Teste 1 Denote por $\mathcal{C}(\mathbb{R})$ o espaço vetorial de todas as funções contínuas $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e seja $S = [cosx, senx, e^{3x}]$. Seja $T : S \to S$ a transformação linear definida por $T(f) = f'$, para toda $f \in S$ e considere a base $\mathcal{B} = \{cosx, senx, e^{3x}\}$ de S. Temos que $det[T]_{\mathcal{B}}$ é igual a:

- [A] -2
- [B] 1
- ■ 3
- [D] 4
- [E] -5

Teste 2 Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita com produto interno e S um subespaço vetorial de V. Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $S = [v_1, v_2, ..., v_k]$, então $u \in S$ se, e só se, $\{v_1, v_2, ..., v_k, u\}$ é L.D.

(II) Se $u \in S$ e $v \in S^{\perp}$ são vetores não nulos de V, então $\{u, v\}$ é L.I.

(III) Se $B = \{u_1, u_2, ..., u_n\}$ é uma base ortogonal para V, então para todo $u \in V$ temos que, $u = \frac{< u, u_1 >}{\|u_1\|^2} u_1 + \frac{< u, u_2 >}{\|u_2\|^2} u_2 + ... + \frac{< u, u_n >}{\|u_n\|^2} u_n$.

- [A] apenas a afirmação (II) é verdadeira
- [B] apenas a afirmação (III) é verdadeira
- [C] apenas a afirmação (I) é verdadeira
- [D] todas as afirmações são verdadeiras
- ■ apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras

Teste 3 Considere o subespaço $S = \{p \in P_4(\mathbb{R}) / p(1) = p'(1) = p''(1) = 0\}$ do espaço vetorial $P_4(\mathbb{R})$. Assinale a alternativa que contém uma base para S.

- ■ $B = \{x^4 - 6x^2 + 8x - 3,\ x^3 - 3x^2 + 3x - 1\}$
- [B] $B = \{x^4 - 3x^2 + 2x,\ x^3 - 3x^2 + 2\}$
- [C] $B = \{x^4 - 3x^2 + 2x,\ x^3 - 3x^2 + 2,\ x - 1\}$
- [D] $B = \{x^4 - 6x^2 + 8x - 3,\ x^3 - 3x^2 + 3x - 1,\ 1\}$
- [E] $B = \{x^4 - 6x^2 + 8x - 3,\ x^3 - 3x^2 + 2\}$

Teste 4 Se $a \in \mathbb{R}$ é tal que a matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ a & 3 \end{pmatrix}$ pertence ao subespaço S gerado pelas metrizes $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$, então:

- A $4a - 5 = 0$
- B $2a - 5 = 0$
- C $3a + 7 = 0$
- ■ $3a - 14 = 0$
- E $5a + 8 = 0$

Teste 5 Considere o espaço $\mathbb{R}^4$ com o produto interno usual e o subespaço S gerado pelos vetores $(1, 1, 0, 1)$ e $(0, 1, 1, -1)$. Se $w = (2, -1, 1, -2) = u + v$ com $u \in S$, $v \in S^\perp$ e se $v = (a, b, c, d)$, então $a + b + c + d$ é:

- ■ $\frac{1}{3}$
- B $\frac{4}{3}$
- C $\frac{3}{2}$
- D $\frac{2}{3}$
- E $\frac{5}{2}$

Teste 6 Considere o espaço vetorial $P_4(\mathbb{R})$ com o produto interno definido por

$$< p, q >= \int_0^1 p(t)q(t)dt$$

Se $a, b \in \mathbb{R}$ são tais que $\|t^4 - (a + bt)\|$ atinge seu valor mínimo, então $a + b$ é:

- ■ $\frac{3}{5}$
- B $\frac{1}{5}$
- C $\frac{6}{5}$
- D $\frac{4}{5}$
- E $\frac{2}{5}$

Teste 7 Seja $T : P_3(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$ a transformação linear definida por

$$T(p) = \begin{pmatrix} p(1) & p'(1) \\ p'(0) & 3p(1) \end{pmatrix},$$

para todo $p \in P_3(\mathbb{R})$. Temos que $dim(Ker(T)) - dim(Img(T))$ é igual a:

- A -1
- ■ -2
- C 0
- D 1
- E 2

Teste 8 Seja $T : \mathbb{R}^3 \to P_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que

$$[T]_{\mathcal{BF}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 4 & 3 \end{pmatrix},$$

em que $\mathcal{B} = \{(1,0,1), (0,1,0), (1,1,0)\}$ e $\mathcal{F} = \{1, 1-t, t^2-1\}$. Se $u = (1,0,2)$, então $T(u)$ é:

- A $2 + 3t$
- ■ $4 - t^2$
- C $3t^2 - 1$
- D $1 + 2t - 3t^2$
- E $t^2 + 2t + 3$

Teste 9 Considere as seguintes afirmações:

(I) Se $T : M_3(\mathbb{R}) \to P_4(\mathbb{R})$ é uma transformação linear sobrejetora, então $dim(Ker(T)) = 4$;

(II) A função $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definida por

$$T(x, y, z) = \det \begin{pmatrix} x & y & z \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ é linear;

(III) Sejam V e W espaços vetoriais e $T : V \to W$ uma função. Se $T(\vec{0}_V) = \vec{0}_W$, então T é linear.

Assinale a alternativa correta:

■ apenas as afirmações (I) e (II) são verdadeiras

B apenas a afirmação (I) é verdadeira

C todas as afirmações são verdadeiras

D apenas a afirmação (III) é verdadeira

E apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras

Teste 10 Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ definida por

$$T(x, y, z) = (x + z, x + y + z, ax + 2y + z, 2x + y + 2z).$$

Temos que T é injetora se, e somente se:

■ $a \neq 1$

B $a = 1$

C $a \neq 0$

D $a = -1$

E $a \neq -1$

Teste 11 Sejam $a, b \in \mathbb{R}$ e $T : \mathbb{R}^3 \to P_2(\mathbb{R})$ a transformação linear tal que,

$$T(1,0,0) = 1 + 2t + t^2;\ T(1,1,0) = 1 + t + 2t^2 \ e\ T(1,1,1) = 1 + at + bt^2$$

T é injetora se, e só se,:

A $a - b \neq 0$

B $a - b \neq 1$

■ $a + b \neq 3$

D $a + b \neq 4$

E $a \neq b$

Teste 12 Considere o espaço vetorial $P_2(\mathbb{R})$ com o produto interno definido por

$$< p, q >= p(-1)q(-1) + p(0)q(0) + p(1)q(1),\ p, q \in P_2(\mathbb{R})$$

Se $S = [1 + t, 2 - t^2]$ e $a, b \in \mathbb{R}$ são tais que $a + 2t + bt^2 \in S^{\perp}$, então $a + b$ é:

■ -4

B 0

C 2

D 4

E -2