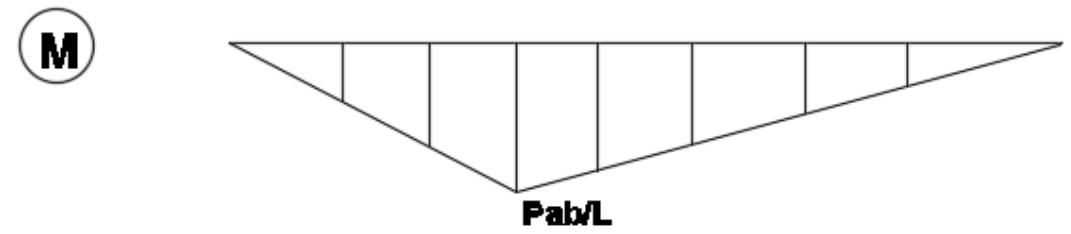
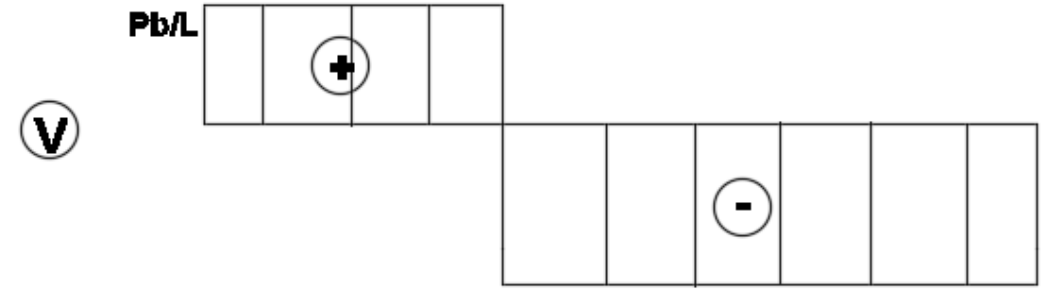
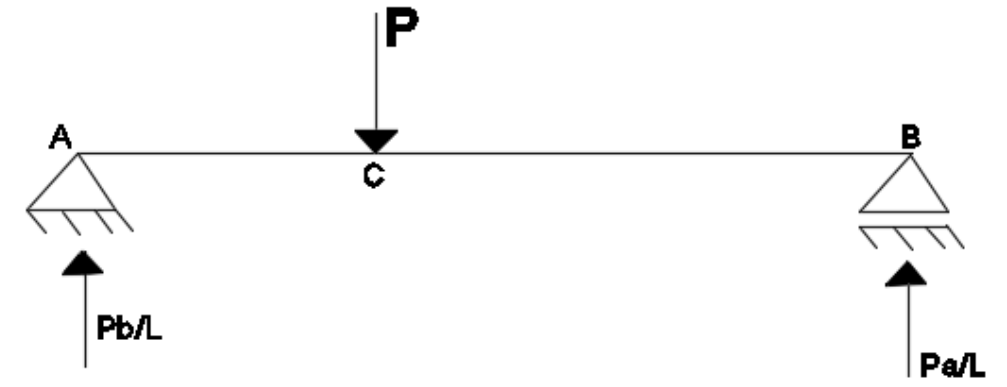
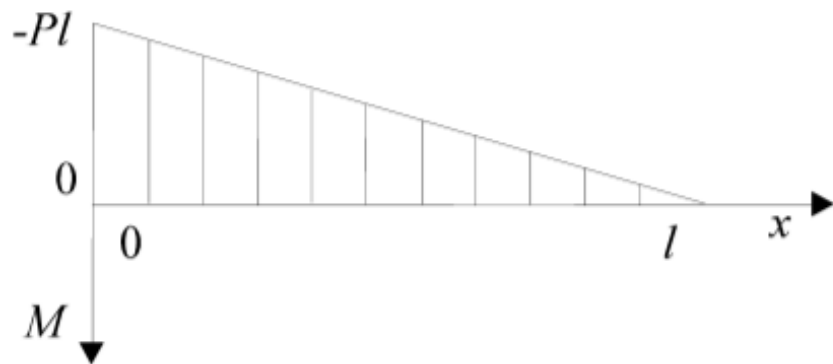
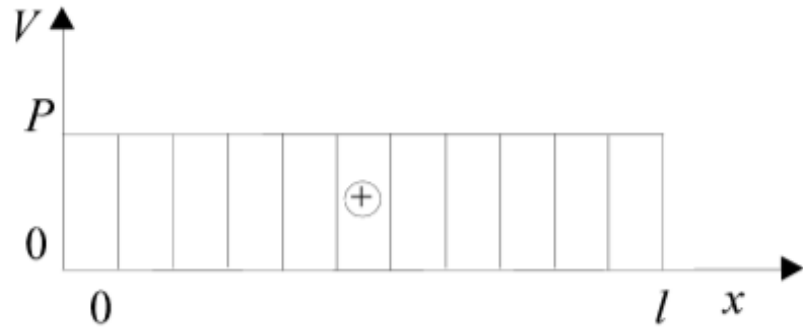
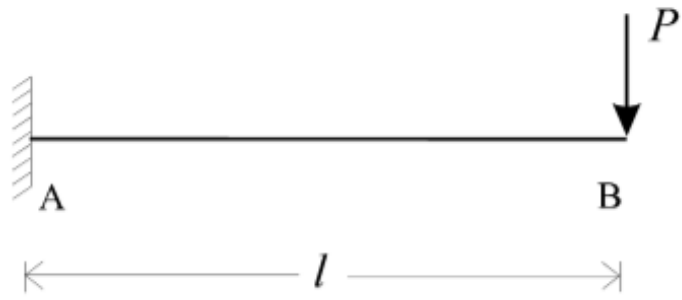




PEF 3200
Linhas de Influência
Capítulo 6 – apostila

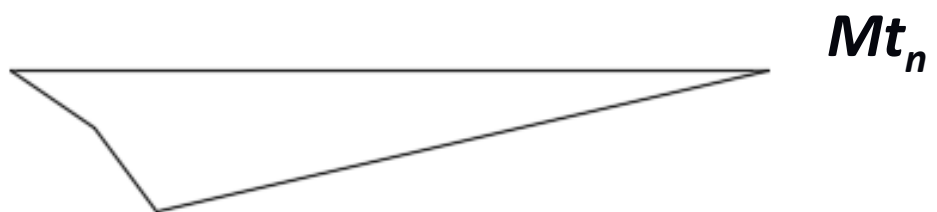
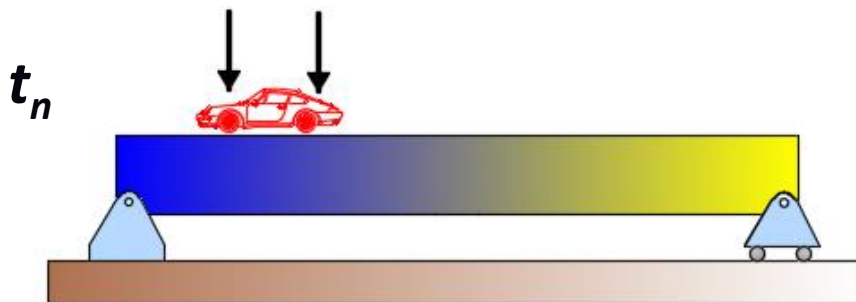
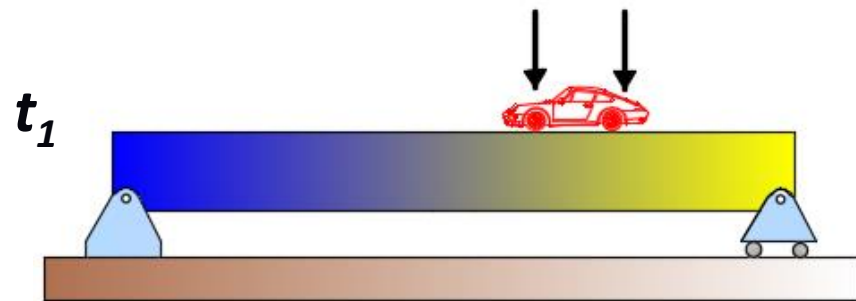
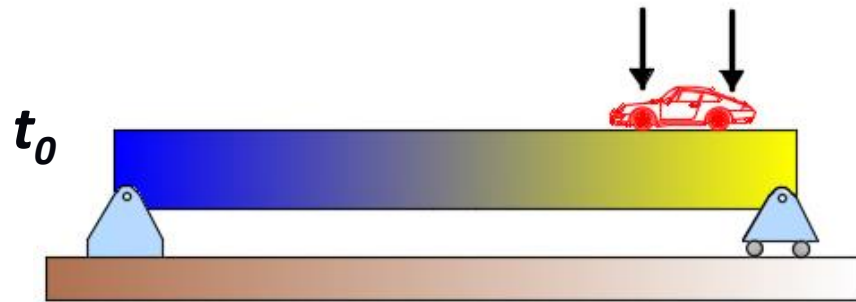
Valério S. Almeida
Maio/2023

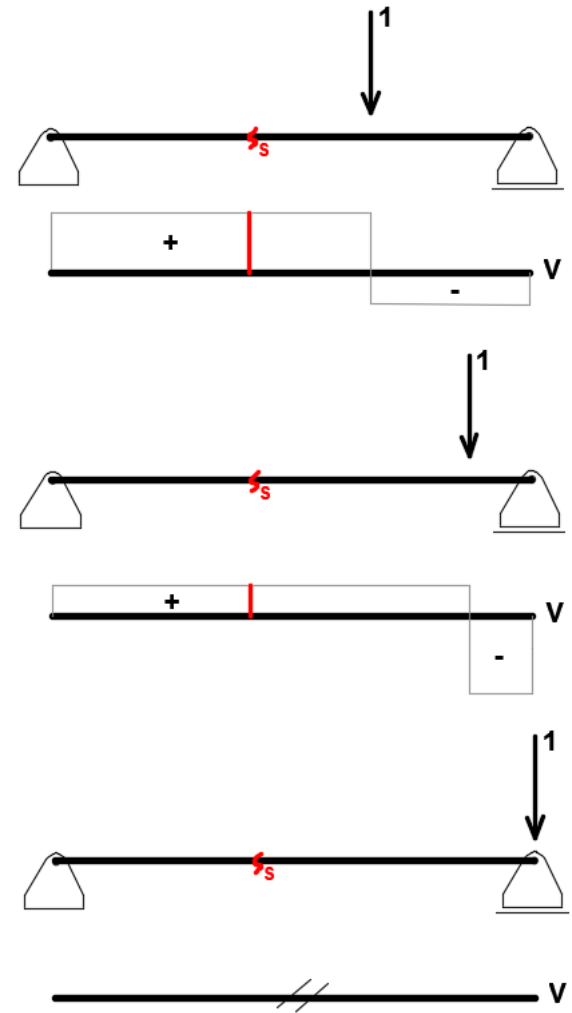
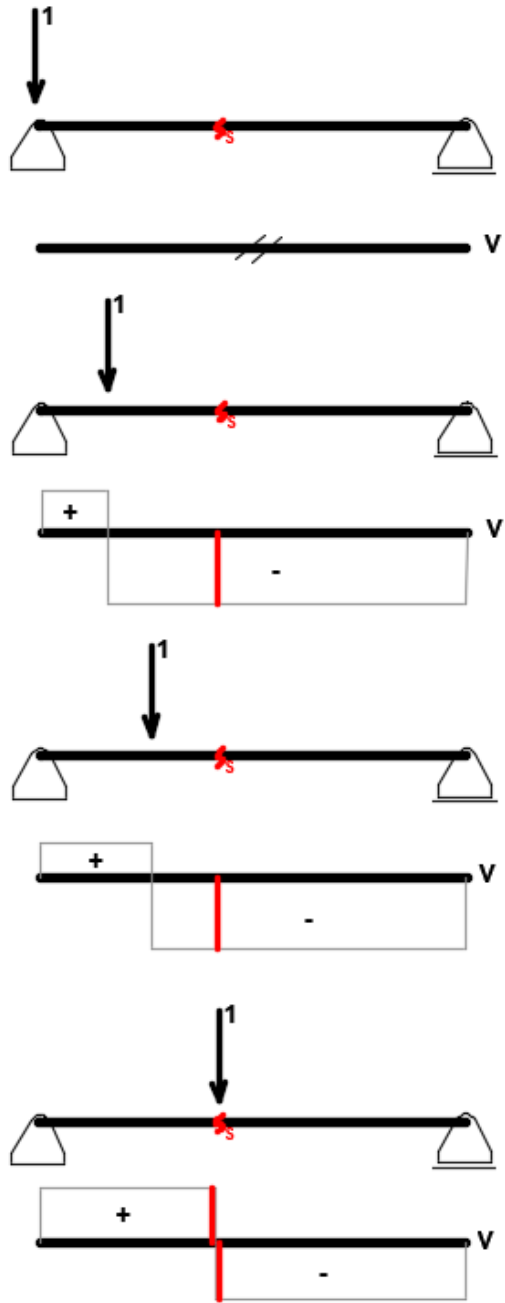
CARGAS IMÓVEIS

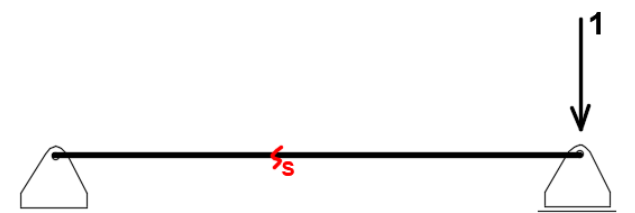
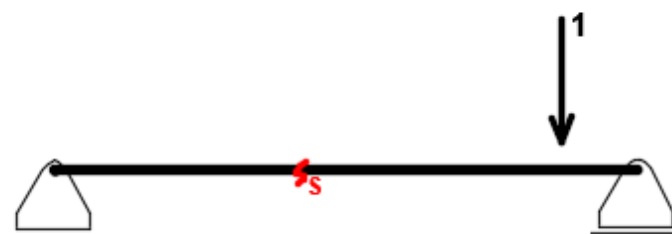
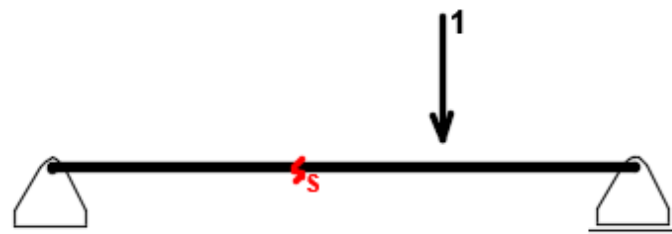
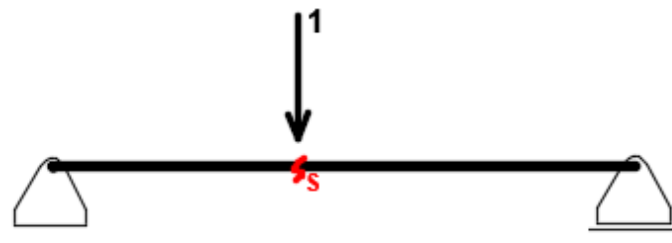
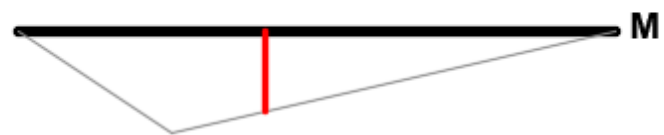
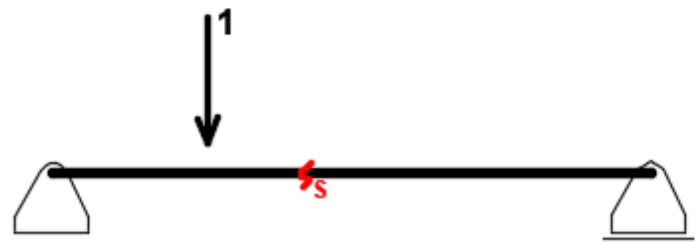
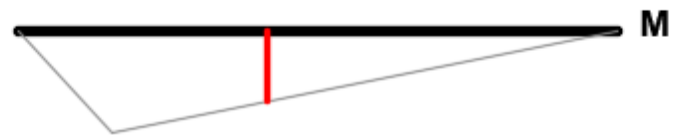
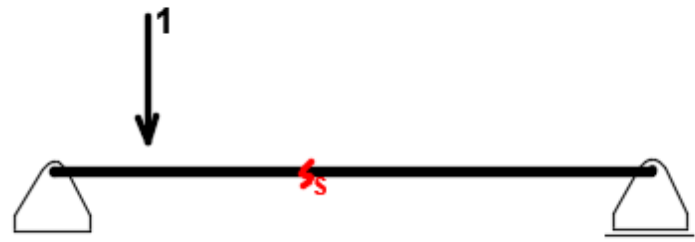
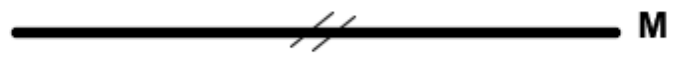
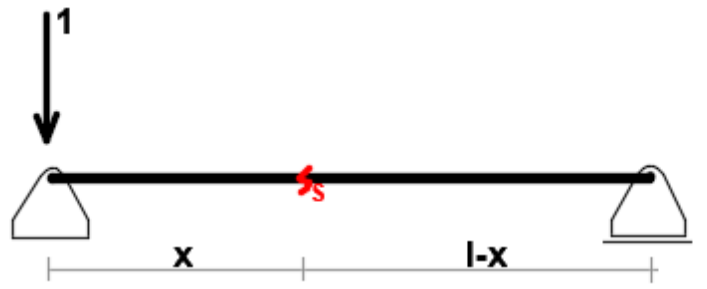


Veículo se move na ponte

Cada posição tem-se um diagrama de M







Norma ABNT – carga móvel



ABNT-Associação Brasileira de Normas Técnicas

Sede:
Rio de Janeiro
Av. Treze de Maio, 13 - 28º andar
CEP 20003 - Caixa Postal 1680
Rio de Janeiro - RJ
Tel.: FAPX (021) 210-3122
Telex: (021) 34353 ABNT-BR
Endereço Telegráfico: NORMATECNICA

Copyright © 1990, ABNT-Associação Brasileira de Normas Técnicas Printed in Brazil Impresso no Brasil Todos os direitos reservados

CDU: 624.9.042

DEZ./1982

NB-6

Carga móvel em ponte rodoviária e passarela de pedestre

Procedimento

Registrada no INMETRO como NBR 7188
NBR 3 - Norma Brasileira Registrada

Origem: Projeto NB-6/82
CB-02 - Comitê Brasileiro de Construção Civil
CE-02:003.09 - Comissão de Estudo de Cargas Móveis em Pontes Rodoviárias
NB-6 - Moving load in railway bridge and pedestrian by pass - Procedure

Palavras-chave: Ponte rodoviária; Passarela 4 páginas

SUMÁRIO

- 1 Objetivo
- 2 Definições
- 3 Trens-tipo
- 4 Disposições das cargas
- 5 Simplificações de cálculo
- 6 Características da classe da ponte

1 Objetivo

Esta Norma fixa as condições exigíveis de cargas móveis a serem consideradas no cálculo das pontes rodoviárias e das passarelas de pedestres.

2 Definições

Para os efeitos desta Norma são adotadas as definições de 2.1 a 2.3.

2.1 Ponte rodoviária

Toda e qualquer estrutura destinada a permitir a transposição de um obstáculo, natural ou artificial, por veículos rodoviários passíveis de trafegar na via terrestre de que esta ponte faz parte.

2.2 Passarela de pedestres

Toda e qualquer estrutura destinada a permitir a transposição, por pedestres, de um obstáculo natural ou artificial.

2.3 Carga móvel

Sistema de cargas representativo dos valores característicos dos carregamentos provenientes do tráfego a que a estrutura está sujeita em serviço.

Nota: A carga móvel em ponte rodoviária é também referida pelo termo trem-tipo.

3 Trens-tipo

3.1 Quanto às cargas móveis previstas nesta Norma, as estruturas de transposição classificam-se como segue:

3.1.1 Pontes

Divididas em três classes a seguir discriminadas:

- a) classe 45 - na qual a base do sistema é um veículo-tipo de 450kN de peso total;
- b) classe 30 - na qual a base do sistema é um veículo-tipo de 300kN de peso total;
- c) classe 12 - na qual a base do sistema é um veículo-tipo de 120kN de peso total.

Nota: A utilização das diferentes classes de pontes fica a critério dos órgãos com jurisdição sobre as pontes.

3.1.2 Passarelas de pedestres

Classe única, na qual a carga móvel é uma carga uniformemente

distribuída de intensidade $p = 5 \text{ kN/m}^2$ (500 kgf/m^2), não majorada pelo coeficiente de impacto.

3.1.3 Fixação da carga móvel

Para qualquer estrutura de transposição definida por esta Norma, cuja geometria, finalidade e carregamento não se encontrem aqui previstos, a carga móvel é fixada em instrução especial redigida pelo órgão com jurisdição sobre a referida obra. Em particular, as pontes que sejam utilizadas com certa frequência por veículos especiais transportando cargas de peso excepcional devem ser verificadas para trens-tipo também especiais. A fixação dos parâmetros destes trens-tipo e das condições de travessia é atribuição do órgão que tenha jurisdição sobre as referidas pontes.

3.2 Os trens-tipo compõem-se de um veículo e de cargas uniformemente distribuídas, de acordo com a Tabela 1 e a Figura 1, e dispostos como adiante se prescreve.

3.3 Os veículos são de três tipos, com as características da Tabela 2 e da Figura 2.

3.4 A área ocupada pelo veículo é supostamente retangular, com 3,0 m de largura e 6,0 m de comprimento.

3.5 As cargas uniformemente distribuídas são de intensidades p e p' , conforme a Tabela 1 e a Figura 1.

Tabela 1 - Cargas dos veículos

Classe da ponte	Veículo			Carga uniformemente distribuída				Disposição da carga
	Tipo	Peso total		p		p'		
		kN	t _f	kN/m ²	kgf/m ²	kN/m ²	kgf/m ²	
45	45	450	45	5	500	3	300	Carga p em toda a pista
30	30	300	30	5	500	3	300	Carga p' nos passeios
12	12	120	12	4	400	3	300	

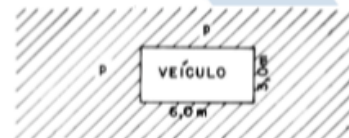


Figura 1

Tabela 2 - Características dos veículos

	Unidade	Tipo 45	Tipo 30	Tipo 12
Quantidade de eixos	Eixo	3	3	2
Peso total de veículo	kN-t _f	450-45	300-30	120-12
Peso de cada roda dianteira	kN-t _f	75-7,5	50-5	20-2
Peso de cada roda traseira	kN-t _f	75-7,5	50-5	40-4
Peso de cada roda intermediária	kN-t _f	75-7,5	50-5	-
Largura de contato b_1 de cada roda dianteira	m	0,50	0,40	0,20
Largura de contato b_3 de cada roda traseira	m	0,50	0,40	0,30
Largura de contato b_2 de cada roda intermediária	m	0,50	0,40	-
Comprimento de contato de cada roda	m	0,20	0,20	0,20
Área de contato de cada roda	m ²	0,20xb	0,20xb	0,20xb
Distância entre os eixos	m	1,50	1,50	3,00
Distância entre os centros de roda de cada eixo	m	2,00	2,00	2,00

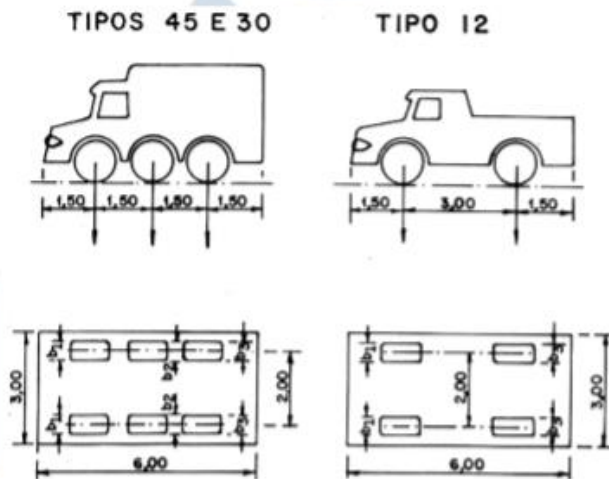


Figura 2

Unid.:mm



ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

Sede:
Rio de Janeiro
Av. Treza de Melo, 13 2ª andar
CEP 20003-900 – Caixa Postal 1000
Rio de Janeiro – RJ
Tel.: PARÁ (21) 210-3122
Fax: (21) 220-1782/220-6438
Endereço eletrônico:
www.abnt.org.br

Copyright © 1985,
ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas
Printed in Brazil
Impresso no Brasil
Todos os direitos reservados

DEZ 1985

NBR 7189

Cargas móveis para projeto estrutural de obras ferroviárias

Procedimento

Origem: Projeto NB-7/1983
ABNT/CB-02 - Comitê Brasileiro de Construção Civil
CE-02:003.08 - Comissão de Estudo de Cargas Móveis em Pontes Ferroviárias
NBR 7189 - Moving loads for structural engineering for railway construction - Procedure
Reimpressão da NB-7, de Julho de 1983

Palavras-chave: Carga móvel. Obra ferroviária

2 páginas

1 Objetivo

Esta Norma fixa as condições exigíveis na definição dos trens-tipo brasileiros ferroviários (TB) que representam a carga móvel vertical a ser considerada nos projetos estruturais de obras novas, bem como na verificação e no reforço de obras existentes.

2 Condições específicas

2.1 Trem-tipo

Em qualquer caso, o trem-tipo a ser adotado nos projetos deve ser um dos definidos em 2.2, ressalvado o disposto nos Capítulos 3 e 4, sempre especificado pela entidade responsável pela via.

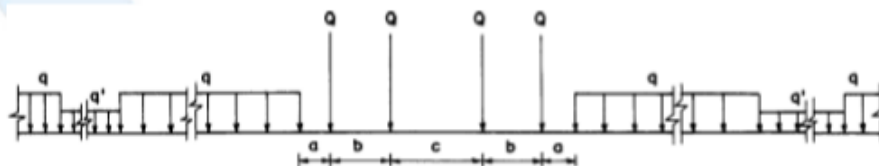
2.2 Classes, características geométricas e cargas dos trens-tipo

2.2.1 Classes dos trens-tipo

De acordo com o carregamento a que a via estiver sujeita, o TB deve ser um dos seguintes abaixo relacionados:

- TB-360: para ferrovias sujeitas a transporte de minério de ferro ou outros carregamentos equivalentes;
- TB-270: para ferrovias sujeitas a transporte de carga geral;
- TB-240: para ser adotado somente na verificação de estabilidade e projeto de reforço de obras existentes;
- TB-170: para vias sujeitas exclusivamente ao transporte de passageiros em regiões metropolitanas ou suburbanas.

2.2.2 Características geométricas e cargas dos trens-tipo



Onde:

Q = carga por eixo

Q e q' = cargas distribuídas na via, simulando, respectivamente, vagões carregados e descarregados (ver Tabela 1).

Tabela 1 - Cargas dos trens-tipo

TB	Q (kN)	Q (kN/m)	q' (kN/m)	a (m)	b (m)	c (m)
360	360	120	20	1,00	2,00	2,00
270	270	90	15	1,00	2,00	2,00
240	240	80	15	1,00	2,00	2,00
170	170	25	15	11,00	2,50	5,00

2.3 Obras com três ou mais vias

Nestes casos, a consideração da simultaneidade do carregamento nas vias para o projeto estrutural é feita a partir da mais desfavorável entre as seguintes situações:

- duas vias carregadas com o TB em sua posição mais crítica e as demais vias descarregadas;
- todas as vias carregadas com o TB em sua posição mais crítica, com suas cargas afetadas de um fator de redução dado pela Tabela 2.

Tabela 2 - Fator de redução

n	ρ
3	0,73
4	0,66
5	0,59

Onde:

ρ = fator de redução

n = número de vias, nunca tomado maior que 5

3 Obras existentes

3.1 Verificação da estabilidade

Na verificação da estabilidade de obras existentes, quando justificada, a entidade responsável pela via pode optar pela utilização de seu trem-padrão operacional como base para determinação das solicitações na estrutura.

3.2 Reforço

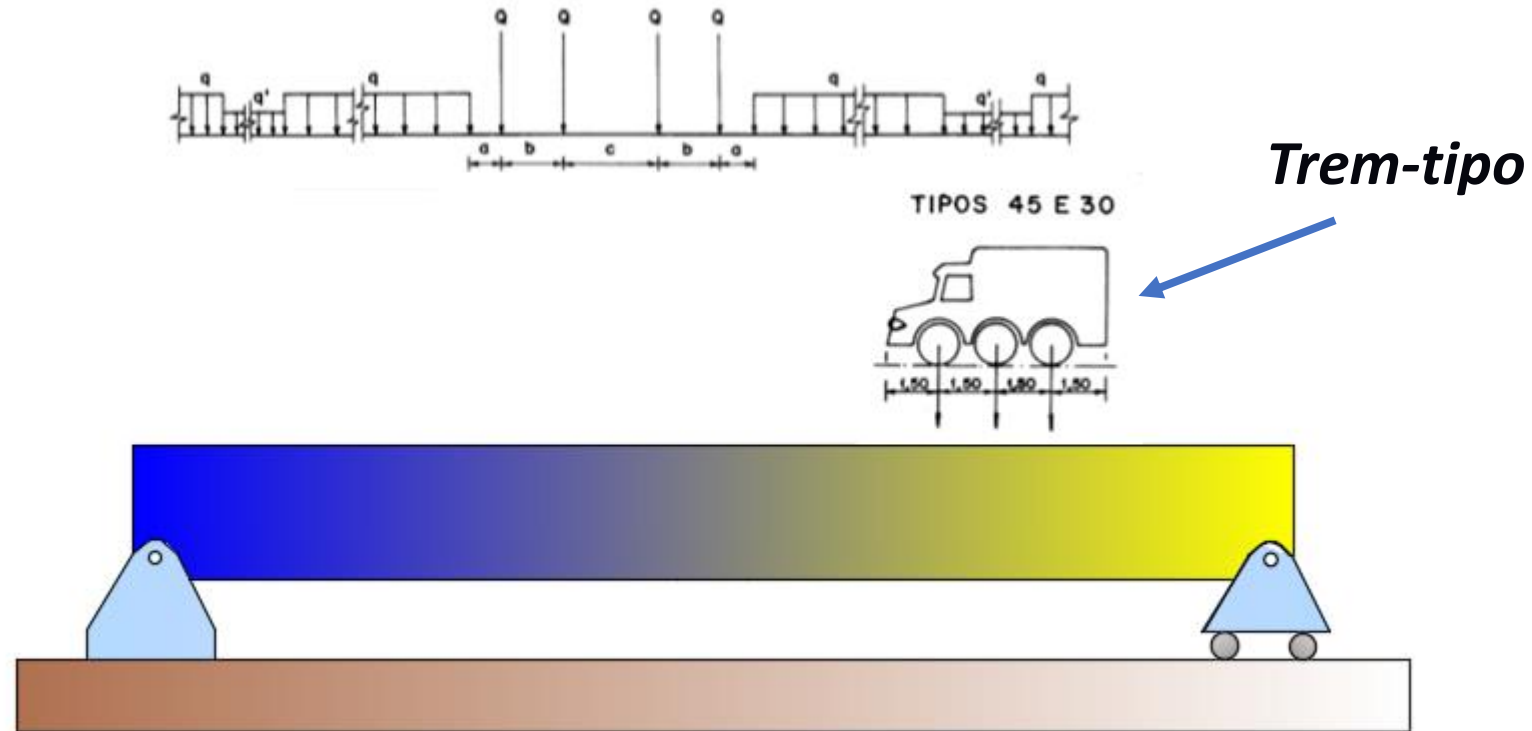
No projeto de reforço de obras existentes, ainda que oriundo de verificação da estabilidade efetuada conforme 3.1, deve ser considerado no mínimo um dos trens-tipo definidos em 2.2.

4 Casos especiais

4.1 No caso de obra situada em ramal, pátio ou terminal privados, o trem-tipo a ser adotado no projeto estrutural pode ser diferente dos especificados nesta Norma, a critério de seus proprietários, mas nunca inferior ao trem-tipo da via de acesso correspondente.

4.2 No caso de obra situada dentro de área de processo industrial, o trem-tipo a ser adotado deve ser especificado pelos proprietários das indústrias.

Norma indica: posicionar carga de referencia sobre a ponte com cargas distribuídas de projeto

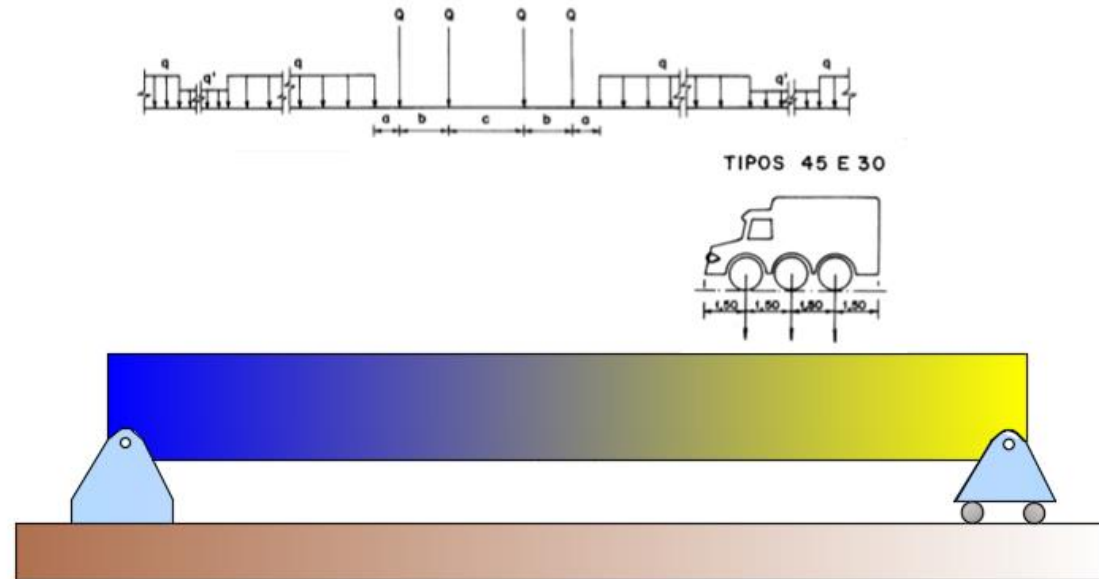


“2.3 Carga móvel

Sistema de cargas representativo dos valores característicos dos carregamentos provenientes do tráfego a que a estrutura está sujeita em serviço.

Nota: A carga móvel em ponte rodoviária é também referida pelo termo **trem-tipo**.”

Norma indica: posicionar carga de referencia sobre a ponte com cargas distribuídas de projeto



Qual posição do trem-tipo que leva aos maiores momento/reação/cortante?

Qual seção isso ocorre?



Estudo das Linhas de Influência

Definição de Linha de Influência (LI)

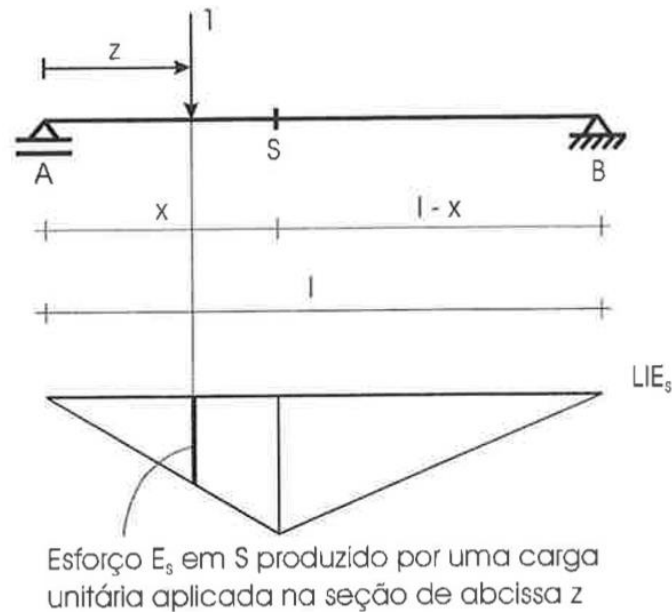


Figura 6.7

1. Fixar uma seção genérica S

2. Força unitária vertical de cima para baixo caminhando em toda a estrutura

3. Obtêm esforços/reação em S

Definição 6.1

Linha de influência do esforço E_s na seção fixa S é o diagrama que fornece o valor de E_s produzido por uma carga unitária móvel adimensional que percorre toda a extensão da viga (Figura 6.7).

Obtenção da LI – viga biapoiada

Serão determinadas:

1. A linha de influência da reação vertical do apoio da esquerda;
2. A linha de influência da reação vertical do apoio da direita;
3. A linha de influência da força cortante em uma seção fixa S ;
4. A linha de influência do momento fletor na mesma seção fixa S .

Considere-se a viga simplesmente apoiada da Figura 6.8, sobre a qual se desloca uma força unitária móvel adimensional, de A até B. No instante mostrado na Figura 6.8, esta força encontra-se em uma posição genérica, caracterizada pela abcissa z .

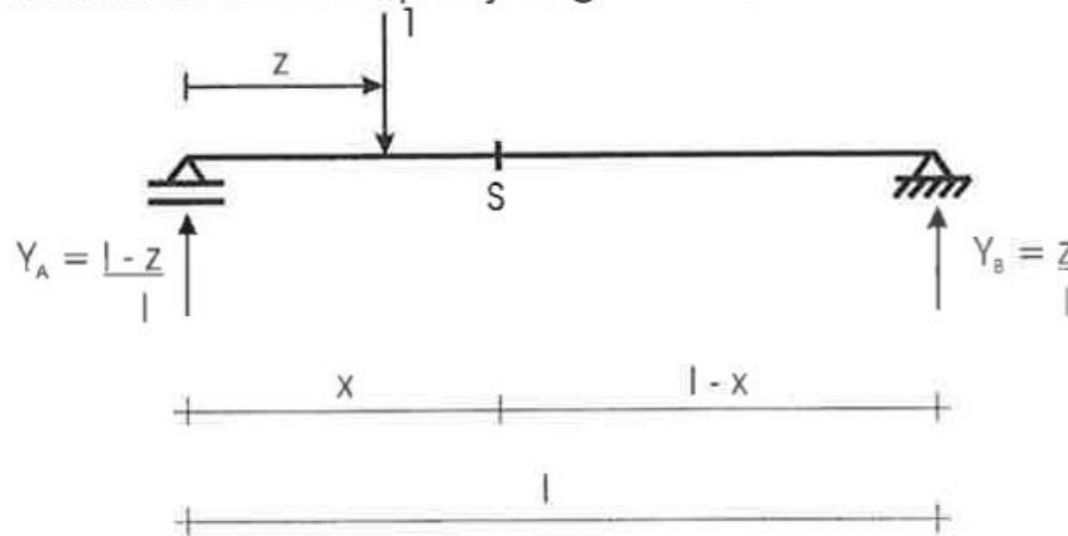
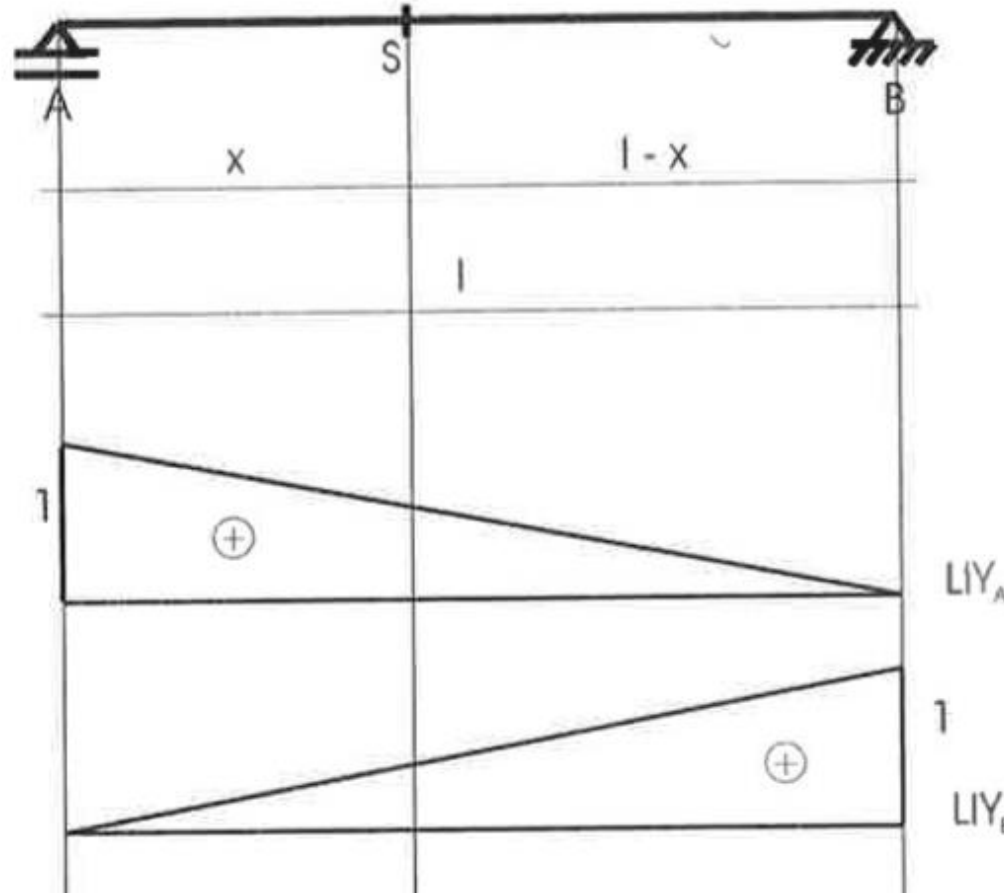
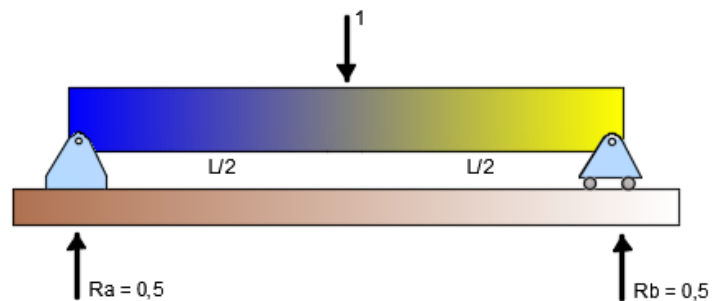
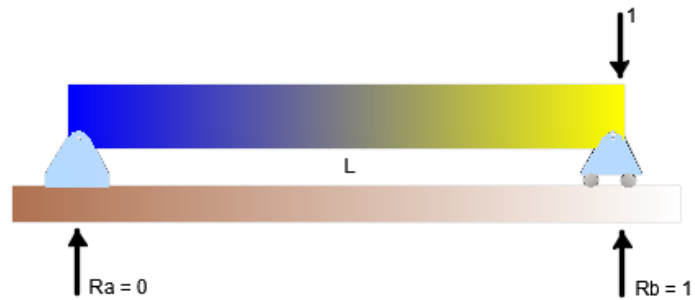
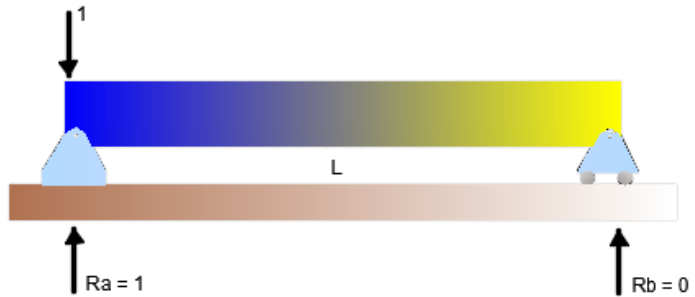


Figura 6.8

Obtenção da LI – viga biapoçada

LI das reações da viga:



e

As linhas de influências das reações verticais em A

$$LIY_A = \frac{l-z}{l}$$

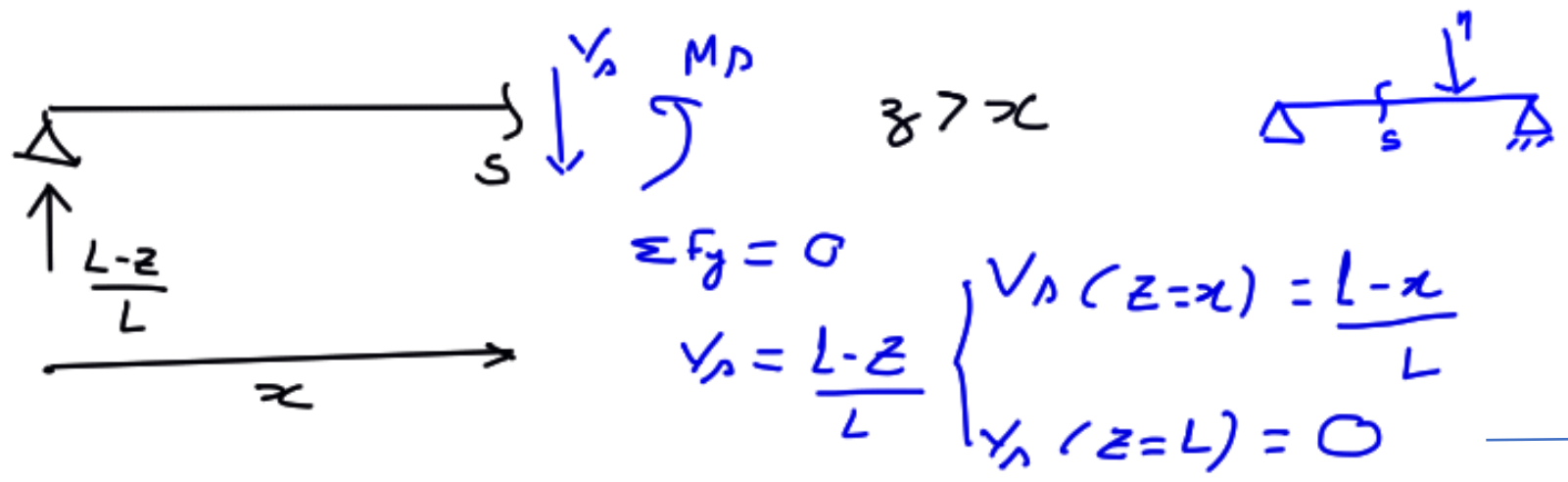
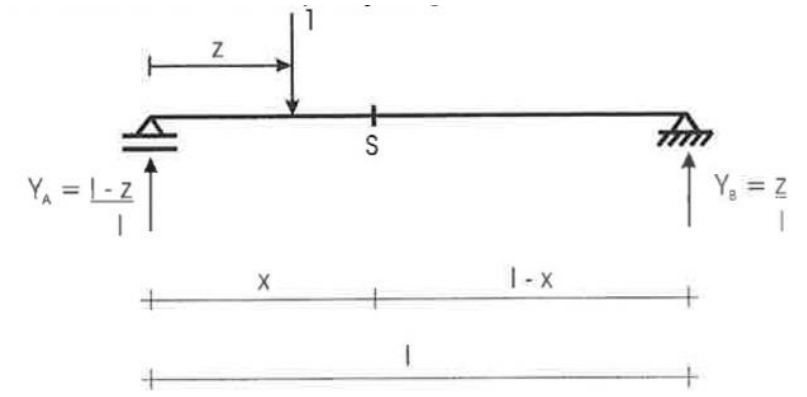
$$LIY_B = \frac{z}{l}$$

$$Y_A = \frac{l-z}{l}$$

$$Y_B = \frac{z}{l}$$

Obtenção da LI – viga biapoçada

LI do cortante e momento:



$$\sum F_y = 0$$

$$V_D = \frac{L-z}{L}$$

$$\begin{cases} V_D(z=x) = \frac{L-x}{L} \\ V_D(z=L) = 0 \end{cases}$$

$$LIV_S = \frac{l-z}{l}, \quad x < z \leq l$$

$$\sum M_D = 0$$

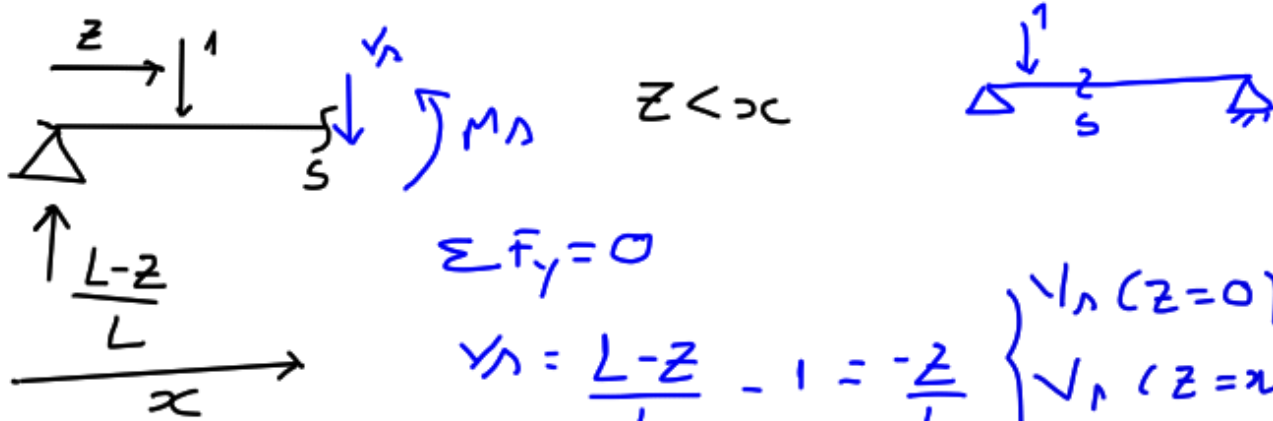
$$M_D = \left(\frac{L-z}{L}\right)x$$

$$\begin{cases} M_D(z=x) = \left(\frac{L-x}{L}\right)x \\ M_D(z=L) = 0 \end{cases}$$

$$LIM_S = \frac{(l-z)x}{l}, \quad x \leq z \leq l$$

Obtenção da LI – viga biapoada

LI do cortante e momento:



$$\sum \bar{F}_y = 0$$

$$V_s = \frac{L-z}{L} - 1 = -\frac{z}{L}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_s(z=0) = 0 \\ V_s(z=x) = -\frac{x}{L} \end{array} \right.$$

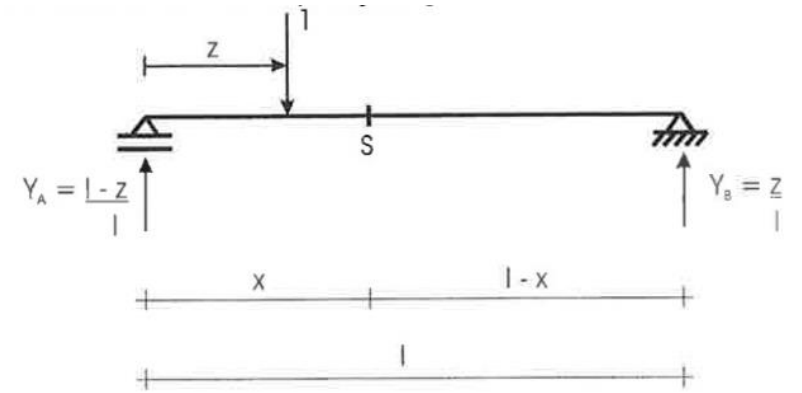
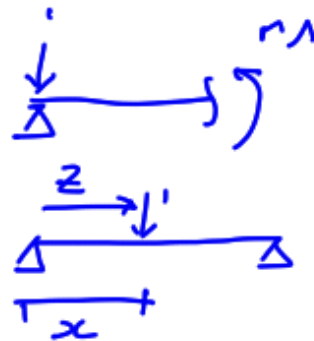
$$\sum M_s = 0:$$

$$M_s + 1(x-z) = \frac{L-z}{L} \cdot x$$

$$M_s = (L-z)\frac{x}{L} - (x-z)$$

$$M_s(z=0) = 0$$

$$M_s(z=x) = (l-x)\frac{x}{L}$$

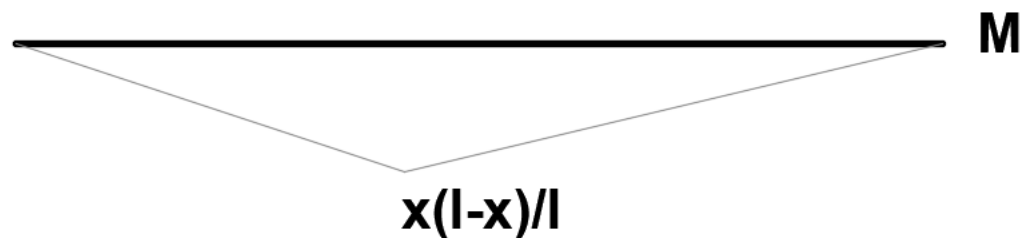
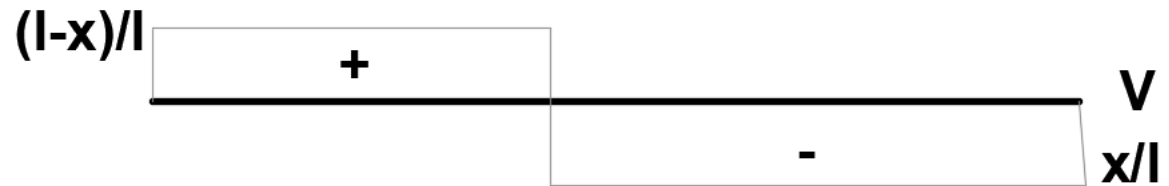
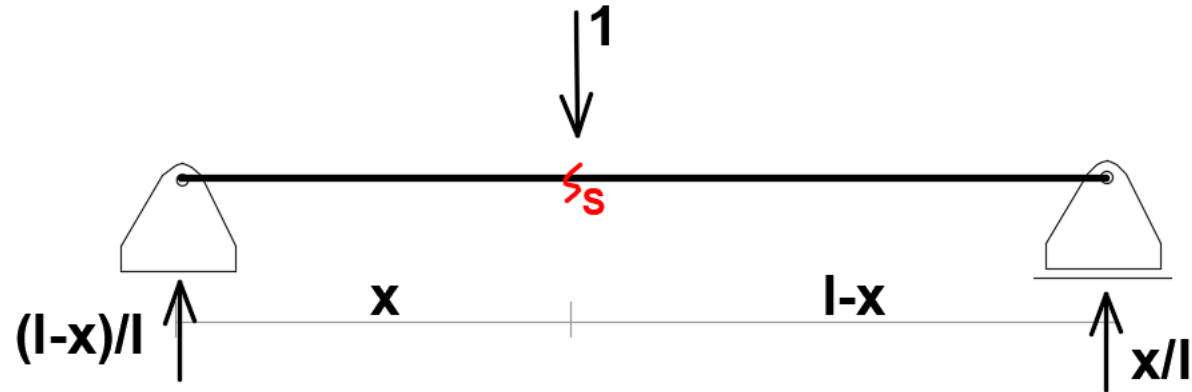


$$LIV_s = -\frac{z}{l}, \quad 0 \leq z < x$$

$$LIM_s = \frac{z(l-x)}{l}, \quad 0 \leq z \leq x$$

Diagramas...

Se $z = x$



Se $z = x_+$

$$LIV_s = -\frac{z}{l}, \quad 0 \leq z < x$$

$$LIM_s = \frac{z(l-x)}{l}, \quad 0 \leq z \leq x$$

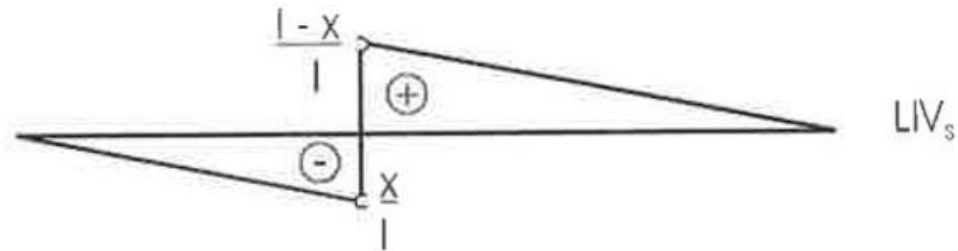
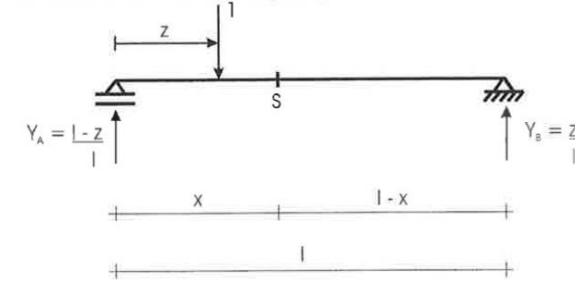
Se $z = x_-$

$$LIV_s = \frac{l-z}{l}, \quad x < z \leq l$$

$$LIM_s = \frac{(l-z)x}{l}, \quad x \leq z \leq l$$

Obtenção da LI – viga biapoada

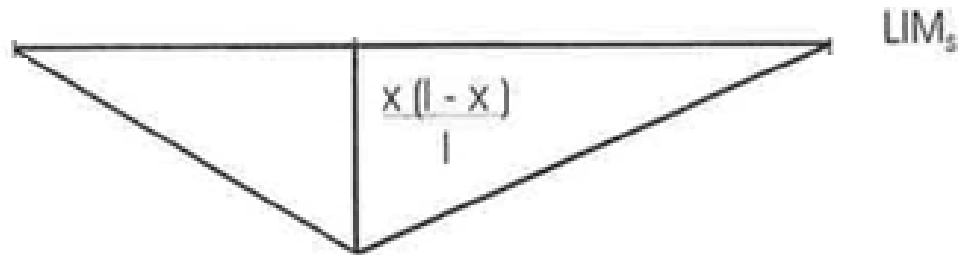
LI do cortante e momento:



LIV_s

$$LIV_s = -\frac{z}{l}, \quad 0 \leq z < x$$

$$LIV_s = \frac{l-z}{l}, \quad x < z \leq l$$



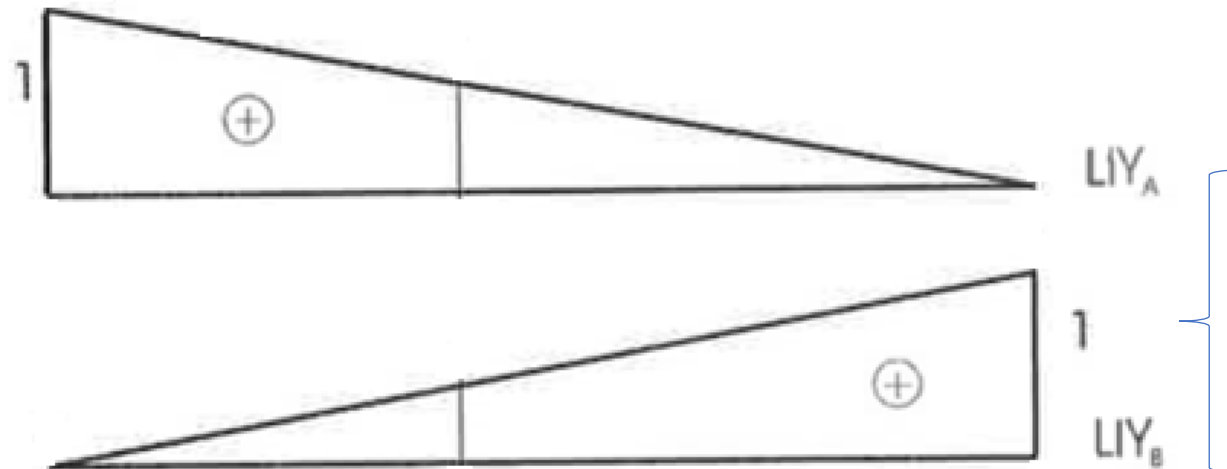
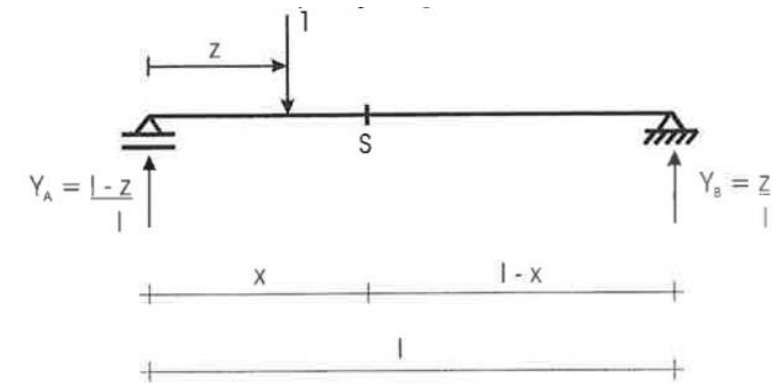
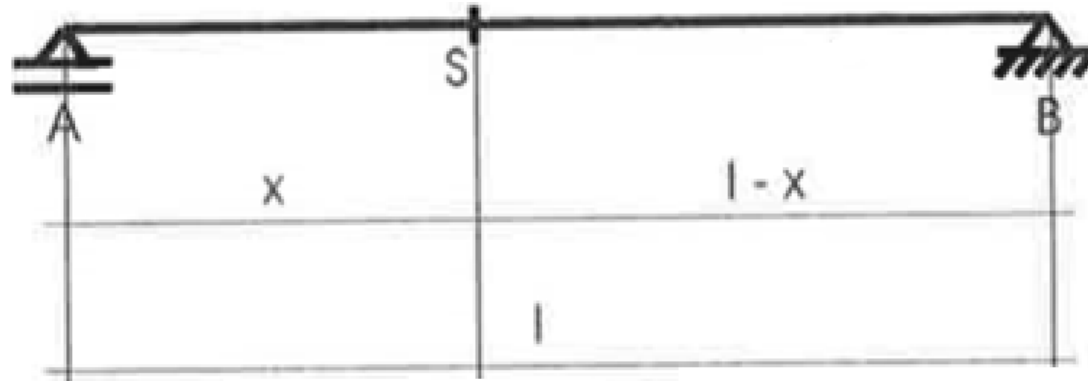
LIM_s

$$LIM_s = \frac{z(l-x)}{l}, \quad 0 \leq z \leq x$$

$$LIM_s = \frac{(l-z)x}{l}, \quad x \leq z \leq l$$

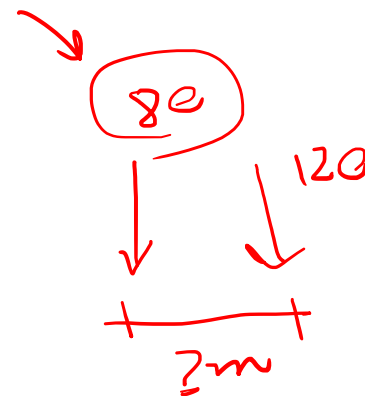
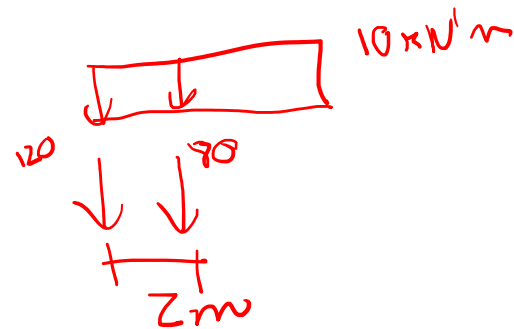
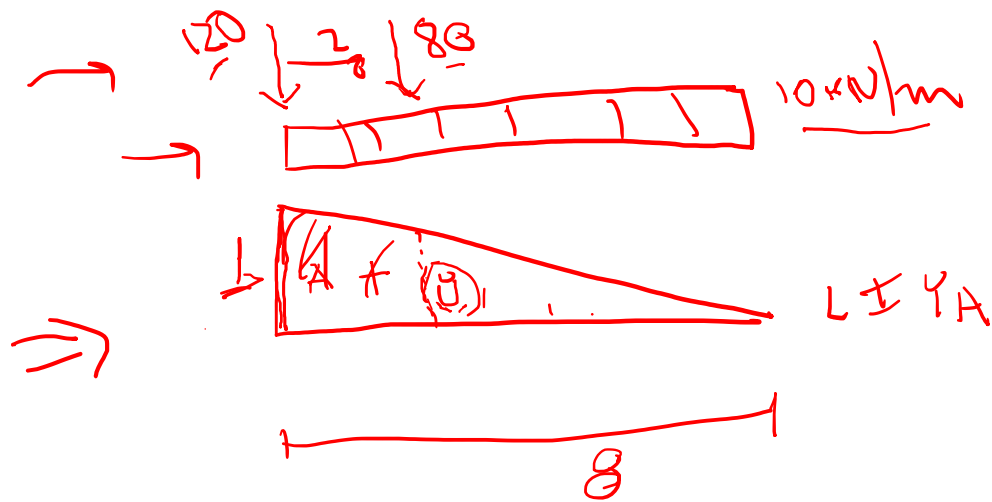
LI não é diagramas de esforços!!

LI – viga biapoiada - reações

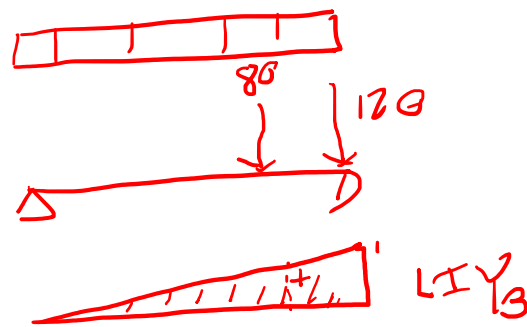
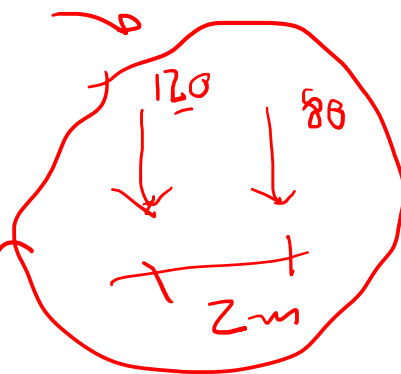


Convenção sinal da reação:

$$\uparrow > 0$$



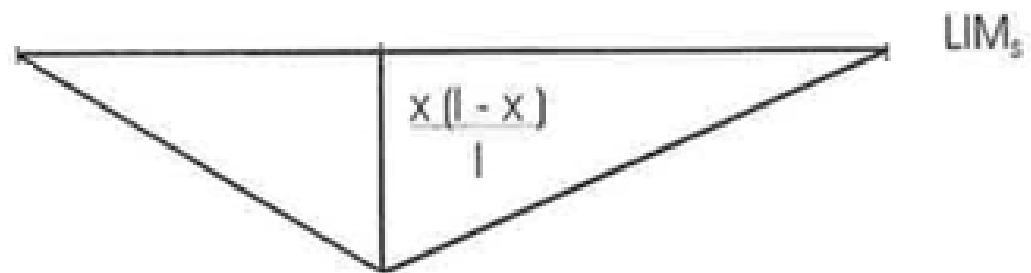
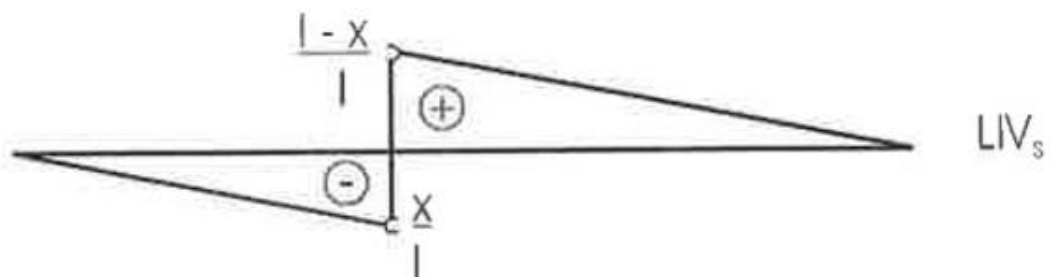
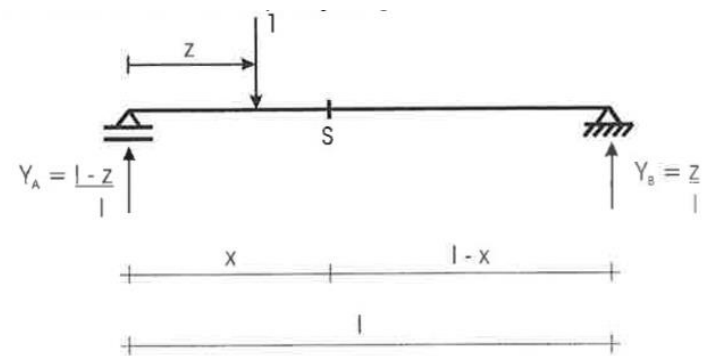
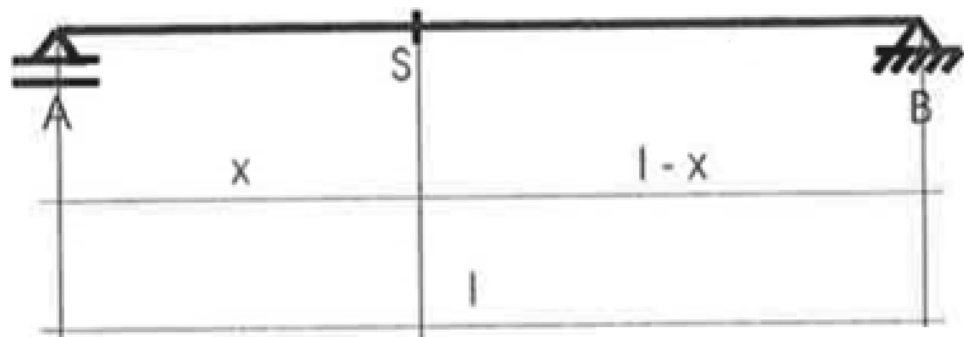
$$\max Y_A = 120 \cdot 1 + 80 \cdot 0,75 + A \cdot 10 \text{ kN/m} + 1,8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot 10 =$$



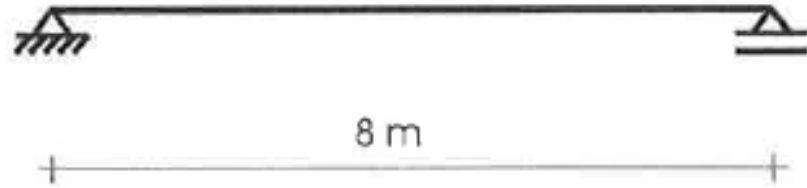
$$\frac{1}{8} = \frac{y}{\phi}$$

$$y = 0,75 = \frac{\phi}{4}$$

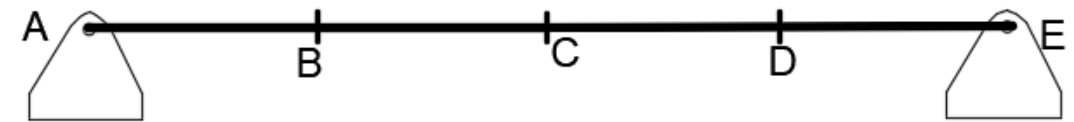
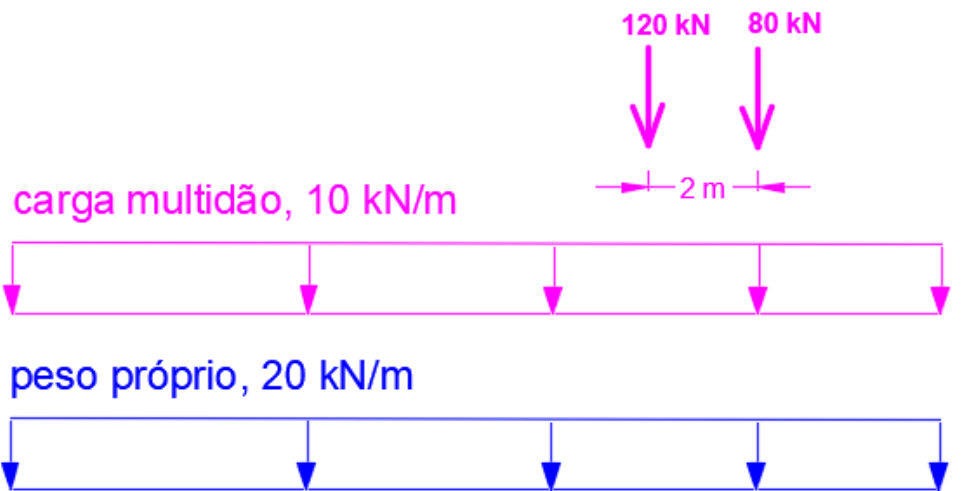
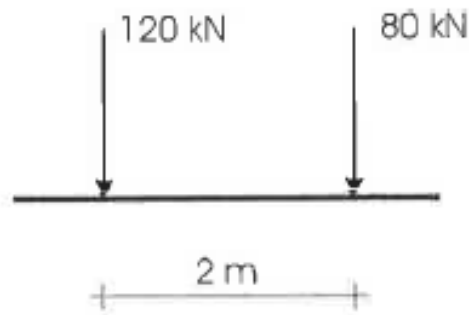
LI – viga biapoiada – V e M



Exercício da apostila – pgs. 19 a 37



- Peso próprio: $g = 20 \text{ kN/m}$
- Carga de multidão: $p = 10 \text{ kN/m}$
- veículo-tipo:



Determinar:

- Reações de apoios extremos
- Esforços solicitantes extremos em seções transversais em quartos de vão

Passos:

1) Obtenha a LI de:

- reações R_a e R_b
- V e M nas seções seccionadas

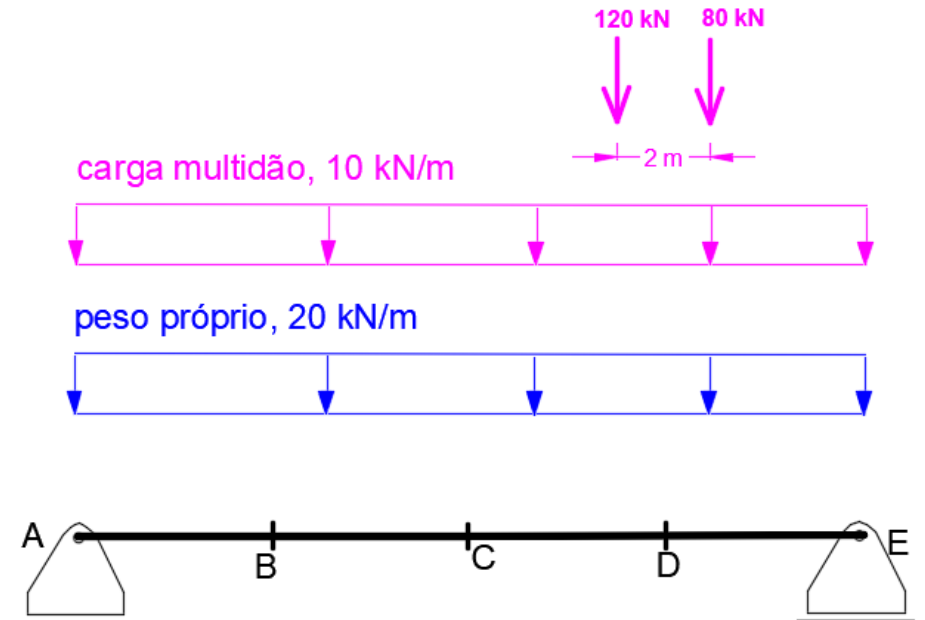
2) Obtenha máximos e mínimos de cada efeito

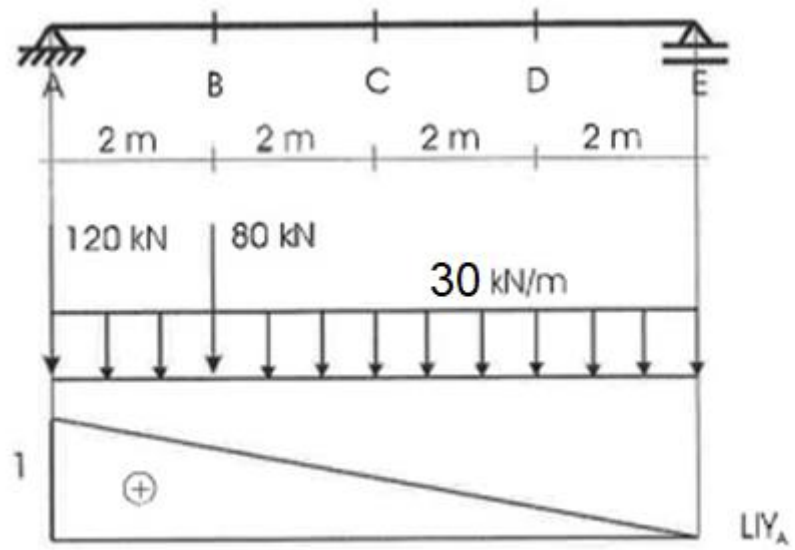
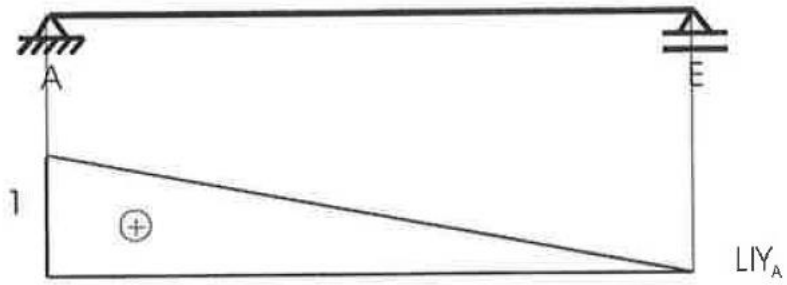
Máximo: maior valor positivo do efeito

Mínimo: menor valor negativo do efeito

Peso próprio não pode ser removido da estrutura

Carga de multidão e veículo-tipo pode ser inserido/removido para maximizar/minimizar efeito





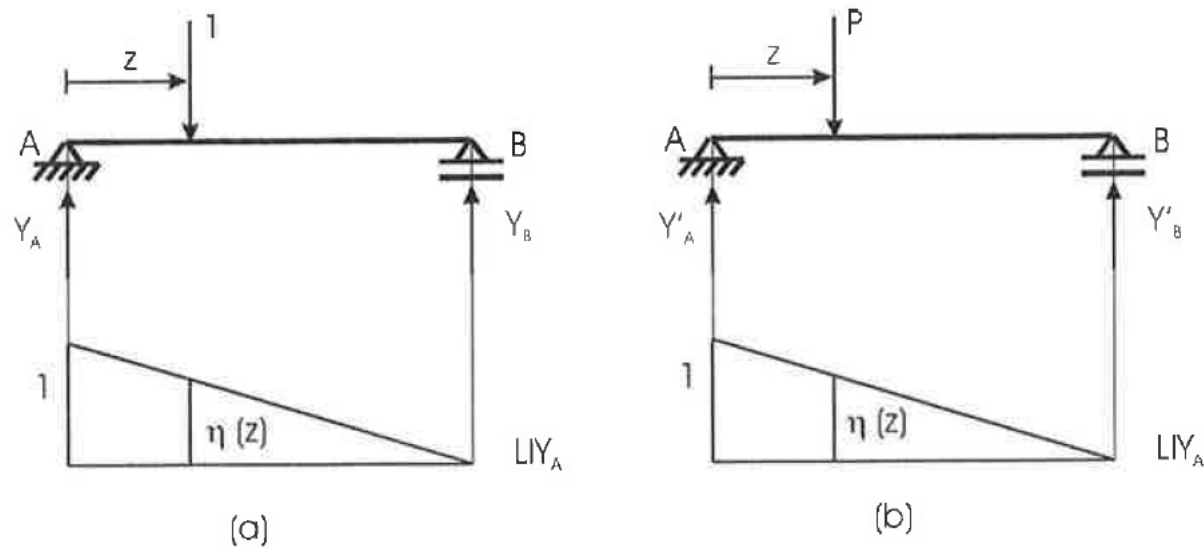


Figura 6.24

Como o modelo matemático que está sendo empregado para analisar esta viga é linear, tem-se a seguinte relação entre as reações das duas vigas da Fig. 6.24:

$$\frac{Y'_A}{Y_A} = \frac{P}{1} \quad (6.12)$$

logo

$$Y'_A = \frac{P \cdot Y_A}{1} = \frac{P \cdot \eta(z)}{1}, \quad (6.13)$$

$$Y'_A = P \cdot \eta(z).$$

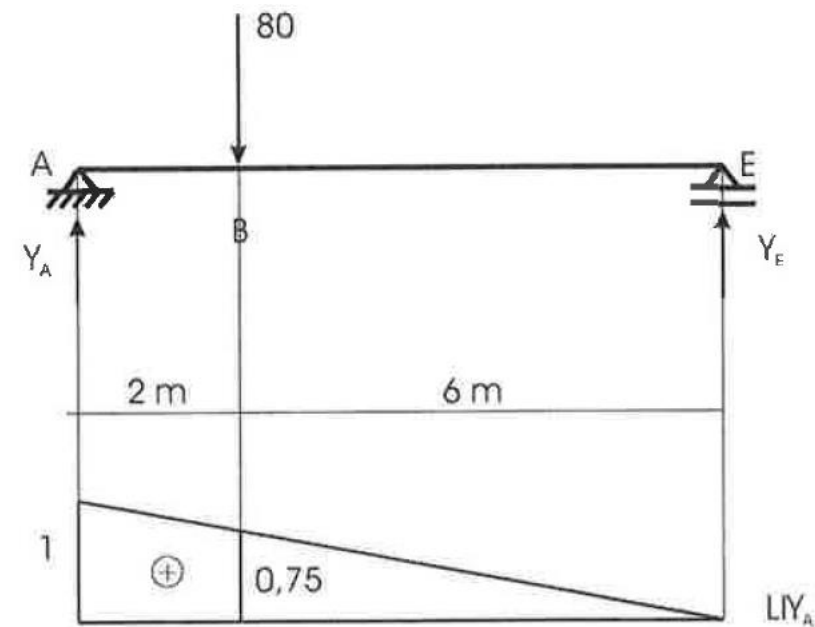


Figura 6.25

$$Y_A = 80 \text{ kN} \cdot \eta(z) = 80 \text{ kN} \cdot 0,75 = 60 \text{ kN}. \quad (6.15)$$

b) Obtenção dos esforços produzidos por cargas uniformemente distribuídas

Na Fig. 6.26 mostra-se uma viga simplesmente apoiada parcialmente submetida a uma carga uniformemente distribuída. Deseja-se determinar a reação em A produzida por esta carga.

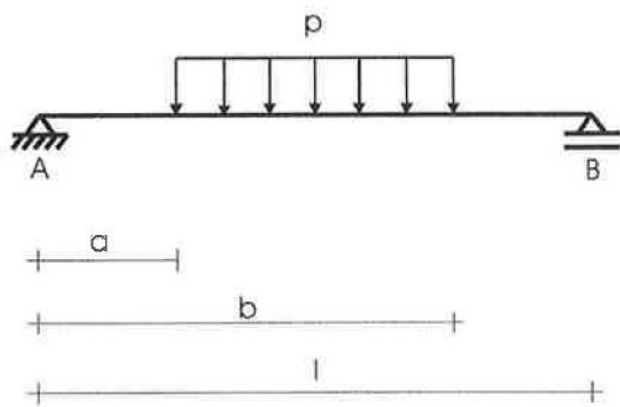


Figura 6.26

A reação em A produzida pela força elementar $p(z) dz$ mostrada na Fig. 6.27 é

$$dY_A = p(z) dz \eta(z) \quad (6.16)$$

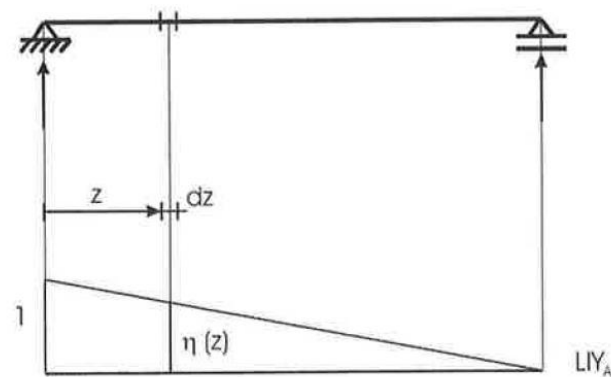
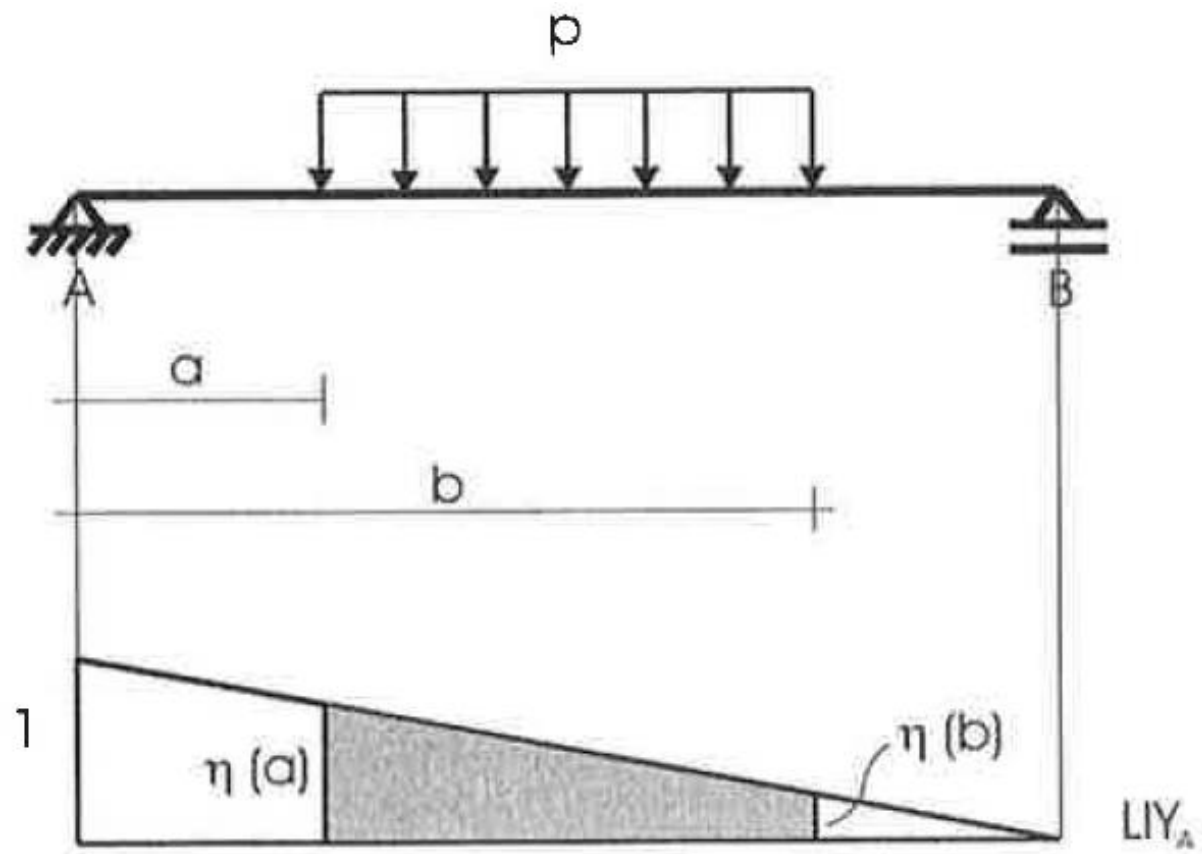


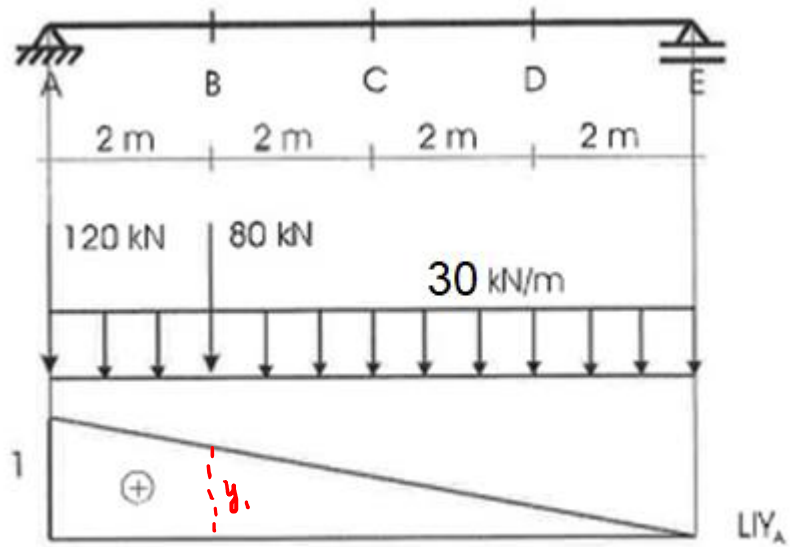
Figura 6.27

A reação procurada é então

$$Y_A = \int_a^b p(z) \eta(z) dz = p \int_a^b \eta(z) dz = p A, \quad (6.17)$$

sendo $p(z) = p$ o carregamento uniformemente distribuído da viga e $A = \int_a^b \eta(z) dz$



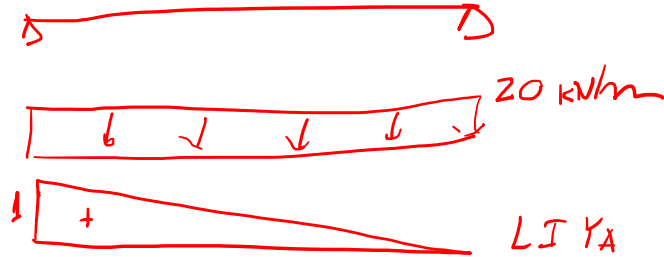


$$Y_A^{\text{máx}} = 120 \cdot 1 + 80 \cdot y_1 + 30 \cdot \left[1 \cdot \frac{8}{2} \right] = 300 \text{ kN}$$

$$\frac{1}{8} = \frac{y_1}{6}$$

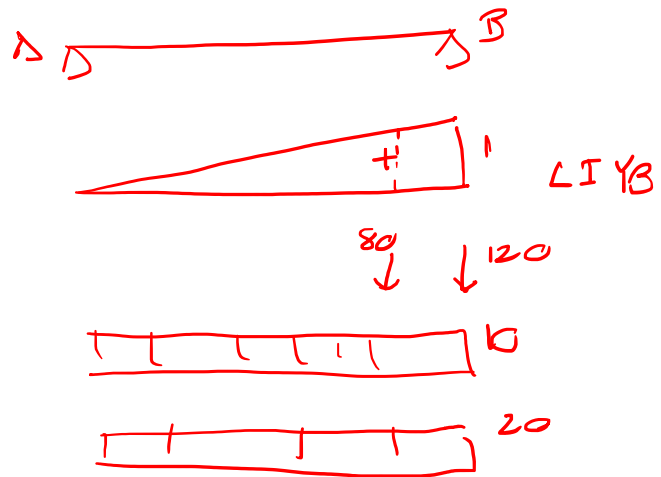
$$y_1 = 0,75$$

mínimo: manter apenas peso próprio

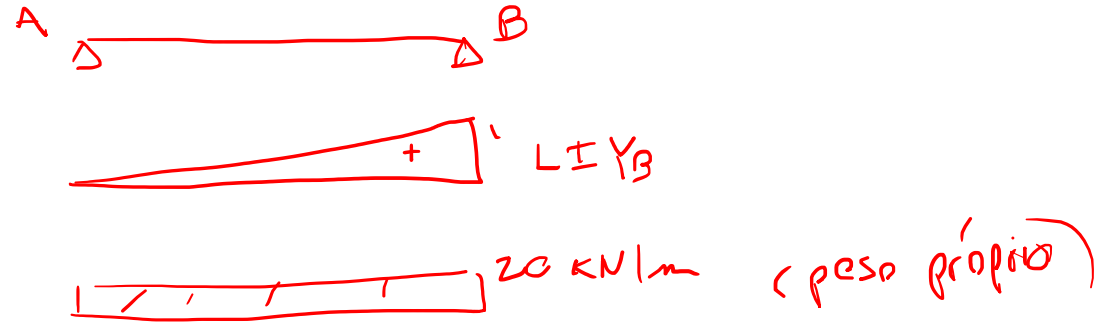


$$Y^{\text{mín}} = \frac{1 \cdot 8}{2} \cdot 20 = 80 \text{ kN}$$

EXTREMOS DA REACAO EM B

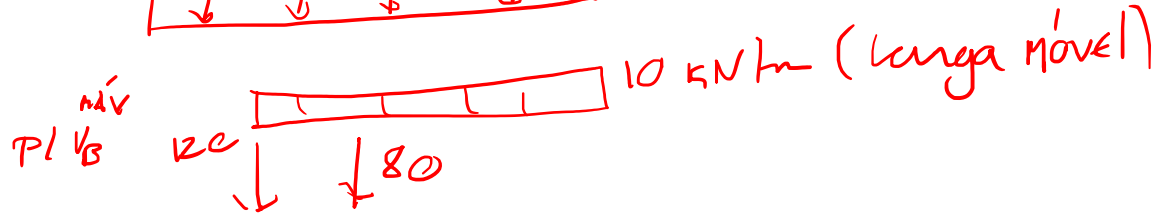
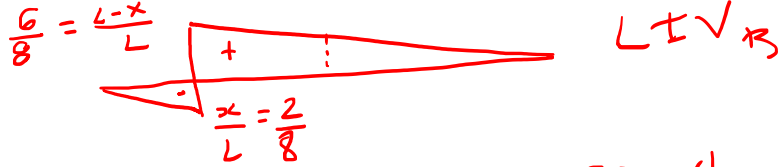


$$Y_B^{\text{max}} = 120 \cdot 1 + 80 \cdot 0,75 + (10 + 20) \left(\frac{1,8}{2} \right) = 300 \text{ kN}$$



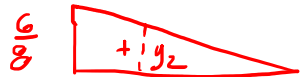
$$Y_B^{\text{min}} = \frac{1,8}{2} \cdot 20 = 18 \text{ kN}$$

EXTREMOS DO CONTINUA:



$$\begin{aligned}
 \frac{120}{6} \quad \frac{80}{6} \\
 \text{Máx } V_B = 20 \cdot \left[-\frac{2}{8} \cdot \frac{2}{2} + \frac{6}{8} \cdot \frac{6}{2} \right] + 120 \cdot \frac{6}{8} + 80 \cdot \frac{6}{8} \\
 + 10 \cdot \left[\frac{6}{8} \cdot \frac{6}{2} \right] =
 \end{aligned}$$

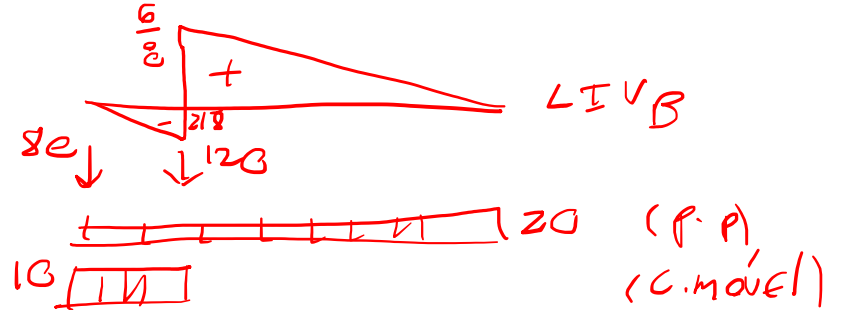
(P.P.)



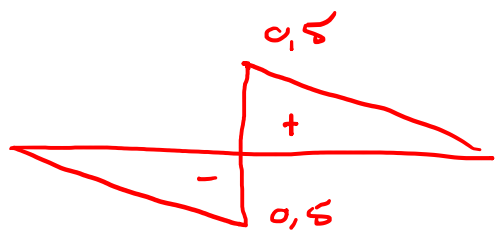
$$\frac{\frac{80}{6}}{6} = \frac{y_2}{4} \Rightarrow y_2 = 0,5$$

$$\begin{aligned}
 \text{máx} \\
 V_B = 40 + 90 + 40 + 22,5 = 192,5 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

$\frac{120}{6}$ LIV_B
 $\frac{80}{6}$ LIV_B



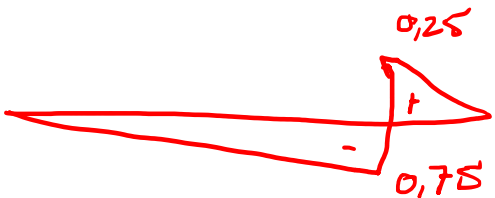
$$\begin{aligned}
 \text{mín} \\
 V_B = 20 \left[-\frac{2}{8} \cdot \frac{2}{2} + \frac{6}{8} \cdot \frac{6}{2} \right] + 120 \cdot \left(-\frac{2}{8}\right) + 10 \left(-\frac{2}{8} \cdot \frac{2}{2}\right) \\
 \text{mín} \\
 V_B = 40 - 30 - 2,5 = 7,5 \text{ kN}
 \end{aligned}$$



LIV_C

$$\min V_C = 0 + \left[-\frac{10}{2} \cdot 4 \cdot 0,5 - 120 \cdot 0,5 - 80 \cdot 0,25 \right] = -90 \text{ kN}$$

$$\max V_C = 0 + \left[\frac{10}{2} \cdot 4 \cdot 0,5 + 120 \cdot 0,5 + 80 \cdot 0,5 \right] = 90 \text{ kN}$$



LIV_D

$$\min V_D = -192,5 \text{ kN}$$

$$\max V_D = -7,5 \text{ kN}$$



LIV_E

$$\min V_E = -300 \text{ kN}$$

$$\max V_E = -80 \text{ kN}$$



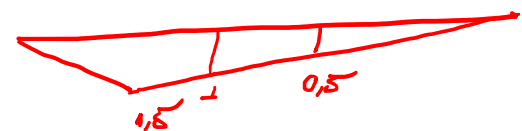
LIM_A

$$\min M_A = \max M_A = 0$$



LIM_E

$$\min M_E = \max M_E = 0$$

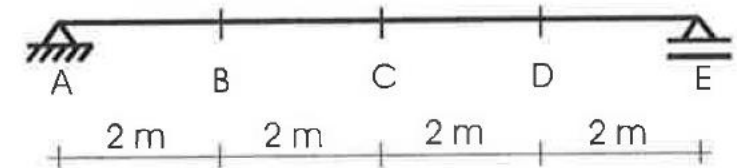
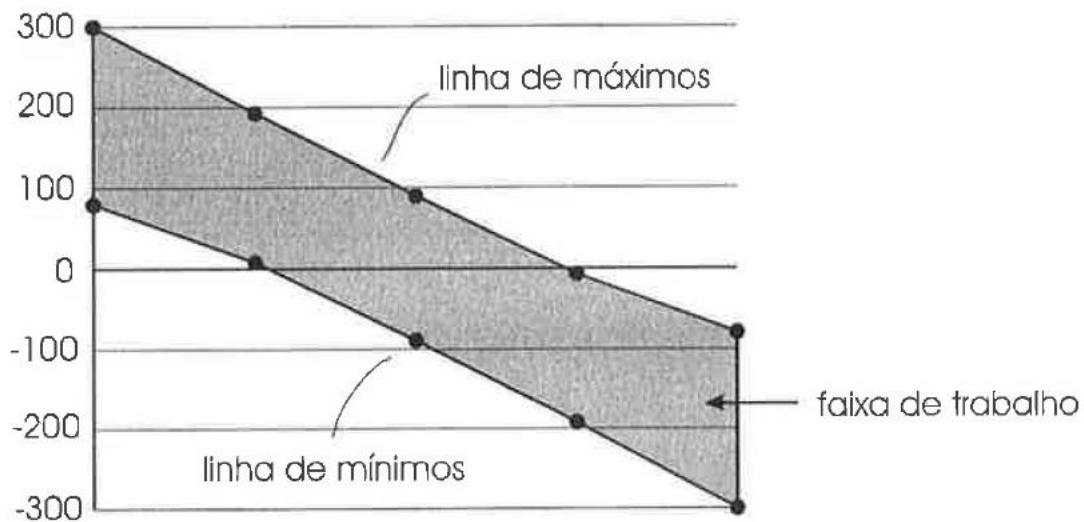
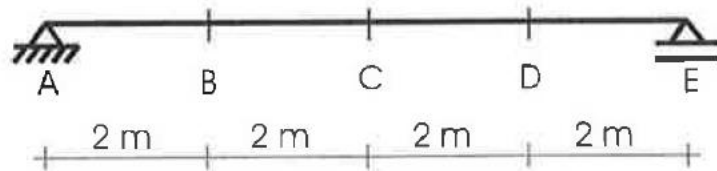
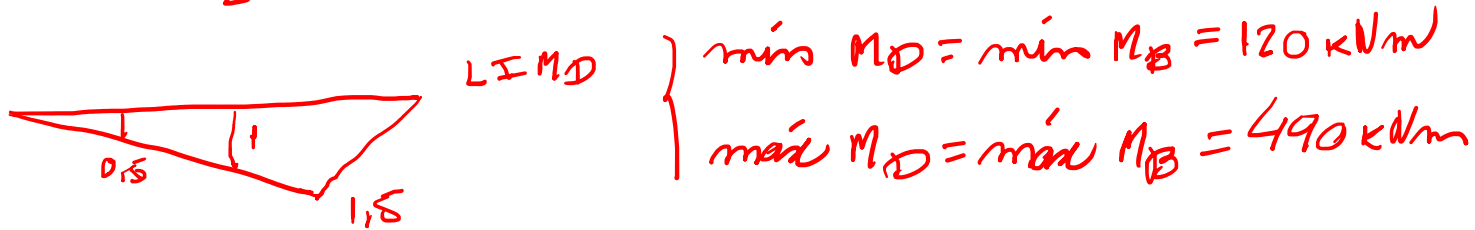
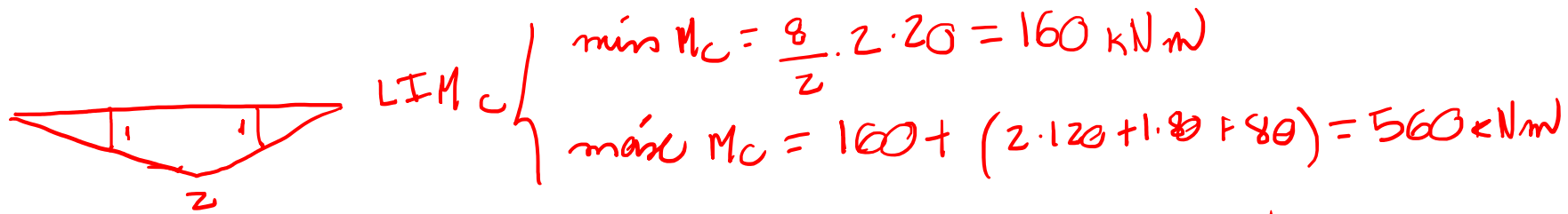


LIM_B

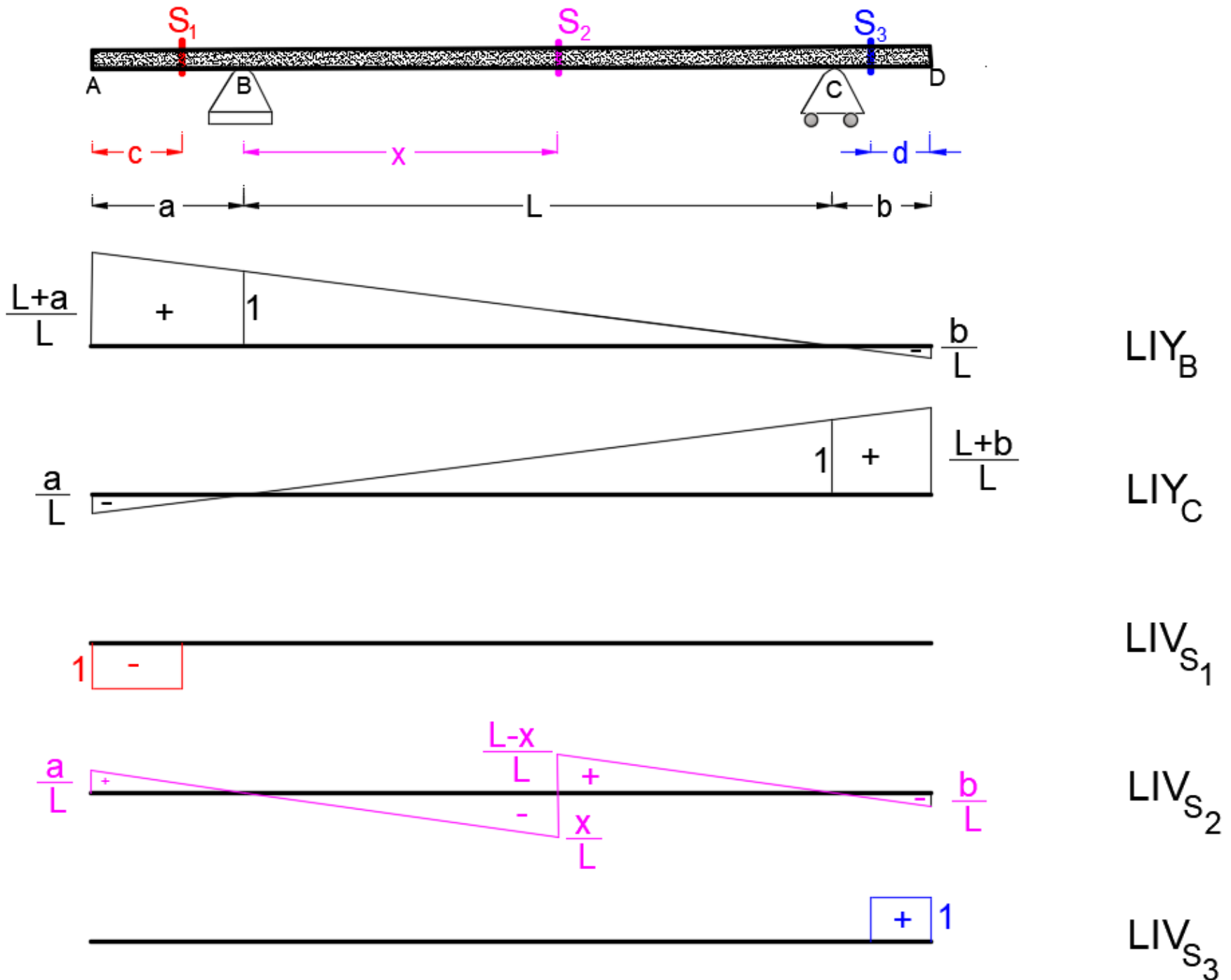
$$\min M_B = \frac{8}{2} \cdot 1,5 \cdot 20 = 120 \text{ kNm}$$

$$\max M_B = 120 + \left(\frac{8}{2} \cdot 1,5 \cdot 10 + 1,5 \cdot 120 + 1 \cdot 80 \right) = 440 \text{ kNm}$$

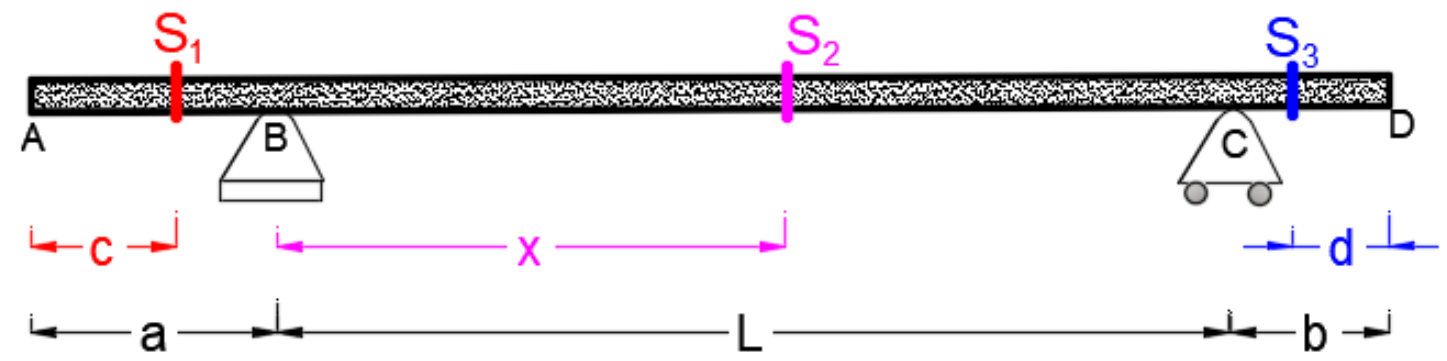
*min: menor valor algebrico



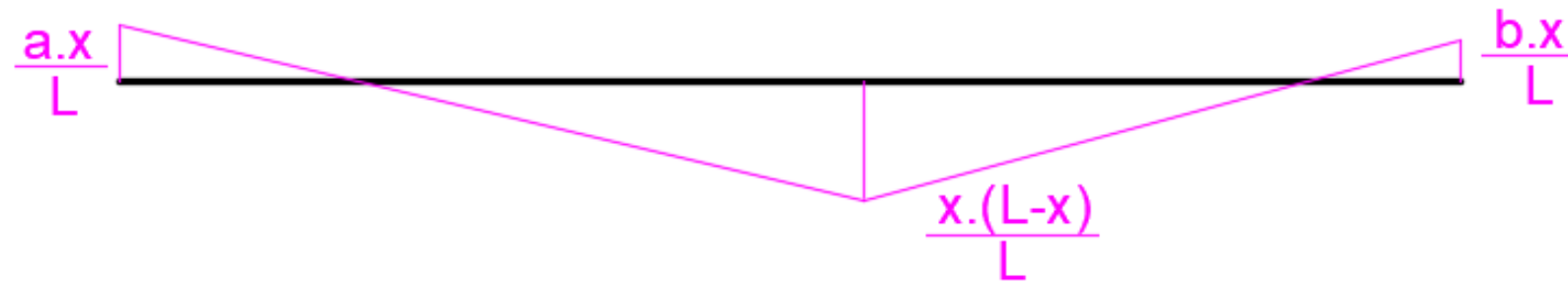
***LI – viga
biapoiada
com balanços***



***LI – viga
biapoiada
com balanços***



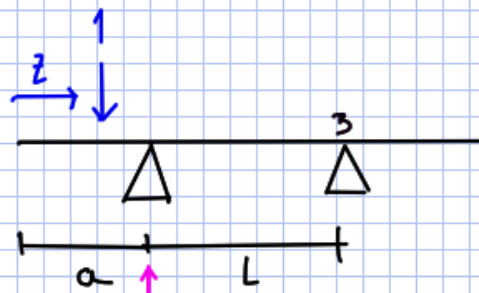
LIM_{S_1}



LIM_{S_2}

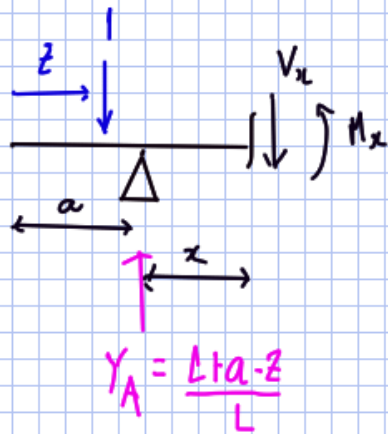
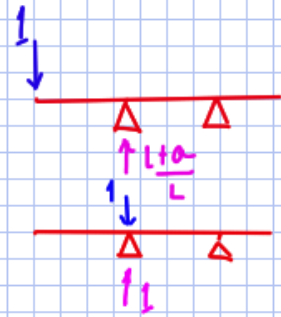


LIM_{S_3}

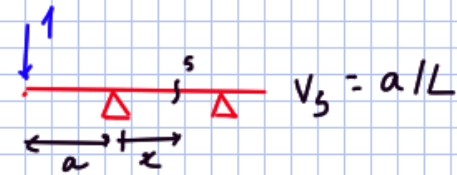


$$\sum M_B = 0: Y_A \cdot L = 1 \cdot (L + a - z)$$

$$Y_A = \frac{L + a - z}{L} \left\{ \begin{array}{l} Y_A(z=0) = \frac{L+a}{L} \\ Y_A(z=a) = 1 \end{array} \right.$$

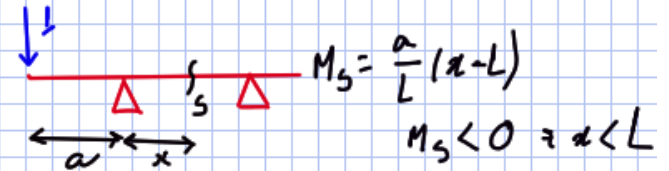


$$\sum F_y = 0: V_x = \frac{L + a - z}{L} - 1 = \frac{a - z}{L} \left\{ \begin{array}{l} V_x(z=0) = a/L \\ V_x(z=a) = 0 \end{array} \right.$$



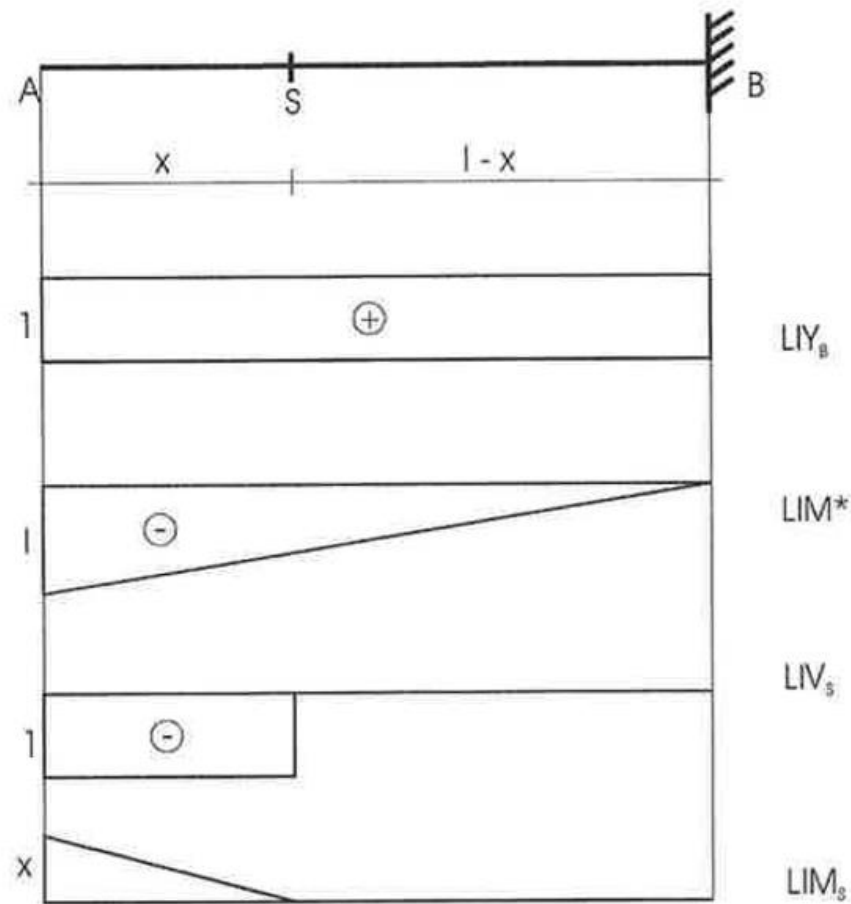
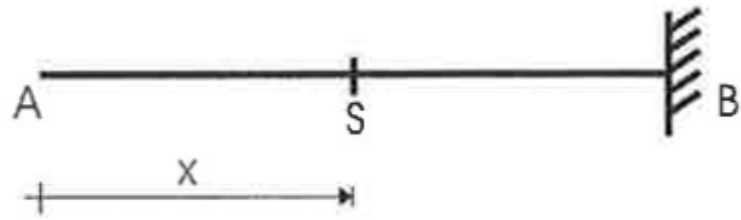
$$\sum M_S = 0: M_x + 1 \cdot (x + a - z) = \left(\frac{L + a - z}{L} \right) \cdot x$$

$$M_x = \left(\frac{L + a - z}{L} \right) x - x - a + z \left\{ \begin{array}{l} M_x(z=0) = \frac{a}{L} (x - L) \\ x - L < 0 \rightarrow M_x(z=0) < 0 \end{array} \right.$$

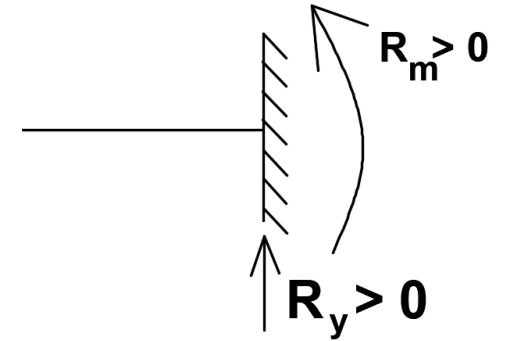


$$M_x(z=a) = x - x - a + a = 0$$

LI – viga em balanços



Convenção da reação



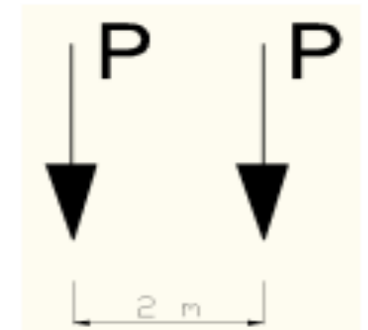
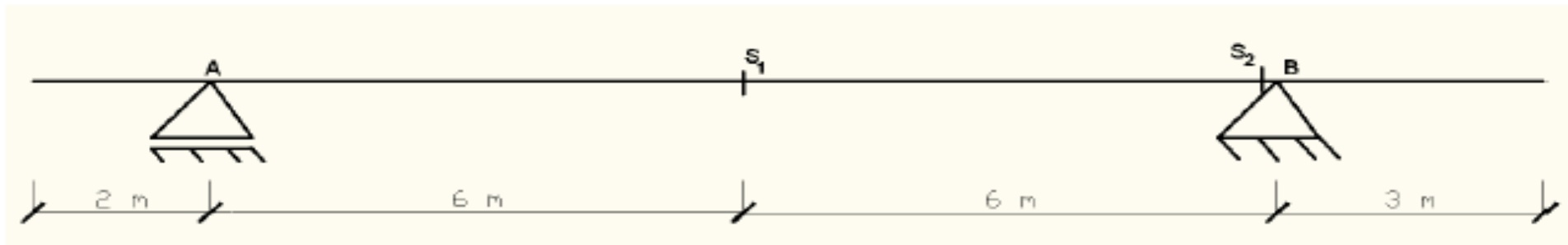
LIV_b → Reação R_y
 LIM^* → Reação R_m

Exercício 2

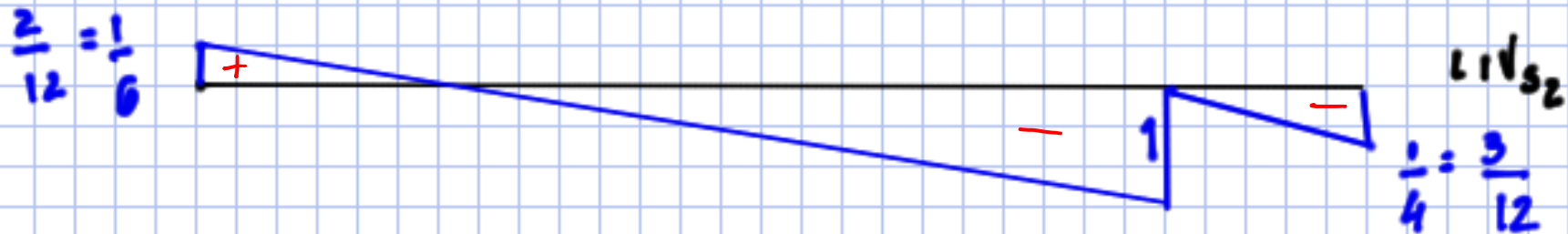
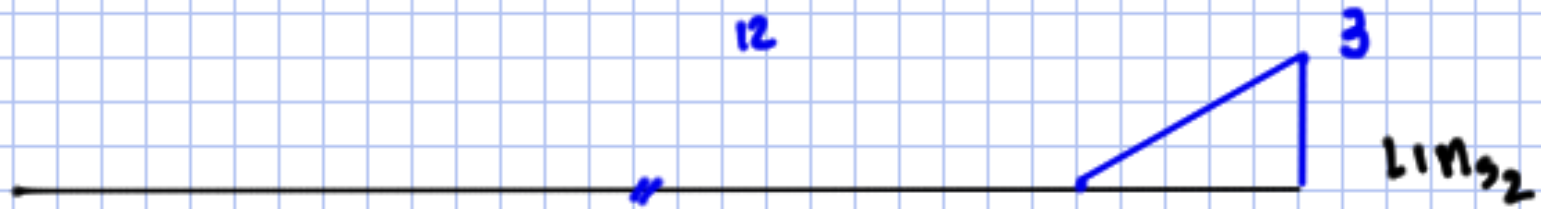
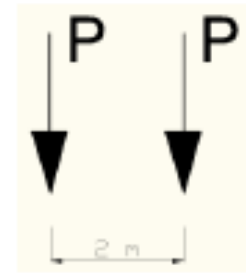
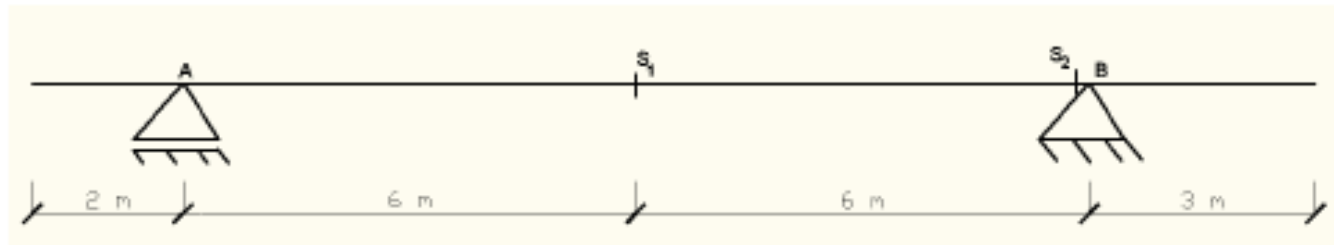
A viga de uma ponte possui peso próprio de $g = 25 \text{ kN/m}$, carga móvel de $p = 15 \text{ kN/m}$ e um veículo-tipo indicado a seguir. Ela deve ser dimensionada para a passagem do veículo-tipo com segurança. Sabe-se que a ponte deve resistir a um cortante máximo em módulo de 350 kN , e que o momento máximo e o momento mínimo não devem exceder a 1000 kN.m e a 450 kN.m , respectivamente, ambos indicados em módulo. Obtenha o máximo valor da carga por eixo – P_{\max} – para que ela trabalhe com segurança.

Avalie apenas o cortante máximo em módulo e o momento mínimo na seção S_2 e o momento máximo em S_1 .

Indicar explicitamente todas as passagens de cálculo e o valor de P_{\max} no espaço indicado na resposta.



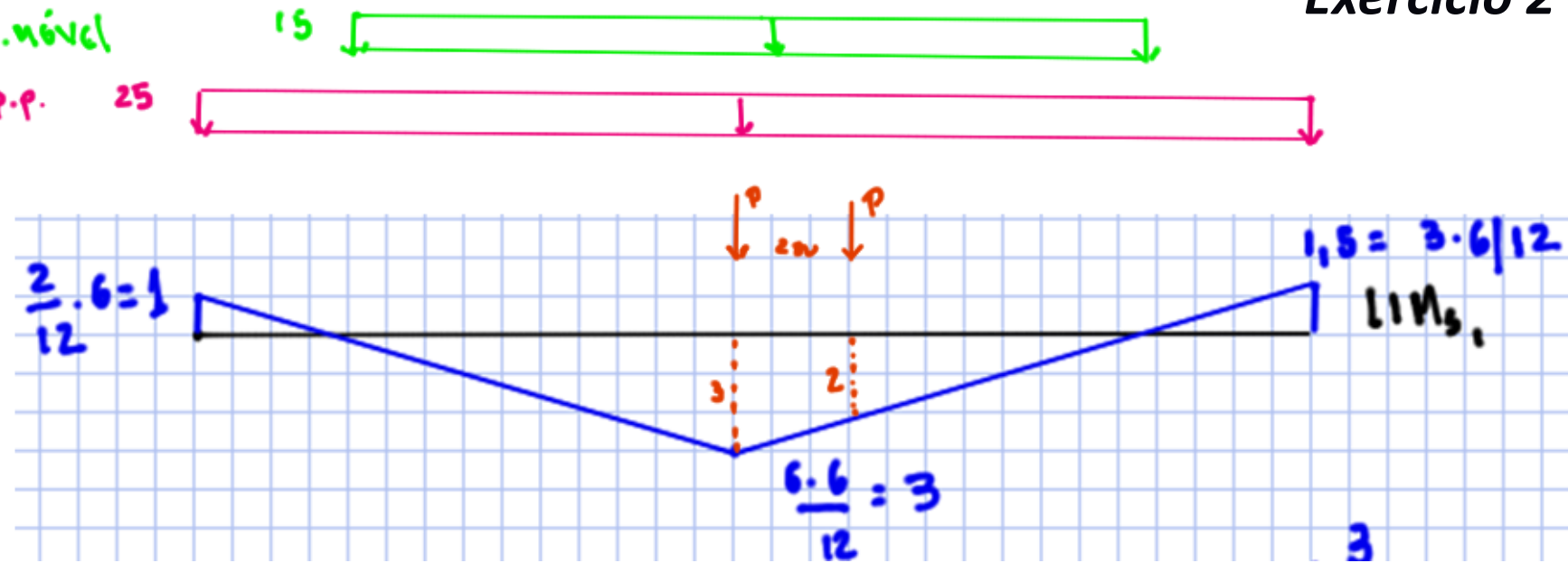
Exercício 2



Exercício 2

c. móvel

P.P. 25

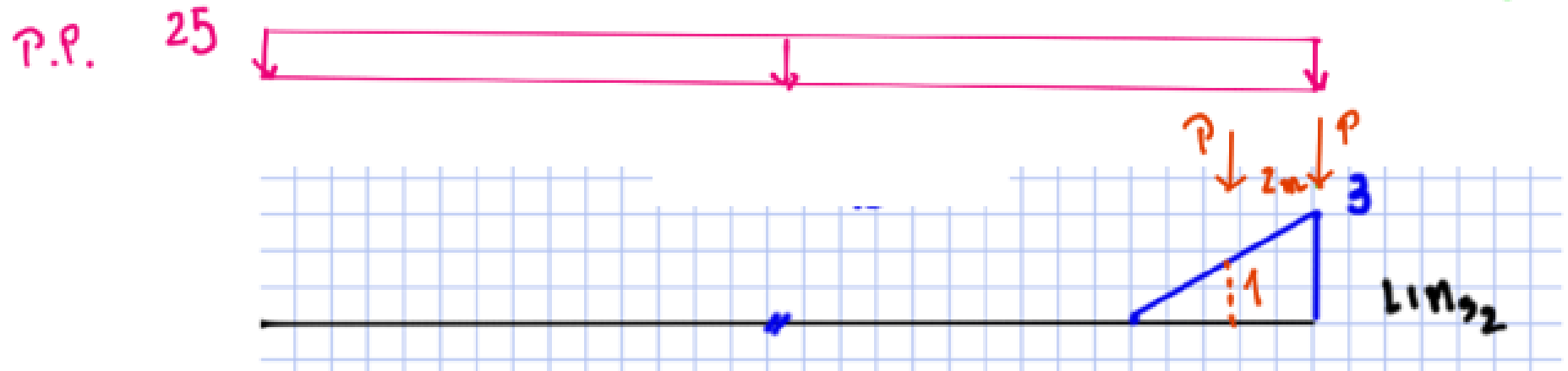


$$M_{MAX} = 25 \left[-\frac{1}{2} \cdot 2 - \frac{1,5 \cdot 3}{2} + \frac{3}{2} \cdot 12 \right]_{PP}$$

$$+ 15 \left[\frac{3}{2} \cdot 12 \right]_{móvel} + 3P + 2P =$$

$$= 638,75 + 5P \leq 1000 \rightarrow P \leq 72,25 \text{ kN}$$

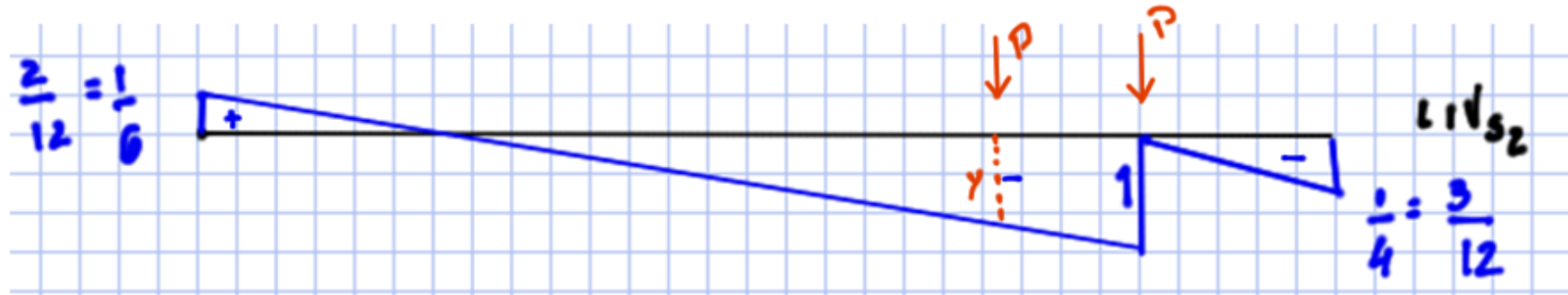
Exercício 2



$$\begin{aligned} M_{\text{mín}} &= 25 \left[\frac{-3}{2} \cdot 3 \right]_{pp} + 15 \left[\frac{-3}{2} \cdot 3 \right] + \\ &+ (-P)(3) + (-P)(1) \\ &= |-180 - 4P| \leq 450 \rightarrow P \leq 67,5 \text{ kN} \end{aligned}$$

Exercício 2

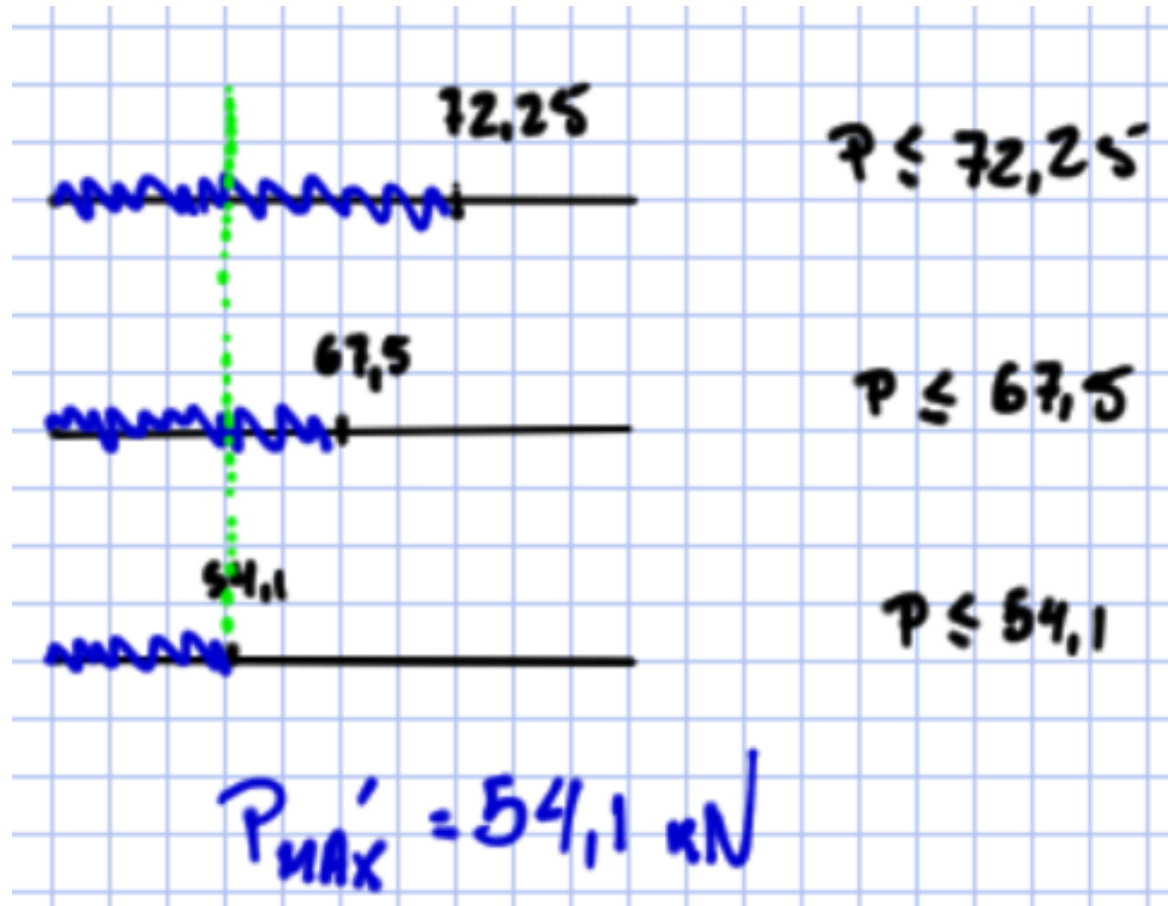
P.P. 25



$$\frac{1}{12} = \frac{y}{12 \cdot 2}$$
$$y = 10/12$$

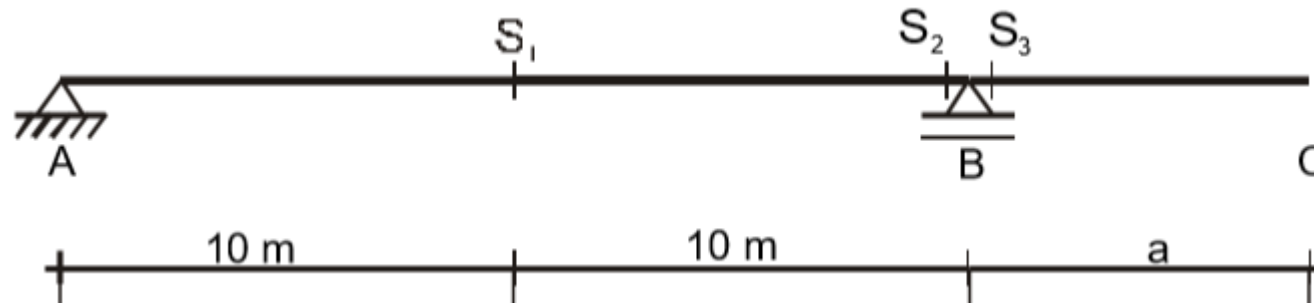
$$V_{\text{MÍN}} = 25 \left[\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{2} - \frac{1}{2} \cdot 12 - \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{2} \right] P +$$
$$+ 15 \left[-\frac{12}{2} - \frac{3}{8} \right]_{\text{móvel}} - P \cdot \frac{10}{12} =$$
$$= \left| -250,8333 - \frac{22}{12} P \right| \leq 350$$
$$P \leq 54,1 \text{ kN}$$

Exercício 2

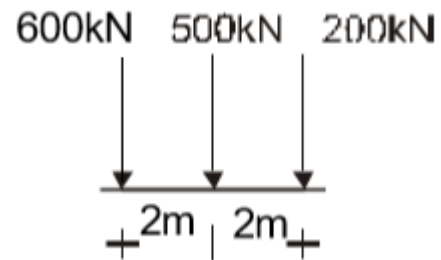


Exercício 3

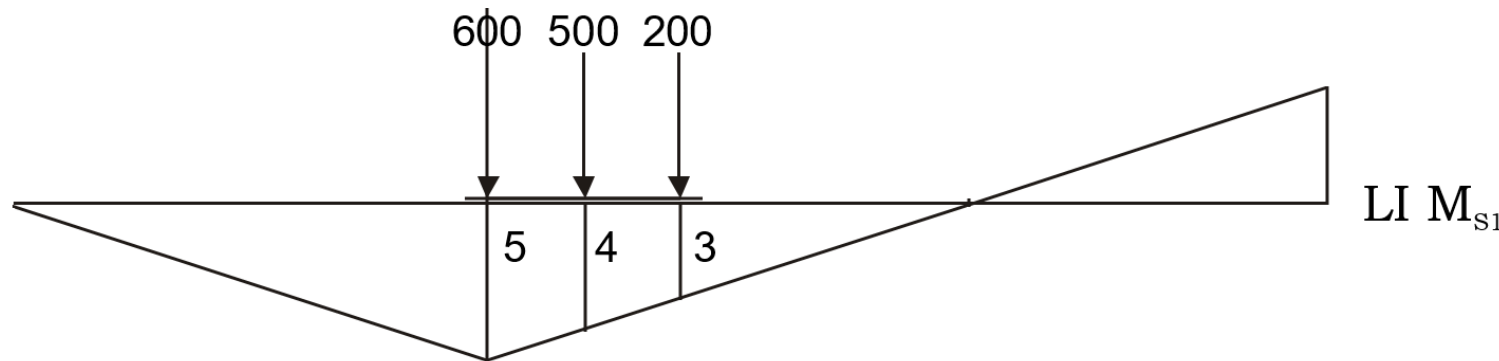
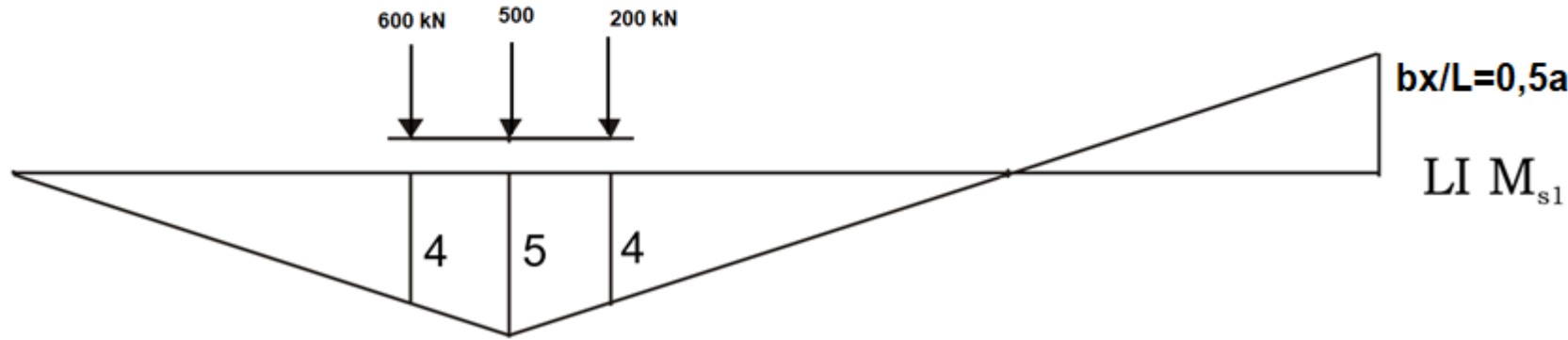
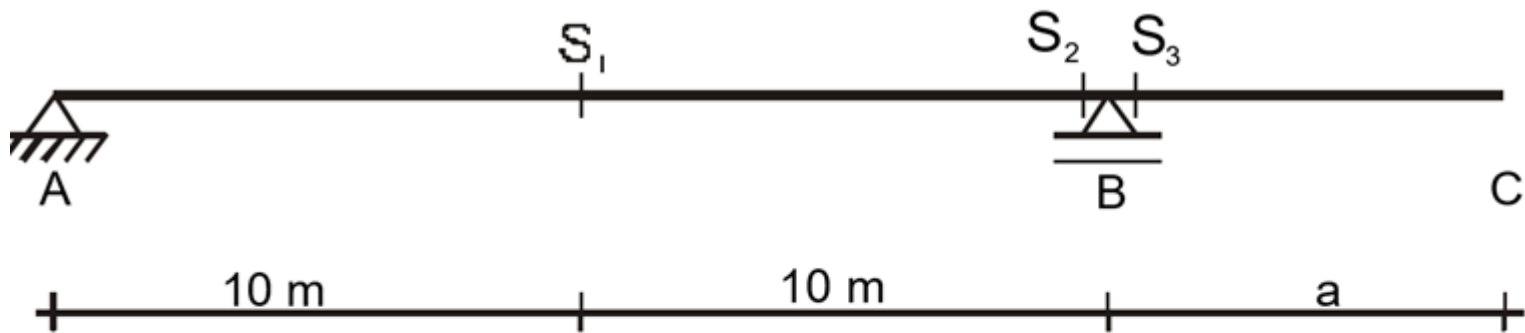
a) Determinar o valor de a que torna iguais em módulo o máximo momento fletor positivo em S_1 devido ao trem-tipo e o máximo momento fletor negativo em S_3 devido ao trem-tipo.



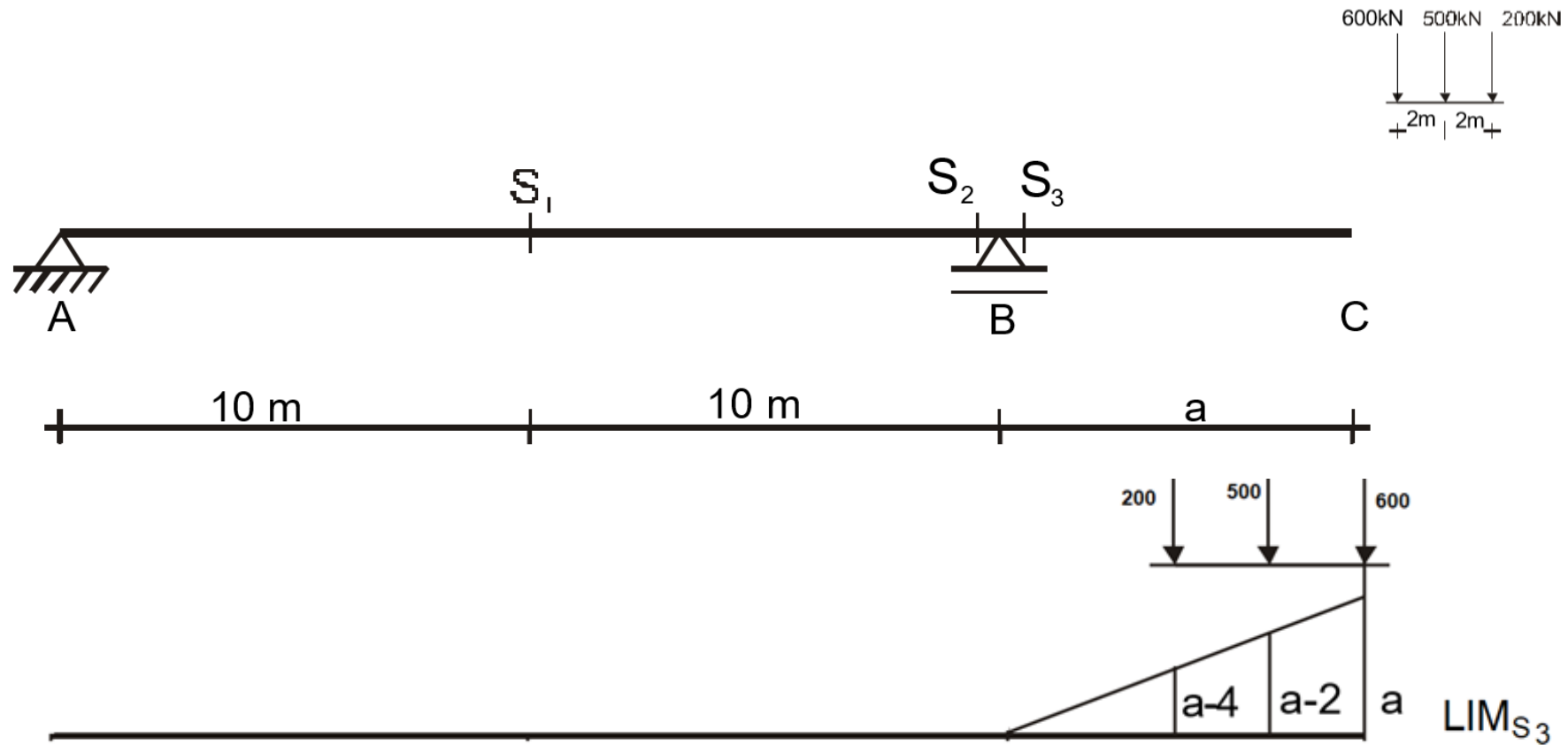
trem-tipo



Exercício 3



Exercício 3



$$a) M_{S1} = 600 \cdot 4 + 500 \cdot 5 + 200 \cdot 4 = 5700 \text{ kN.m}$$

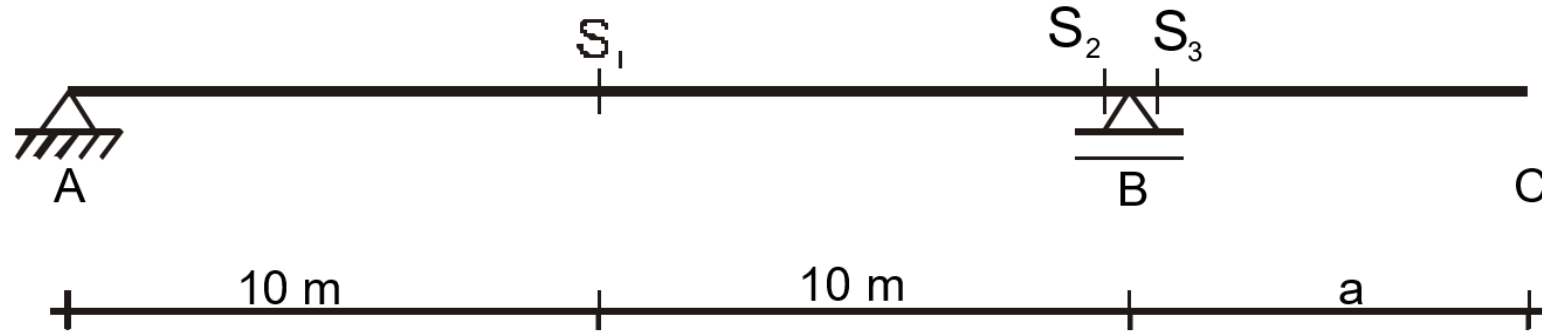
$$M_{S1} = 600 \cdot 5 + 500 \cdot 4 + 200 \cdot 3 = 5600 \text{ kN.m}$$

$$\text{máx } M_{S1} = 5700 \text{ kN.m}$$

$$\text{máx } M_{S3} = 600 \cdot a + 500 \cdot (a - 2) + 200(a - 4) = 1300a - 1800$$

$$\text{máx } M_{S1} = \text{máx } M_{S3} \quad 5700 = 1300a - 1800 \quad a = 7500/1300 = 5,77 \text{ m}$$

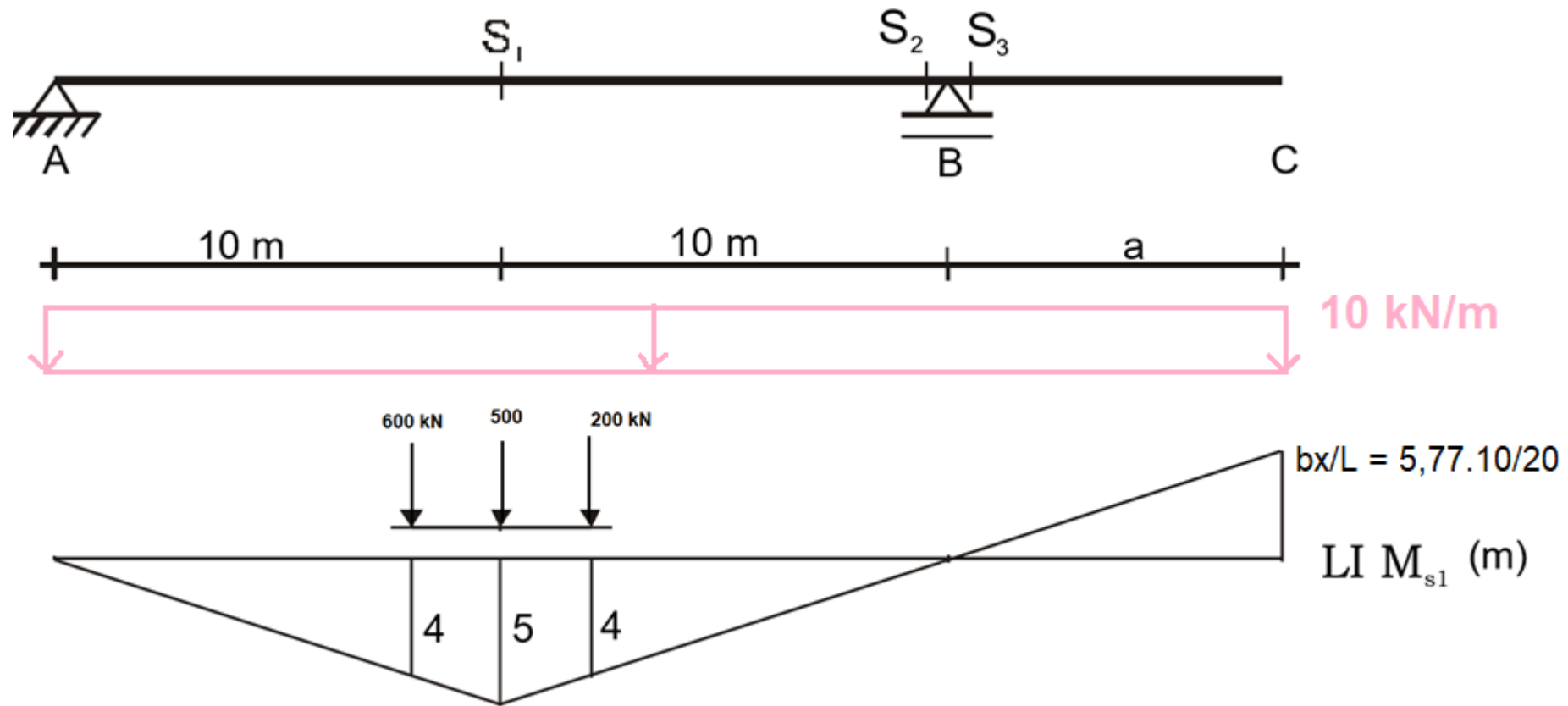
Exercício 3



b) Utilizando o valor de a calculado no item anterior e sabendo que o peso próprio da viga é de 10 kN/m:

- determinar o máximo momento fletor positivo em S_1 e o máximo momento fletor negativo em S_3 decorrentes da atuação simultânea do peso próprio e do trem-tipo.

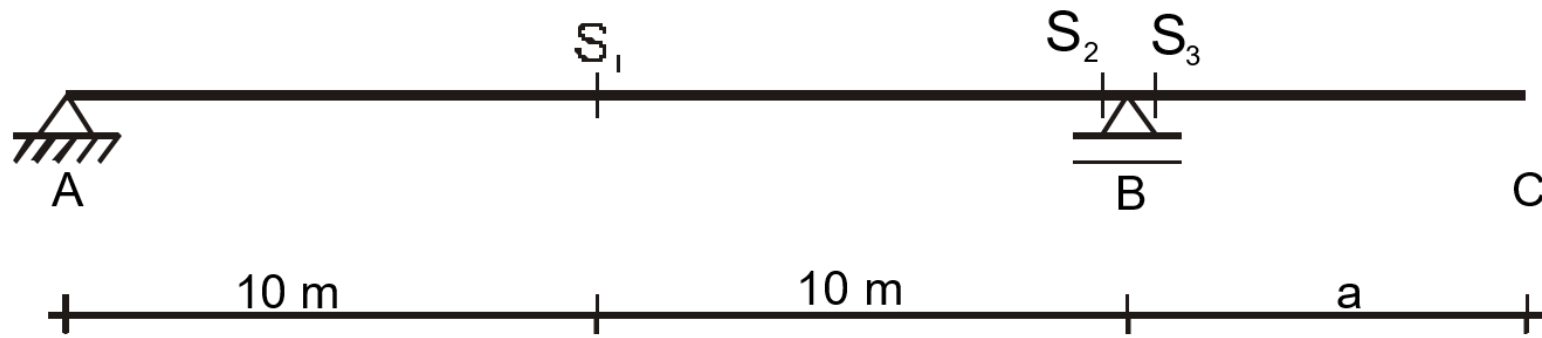
Exercício 3



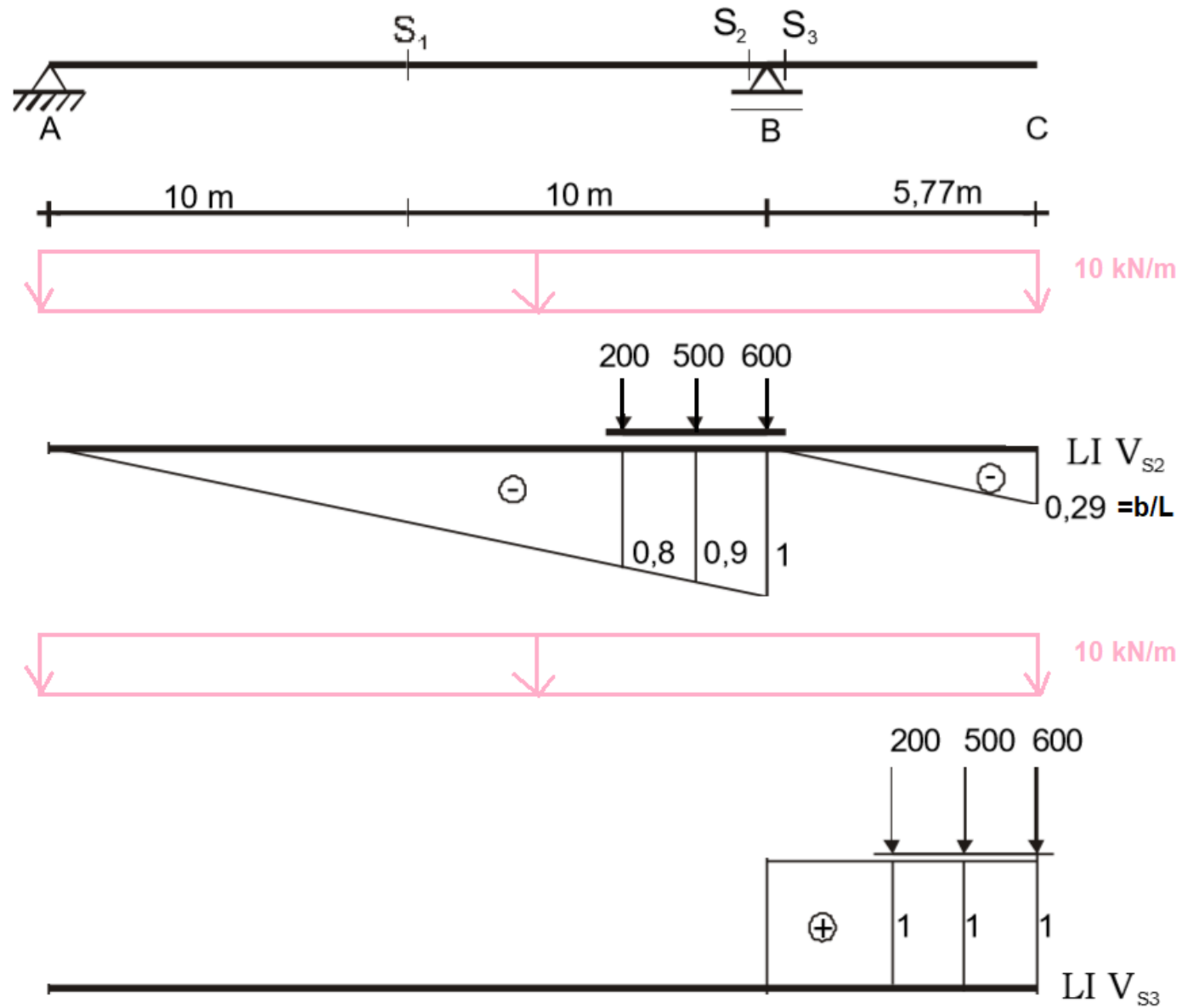
$$M_{\max S_1} = 10 \left[\frac{5}{2} \cdot 20 - \frac{5,77}{2} \cdot \frac{5,77}{2} \right]_{R.P.} +$$
$$600 \cdot 4 + 500 \cdot 5 + 200 \cdot 4$$
$$= 6116,8 \text{ kNm}$$

Exercício 3

- determinar a máxima força cortante em módulo em S_2 e a máxima força cortante em módulo em S_3 decorrentes da atuação simultânea do peso próprio e do trem tipo.



Exercício 3



Exercício 3

$$\begin{aligned} \sqrt{S_{MAX} s_2} &= -10 \left[\frac{20 \cdot 1}{2} + \frac{0,29 \cdot 5,77}{2} \right]_{P.P} + 600(-1) \\ &\quad + 500(-0,9) + 200(-0,8) \\ &= -1318,4 \text{ kN} \end{aligned}$$

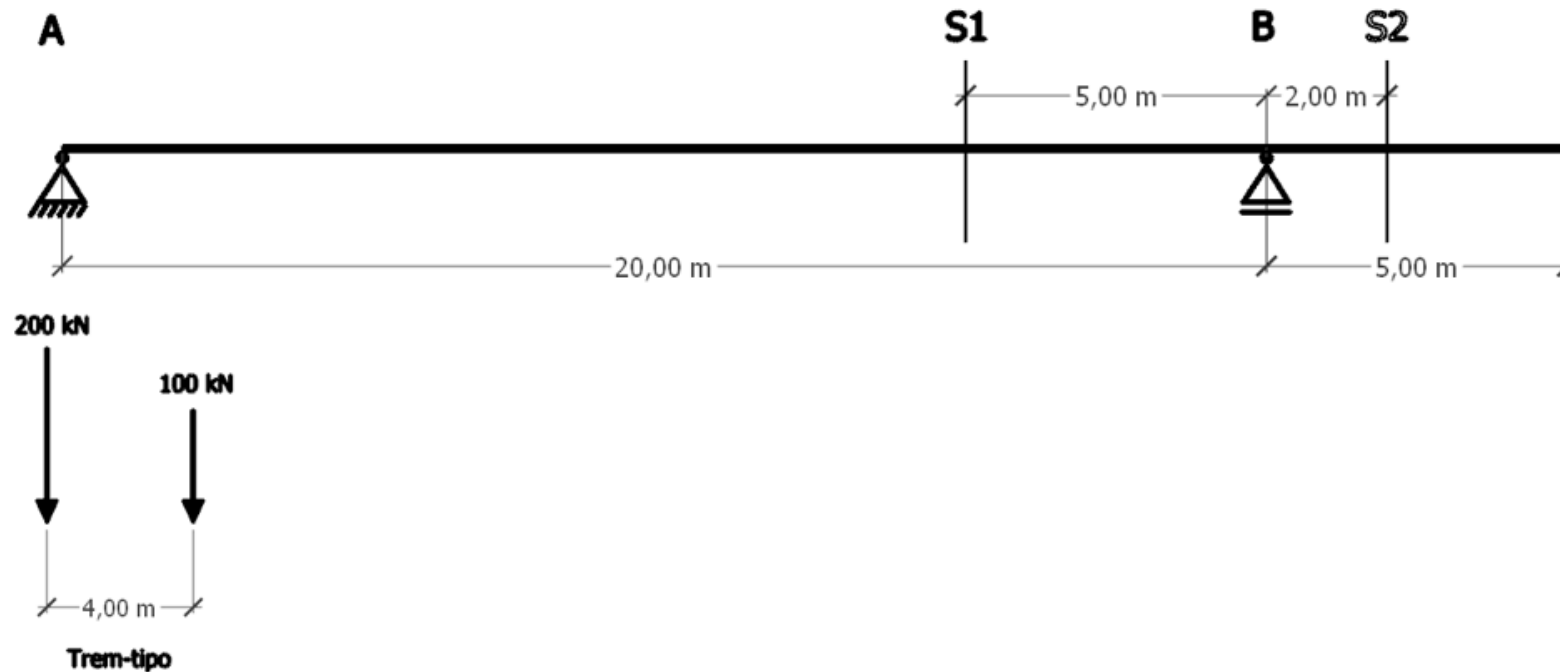
$$\begin{aligned} \sqrt{S_{MAX} s_3} &= 10 [5,77 \cdot 1]_{P.P} + 600 \cdot 1 + 500 \cdot 1 + \\ &\quad 200 \cdot 1 = 1357,7 \text{ kN} \end{aligned}$$

Nº USP: _____ Nome: _____

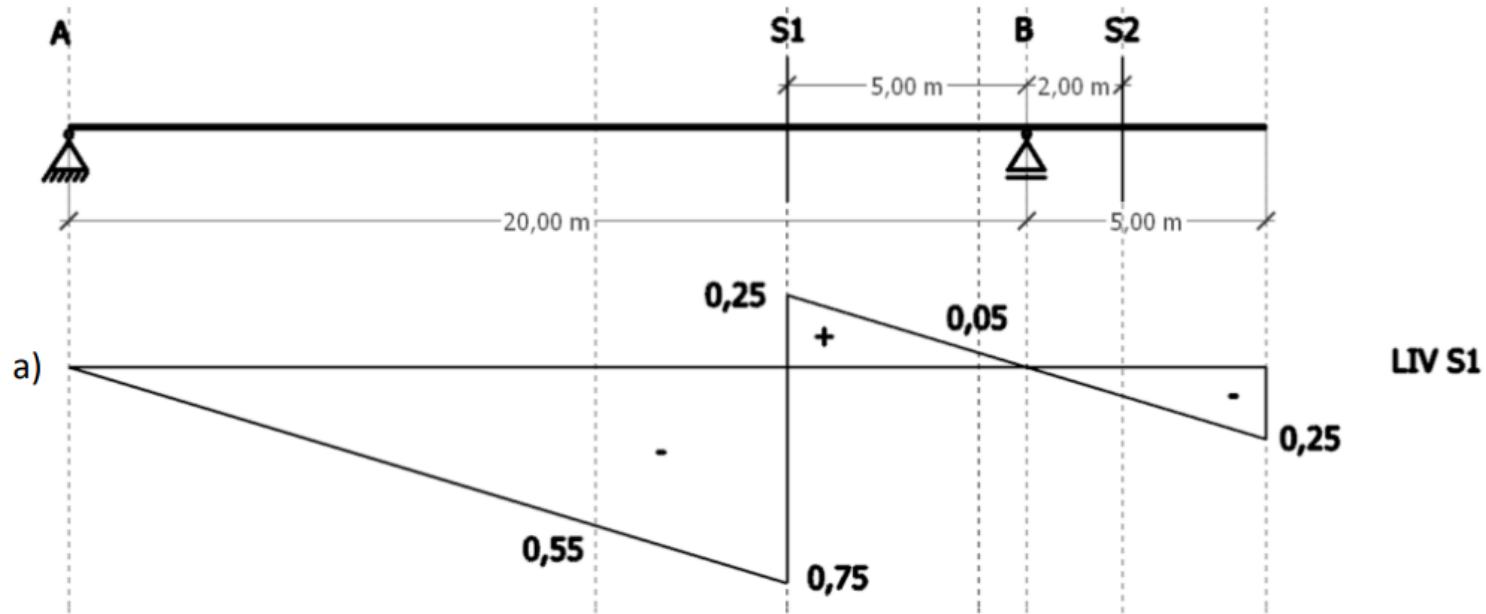
1ª Questão (3,5 pts): Considere a viga e o trem-tipo ilustrados abaixo. O peso próprio da viga é de 30 kN/m e a multidão é de 10 kN/m. Pedese:

- A linha de influência da força cortante na seção transversal S1 indicada, LIV_{S1}
- Os valores máximo e mínimo da força cortante V na seção transversal S1
- A linha de influência do momento fletor na seção transversal S2 indicada, LIM_{S2}
- Os valores máximo e mínimo do momento fletor M em S2

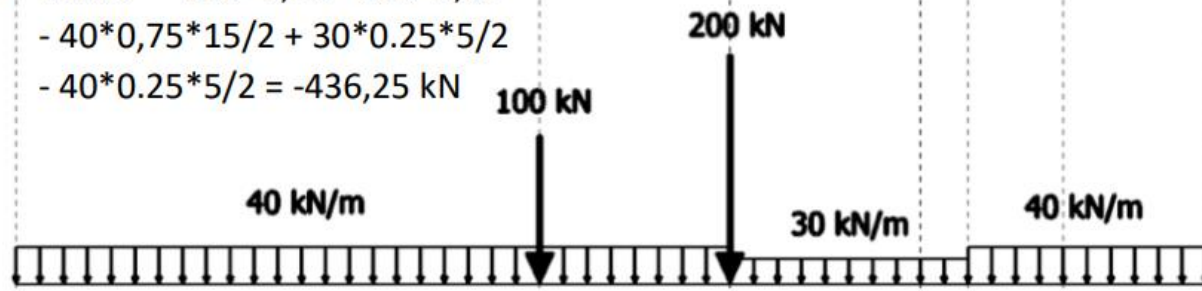
Por simplicidade, considere que a multidão possa estar distribuída em todo o trecho que convier, com ou sem a presença do trem-tipo.



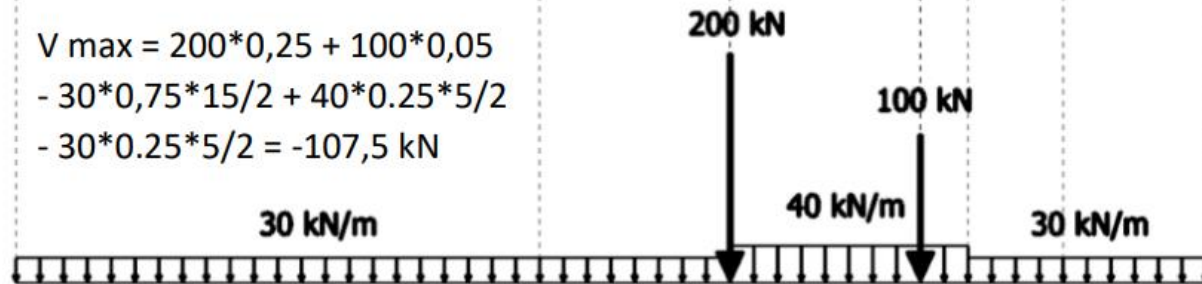
Resolução:

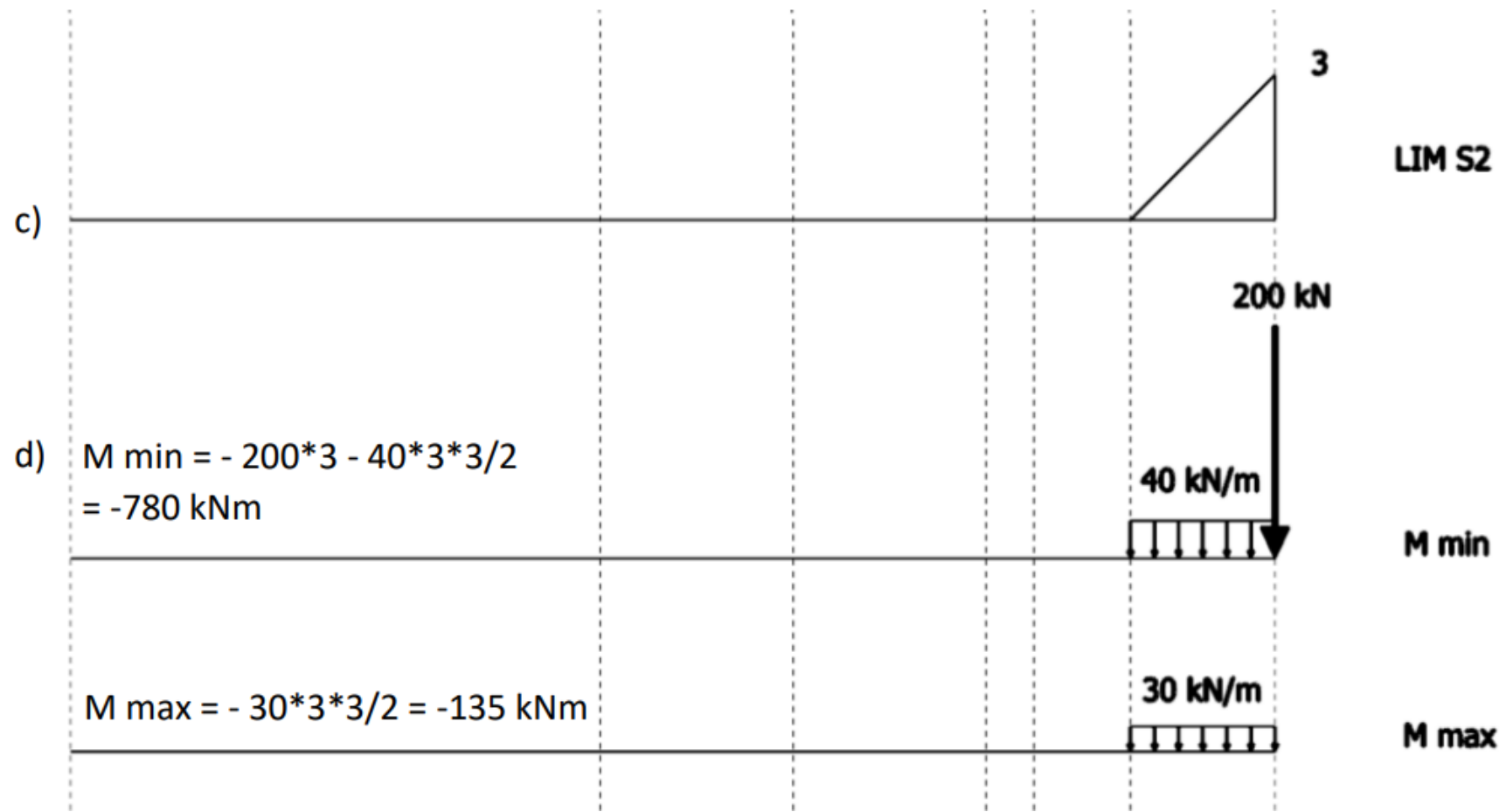


b)
$$V_{\min} = -100 \cdot 0,55 - 200 \cdot 0,75 - 40 \cdot 0,75 \cdot 15/2 + 30 \cdot 0,25 \cdot 5/2 - 40 \cdot 0,25 \cdot 5/2 = -436,25 \text{ kN}$$



$$V_{\max} = 200 \cdot 0,25 + 100 \cdot 0,05 - 30 \cdot 0,75 \cdot 15/2 + 40 \cdot 0,25 \cdot 5/2 - 30 \cdot 0,25 \cdot 5/2 = -107,5 \text{ kN}$$





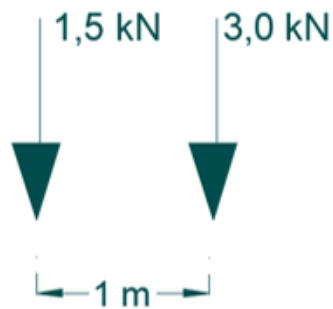
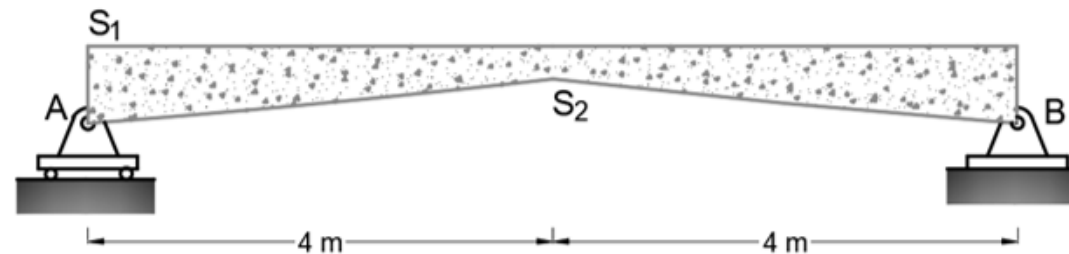
Nº USP: _____ Nome: _____

3ª Questão (3,0 pts) A viga a seguir possui sua seção transversal variável, denominada de viga em mísula. Na seção (S_1) imediatamente à direita do apoio A, ela foi reforçada, de modo que nessa seção ela suporta uma força cortante de valor máximo de 16 kN. Na seção central (S_2), sem reforço, ela suporta esforços cortante e de momento fletor de, no máximo, 3 kN e 33 kN.m, respectivamente. Considere as ações de carga distribuída permanente (g) de 2 kN/m, de carga distribuída de multidão (p) e o trem-tipo indicado.

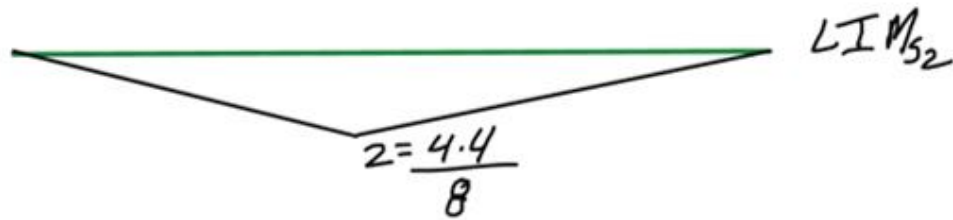
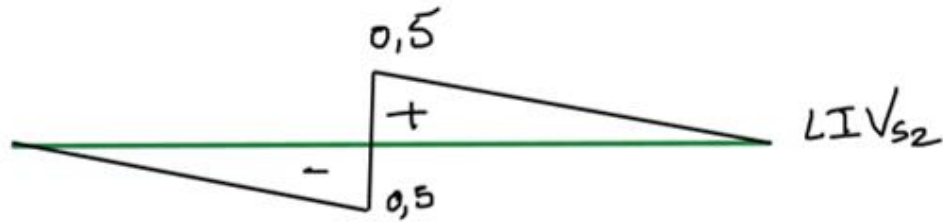
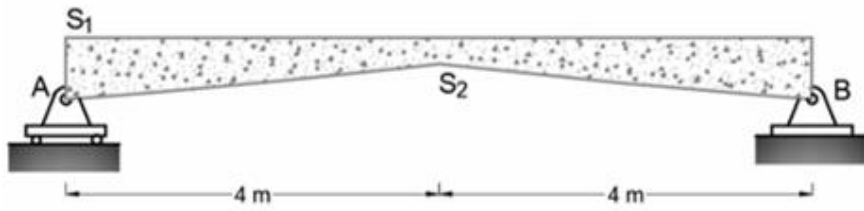
Obtenha o maior valor possível da carga distribuída de multidão (p_{max}) de modo que o maior cortante em (S_1) e em (S_2) e o maior momento fletor em (S_2) não tenha valores maiores que seus respectivos máximos suportados.

Apresente as linhas de influência nessas seções e calcule esse máximo valor possível de p , p_{max} . Explícite todas as passagens dos cálculos empregados na resolução, para melhor avaliação.

Considere em módulo os valores de cálculo dos valores extremos do cortante.



(trem-tipo)



$$a) V_{\text{MÁX } S_1} = 2 \left[\frac{1 \cdot 8}{2} \right] + p \left[\frac{1 \cdot 8}{2} \right] + 3 \cdot 1 + 1,5 \cdot \frac{7}{8} = 4p + 12,3125$$

$$b) V_{\text{MÁX } S_2} = q \left[-\frac{0,5 \cdot 4}{2} + \frac{0,5 \cdot 4}{2} \right] + p \left[\frac{0,5 \cdot 4}{2} \right] + 3 \cdot 0,5 + 1,5 \cdot \frac{3}{8}$$

$$V_{\text{MÁX } S_2} = p + 2,0625$$

$$c) M_{\text{MÁX } S_2} = 2 \cdot \left[\frac{2 \cdot 8}{2} \right] + p \left[\frac{2 \cdot 8}{2} \right] + 3 \cdot 2 + 1,5 \cdot \frac{6}{4} = 24,25 + 8p$$

VERIFICAÇÃO:

$$V_{\text{MÁX } S_1} \leq 16 \Rightarrow 4p + 12,3125 \leq 16 \Rightarrow p \leq 0,921875 \text{ kN/m}$$

$$V_{\text{MÁX } S_2} \leq 3 \Rightarrow p + 2,0625 \leq 3 \Rightarrow p \leq 0,9375 \text{ kN/m}$$

$$M_{\text{MÁX } S_2} \leq 33 \Rightarrow 24,25 + 8p \leq 33 \Rightarrow p \leq 1,09375 \text{ kN/m}$$

$$p_{\text{MÁX}} = 0,9219 \text{ kN/m}$$