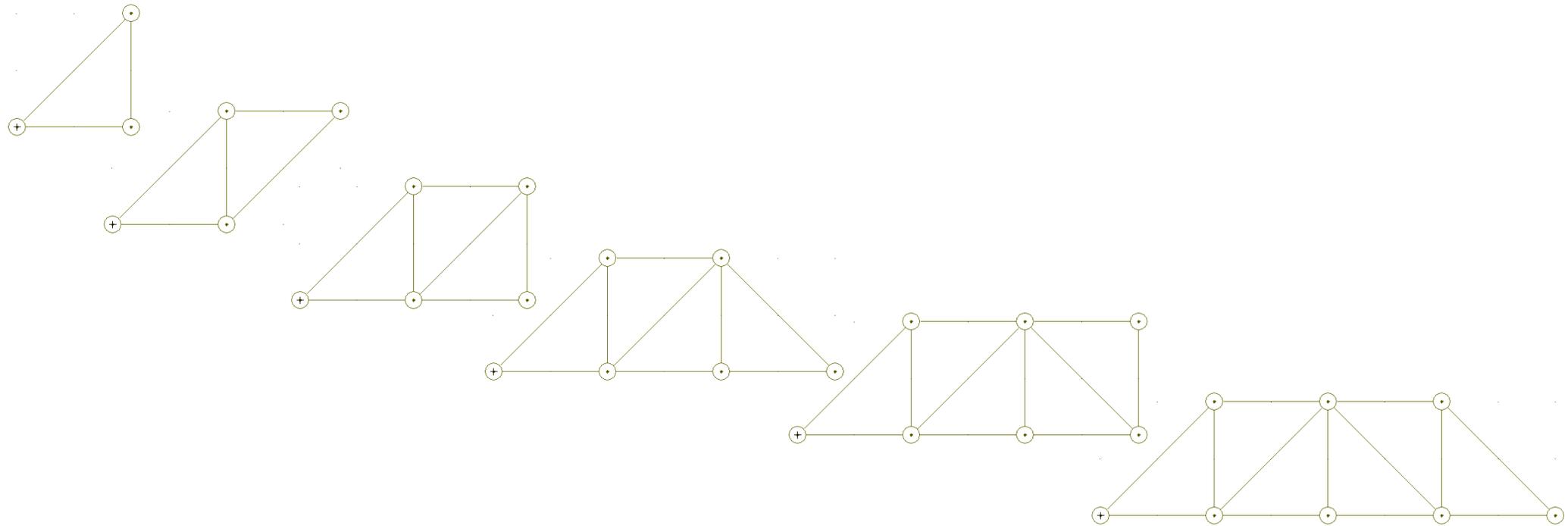
$r = 3$ $b = 13$ $n = 8$



$r = 4$ $b = 13$ $n = 8$

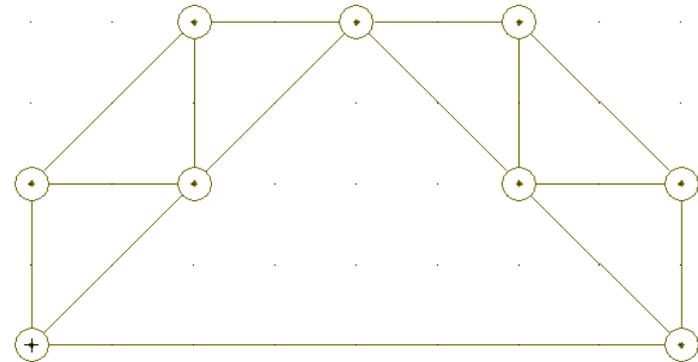
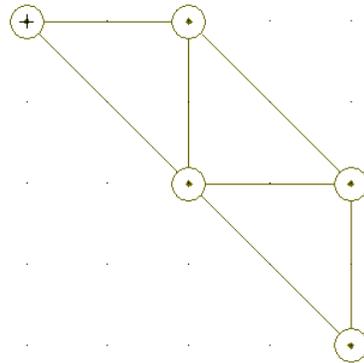
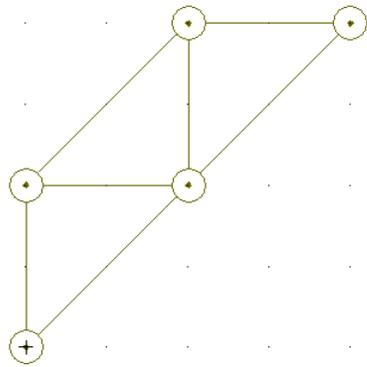
Treliças simples

- São formadas a partir de um triângulo de barras, adicionando sucessivamente duas barras e um nó



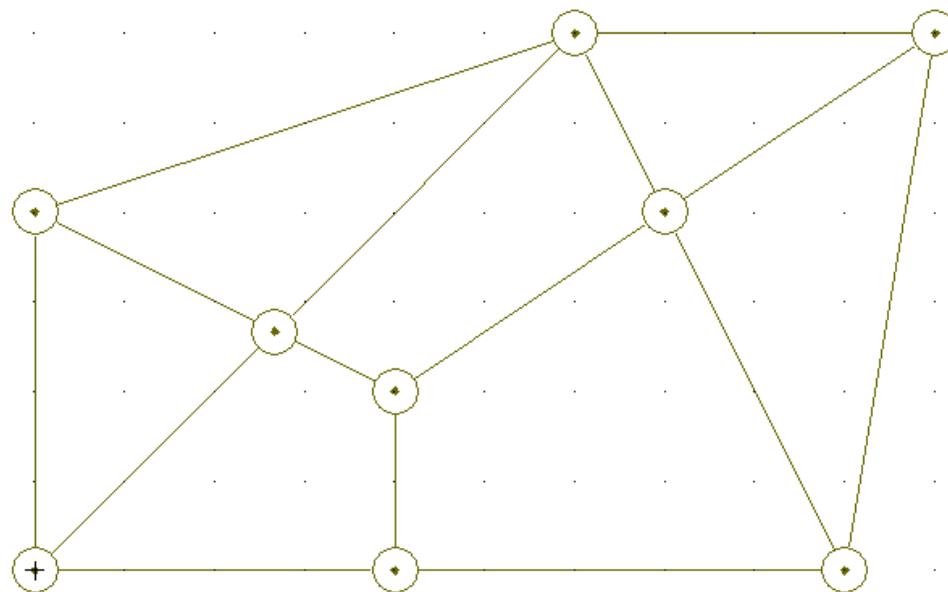
Treliças compostas

- São compostas por treliças simples, ligadas entre si por nós ou barras



Treliças complexas

- Por exclusão



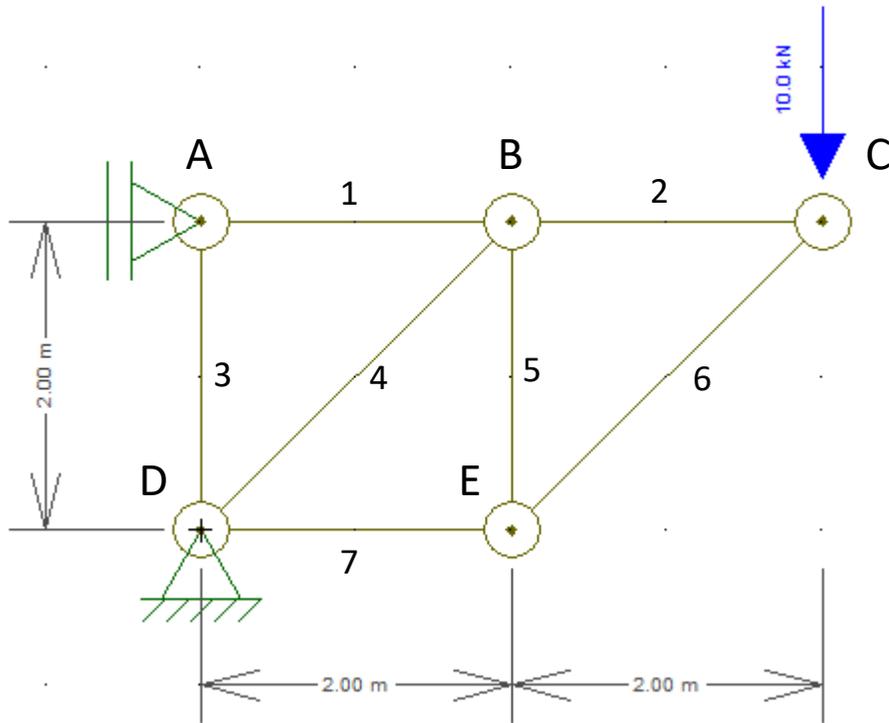
Método do equilíbrio dos nós

- Vamos considerar como incógnitas os esforços normais nas barras
- Se a estrutura está em equilíbrio, então seus nós também estão em equilíbrio
- Apenas duas equações de equilíbrio podem ser aplicadas para cada nó, por ser articulado nas barras
- Em treliças simples isostáticas, é possível explicitar as incógnitas uma a uma pelo equilíbrio dos nós
- Procedimento:
 - Cálculo das reações de apoio, utilizando as três equações de equilíbrio, considerando a treliça como corpo rígido
 - Cálculo sucessivo dos esforços nas barras, através do equilíbrio dos nós em que houver apenas duas incógnitas
 - No final da resolução, surgem três equações de verificação

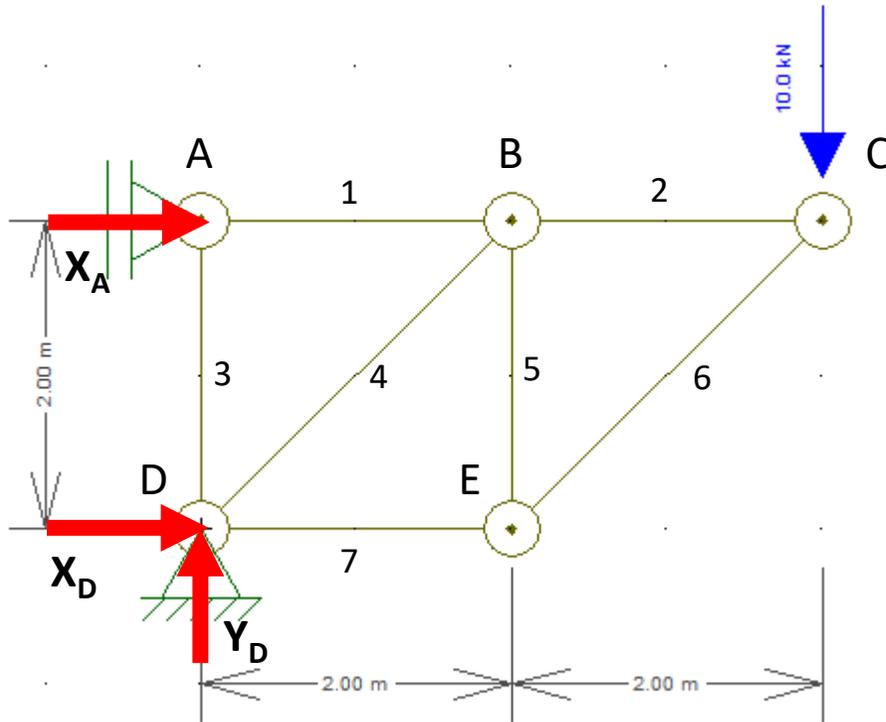
Para os nós:
$$\begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases}$$

Exemplo

Calcule os esforços nas barras da treliça ilustrada.



Reações de apoio



$$\Sigma F_y = 0$$

$$Y_D - 10 = 0$$

$$Y_D = 10 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_D = 0$$

$$- X_A * 2 - 10 * 4 = 0$$

$$X_A = - 20 \text{ kN}$$

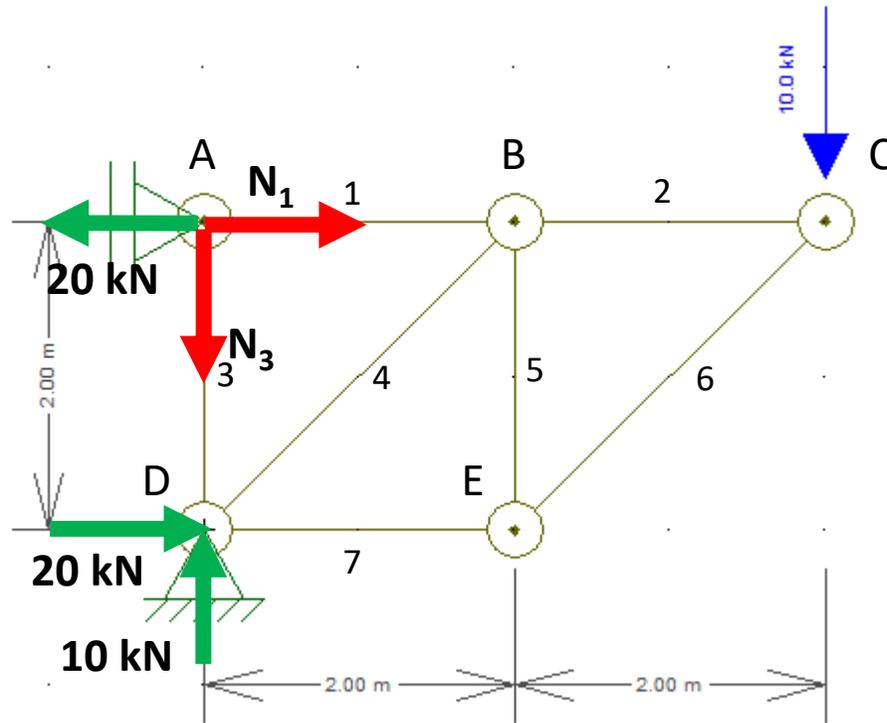
$$\Sigma F_x = 0$$

$$X_A + X_D = 0$$

$$- 20 + X_D = 0$$

$$X_D = 20 \text{ kN}$$

Equilíbrio do nó A



$$\Sigma F_x = 0$$

$$N_1 - 20 = 0$$

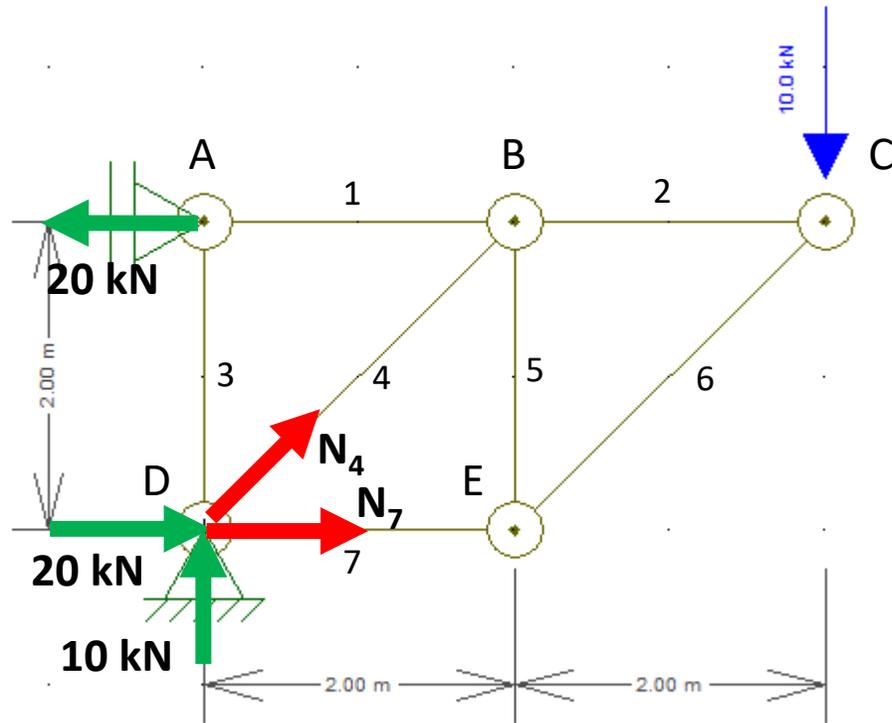
$$N_1 = 20 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$- N_3 = 0$$

$$N_3 = 0$$

Equilíbrio do nó D



$$\Sigma F_y = 0$$

$$N_4 * \text{sen}45 + 10 = 0$$

$$N_4 = - 14,1 \text{ kN}$$

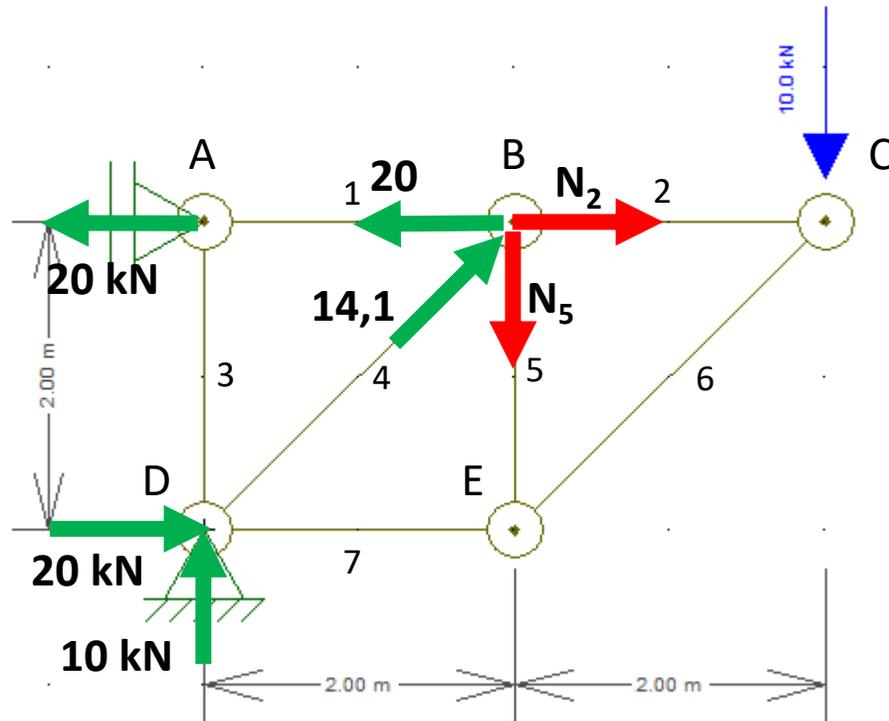
$$\Sigma F_x = 0$$

$$N_7 + 20 + N_4 * \text{cos}45 = 0$$

$$N_7 + 20 - 10 = 0$$

$$N_7 = - 10 \text{ kN}$$

Equilíbrio do nó B



$$\Sigma F_y = 0$$

$$- N_5 + 14,1 * \text{sen}45 = 0$$

$$N_5 = 10 \text{ kN}$$

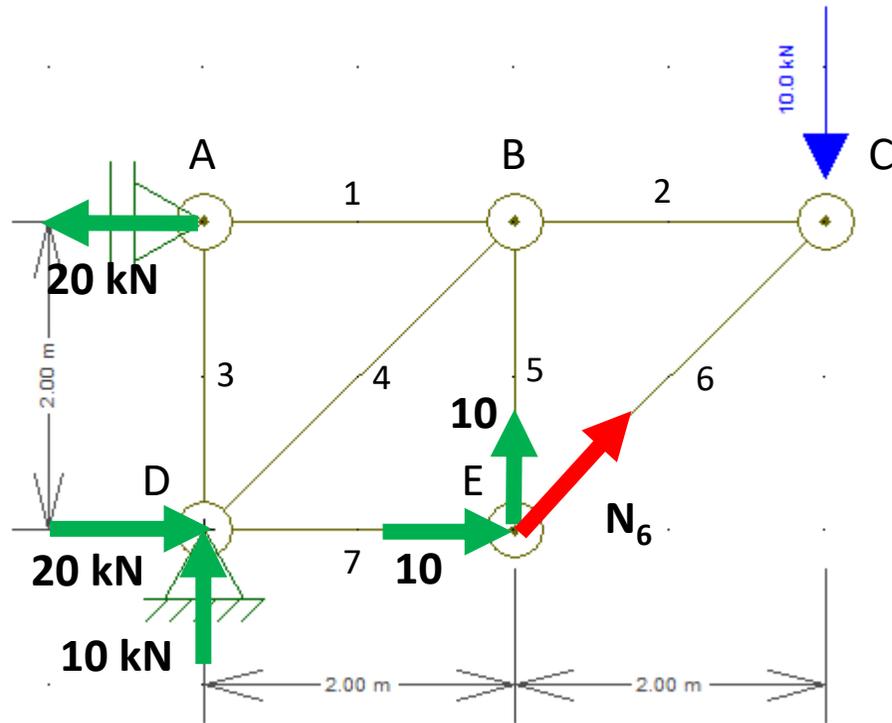
$$\Sigma F_x = 0$$

$$N_2 - 20 + 14,1 * \text{cos}45 = 0$$

$$N_2 - 10 = 0$$

$$N_2 = 10 \text{ kN}$$

Equilíbrio do nó E



$$\Sigma F_y = 0$$

$$N_6 * \text{sen}45 + 10 = 0$$

$$N_6 = -14,1 \text{ kN}$$

Verificação 1

$$\Sigma F_x = 0$$

$$N_6 * \text{cos}45 + 10 = 0$$

$$-10 + 10 = 0 \quad \text{OK}$$

Método de Ritter

- Vamos considerar como incógnitas os esforços normais nas barras
- Se a estrutura está em equilíbrio, então qualquer parte desta estrutura, separada por um corte imaginário, também está em equilíbrio
- Para uma parte da estrutura que contenha pelo menos dois nós, as três equações de equilíbrio no plano podem ser aplicadas
- Em treliças simples ou compostas, é comum encontrar uma linha de corte (“corte de Ritter”) que explicita três incógnitas, que podem ser obtidas através do equacionamento do equilíbrio de uma das partes da treliça, destacada pelo corte

Para partes da estrutura:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \\ \Sigma M_o = 0 \end{array} \right.$$

Método de Ritter + nós

- É comum mesclar o Método de Ritter com o Método do Equilíbrio dos Nós, explicitando as incógnitas de forma conveniente
- Procedimento:
 - Cálculo das reações de apoio, utilizando as três equações de equilíbrio, considerando a treliça como corpo rígido
 - Corte da treliça em duas partes contendo pelo menos dois nós cada uma, com uma linha de corte que atravessasse três barras
 - Cálculo dos esforços nas três barras onde houve o corte, através do equacionamento do equilíbrio de uma das partes cortadas
 - Em seguida, pelo Método dos Nós, cálculo sucessivo dos esforços das barras, através do equilíbrio dos nós em que houver apenas duas incógnitas
 - No final da resolução, surgem três equações de verificação