

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO – PIRASSUNUNGA

**ZEB1058 PESQUISA
OPERACIONAL E OTIMIZAÇÃO
DE SISTEMAS AGROPECUÁRIOS**



PROF. DR. FERNANDO L. CANEPPELE

PROF. DR. JOSÉ A. RABI

DEPTO. ENGENHARIA DE BIOSSISTEMAS

PROGRAMAÇÃO LINEAR: DUALIDADE – INTRODUÇÃO



- FUNÇÃO-OBJETIVO: LIMITES PARA O VALOR
- FUNÇÃO-OBJETIVO: LIMITES P/ COEFICIENTES
- DUALIDADE ↔ PROBLEMA DUAL

Limites p/ o valor da função-objetivo

- Multiplicar uma dada restrição por constante positiva

$$\text{Max } Z = 5x_1 + 2x_2$$

sujeito a :

$$x_1 \leq 3$$

$$x_2 \leq 4$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 9 \xrightarrow{\times 5} 5x_1 + 10x_2 \leq 45$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

limite superior



Limites p/ o valor da função-objetivo

- Somar restrições multiplicadas por constantes positivas

$$\text{Max } Z = 5x_1 + 2x_2$$

sujeito a :

$$x_1 \leq 3 \quad \xrightarrow{\times 6} \quad 6x_1 \leq 18$$

$$x_2 \leq 4 \quad \xrightarrow{\times 3} \quad 3x_2 \leq 12$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 9$$

+ ↓

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$6x_1 + 3x_2 \leq 30$$

limite superior ainda menor



Limites p/ o valor da função-objetivo

- Generalização dos dois procedimentos anteriores

$$\text{Max } Z = 5x_1 + 2x_2$$

sujeito a :

$$x_1 \leq 3 \xrightarrow{\times y_1} y_1 x_1 \leq 3 y_1$$

$$x_2 \leq 4 \xrightarrow{\times y_2} y_2 x_2 \leq 4 y_2$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 9 \xrightarrow{\times y_3} y_3 x_1 + 2 y_3 x_2 \leq 9 y_3$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

+ ↓

$$\underbrace{(y_1 + y_3)x_1}_{\geq 5} + \underbrace{(y_2 + 2y_3)x_2}_{\geq 2} \leq \underbrace{3y_1 + 4y_2 + 9y_3}_{\text{minimizar}}$$



Otimização linear → Dualidade

- Maximizar ↔ limite superior '+ baixo' p/ função-objetivo

$$\text{Max } Z = 5x_1 + 2x_2$$

sujeito a :

$$x_1 \leq 3$$

$$x_2 \leq 4$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 9$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

PROBLEMA PRIMAL

$$\text{Min } D = 3y_1 + 4y_2 + 9y_3$$

sujeito a :

$$y_1 + y_3 \geq 5$$

$$y_2 + 2y_3 \geq 2$$

$$y_1, y_2, y_3 \geq 0$$

PROBLEMA DUAL

