

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO – PIRASSUNUNGA

**ZEB1058 PESQUISA
OPERACIONAL E OTIMIZAÇÃO
DE SISTEMAS AGROPECUÁRIOS**



PROF. DR. FERNANDO L. CANEPPELE

PROF. DR. JOSÉ A. RABI

DEPTO. ENGENHARIA DE BIODISSISTEMAS

PROBLEMAS PRIMAL-DUAL: INTER-RELAÇÕES



- FUNÇÃO-OBJETIVO - TERMOS INDEPENDENTES
- QUANTIDADE DE: RESTRIÇÕES ↔ VARIÁVEIS
- MATRIZ DOS COEFICIENTES DAS RESTRIÇÕES

Problemas primal-dual: inter-relações

- Coeficientes função-objetivo \leftrightarrow Termos independentes
 - Os termos independentes nas restrições do primal são os coeficientes na função-objetivo do dual (e vice-versa)

$$\text{Max } Z = 5x_1 + 2x_2$$

sujeito a :

$$x_1 \leq 3$$

$$x_2 \leq 4$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 9$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

PROBLEMA PRIMAL

$$\text{Min } D = 3y_1 + 4y_2 + 9y_3$$

sujeito a :

$$y_1 + y_3 \geq 5$$

$$y_2 + 2y_3 \geq 2$$

$$y_1, y_2, y_3 \geq 0$$

PROBLEMA DUAL



Problemas primal-dual: inter-relações

- Quantidade de: restrições \leftrightarrow variáveis de decisão
 - Número de restrições no primal = Número de variáveis de decisão no dual (e vice-versa)

$$\text{Max } Z = 5x_1 + 2x_2$$

sujeito a :

$$x_1 \leq 3$$

$$x_2 \leq 4$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 9$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

PROBLEMA PRIMAL

$$\text{Min } D = 3y_1 + 4y_2 + 9y_3$$

sujeito a :

$$y_1 + y_3 \geq 5$$

$$y_2 + 2y_3 \geq 2$$

$$y_1, y_2, y_3 \geq 0$$

PROBLEMA DUAL



Problemas primal-dual: inter-relações

- Restrições primal: forma padrão (exceto não-negativos)
 - Primal: restrições tipo 'teto' (\leq) \leftrightarrow Dual: restrições tipo 'piso' (\geq)

$$\text{Max } Z = 5x_1 + 2x_2$$

sujeito a :

$$x_1 \leq 3$$

$$x_2 \leq 4$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 9$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

PROBLEMA PRIMAL

$$\text{Min } D = 3y_1 + 4y_2 + 9y_3$$

sujeito a :

$$y_1 + y_3 \geq 5$$

$$y_2 + 2y_3 \geq 2$$

$$y_1, y_2, y_3 \geq 0$$

PROBLEMA DUAL



Problemas primal-dual: inter-relações

- Matriz dos coeficientes das restrições
 - Matriz transposta dos coeficientes das restrições no primal = matriz dos coeficientes das restrições no dual (e vice-versa)

$$\text{Max } Z = 5x_1 + 2x_2$$

sujeito a :

$$1x_1 + 0x_2 \leq 3$$

$$0x_1 + 1x_2 \leq 4$$

$$1x_1 + 2x_2 \leq 9$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

PROBLEMA PRIMAL

$$\text{Min } D = 3y_1 + 4y_2 + 9y_3$$

sujeito a :

$$1y_1 + 0y_2 + 1y_3 \geq 5$$

$$0y_1 + 1y_2 + 2y_3 \geq 2$$

$$y_1, y_2, y_3 \geq 0$$

PROBLEMA DUAL



Problemas primal-dual: inter-relações

PROBLEMA PRIMAL

$$\text{Max } \sum_{i=1}^n c_i x_i = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n$$

sujeito a :

$$\sum_{i=1}^n a_{1i} x_i = a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n \leq b_1$$

$$\sum_{i=1}^n a_{2i} x_i = a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n \leq b_2$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$\sum_{i=1}^n a_{mi} x_i = a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \dots + a_{mn} x_n \leq b_m$$

$$x_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

PROBLEMA DUAL

$$\text{Min } \sum_{j=1}^m b_j y_j = b_1 y_1 + b_2 y_2 + \dots + b_m y_m$$

sujeito a :

$$\sum_{j=1}^m a_{j1} y_j = a_{11} y_1 + a_{21} y_2 + \dots + a_{m1} y_m \geq c_1$$

$$\sum_{j=1}^m a_{j2} y_j = a_{12} y_1 + a_{22} y_2 + \dots + a_{m2} y_m \geq c_2$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$\sum_{j=1}^m a_{jn} y_j = a_{1n} y_1 + a_{2n} y_2 + \dots + a_{mn} y_m \leq c_n$$

$$y_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m)$$