#### UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO - PIRASSUNUNGA

# ZEB1058 PESQUISA OPERACIONAL E OTIMIZAÇÃO DE SISTEMAS AGROPECUÁRIOS



PROF. DR. FERNANDO L. CANEPPELE
PROF. DR. JOSÉ A. RABI

**DEPTO. ENGENHARIA DE BIOSSISTEMAS** 





#### **ZEB1058 – TÓPICO 06: PARTE 4/4**

# SIMPLEX – PADRÃO: MÉTODO TABULAR



- > APRIMORAMENTO ITERATIVO DA SOLUÇÃO
- > LINHA-PIVÔ, COLUNA-PIVÔ, NÚMERO-PIVÔ
- ➤ QUADRO (TABELA) SIMPLEX → ATUALIZAÇÃO







- Solução ótima ↔ Eq. 0 sem coeficientes negativos
  - Alternância entre variáveis básicas / variáveis não-básicas

Uma única variável entra na base (coluna das variáveis básicas)
Uma única variável sai da base (coluna das variáveis básicas)

Determinação da variável que entra na base:

Maior incremento para  $Z \rightarrow$  coeficiente mais negativo na Eq. 0

Determinação da variável que sai da base:

Limitação à variável que entra → coeficientes positivos da coluna





## Quadro Simplex: atualização





- Linha pivô ⇒ linha da variável que está deixando a base
- Coluna pivô ⇒ coluna da variável que está entrando na base
- Número pivô ⇒ valor da intersecção da linha e coluna pivôs
- Determinação (dos valores) da nova linha pivô

[nova linha pivô] = 
$$\frac{[antiga linha pivô]}{[número pivô]}$$

Determinação (dos valores) das novas linhas

[nova linha i] = [antiga linha i] – [coef.col.pivô] × [nova linha pivô]







1ª iteração

Variável que entra na base  $\rightarrow$  maior aumento possível para Z

Coeficiente mais negativo na Eq.  $0 \Rightarrow x_1$ 

Variável que sai da base  $\rightarrow$  maior restrição ao aumento de  $x_1$ 

menor valor p/ termo independente  $\div$  coeficiente (>0) de  $x_1 \Rightarrow x_3$ 

variável	índice			coeficie	ente de:			termo	valor da
básica	da eq.	Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	indep.	divisão
Z	0	1	-5	-2	0	0	0	0	
<i>x</i> <sub>3</sub>	1	0	1	0	1	0	0	3	3
$\mathcal{X}_4$	2	0	0	1	0	1	0	4	
<i>X</i> <sub>5</sub>	3	0	1	2	0	0	1	9	9





1ª iteração (continuação) → atualização da linha pivô



variável	índice			coeficie	ente de:			termo	valor da
básica	da eq.	Z	$x_1$	$x_2$	$\chi_3$	$\chi_4$	$\chi_5$	indep.	divisão
Z	0								
$x_3$	1	0	1	0	1	0	0	3	
$x_4$	2								
$x_5$	3								156
variável	índice			coeficie	ente de:			termo	valor da
variável básica	índice da eq.	Z	$x_1$	coeficie x <sub>2</sub>	ente de: $x_3$	$x_4$	<i>x</i> <sub>5</sub>		valor da divisão
		Z	$x_1$			<i>x</i> <sub>4</sub>	<i>X</i> <sub>5</sub>		10.7
básica	da eq.	Z 0	$x_1$			0	<i>x</i> <sub>5</sub>		10.7
básica Z	da eq.			$x_2$	<i>x</i> <sub>3</sub>			indep.	10.7





•  $1^a$  iteração (continuação)  $\rightarrow$  atualização da linha 0 (Z)



	variável	índice			coeficie	ente de:			termo	valor da
	básica	da eq.	Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$\chi_5$	indep.	divisão
<u> </u>	Z	0	1	<b>-</b> 5	-2	0	0	0	0	
	$x_1$	1	0	1	0	1	0	0	3	
ŀ	$x_4$	2								
	$\chi_5$	3								190
	variável	índice			coeficie	ente de:			termo	valor da
	variável básica	índice da eq.	Z	$x_1$	coeficie x <sub>2</sub>	ente de: $x_3$	$x_4$	<i>x</i> <sub>5</sub>	termo indep.	valor da divisão
			<i>Z</i> 1	$x_1$			$x_4$	$x_5$ 0		
	básica	da eq.			$x_2$	<i>x</i> <sub>3</sub>			indep.	
	básica Z	da eq.	1	0	$x_2$ $-2$	<i>x</i> <sub>3</sub>	0	0	indep.	





• 1ª iteração (continuação)  $\rightarrow$  atualização da linha 2 ( $x_4$ )



variável	índice			coeficie	ente de:			termo	valor da
básica	da eq.	Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$\mathcal{X}_4$	$\chi_5$	indep.	divisão
Z	0								
$x_1$	1	0	1	0	1	0	0	3	
$x_4$	2	0	0	1	0	1	0	4	
$\chi_5$	3								
variável	índice			coeficie	ente de:			termo	valor da
variável básica	índice da eq.	Z	$x_1$	coeficie x <sub>2</sub>	ente de: $x_3$	$x_4$	<i>x</i> <sub>5</sub>	termo indep.	valor da divisão
		Z	$x_1$			$x_4$	<i>X</i> <sub>5</sub>		10.7
básica	da eq.	Z 0	$x_1$			0	<i>x</i> <sub>5</sub>		10.7
básica Z	da eq.			$x_2$	<i>X</i> <sub>3</sub>			indep.	10.7





• 1ª iteração (continuação)  $\rightarrow$  atualização da linha 3 ( $x_5$ )



variável	índice			coeficie	ente de:			termo	valor da
básica	da eq.	Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$\mathcal{X}_4$	$\chi_5$	indep.	divisão
Z	0								
$x_1$	1	0	1	0	1	0	0	3	
$x_4$				u.				V	
$x_5$	3	0	1	2	0	0	1	9	
variável	índice			coeficie	ente de:			termo	valor da
variável básica	índice da eq.	Z	$x_1$	coeficie x <sub>2</sub>	ente de: $x_3$	<i>x</i> <sub>4</sub>	<i>X</i> <sub>5</sub>	termo indep.	valor da divisão
		Z	$x_1$			<i>X</i> <sub>4</sub>	<i>x</i> <sub>5</sub>		10.7
básica	da eq.	Z 0	$x_1$			0	<i>x</i> <sub>5</sub>		10.7
básica Z	da eq.			$x_2$	<i>x</i> <sub>3</sub>			indep.	10.7





#### 1ª iteração (final) → comparação entre os quadros



variável	índice			coeficie	ente de:			termo	valor da
básica	da eq.	Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$\chi_5$	indep.	divisão
Z	0	1	-5	-2	0	0	0	0	
$x_3$	1	0	1	0	1	0	0	3	
$x_4$	2	0	0	1	0	1	0	4	
$\chi_5$	3	0	1	2	0	0	1	9	
variável	índice			coeficie	ente de:			termo	valor da
básica	da eq.	Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$\chi_5$	indep.	divisão
Z	0	1	0	-2	5	0	0	15	
$x_1$	1	0	1	0	1	0	0	3	
$\mathcal{X}_4$	2	0	0	1	0	1	0	4	
$\chi_5$	3	0	0	2	-1	0	1	6	







- 1ª iteração (final) → análise dos resultados
  - Aumento do valor (termo independente) da função-objetivo Z
  - Colunas das variáveis básicas só com "1" (← única vez) ou "0"
  - Nova iteração?  $\Rightarrow$  linha 0 (Z) com coeficiente negativo?



variável que entra na base (na  $2^a$  iteração)  $\Rightarrow x_2$ 

variável	índice			coeficie	ente de:			termo	valor da
básica	da eq.	Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	indep.	divisão
Z	0	1	0	-2	5	0	0	15	
$x_1$	1	0	1	0	1	0	0	3	
$\mathcal{X}_4$	2	0	0	1	0	1	0	4	
$\chi_5$	3	0	0	2	-1	0	1	6	





2ª iteração (final) → comparação entre os quadros



variável	índice			coeficie	ente de:			termo	valor da
básica	da eq.	Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$\chi_5$	indep	. divisão
Z	0	1	0	-2	5	0	0	15	
$x_1$	1	0	1	0	1	0	0	3	
$x_4$	2	0	0	1	0	1	0	4	
$\chi_5$	3	0	0	2	-1	0	1	6	100
variável	índice			coeficie	ente de:			termo	valor da
variável básica	índice da eq.	Z	$x_1$	coeficie x <sub>2</sub>	ente de: $x_3$	<i>x</i> <sub>4</sub>	<i>x</i> <sub>5</sub>	termo indep	
		<i>Z</i> 1	$x_1$			$x_4$	<i>x</i> <sub>5</sub> 1		
básica	da eq.			$x_2$	<i>X</i> <sub>3</sub>		-	indep	divisão solução
básica Z	da eq.	1	0	$x_2$ 0	<i>x</i> <sub>3</sub> 4	0	1	indep.	. divisão



