Lista 4 - Questões

Maio 2023

1. Seis mols de um gás ideal estão em um cilindro com um pistão móvel em uma de suas extremidades. A temperatura inicial do gás é $27,0°$C e a pressão é constante. Como parte do projeto da máquina, calcule a temperatura final do gás depois que ele houver realizado $1,75 \times 10^3$ J de trabalho.
   Solução: À pressão constante, sabemos que vale a seguinte relação para o trabalho:
   $$W = P\Delta V. \tag{1}$$
   Mas, sabemos pela equação fundamental dos gases ideais, que
   $$PV = nRT \implies P\Delta V = nR\Delta T, \tag{2}$$
   ou seja,
   $$W = nR\Delta T. \tag{3}$$
   Devemos lembrar que quando a temperatura varia 1°na escala Celsius, ela sofre a mesma variação na escala Kelvin, ou seja, $\Delta T_K = \Delta T_C$. Logo, temos que
   $$\Delta T = \frac{W}{nR} = \frac{1.75 \times 10^3\text{J}}{(6\text{mol})(8.3145\text{J/mol} \cdot \text{K})} = 35.1\text{K}. \tag{4}$$
   Logo, a temperatura final será
   $$T_2 = \Delta T + T_1 = 31.1°C + 27,0°C = 62.1°C. \tag{5}$$

2. Um gás no interior de um cilindro se expande de um volume igual a $0,110$ m^3 até um volume igual a $0,320$ m^3. O calor flui pra dentro do sistema com uma taxa suficiente para manter a pressão constante e igual a $1,18 \times 10^5$ Pa durante a expansão. O calor fornecido ao sistema é igual a $1,15 \times 10^5$ J.
   a) Calcule o trabalho realizado pelo gás.
   Solução: À pressão constante vale a equação (1). Diretamente, temos então que
   $$W = P\Delta V = (1.80 \times 10^5\text{Pa})(0.320\text{m}^3 - 0.110\text{m}^3) = 3.78 \times 10^4\text{J}. \tag{6}$$

b)Calcule a variação da energia interna do gás.
Solução: Pela primeira lei da termodinâmica, temos que

$$\Delta U = Q - W. \tag{7}$$

Logo,

$$\Delta U = 1.15 \times 10^5\text{J} - 3.78 \times 10^4\text{J} = 7.72 \times 10^4\text{J}. \tag{8}$$

c) O resultado depende ou não do gás ser ideal? Justifique sua resposta.
Solução: À pressão constante vale a relação (1) e a primeira lei da termodinâmica (7), independentemente do material. A relação fundamental dos gases, $PV = nRT$, não foi utilizada. Sendo assim, o resultado independe do gás ser ideal ou não.

3. Quando a água entra em ebulição sob pressão de $2,0$ atm, o calor de vaporização é $2,20 \times 10^6$ J/Kg e o ponto de ebulição é $120°$C. A essa pressão, $1,0$ Kg de água possui volume igual a $1,0 \times 10^{-3}$ m^3 e $1,0$ Kg de vapor de água possui volume igual a $0,824$ m^3.
a) Calcule o trabalho realizado quando se forma $1,0$ Kg de vapor de água nessa temperatura.
Solução: Temos, diretamente pela relação (1), que

$$W = P\Delta V = (2.03\times10^5\text{Pa})(0.824\text{m}^3 - 1.00\times10^{-3}\text{m}^3) = 1.67\times10^5\text{J}. \tag{9}$$

b) Calcule a variação da energia interna da água.
Solução: Pela equação (7), temos que

$$\Delta U = Q - W = 2.20 \times 10^6\text{J} - 1.67 \times 10^5\text{J} = 2.03 \times 10^6\text{J}. \tag{10}$$

4. A Figura (1) mostra dua trajetórias que podem ser seguidas por um gás de um ponto inicial i até um ponto final f. A trajetória 1 consiste em uma expansão isotérmica (o módulo do trabalho é 50 J), uma expansão adiabática (o módulo do trabalho é 40 J), uma compressão isotérmica (o módulo do trabalho é 30 J) e uma compressão adiabática (o módulo do trabalho é 25 J). Qual é a variação da energia interna do gás se ele vai do ponto i para o ponto f seguindo a trajetória 2?

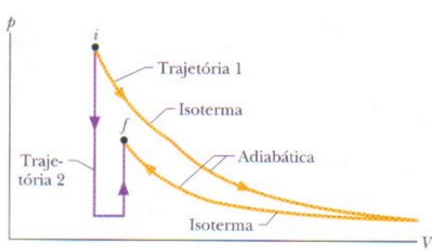


Figura 1: Problema 4.

Solução: Como a variação da energia interna ΔU não depende da trajetória, temos

$$\Delta U_{t2} = \Delta U_{t1}. \tag{11}$$

Mas, a trajetória 1 é formada por 4 processos: uma expansão isotérmica ΔU_{ei}, uma expansão adiabática ΔU_{ea}, uma compressão isotérmica ΔU_{ci} e uma compressão adiabática ΔU_{ca}, ou seja,

$$\Delta U_{t1} = \Delta U_{ei} + \Delta U_{ea} + \Delta U_{ci} + \Delta U_{ca}. \tag{12}$$

Como em um gás ideal a variação da energia interna só depende da variação da temperatura, nas isotermas, $\Delta U = 0$, ou seja,

$$\Delta U_{t1} = \Delta U_{ea} + \Delta U_{ca}. \tag{13}$$

Em um processo adiabático, $Q = 0$. Assim, pela primeira lei da termodinâmica, temos para a expansão adiabática que:

$$\Delta U_{ea} = Q - W = -40\text{J}, \tag{14}$$

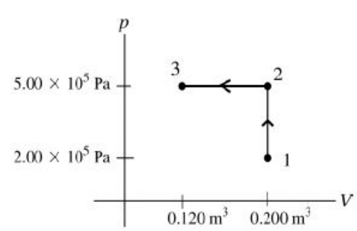
pois como o gás realiza trabalho há perda de energia. Para a compressão adiabática, temos, pela primeira lei da termodinâmica:

$$\Delta U_{ca} = Q + W = 25\text{J}, \tag{15}$$

pois como o trabalho é feito sobre o gás (para comprimí-lo) há ganho de energia. Logo,

$$\Delta U_{t2} = -40\text{J} + 25\text{J} = -15\text{J}. \tag{16}$$

5. Um gás passa por dois processos. No primeiro, o volume permanece constante a $0,200$ m^3 e a pressão cresce de $2,0 \times 10^5$ Pa até $5,0 \times 10^5$ Pa. O segundo processo é uma compressão até o volume $0,120$ m^3 sob pressão constante de $2,0 \times 10^5$ Pa.
a) Desenhe um diagrama PV mostrando esses dois processos.
Solução:



b) Calcule o trabalho total realizado pelo gás nos dois processos.
Solução: No primeiro processo $1 \rightarrow 2$, como o volume se mantém constante, $\Delta V = 0$. Logo, $W = 0$. Para o segundo processo $2 \rightarrow 3$, temos que

$$W = P\Delta V = (5.00 \times 10^5\text{Pa})(0.120\text{m}^3 - 0.200\text{m}^3) = -4.00 \times 10^4\text{J}. \tag{17}$$

Assim, o trabalho total W_{tot} é:

$$W_{tot} = W_{1\to 2} + W_{2\to 3} = -4.00 \times 10^4 \text{J}. \tag{18}$$

6. Um sistema termodinâmico realiza o processo cíclico indicado na Figura (2). O ciclo é constituído por duas curvas fechadas, a malha I e a malha II.
a) Durante um ciclo completo, o sistema realiza trabalho positivo ou negativo?
Solução: Devemos lembrar que W é a área sob a curva. O ciclo completo é composto pelo ciclo com área maior I, no sentido horário, ou seja, $W_I > 0$ e o ciclo com área menor II, sentido anti-horário, ou seja, $W_{II} < 0$. O trabalho total será positivo, $W_{tot} = W_I + W_{II} > 0$, visto que $W_I > W_{II}$.
b) O sistema realiza trabalho positivo ou negativo para cada malha separada I e II?
Solução: Como mencionado no item anterior, $W_I > 0$ e $W_{II} < 0$.
c) Durante um ciclo completo, o sistema absorve ou liberta calor?
Solução: Como em um ciclo completo $\Delta U = 0$, então $Q = W$. Assim, o trabalho total é $Q = W_{tot} > 0$, ou seja o sistema absorve calor.
d) Em cada malha separada I e II, o sistema absorve ou liberta calor?
Solução: Para a malha I, temos $Q = W_I > 0$, ou seja, o sistema absorve calor. Para a malha II, $Q = W_{II} < 0$, ou seja, o sistema perde calor.

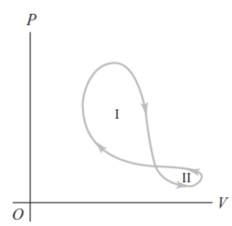


Figura 2: Problema 6.

7. Uma amostra de gás sofre uma transição de um estado inicial a para um estado final b por três diferentes trajetórias (processos), como mostra o diagrama $p - V$ da Figura (3), onde $V_b = 5,00V_i$. A energia transferida para o gás como calor no processo 1 é $10p_iV_i$. Em termos de p_iV_i, quais são:
a) A energia transferida para o gás como calor no processo 2?
Solução: Para o processo 1, temos

$$U_b - U_a = Q_1 - W_1 = Q_1 - p(V_b - V_i) \implies (\Delta U_{ab})_1 = 6p_iV_i. \tag{19}$$

Como a variação da energia interna independe do caminho, $(\Delta U_{ab})_1 = (\Delta U_{ab})_2$, ou seja,

$$(\Delta U_{ab})_2 = Q_2 - W_2, \tag{20}$$
$$Q_2 = (\Delta U_{ab})_1 + W_2. \tag{21}$$

O trabalho W é a área sob a curva. Para o caminho 2, temos

$$
\begin{aligned}
W_2 &= A_{triângulo} + A_{retângulo}, && (22)\\
&= \frac{1}{2}(V_b - V_i)(\frac{3p_i}{2} - p_i) + (V_b - V_i)(p_i), && (23)\\
&= (V_b - V_i)(\frac{3p_i}{4} - \frac{p_i}{2} + p_i), && (24)\\
&= (V_b - V_i)(\frac{3p_i}{4} + \frac{p_i}{2}), && (25)\\
&= \frac{5p_i}{4}(V_b - V_i), && (26)\\
&= 5p_iV_i. && (27)
\end{aligned}
$$

Logo,

$$Q_2 = 6p_iV_i + 5p_iV_i = 11p_iV_i. \tag{28}$$

b) A variação da energia interna do gás no processo 3?
Solução: Como mencionado anteriormente,

$$(\Delta U_{ab})_1 = (\Delta U_{ab})_2 = (\Delta U_{ab})_3 = 6p_iV_i. \tag{29}$$

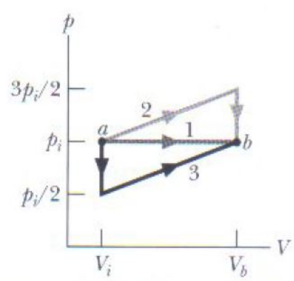


Figura 3: Problema 7.

8. Um gás monoatômico ideal executa o ciclo da Figura (4) no sentido indicado na figura. O caminho do processo $c \to a$ é uma linha reta no diagrama PV.
a) Calcule Q, W e ΔU em cada processo: $a \to b$, $b \to c$ e $c \to a$.
Solução: A quantidade de calor para um gás ideal à pressão constante é dada por:

$$Q = nC_P\Delta T, \tag{30}$$

onde $C_P = \frac{5}{2}R$ para um gás monoatômico ideal. No processo $a \to b$, P é constante e V varia. Logo, pela relação dos gases ideais, ΔT também varia. Assim,

$$\Delta T = \frac{P\Delta V}{nR}. \tag{31}$$

Temos então,

$$Q_{ab} = \frac{C_P}{R} P_{ab} \Delta V_{ab} = \frac{5}{2}(3.00 \times 10^5 \text{Pa})(0.300 \text{m}^3) = 2.25 \times 10^5 \text{J}. \quad (32)$$

O trabalho é, então,

$$W_{ab} = P_{ab} \Delta V_{ab} = (3.00 \times 10^5 \text{Pa})(0.300 \text{m}^3) = 0.90 \times 10^5 \text{J}. \quad (33)$$

Pela primeira lei da termodinâmica, temos então que,

$$\Delta U_{ab} = Q_{ab} - W_{ab} = 1.35 \times 10^5 \text{J}. \quad (34)$$

No processo $b \to c$, P varia e V é constante. Logo, pela relação dos gases ideais, ΔT também varia. A quantidade de calor para um gás ideal à volume constante é dada por:

$$Q = n C_V \Delta T, \quad (35)$$

onde $C_V = \frac{3}{2} R$ para um gás monoatômico ideal. Assim,

$$Q_{bc} = \frac{C_V}{R} \Delta P_{bc} V_{bc} = \frac{3}{2}(-2.00 \times 10^5 \text{Pa})(0.800 \text{m}^3) = -2.40 \times 10^5 \text{J}. \quad (36)$$

Como V é constante, $W_{bc} = 0$, pois $\Delta V_{bc} = 0$. Assim, pela primeira lei da termodinâmica, temos

$$\Delta U_{bc} = Q_{bc} - W_{bc} = -2.40 \times 10^5 \text{J}. \quad (37)$$

No processo $c \to a$, P varia e V Também varia. Como o trabalho é numericamente igual a área sob a curva, temos

$$\begin{aligned} W_{ca} &= A_{trapézio}, && (38) \\ &= \frac{1}{2}(3.00 \times 10^5 \text{Pa} + 1.00 \times 10^5 \text{Pa})(0.800 \text{m}^3 - 0.500 \text{m}^3), && (39) \\ &= 6.00 \times 10^4 \text{J}. && (40) \end{aligned}$$

Entretanto, nesse caso temos uma compressão volumétrica, o que implica que o trabalho é negativo, ou seja, $W_{ca} = -6.00 \times 10^4 \text{J} = -0.60 \times 10^5 \text{J}$.

Num ciclo fechado, sabemos que a variação de energia interna total do sistema é $\Delta U_{tot} = 0$. Então,

$$\Delta U_{tot} = \Delta U_{ab} + \Delta U_{bc} + \Delta U_{ca} = 0 \implies \Delta U_{ca} = -\Delta U_{ab} - \Delta U_{bc}. \quad (41)$$

Logo,

$$\Delta U_{ca} = -(1.35 \times 10^5 \text{J}) - (-2.40 \times 10^5 \text{J}) = 1.05 \times 10^5 \text{J}. \quad (42)$$

Logo, pela primeira lei da termodinâmica,

$$Q_{ca} = \Delta U_{ca} + W_{ca} = 0.45 \times 10^5 \text{J}. \quad (43)$$

b) Quais são os valores de Q, W e ΔU em um ciclo completo?
Solução:

$$Q_{tot} = Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{ca} = 0.30 \times 10^5\text{J}. \tag{44}$$

$$W_{tot} = W_{ab} + W_{bc} + W_{ca} = 0.30 \times 10^5\text{J}. \tag{45}$$

Num ciclo fechado, como mencionado, $\Delta U = 0$.
c) Qual é a eficiência do ciclo?
Solução: A eficiência é dada por,

$$e = \frac{W_{tot}}{Q_H}, \tag{46}$$

onde Q_H é a quantidade de calor adicionada ao sistema, que nesse caso é $Q_H = Q_{ab} + Q_{ca} = 2.7 \times 10^5$J. Logo,

$$e = \frac{0.30 \times 10^5\text{J}}{2.7 \times 10^5\text{J}} = 0.111 = 11.1\%. \tag{47}$$

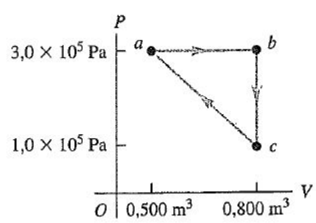


Figura 4: Problema 8.

9. Um recipiente de paredes adiabáticas é munido de um pistão móvel, de massa desprezível e 200 cm² de área, sobre o qual está colocado um peso de 10 kg. A pressão externa é de 1 atm. O recipiente contém 3l de gás hélio, para o qual Cv=1.5R, a temperatura de 20°C.

   a) Qual é a densidade inicial do gás? Faz-se funcionar um aquecedor elétrico interno ao recipiente, que eleva a temperatura do gás, gradualmente, até 70°C.

   Solução *Com os dados do enunciado, temos:*

$$Pv = nrt = \frac{m}{M}rt \tag{48}$$

$$m = \frac{PMv}{rt} \tag{49}$$

Precisamos descobrir a pressão, pois é a unidade que falta, para isso:

$$Pressão = \frac{F}{A} = \frac{Peso}{Área} = \frac{mg}{A} = \frac{10 \times 9,81}{200 \times 10^{-1}} = 0,049atm \tag{50}$$

Além disso, é necessário somar 1 atm devido a presença da pressão atmosféria, logo, a pressão total seria 1,049 atm. Com isso:

$$m = \frac{PMv}{rt} = \frac{1,049 \times 4 \times 3}{0,082 \times 293} = 0,524g. \tag{51}$$

Como densidade é a razão entre massa e volume:

$$d = \frac{m}{v} = \frac{0,524}{3} = 0,175g/l \tag{52}$$

b) Qual é o volume final ocupado pelo gás?
Solução *Para encontrar o volume, utilizaremos a formula de clapeyron, mas para isso, é necessário encontra o numero de mols. Tendo em conta que a massa molar do Hélio é 4u:*

$$n = \frac{m}{M} = \frac{0,524}{4} = 0,131mol \tag{53}$$

Então:

$$V = \frac{nRt}{P} = \frac{0,131 \times 0,082 \times 343}{1,048} = 3,51L \tag{54}$$

c) Qual é o trabalho realizado pelo gás?

Solução:

$$W = P \tag{55}$$

Para usar essa equação,e obter a energia em joules, é necessário converter as unidades de pressão e volume para o sistema internacional.

$$1Atm = 10^5 Pa \tag{56}$$

$$1L = 10^{-3} m^3 \tag{57}$$

Então:

$$W = (1,049 \times 10^5) \times (3,51 \times 10^{-3} - 3,00 \times 10^{-3} = 53,4J \tag{58}$$

d) Qual é a variação de energia interna do gás?
Solução

$$= nC_v\Delta T = n\frac{3}{2}R\Delta T \tag{59}$$

$$= (0,131)\frac{3}{2}(8,31)(343-293) = 91,6J \tag{60}$$

e) Quanto de calor é fornecido ao gás?
Solução

$$Q = +W = 81,6 + 53,4 = 135J \tag{61}$$

10. Um mol de um gás ideal, com y=7/5, está contido num recipiente, inicialmente a 1 atm e 27°C. O gás é, sucessivamente: (i)comprimido isobaricamente até 3/4 do volume inicial V_0; (ii)aquecido, a volume constante, até voltar à temperatura inicial; (iii)expandido a pressão constante até voltar ao volume inicial; (iv)resfriado, a volume constante, até voltar à pressão inicial.

a) Desenhe o diagrama P-V associado;

Solução

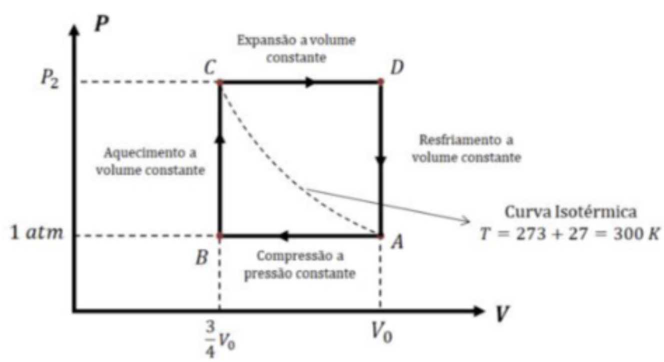


Figura 5: Partindo dessa montagem gráfica

Para encontrar $V_0 e P_2$:

$$P_A V_0 = nRT_A \tag{62}$$

$$V_0 = \frac{1 \times 0,082 \times 300}{1} = 24,6L \tag{63}$$

Com isso podemos calcular:

$$\frac{P_A V_A}{T_A} = \frac{P_C V_C}{T_C} \tag{64}$$

Como $T_A = T_C$

$$P_C = \frac{V_A}{V_C} P_A \tag{65}$$

A razão entre os dois volumes é 4/3

$$P_C = \frac{4}{3}(1atm) = \frac{4}{3}atm \tag{66}$$

Sendo assim, nosso gráfico fica:

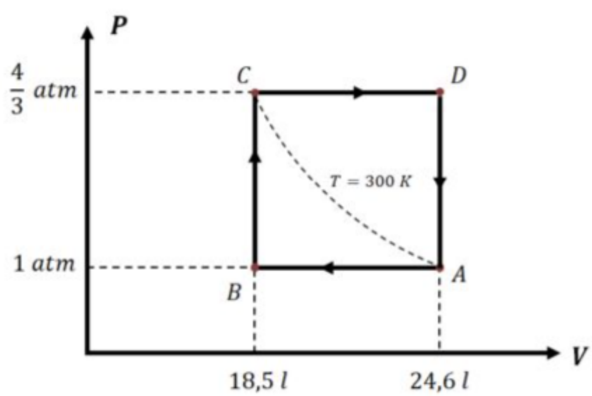


Figura 6: Gráfico completo

b) Calcule o trabalho total realizado pelo gás;

Solução: *O valor do trabalho no ciclco é numericamente igual a área interna do ciclo. Convertendo atm para Pascal e Litros para* m^3 *temos:*

$$\acute{A}rea = (Base) \times (Altura) = (24,6 - 18,5) \times 10^{-3} \times (\frac{4}{3} - 1) \times 10^5 = 203J \tag{67}$$

c) Calcule o calor total fornecido ao gás nas etapas (i) e (ii);
Solução *Como no treco ABC os pontos iniciais e finais estão à uma mesma temperatura, isso quer dizer que a variação de energia interna entre eles é nula, então, pela primeira lei da termodinâmica:*

$$\Delta U_{ABC} = Q_{ABC} - W_{ABC} \tag{68}$$

$$Q_{ABC} = W_{ABC} \tag{69}$$

$$W_{ABC} = 1 \times 10^5 \times (18,5 - 24,6) \times 10^{-3} = -610J \tag{70}$$

d) Calcule as temperaturas máxima e mínima atingidas;
Solução

$$T_B = \frac{P_B V_B}{nR} = \frac{(1)(18,5)}{(1)(0,085)} = 225K \tag{71}$$

$$T_D = \frac{P_D V_D}{nR} = \frac{(4/3)(1)(24,6)}{(1)(0,082)} = 400K \tag{72}$$

e) Calcule a variação de energia interna no processo (i)+(ii).
Solução *Como esses dois pontos estão sobre a mesma curva isotérmica, ou sej, a temperatura é a mesma nos dois pontos, a variação de energia interna é nula*

$$\Delta U_{AC} = 0 \tag{73}$$