Controle Estatístico de Processos

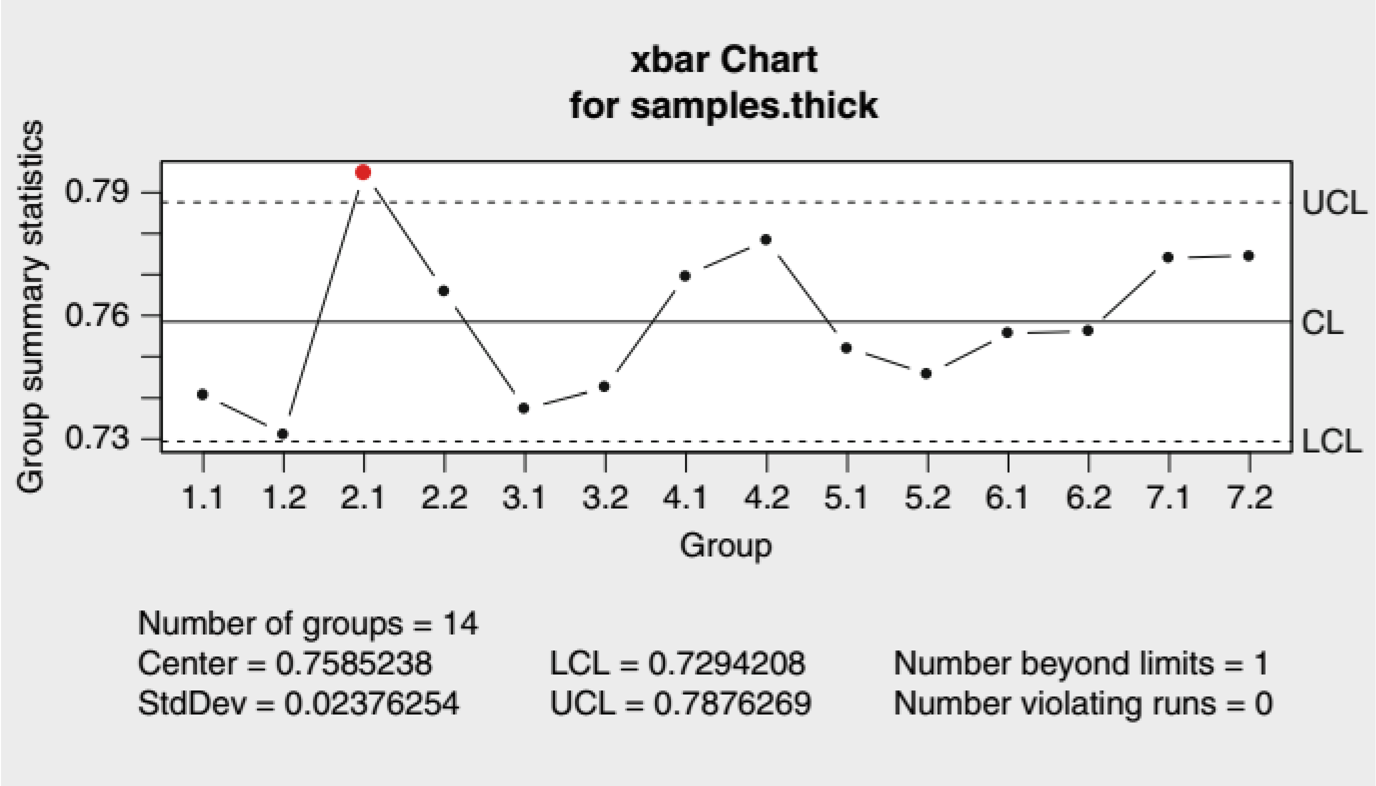
PME4363 INTRODUÇÃO À QUALIDADE

Prof. Walter Ponge-Ferreira

Três ferramentas para controle da produção

Avaliação de Sistemas de Medição (Gauge R&R)	• Avaliar se a precisão do sistema de medição é adequada para o controle de processos
Controle Estatístico de Processos CEP	• Monitorar a estabilidade dos processos de produção seriada
Capacidade e Desempenho de Processos	• Avaliar a adequação do processo às especificações

Gráfico de Controle de Processo



- Linha de centro

$$CL_Q = \mu_Q$$

- Limite superior do gráfico

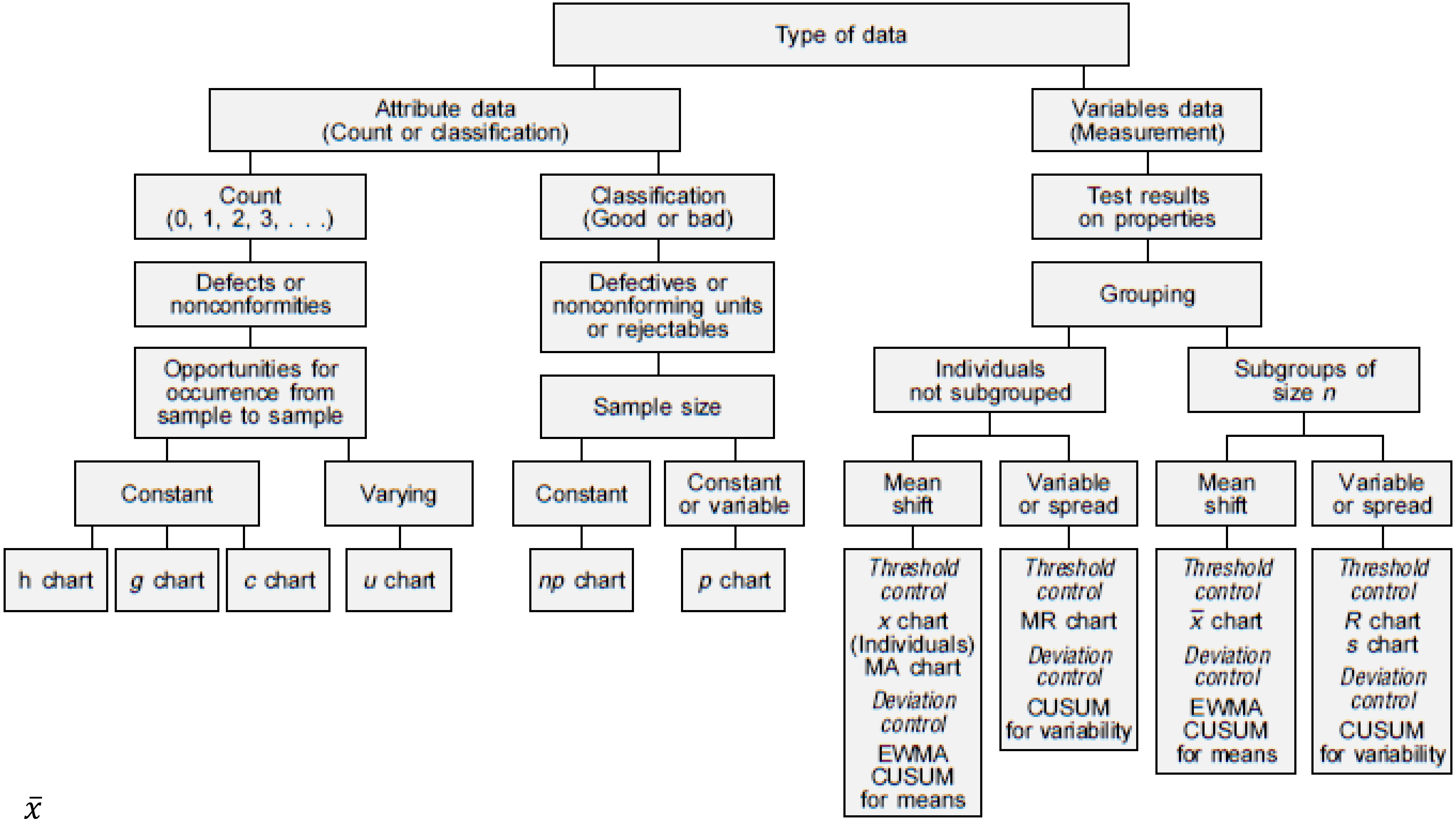
$$UCL_Q = \mu_Q + 3\,\sigma_Q$$

- Limite inferior do gráfico

$$LCL_Q = \mu_Q - 3\,\sigma_Q$$

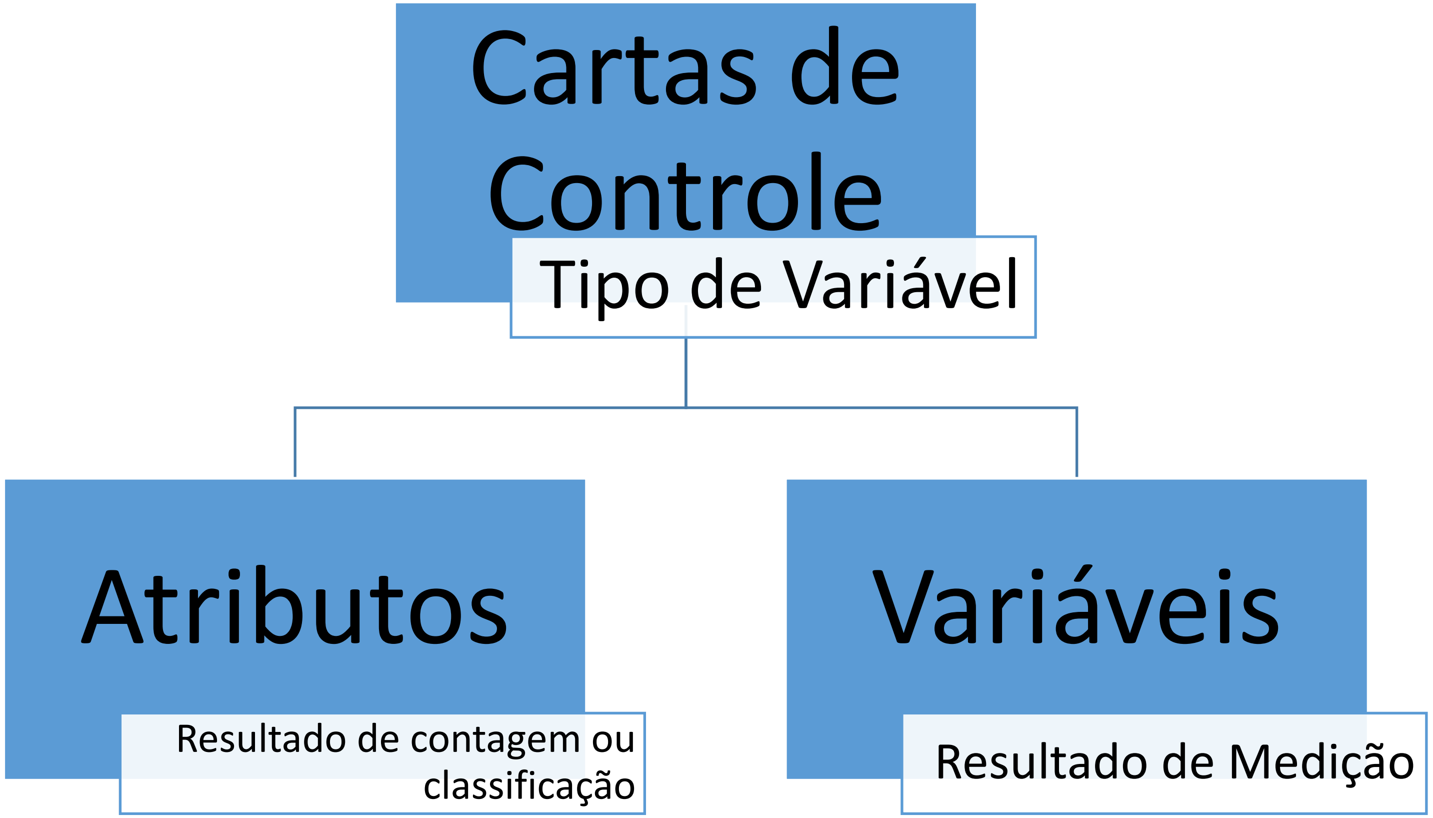
Definição

- Instrumento estatístico para avaliar a **<u>estabilidade do processo</u>** e detector eventos especiais
  - Eventos normais: variabilidade intrínseca ao processo
  - Eventos especiais: causas anormais e não previstas no funcionamento normal
- O gráfico de controle não avalia a adequação do processo para um determinado fim -> **Capacidade de Processo**
- Composto de três ítens:
  - Gráfico de valor central (média ou mediana)
  - Gráfico de Variabilidade (amplitude ou desvio padrão)
  - Registro de ocorrências
- Quando o processo não apresenta causas especiais, diz-se que o processo está em estado de controle estatístico.
- O critério de detecção de eventos especiais é a ocorrência de eventos raros (de baixa probabilidade) se o processo não apresenta alteração, i.e., se a distribuição de probabilidade que gera a variável monitorada não se alterar.
- Essencialmente o **Controle Estatístico de Processos – CEP** é um **Teste de Hipóteses** contínuo.


Type of data
Attribute data
(Count or classification)
Variables data
(Measurement)
Count
(0, 1, 2, 3, . . .)
Classification
(Good or bad)
Test results
on properties
Defects or
nonconformities
Defectives or
nonconforming units
or rejectables
Grouping
Opportunities for
occurrence from
sample to sample
Sample size
Individuals
not subgrouped
Subgroups of
size n
Constant
Varying
Constant
Constant
or variable
Mean
shift
Variable
or spread
Mean
shift
Variable
or spread
h chart
g chart
c chart
u chart
np chart
p chart
Threshold
control
x chart
(Individuals)
MA chart
Deviation
control
EWMA
CUSUM
for means
Threshold
control
MR chart
Deviation
control
CUSUM
for variability
Threshold
control
x̄ chart
Deviation
control
EWMA
CUSUM
for means
Threshold
control
R chart
s chart
Deviation
control
CUSUM
for variability

$\bar{x}$

Tipos de Carta de Controle



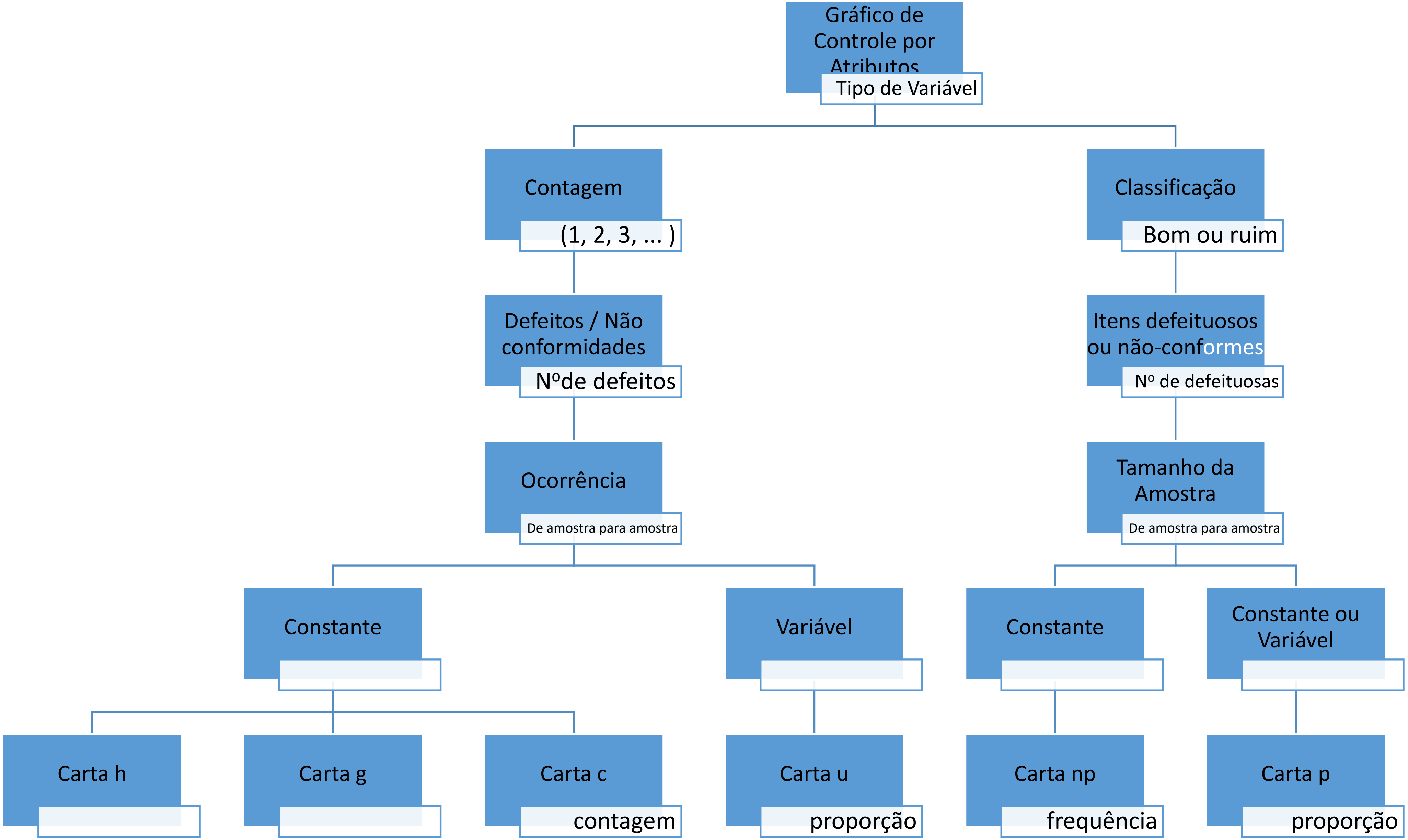


Gráfico de Controle por Atributos
Tipo de Variável
Contagem
(1, 2, 3, ...)
Classificação
Bom ou ruim
Defeitos / Não conformidades
Nºde defeitos
Itens defeituosos ou não-conformes
Nº de defeituosas
Ocorrência
De amostra para amostra
Tamanho da Amostra
De amostra para amostra
Constante
Variável
Constante
Constante ou Variável
Carta h
Carta g
Carta c
contagem
Carta u
proporção
Carta np
frequência
Carta p
proporção

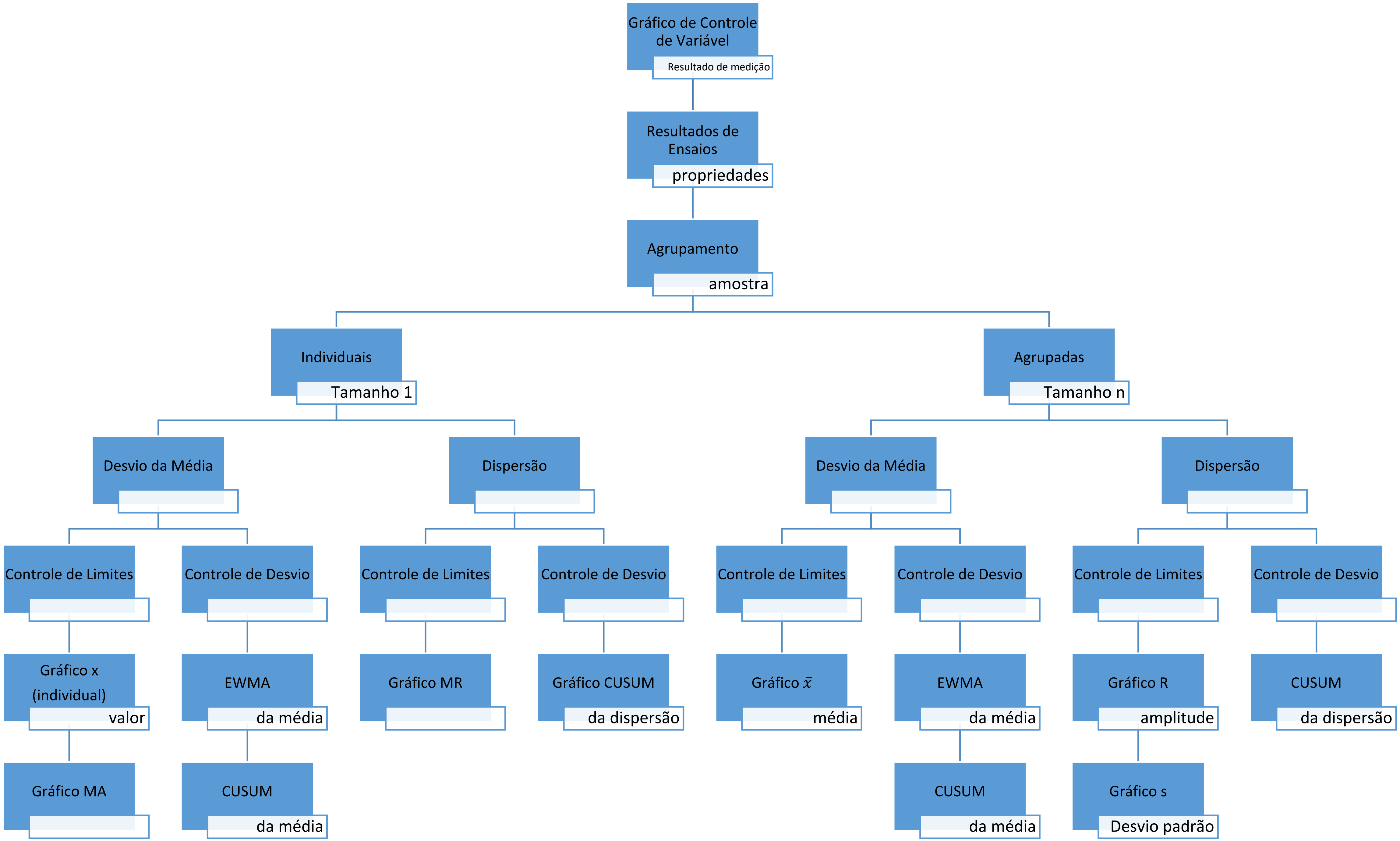


Gráfico de Controle de Variável
Resultado de medição
Resultados de Ensaios
propriedades
Agrupamento
amostra
Individuais
Tamanho 1
Agrupadas
Tamanho n
Desvio da Média
Dispersão
Desvio da Média
Dispersão
Controle de Limites
Controle de Desvio
Controle de Limites
Controle de Desvio
Controle de Limites
Controle de Desvio
Controle de Limites
Controle de Desvio
Gráfico x (individual)
valor
EWMA
da média
Gráfico MR
Gráfico CUSUM
da dispersão
Gráfico $\bar{x}$
média
EWMA
da média
Gráfico R
amplitude
CUSUM
da dispersão
Gráfico MA
CUSUM
da média
CUSUM
da média
Gráfico s
Desvio padrão

Gráfico de Controle de Variáveis Quantitativas

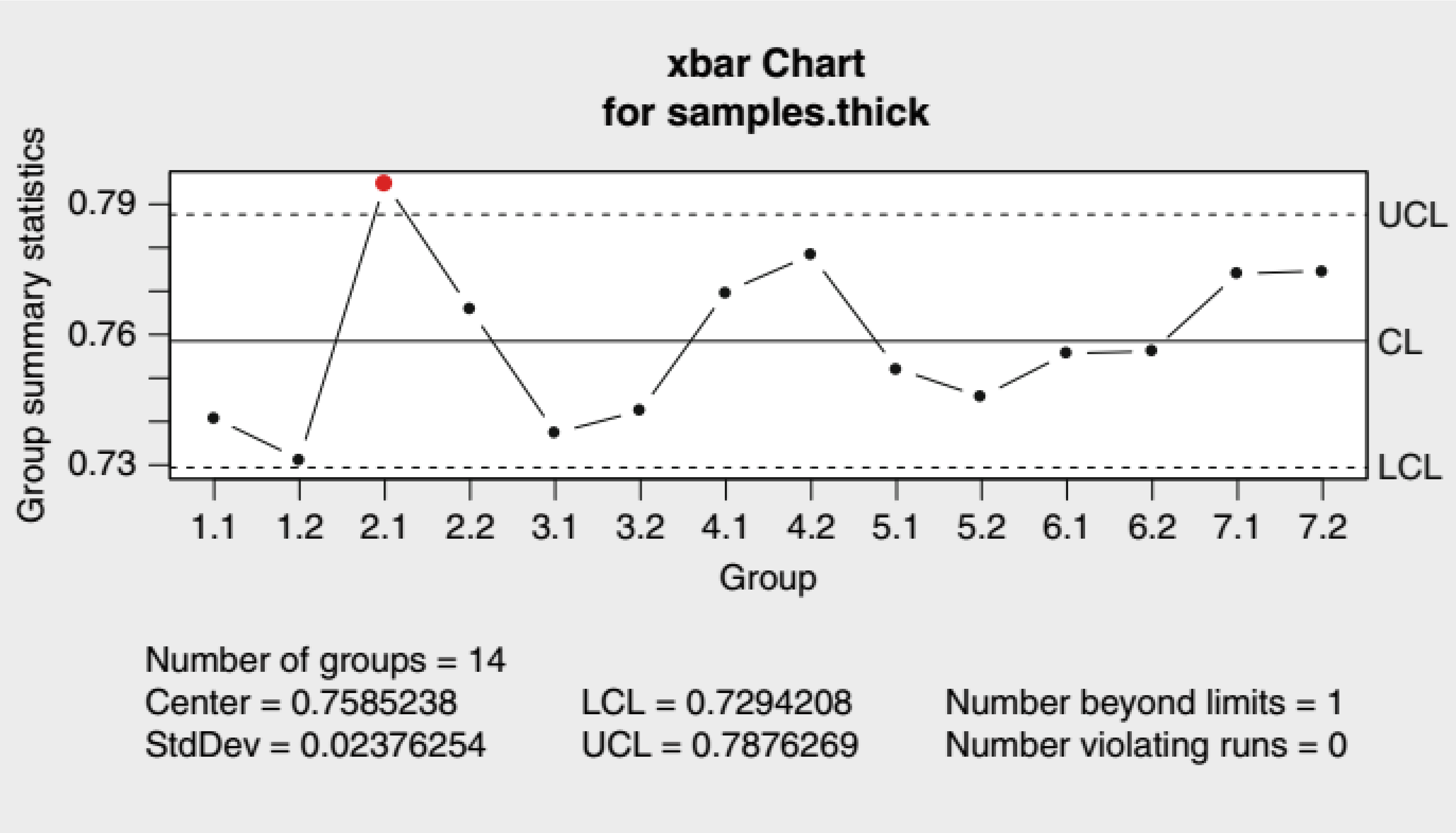
- Gráfico da Média Amostral $\bar{x}$
- Gráfico de Amplitude Amostral R
- Gráfico de Mediana Amostral $\tilde{x}$
- Gráfico de Desvio Padrão Amostral s_x

Gráfico de controle de variáveis qualitativas

- Número de peças defeituosas X em n itens
- Proporção de peças defeituosas $\hat{p} = \dfrac{X}{n}$ em n itens

- Número de defeitos X em k unidades
- Número médio de defeitos $\hat{u} = \dfrac{X}{k}$ por unidade

Gráfico de Controle da Média $\bar{x}$



- Linha de centro

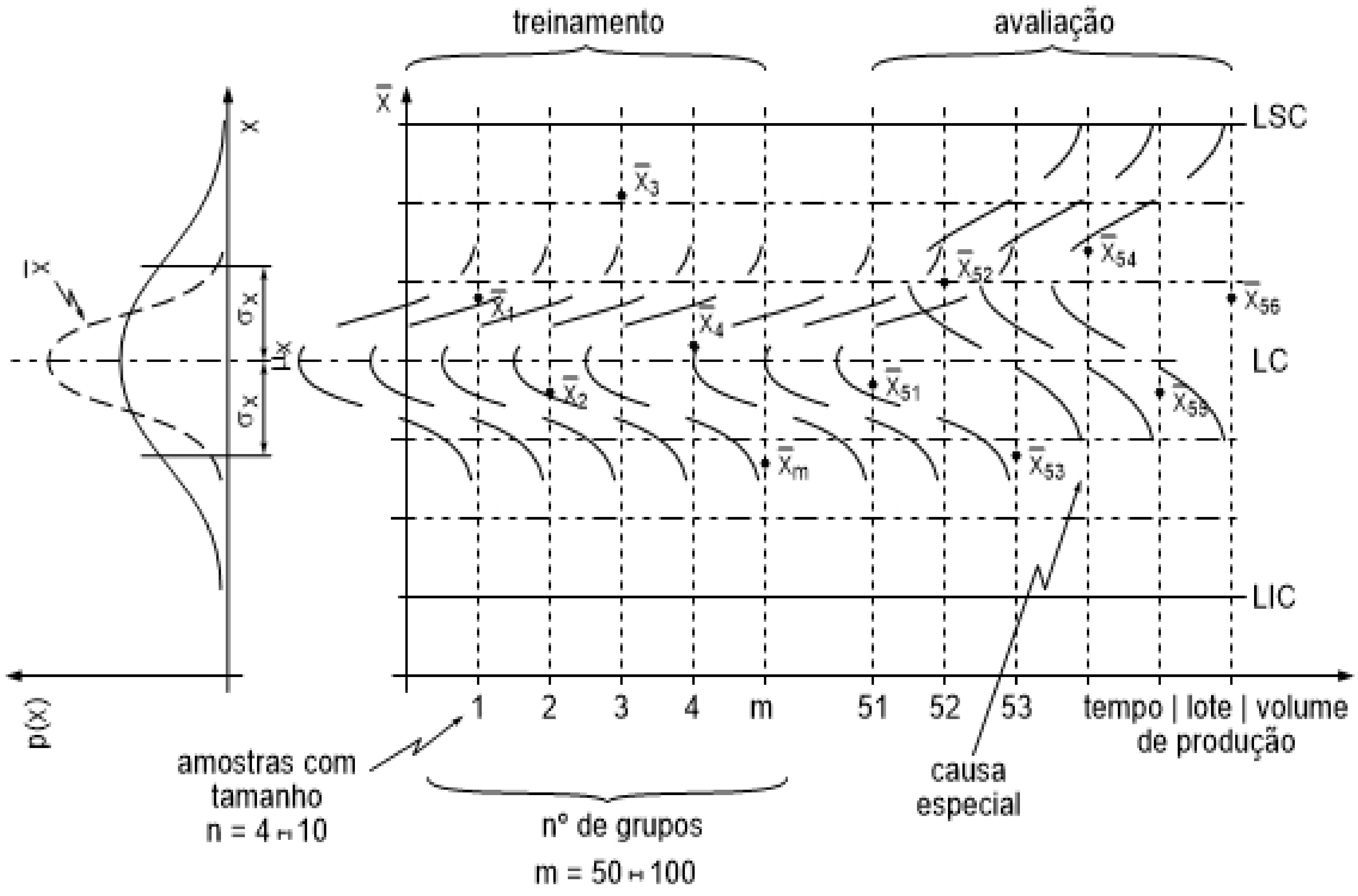
$$CL_{\bar{x}} = \mu$$

- Limite superior do gráfico

$$UCL_{\bar{x}} = \mu + 3\,\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

- Limite inferior do gráfico

$$UCL_{\bar{x}} = \mu - 3\,\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$



treinamento
avaliação
LSC
LC
LIC
x
p(x)
1
2
3
4
m
51
52
53
tempo | lote | volume de produção
amostras com tamanho n = 4 ⊢ 10
nº de grupos m = 50 ⊢ 100
causa especial

Estimação dos Parâmetros

- Estimação da média populacional da v.a. média amostral

$$\mu_{\bar{x}} = \mu_x = \mu \Rightarrow \hat{\mu} = \bar{x} = \bar{\bar{x}}$$

- Estimação do desvio padrão populacional da v.a. média amostral

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$$

- Distribuição da Amplitude Relativa

$$W = \frac{R}{\sigma}$$

Representa a relação entre a amplitude amostral e o desvio padrão de uma variável com distribuição normal

$$E(W) = d_2(n) \Rightarrow E(\sigma) = \frac{E(R)}{E(W)}$$

Logo:

$$\hat{\sigma} = \hat{\sigma}_x = \frac{\bar{R}}{d_2(n)}$$

Assim:

$$\hat{\sigma}_{\bar{x}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \frac{\bar{R}}{d_2(n)}$$

onde n é o tamanho da amostra.

Comandos em R

```r
library(qcc)

# Gráfico de controle da média amostral
xbar.diametro <- qcc(data = d, type = "xbar")

# Dividindo os dados em treinamento e análise
xbar.diametro <- qcc(data = d[1:40,], type = "xbar", newdata = d[41:75,])

summary(xbar.diametro)

plot(xbar.diametro)

# Curva Característica de Operação
oc.curves(xbar.diâmetro); grid()
```

Sensibilidade do CEP do $\bar{x}$

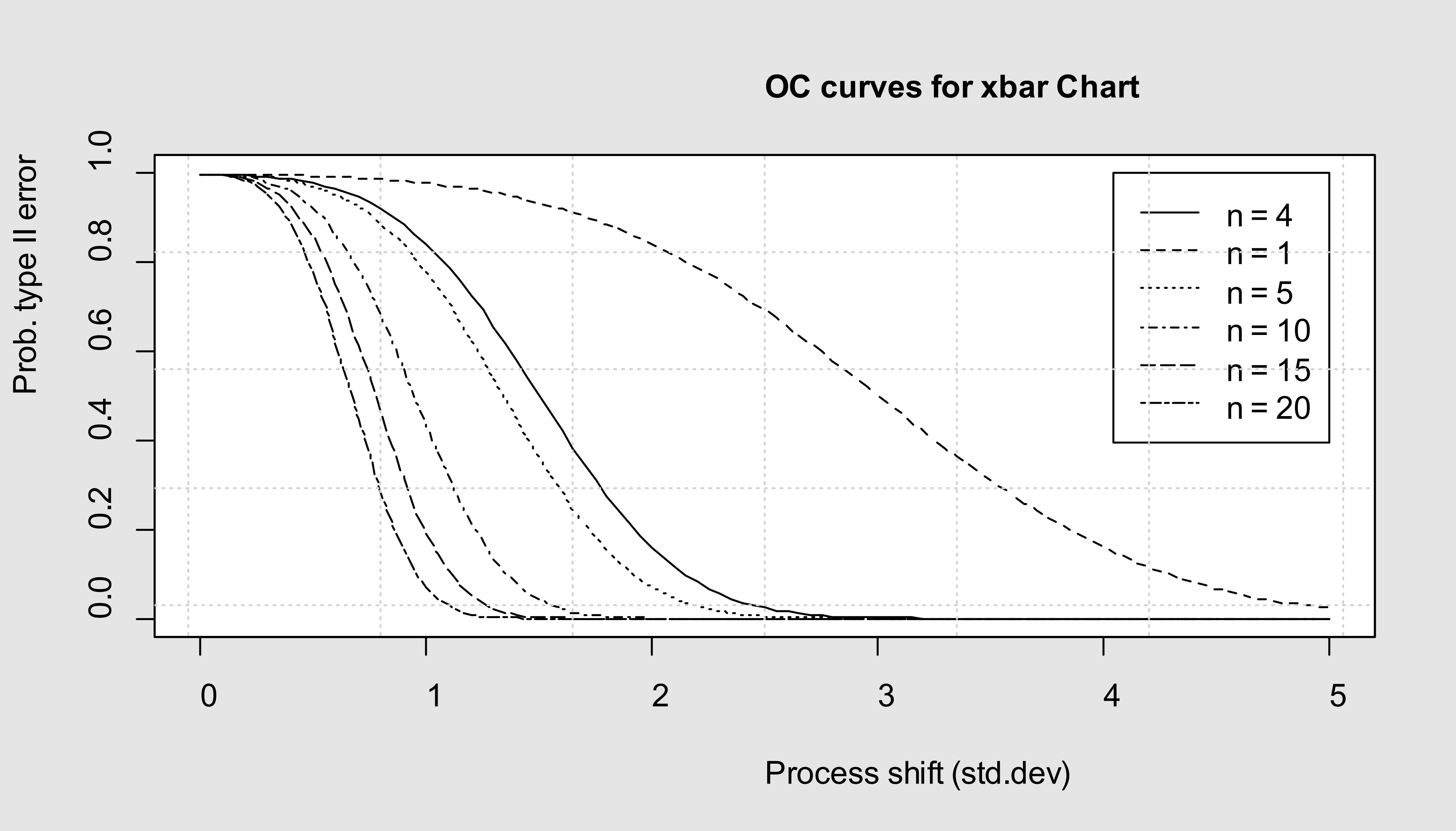
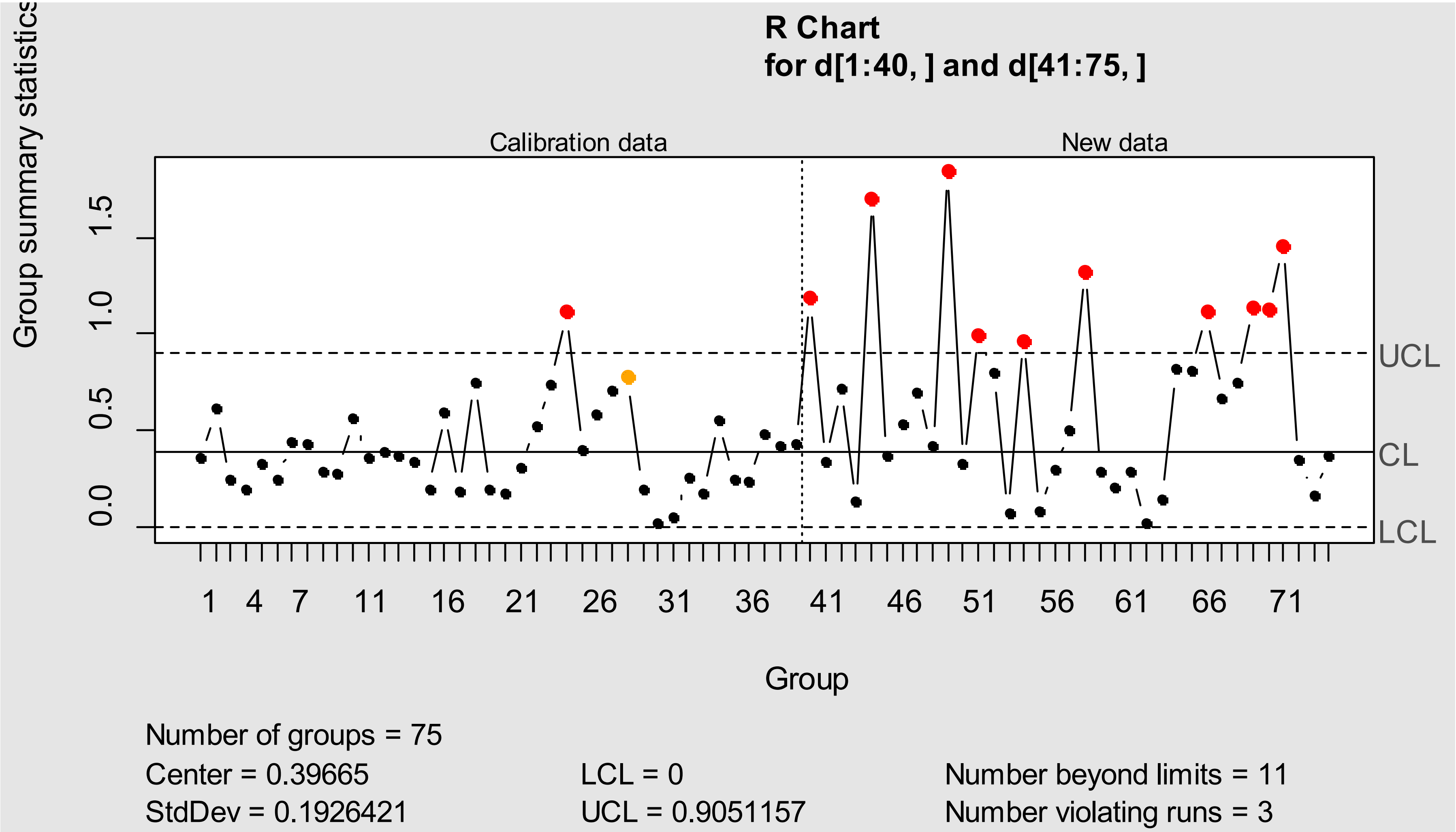
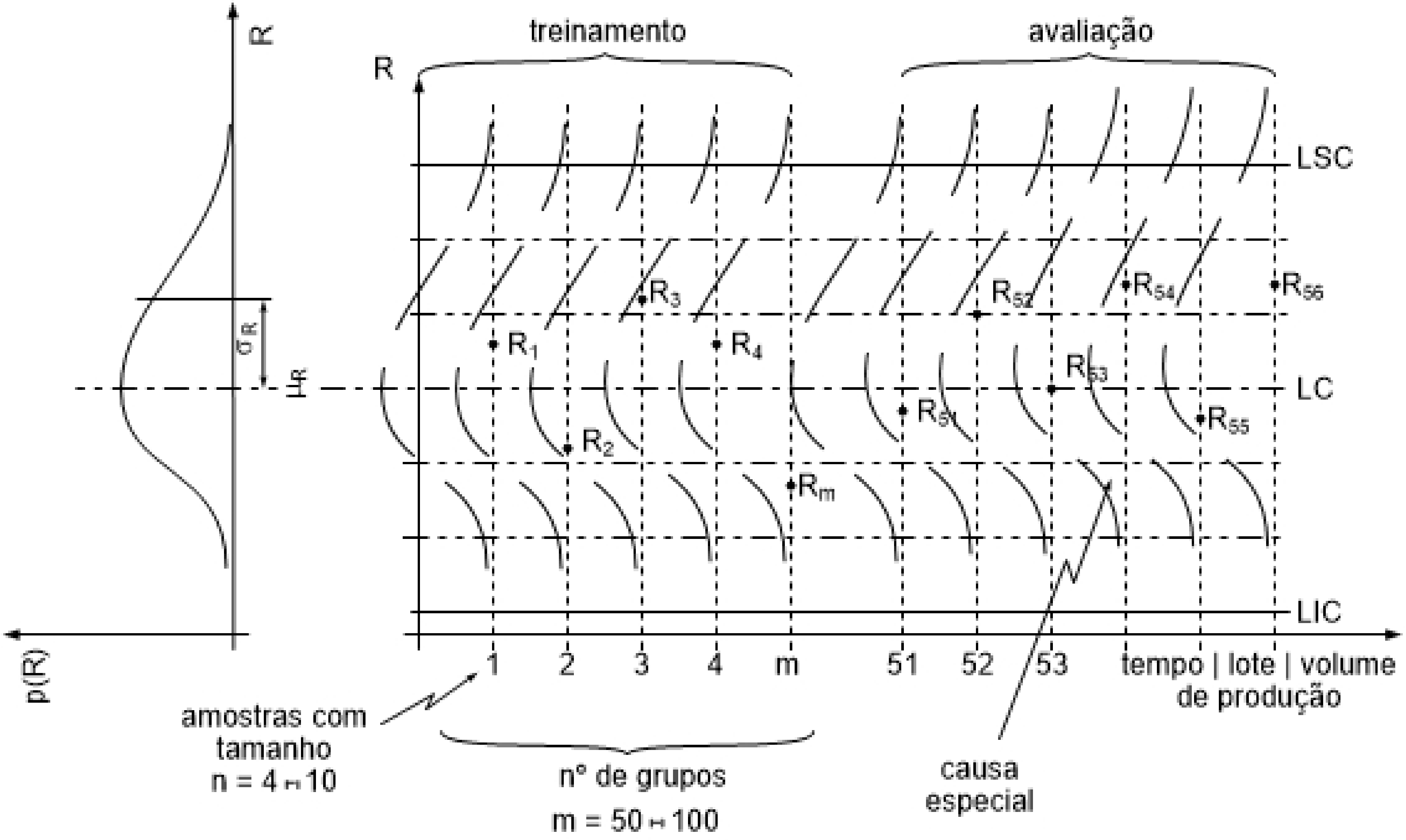


Gráfico de Controle da Amplitude R



- Linha de Centro
  $$CL_R = \mu_{\mathrm{R}}$$
- Limite superior da carta
  $$UCL_R = \mu_R + 3\,\sigma_R$$
- Limite inferior da carta
  $$LCL_R = \mu_R - 3\,\sigma_R$$



R
p(R)
σ_R
μ_R
treinamento
avaliação
R
LSC
LC
LIC
R_1
R_2
R_3
R_4
R_m
R_{51}
R_{52}
R_{53}
R_{54}
R_{55}
R_{56}
1
2
3
4
m
51
52
53
tempo | lote | volume de produção
amostras com tamanho n = 4 ↦ 10
nº de grupos m = 50 ↦ 100
causa especial

Estimação dos parâmetros

- Estimação da média populacional da v.a. amplitude amostral:

$$\hat{\mu}_R = \bar{R}$$

- Estimação do desvio padrão populacional da v.a. amplitude amostral:

$$R = W\,\sigma$$

onde W a relação entre a amplitude amostral e o desvio padrão de uma variável com distribuição normal

$$\sigma_R = d_3(n) \cdot \sigma$$

onde $DP(R) = d_3(n)$

Assim:

$$\hat{\sigma}_R = d_3(n) \cdot \frac{\bar{R}}{d_2(n)}$$

Onde n é o tamanho da amostra.

Comandos em R

```
Library(qcc)

# Gráfico de controle da amplitude amostral
r.diametro <- qcc(data = d, type = "R")

# Dividindo os dados em treinamento e análise
r.diametro <- qcc(data = d[1:40,], type = "R", newdata = d[41:75,])

summary(r.diametro)

plot(r.diametro)

# Curva Característica de Operação
oc.curves(r.diâmetro); grid()

?qcc
```

Sensibilidade do CEP de R

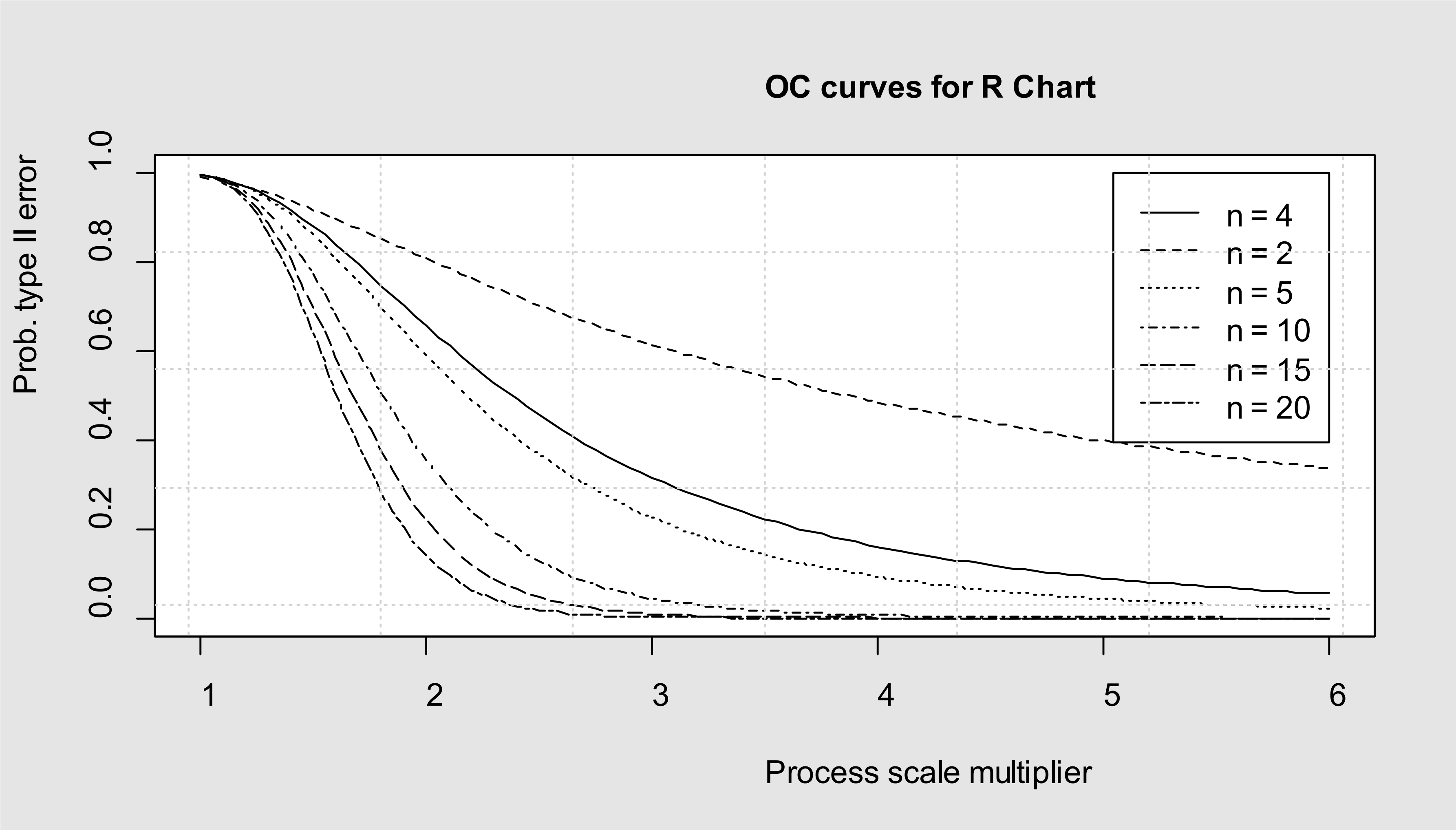


Gráfico de Controle da Mediana $\tilde{x}$

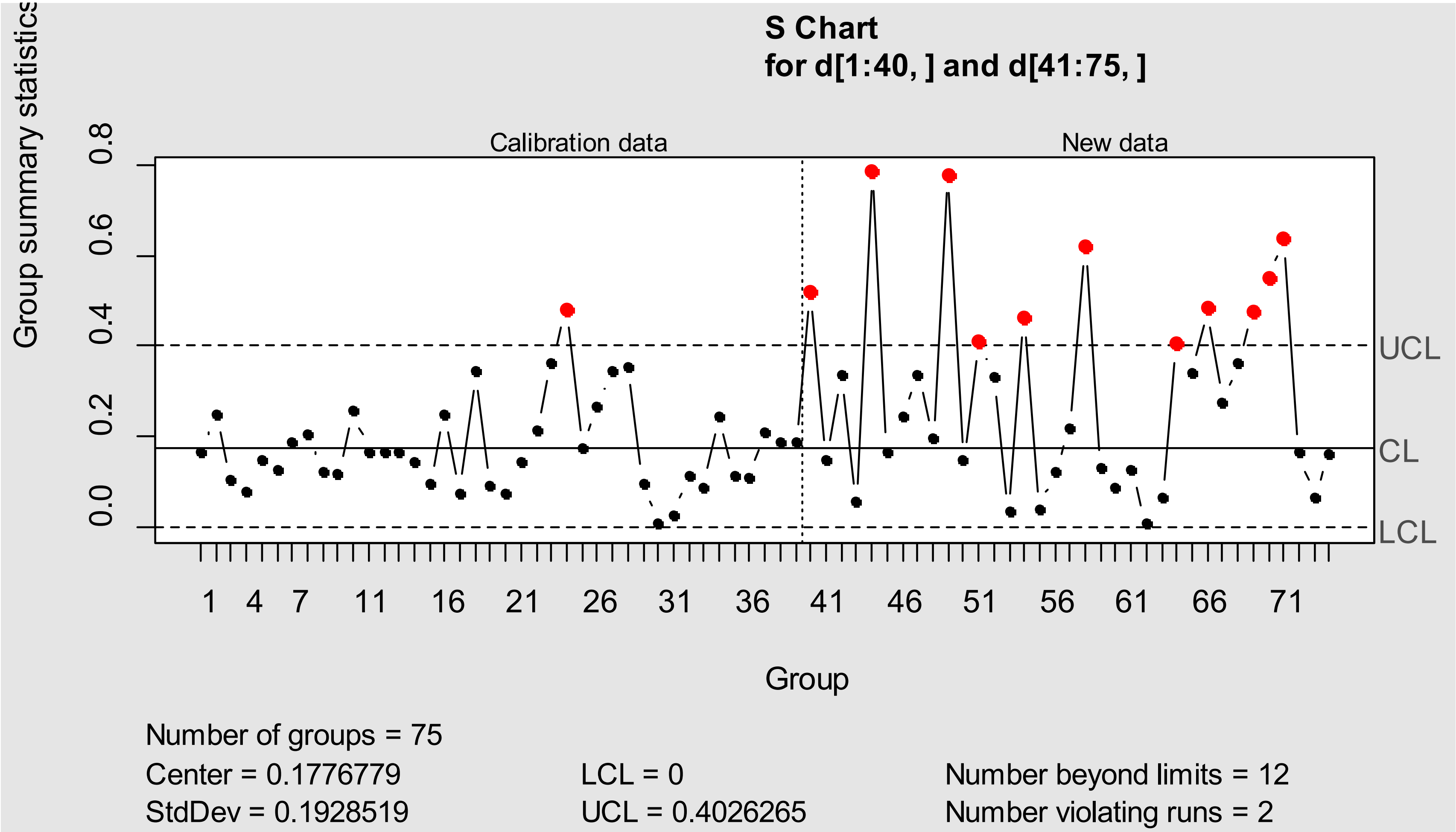
$$CL_{\tilde{x}} = \mu_{\tilde{x}} = \mu$$

$$UCL_{\tilde{x}} = \mu_{\tilde{x}} + 3\kappa \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad LCL_{\bar{x}} = \mu_{\tilde{x}} - 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Razão entre $\sigma_{\tilde{x}}$ e $\sigma_{\bar{x}}$
Para amostras de uma distribuição normal de tamanho *n*

n	3	5	7	9	11	$\sqrt{\pi/2}$ ∞
κ	1,160	1,197	1,214	1,223	1,229	

Gráfico de Controle de s



- Linha de Centro
  $$CL_S = \mu_S$$
- Limite superior da carta
  $$UCL_S = \mu_S + 3\ \sigma_S$$
- Limite inferior da carta
  $$LCL_S = \mu_S - 3\ \sigma_S$$

Estimação dos Parâmetros

- Estimação da média populacional da v.a. desvio padrão amostral

$$\hat{\mu}_S = \bar{s} = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m} s_j$$

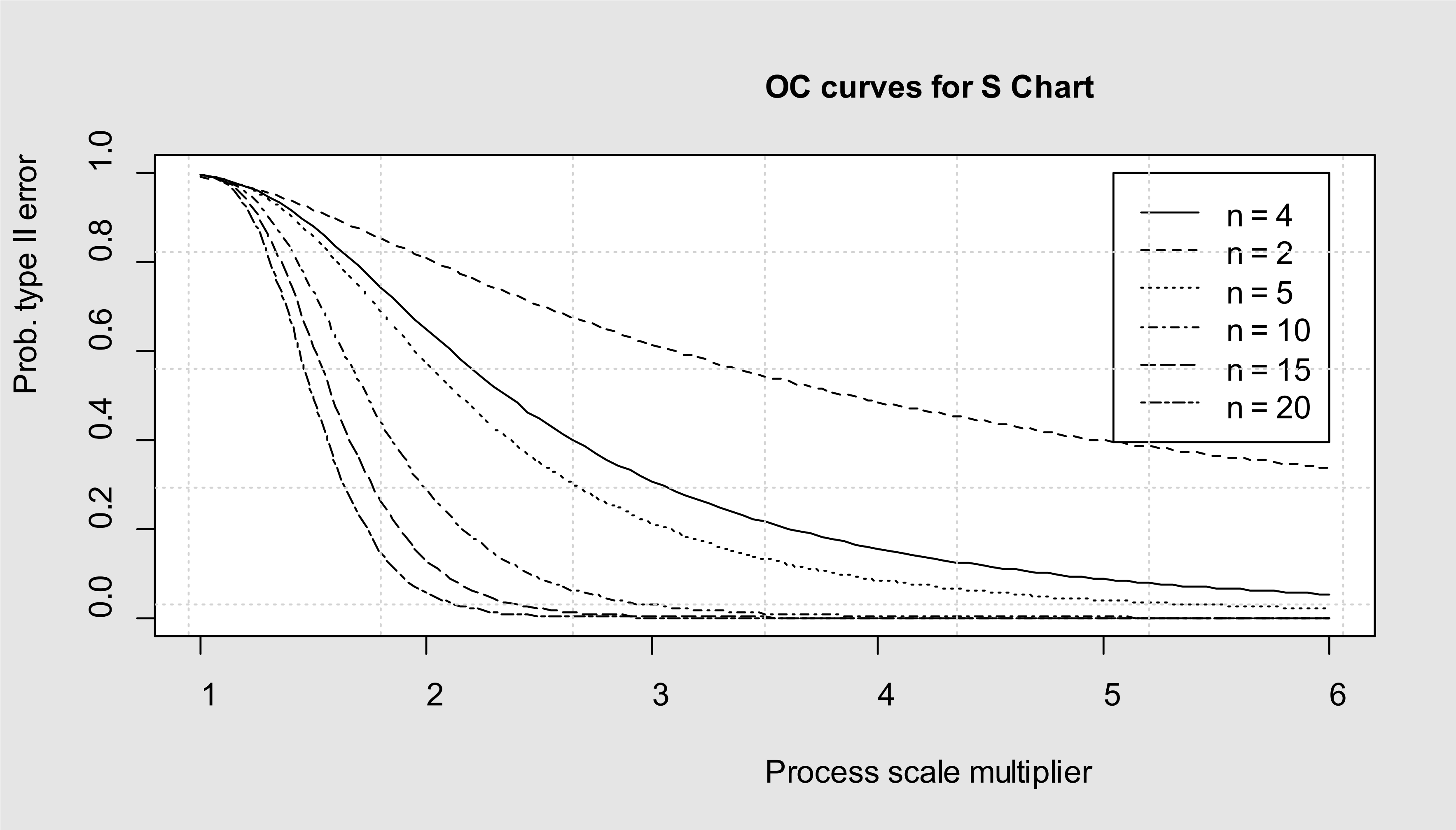
- Estimação do desvio padrão populacional da v.a. desvio padrão amostral

$$\hat{\sigma}_s = \bar{s}\,\frac{\sqrt{1 - c_4^2(n)}}{c_4^2(n)}$$

Comandos em R

```
library(qcc)
# Gráfico de controle do desvio padrão amostral
s.diametro <- qcc(data = d, type = "S")

# Dividindo os dados em treinamento e análise
s.diametro <- qcc(data = d[1:40,], type = "S", newdata = d[41:75,])

summary(s.diametro)

plot(s.diametro)

# Curva Característica de Operação
oc.curves(s.diametro);grid()
```

Sensibilidade do CEP de s



Zonas A, B e C da Gráfico de Controle

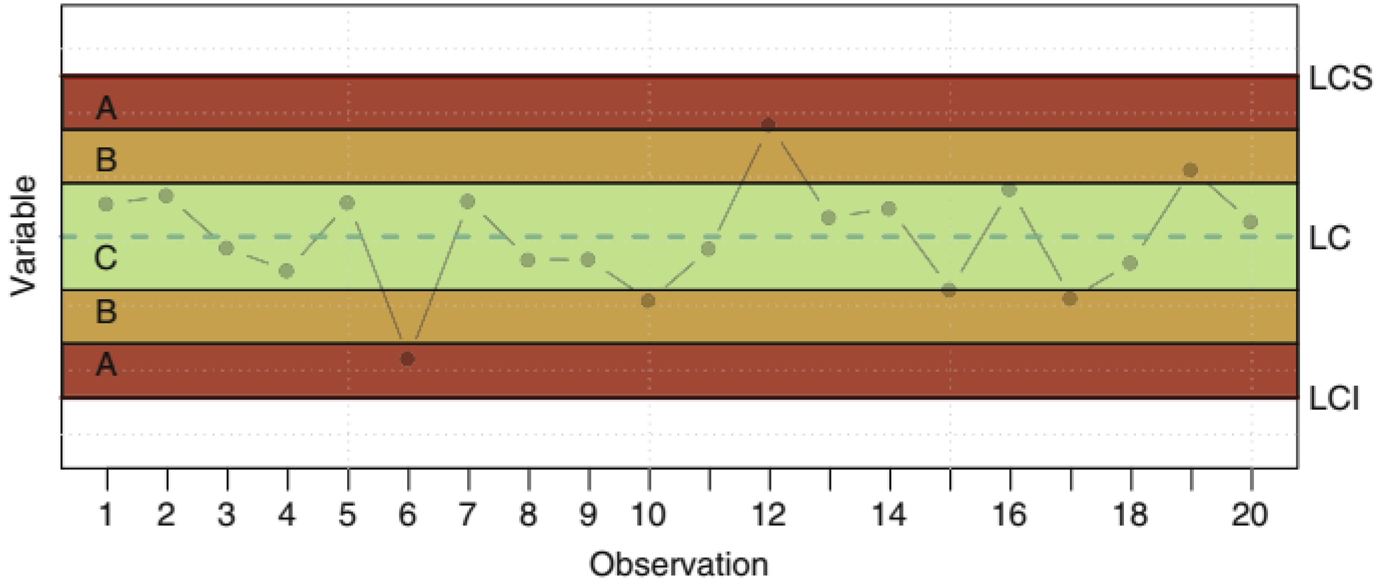


Fig. 9.4 Control chart zones. The distribution of the observations in the three zones can convey out-of-control situations

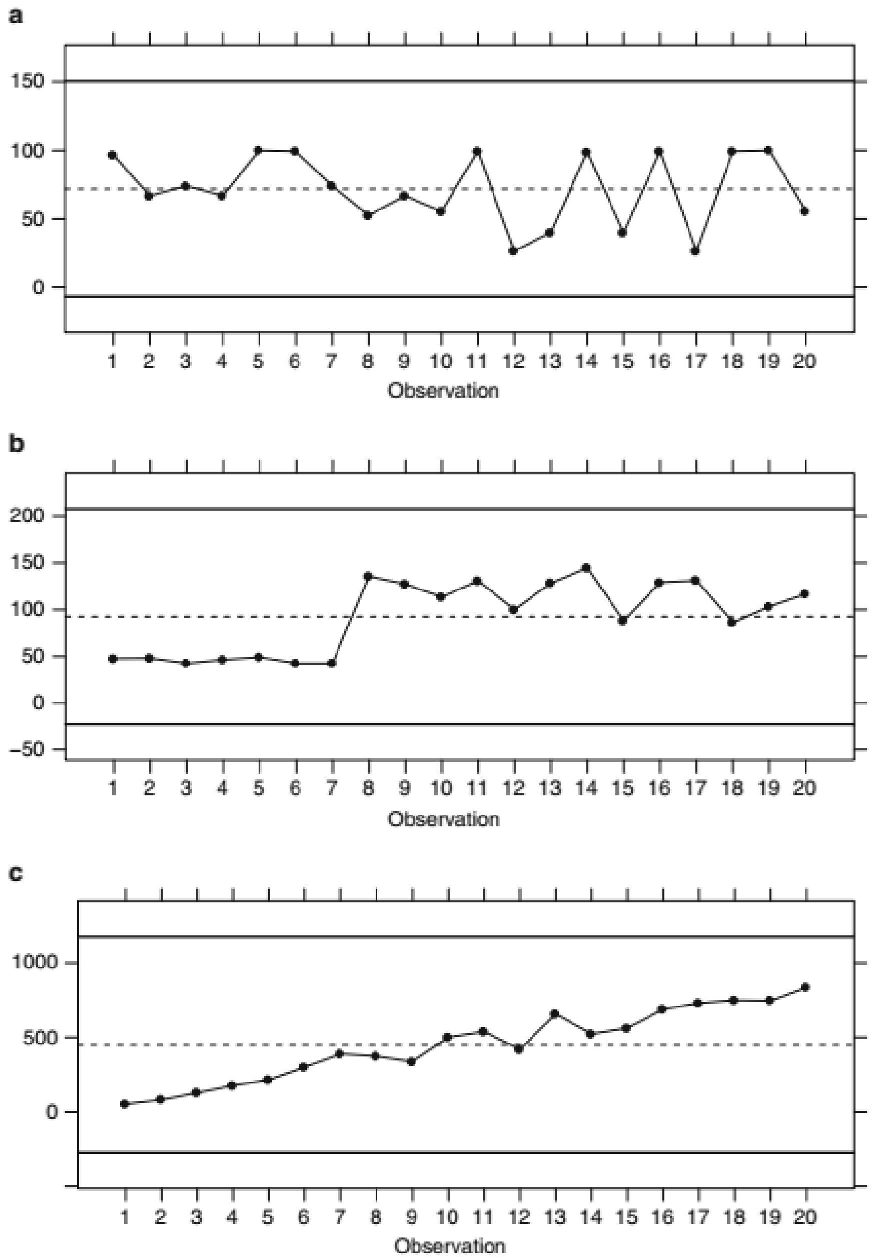


Fig. 9.3 Patterns in control charts. We can identify several patterns in a control chart, namely: Recurring cycles (seasonality) (**a**), Shifts (**b**), or Trends (**c**)

Fonte: Cano, Maguerza, Corcoba **Quality Control with R**. Springer Int., Suiça, 2015. p.244

Critério de Detecção de Instabilidade

- Um ponto for a dos limites de controle
- Sete pontos consecutivos de um lado da linha de centro
- Seis pontos consecutivos em ascensão ou em declínio
- Catorze pontos consecutivos alternados acima e abaixo da linha de centro
- Qualquer padrão atípico do gráfico de controle
- Dois em três pontos consecutivos na zona A ou além
- Quatro em cinco pontos consecutivos na zona B ou além
- Quinze pontos consecutivos na zona B

Critérios da *Western Electric*

- Um ponto fora dos limites da carta de controle
- Dois pontos de três consecutivos além da zona de 2 sigma
- Quatro de cinco pontos consecutivos além da zona de 1 sigma
- Oito pontos consecutivos de uma lado da linha de centro

Regras de Duncan para *Quality Control and Engineering Statistics*

- Um ponto fora dos limites da carta de controle
- Sete pontos consecutivos alternados em torno da linha de centro ou em um único lado desta
- Dois pontos consecutivos além da zona de 2 sigma
- Quatro pontos consecutivos além da sona de 1 sigma
- Ciclos periódicos óbvios

Regras de Nelson para *Journal of Quality Technology*

- Um único ponto fora dos limites da carta de controle
- Nove pontos consecutivos de um lado da linha de centro
- Seis pontos consecutivos crescentes ou decresentes
- Catorze pontos consecutivos alternados para cima e para baixo
- Dois pontos de três consecutivos além do zona de 2 sigma
- Quatro pontos de cinco consecutivos além da zona de 1 sigma
- Quinze pontos consecutivos dentro da zona de 1 sigma
- Oito pontos consecutivos com nenhum dentro da zona de 1 sigma

Número Médio de Amostras entre Alarmes ARL – Average Run Length

- Considerando apenas com Critério de Alarme um ponto fora dos limites:
  - H_0: $\mu = \mu_0$ (processo não se altera)
  - H_1: $\mu \neq \mu_0$ (processo se modifica – causa especial)
- Probabilidade de Alarme Falso
  - $p = \alpha = P(|\bar{x} - \mu_0| > \sigma_0 | \mu = \mu_0)$ (Erro Tipo I)
  - $\bar{x} \in N\left(\mu_o, \sigma_o / \sqrt{n}\right)$
  - Para $k = 3$ temos $\alpha = 0{,}0027$
  - $P(l) = (1 - p)^{l-1} p$
  - Distribuição Geométrica
  - $\mu = \frac{1}{p}$
  - $\mu = \frac{1}{0{,}0027} = 370{,}4$
- Número Médio entre Alarmes Falsos
  - NMAF = 370,4