

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO – PIRASSUNUNGA

**ZEB1058 PESQUISA
OPERACIONAL E OTIMIZAÇÃO
DE SISTEMAS AGROPECUÁRIOS**



PROF. DR. FERNANDO L. CANEPPELE

PROF. DR. JOSÉ A. RABI

DEPTO. ENGENHARIA DE BIODISSISTEMAS

SIMPLEX – PADRÃO: MÉTODO ANALÍTICO



- **VARIÁVEIS DE FOLGA: DEFINIÇÃO**
- **VARIÁVEIS BÁSICAS, VARIÁVEIS NÃO-BÁSICAS**
- **SOLUÇÃO VIÁVEL INICIAL (TRIVIAL / ÓBVIA)**

Simplex padrão: método analítico

- Problema padrão → restrições do tipo “teto”
 - Transformação de inequações (nas restrições) em equações
- ↓
- Introduzir variáveis referentes à diferença entre RHS e LHS
- Determinação de uma solução viável inicial (solução trivial)
 - Aprimoramento iterativo até obter a solução ótima

– Exemplo:

$$\text{Max } Z = 5x_1 + 5x_2 + 3x_3$$

$$\text{Sujeito a: } x_1 + x_2 + x_3 \leq 3$$

$$-x_1 + 3x_3 \leq 2$$

$$2x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 4$$

$$2x_1 + 3x_2 - x_3 \leq 2$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$



Restrições: inequações \rightarrow equações

- Introdução de variáveis de folga \leftrightarrow inequações tipo \leq
 - Compensar diferença entre LHS e RHS das inequações

$$x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 3 \quad \xrightarrow{x_4} \quad x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 3$$

$$-x_1 + 3x_3 \leq 2 \quad \xrightarrow{x_5} \quad -x_1 + 3x_3 + x_5 = 2$$

$$2x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 4 \quad \xrightarrow{x_6} \quad 2x_1 - x_2 + 2x_3 + x_6 = 4$$

$$2x_1 + 3x_2 - x_3 \leq 2 \quad \xrightarrow{x_7} \quad 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_7 = 2$$

- Condição de não-negatividade (todas as variáveis):

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 \geq 0$$



Terminologia

- Dicionário: conjunto de equações resultantes

$$x_4 = 3 - x_1 - 3x_2 - x_3$$

$$x_5 = 2 + x_1 - 3x_3$$

$$x_6 = 4 - 2x_1 + x_2 - 2x_3$$

$$x_7 = 2 - 2x_1 - 3x_2 + x_3$$

$$Z = 5x_1 + 5x_2 + 3x_3$$

- Variáveis básicas: lado esquerdo (LHS) do dicionário
- Variáveis não-básicas: lado direito (RHS) do dicionário



Solução viável inicial

- Solução óbvia / trivial → variáveis não-básicas nulas



$$\left. \begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} Z = 5x_1 + 5x_2 + 3x_3 \Rightarrow Z = 0 \\ x_4 = 3 - x_1 - 3x_2 - x_3 \Rightarrow x_4 = 3 \\ x_5 = 2 + x_1 - 3x_3 \Rightarrow x_5 = 2 \\ x_6 = 4 - 2x_1 + x_2 - 2x_3 \Rightarrow x_6 = 4 \\ x_7 = 2 - 2x_1 - 3x_2 + x_3 \Rightarrow x_7 = 2 \end{array} \right.$$

∴ Solução viável inicial: $(0, 0, 0, 3, 2, 4, 2) \rightarrow Z = 0$

aprimoramento iterativo ← a maximizar