

Mecânica Estatística – 4302401

Respostas da lista de exercícios 3

Primeiro semestre de 2023

1. (a) A probabilidade de se encontrar o sistema em um microestado específico é $1/\Omega(E, N)$ se a energia do microestado é E e é nula em caso contrário.

- (b) A entropia por partícula é

$$s(u) = -k_B \left[\frac{u}{\Delta} \ln \frac{u}{\Delta} + \left(1 - \frac{u}{\Delta}\right) \ln \left(1 - \frac{u}{\Delta}\right) \right].$$

- (c) A temperatura é

$$T(u) = -\frac{\Delta/k_B}{\ln \frac{u/\Delta}{1-(u/\Delta)}},$$

sendo negativa se $u/\Delta > 1/2$.

- (d) O calor específico é

$$c = \frac{k_B}{4} \left[\frac{\beta\Delta}{\cosh(\beta\Delta/2)} \right]^2 > 0.$$

2. (a) A entropia segue de

$$\Omega(E, N) = g^{N_\epsilon} \frac{N!}{(N - N_\epsilon)! N_\epsilon!},$$

sendo $N_\epsilon = E/\epsilon$.

- (b) A relação pode ser escrita como

$$\frac{1}{T} = \frac{k_B}{\epsilon} \ln \left[\left(\frac{N\epsilon}{E} - 1 \right) g \right].$$

- (c) Para N_ϵ ,

$$N_\epsilon = \frac{g}{g + \exp\left(\frac{\epsilon}{k_B T}\right)} N.$$

- (d) A transferência de energia por calor ocorre do sistema para o reservatório.

(e) O calor específico é

$$c = \frac{1}{N} \left(\frac{\partial E}{\partial T} \right)_\epsilon = \frac{\epsilon^2}{k_B T^2} \frac{g \exp\left(\frac{\epsilon}{k_B T}\right)}{\left[g + \exp\left(\frac{\epsilon}{k_B T}\right)\right]^2}.$$

3. A alternativa correta é (b).

4. A alternativa correta é (a).

5. A probabilidade é

$$\Pr[E = -J + 2\mu h] = \frac{e^{\beta(J-2\mu h)}}{e^{\beta(J+2\mu h)} + 2e^{-\beta J} + e^{\beta(J-2\mu h)}}.$$

6. (a) A função de partição é

$$Z = \left[1 + 2e^{-\beta D} \cosh(\beta\mu h)\right]^N.$$

(b) O valor esperado do momento de quadrupolo é

$$Q = N \frac{2e^{-\beta D} \cosh(\beta\mu h)}{1 + 2e^{-\beta D} \cosh(\beta\mu h)}.$$

7. (a) A probabilidade é $4,7 \times 10^{-8}$.

(b) A probabilidade é $18,8 \times 10^{-8}$.

8. A alternativa correta é (b).

9. A alternativa correta é (b).

10. Esse problema é inteiramente análogo ao que está discutido nas notas de aula para o paramagneto isolante de spin $1/2$, tanto no caso do ensemble microcanônico quanto no caso do ensemble canônico. Basta trocar $\mu_0 B$ por $\epsilon/2$ em todas as expressões e gráficos.

11. (a) A pressão é

$$p = \frac{Nk_B T}{V}.$$

(b) A pressão é

$$p = \frac{Nk_B T}{V - Nb} - \frac{aN^2}{V^2}.$$