

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO – PIRASSUNUNGA

**ZEB1058 PESQUISA
OPERACIONAL E OTIMIZAÇÃO
DE SISTEMAS AGROPECUÁRIOS**



PROF. DR. FERNANDO L. CANEPPELE

PROF. DR. JOSÉ A. RABI

DEPTO. ENGENHARIA DE BIODISSISTEMAS

PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA: INTRODUÇÃO



- PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA (PURA)
- PROBLEMA RELAXADO: DEFINIÇÃO
- PROBLEMA RELAXADO: USO DA SOLUÇÃO?

Programação Linear Inteira (Pura)

- Variáveis de decisão: x_i ($i = 1, 2, \dots, n$) **todas inteiras**
- Função-objetivo: $Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum c_i x_i$
- Restrições - funções: $r_j = r_j(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum a_{ji} x_i$
- Restrições - termos independentes: b_j ($j = 1, 2, \dots, m$)



Maximizar ou minimizar:	Sujeito a:
$Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$	$\left. \begin{array}{l} r_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ r_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ r_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \leq \\ = \\ \geq \end{array} \left\{ \begin{array}{l} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{array} \right.$

Problema Relaxado: definição

- Para todo problema de PL Inteira está associado um problema (dito relaxado) com a mesma função-objetivo e sujeito às mesmas restrições, exceto pela ausência da condição de variáveis inteiras → **Exemplo:**

PL Inteira

$$\text{Max } Z = 3x_1 + 3x_2$$

Sujeito a :

$$x_1 + 4x_2 \leq 12$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 12$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

x_1, x_2 : inteiros

Problema Relaxado

$$\text{Max } Z = 3x_1 + 3x_2$$

Sujeito a :

$$x_1 + 4x_2 \leq 12$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 12$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

não há tal restrição



Problema Relaxado: solução

- Aproveitar solução ótima do Problema Relaxado?
 - Solução da PL Inteira \leftrightarrow Solução da PL Relaxada associada?
↓
Arredondar variáveis de decisão ótimas para números inteiros?
 - Inviabilidade do ponto inteiro ‘vizinho’ ao ponto ótimo relaxado
 - Ainda que viável, ponto inteiro ‘vizinho’ pode não ser ótimo
- Utilidade da solução ótima do Problema Relaxado
 - **Maximização**: valor ótimo da função-objetivo da PL Relaxada representa um **limite superior** ao respectivo valor do PL Inteira
 - **Minimização**: valor ótimo da função-objetivo da PL Relaxada representa um **limite inferior** ao respectivo valor do PL Inteira

