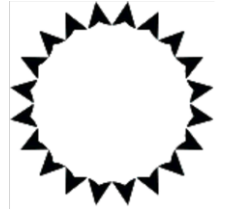




*PEF2603*  
*Estruturas na Arquitetura III -*  
*Sistemas Reticulados e Laminares*



*Placas/Lajes*

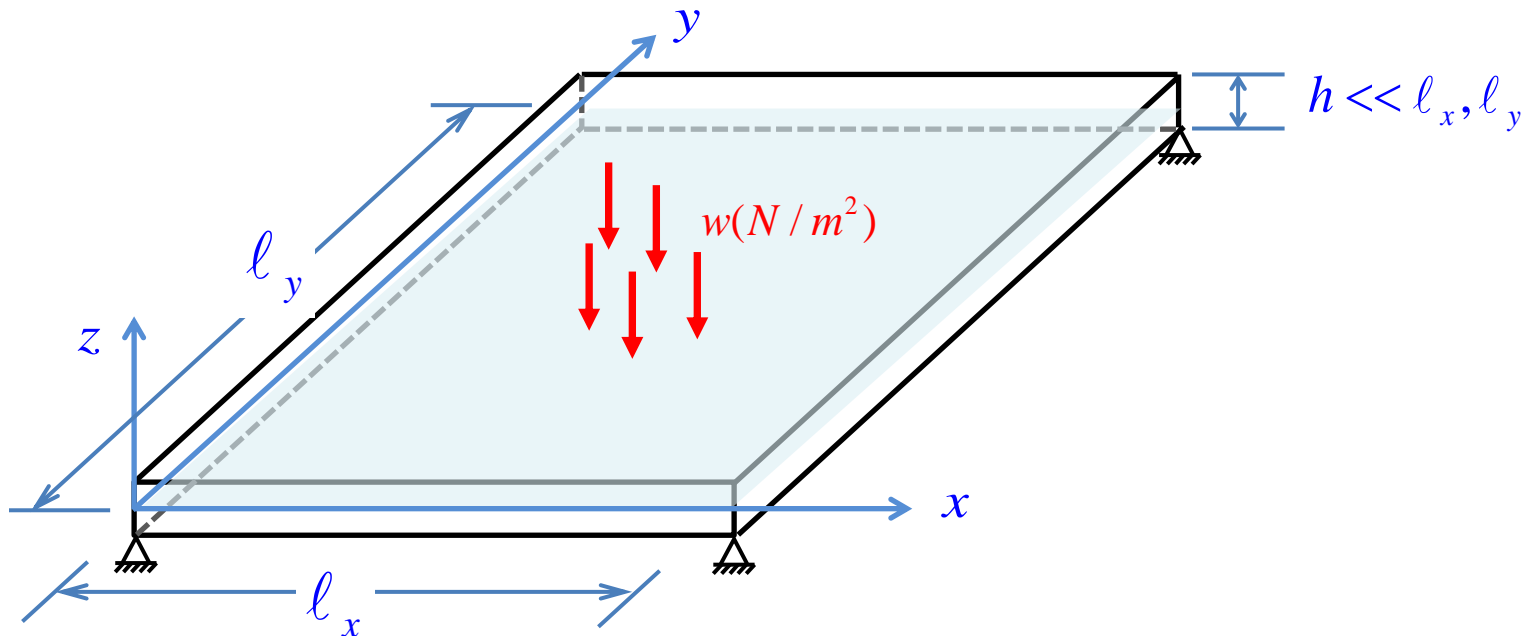
*(15/05/2023)*

*Professores*

*Ruy Marcelo O. Pauletti , Leila C. Meneghetti Valverdes, Luís A. G. Bitencourt Jr.*

# Placas/lajes

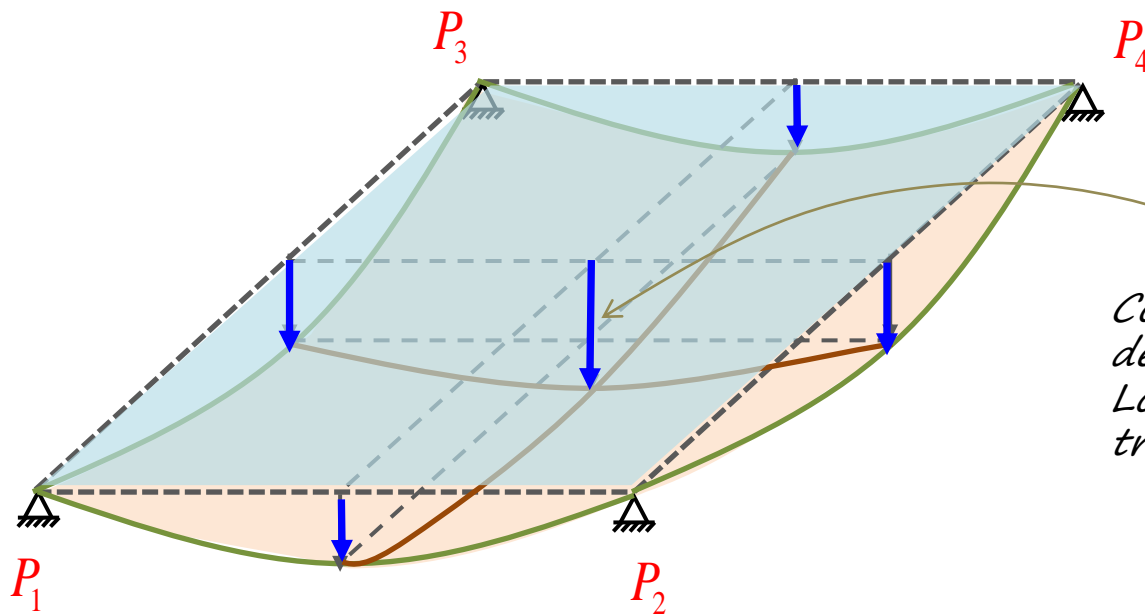
Elementos estruturais dotados de rigidez à flexão e definidos por um plano médio e uma espessura muito menor que as dimensões laterais, carregada transversalmente ao plano médio.



Placa apoiada por colunas.



Hipóteses: 
$$\begin{cases} u_x = u_y = 0 \\ u_z \ll l_x \cong l_y \end{cases}$$



*Compatibilidade de deformação entre fibras Longitudinais e transversais!*

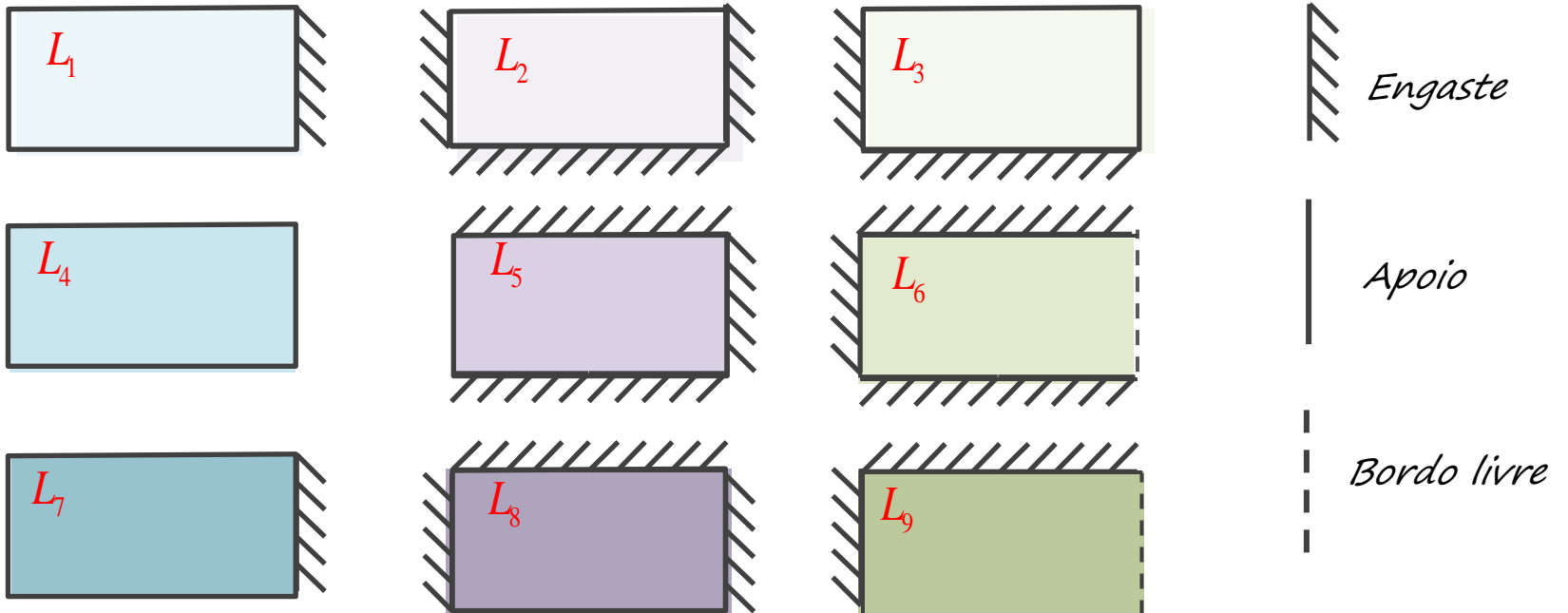
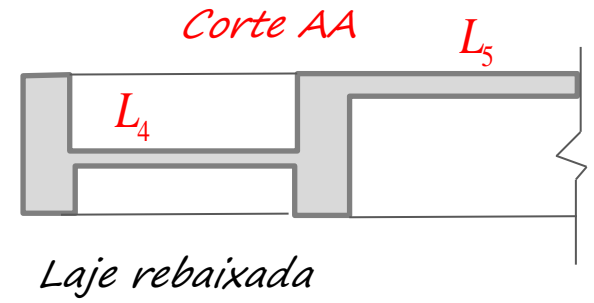
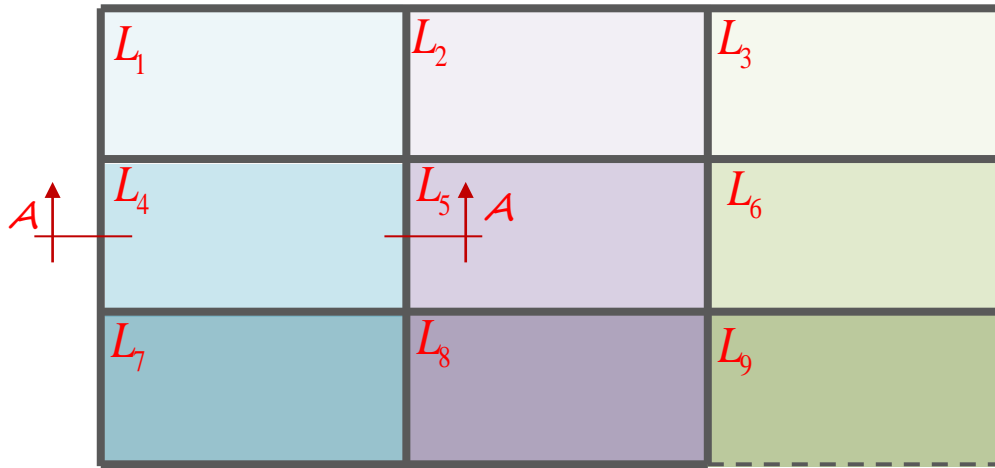
*Condições de contorno:*

$$u_{z,P_1} = u_{z,P_2} = u_{z,P_3} = u_{z,P_4} = 0$$

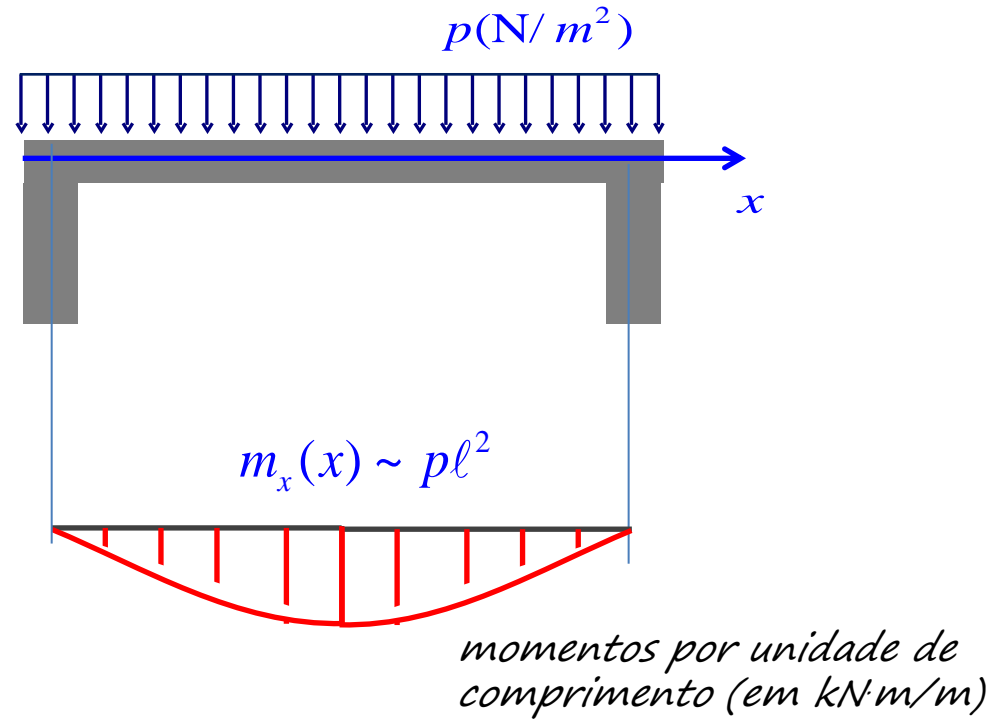
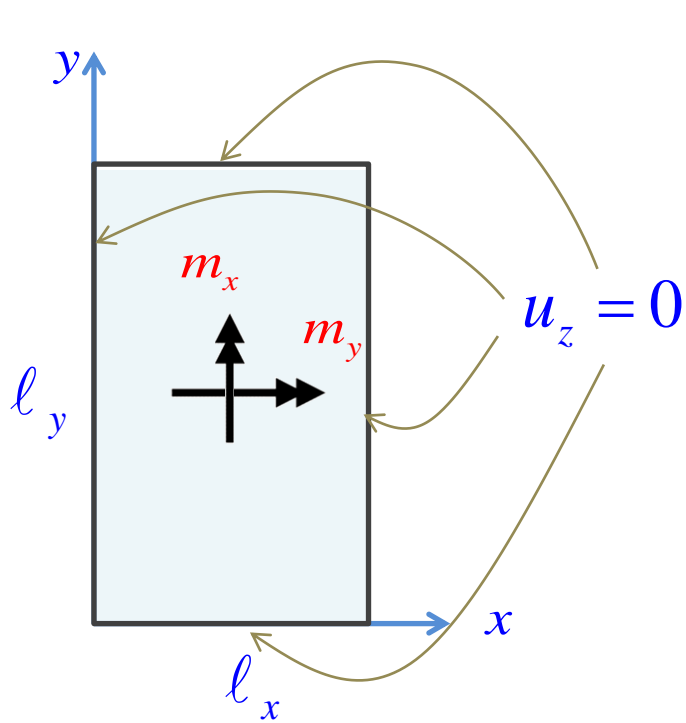
*∴ Placas são usualmente hiperestáticas!*



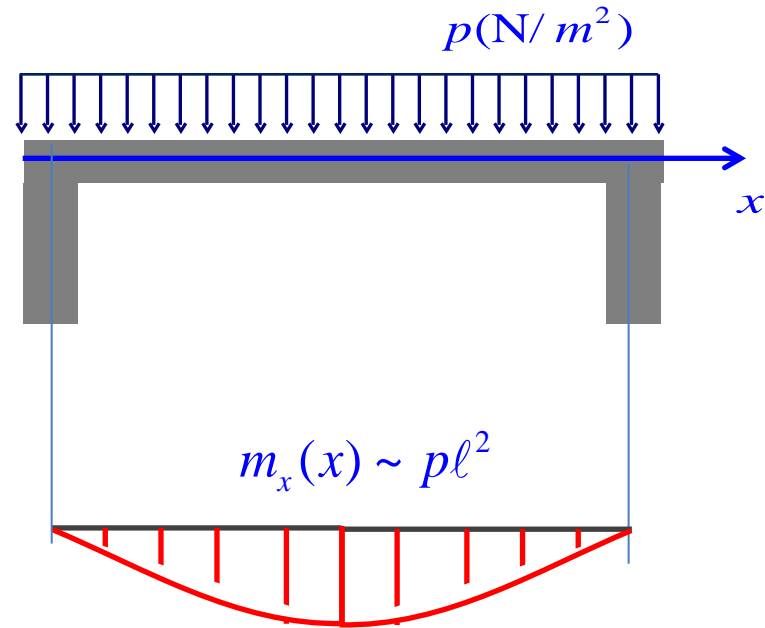
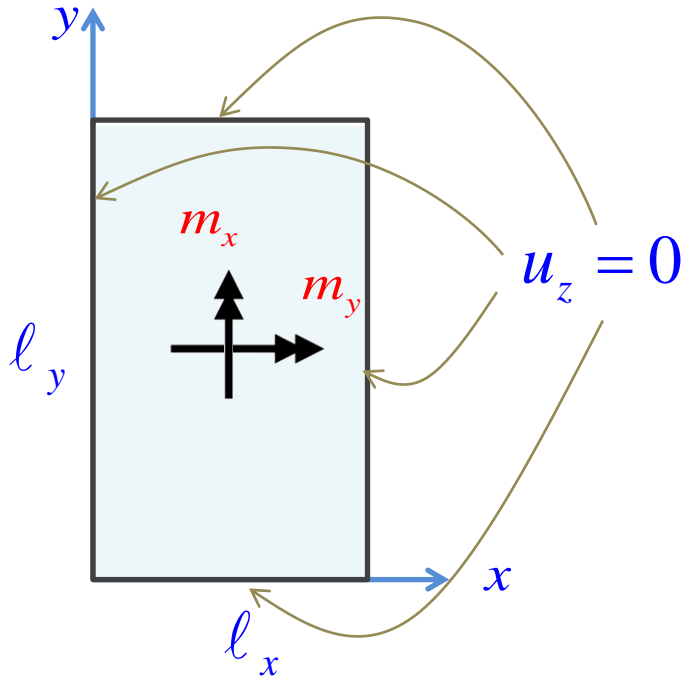
Condições de vinculação das bordas das lajes:



# 1. Placa simplesmente apoiada nas bordas



# 1. Placa simplesmente apoiada nas bordas



momentos por unidade de comprimento (em  $\text{kN}\cdot\text{m}/\text{m}$ )

Momentos máximos ocorrem no meio do vão:

$$m_x^{\max} = \frac{pl_x^2}{\alpha_x}$$

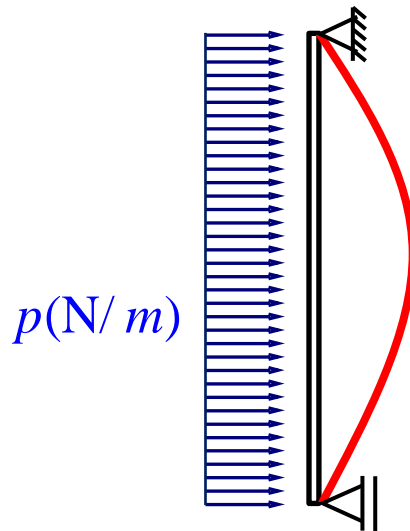
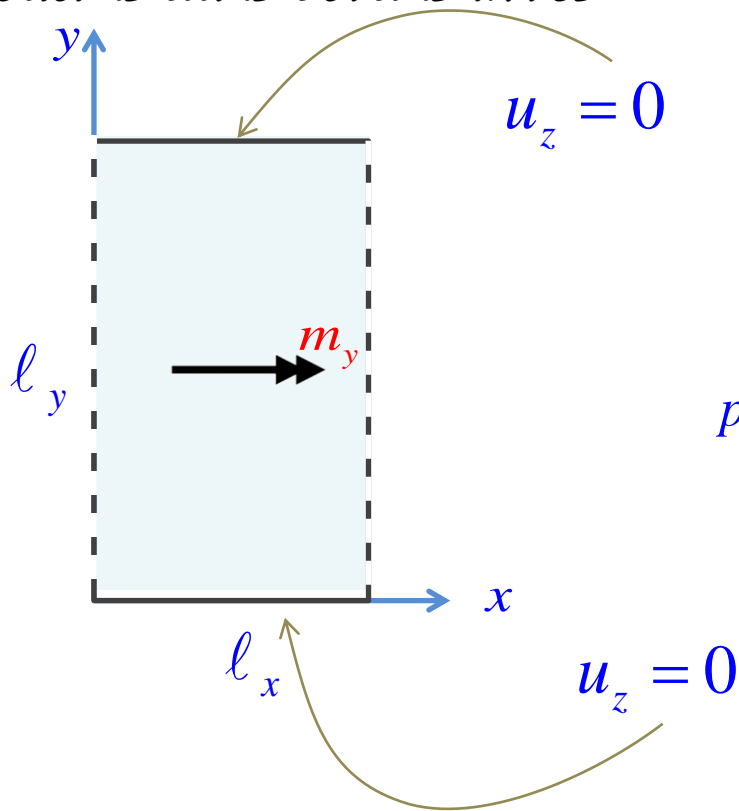
$\alpha_x$  Constante que depende da geometria, mais especificamente da razão  $l_x / l_y$

Na outra direção: 
$$m_y^{\max} = \frac{pl_y^2}{\psi_y} = \frac{pl_x^2}{\alpha_y}$$

(Note que se a razão entre os lados é definida,  $m_y^{\max}$  também pode ser expresso em função de  $l_x$  )



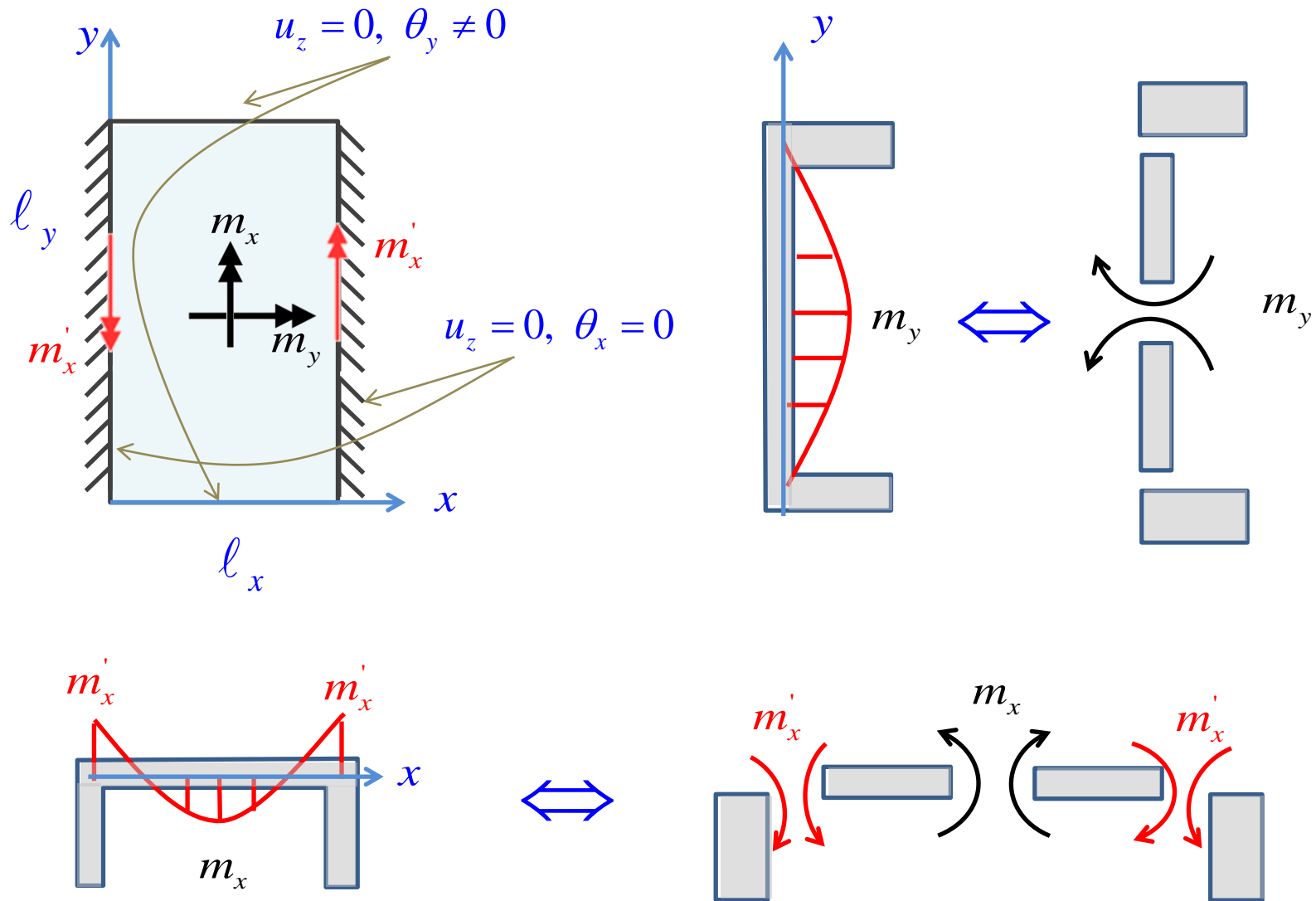
## 2. Placa simplesmente apoiada em duas bordas opostas e as outras duas bordas livres



Pode ser calculada como uma viga bi-apoiada com largura de base  $b = 1m$

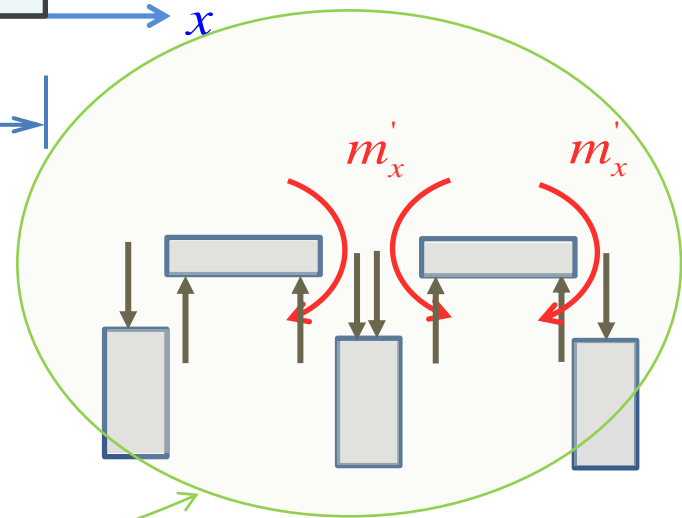
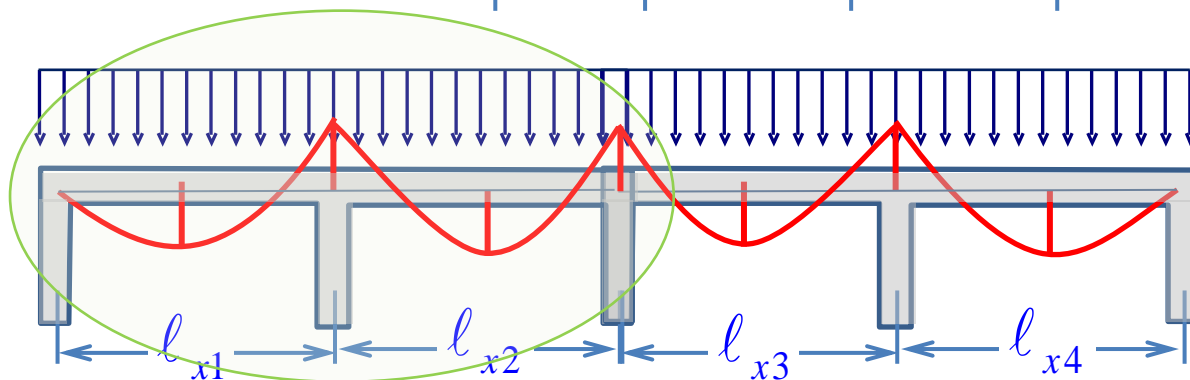
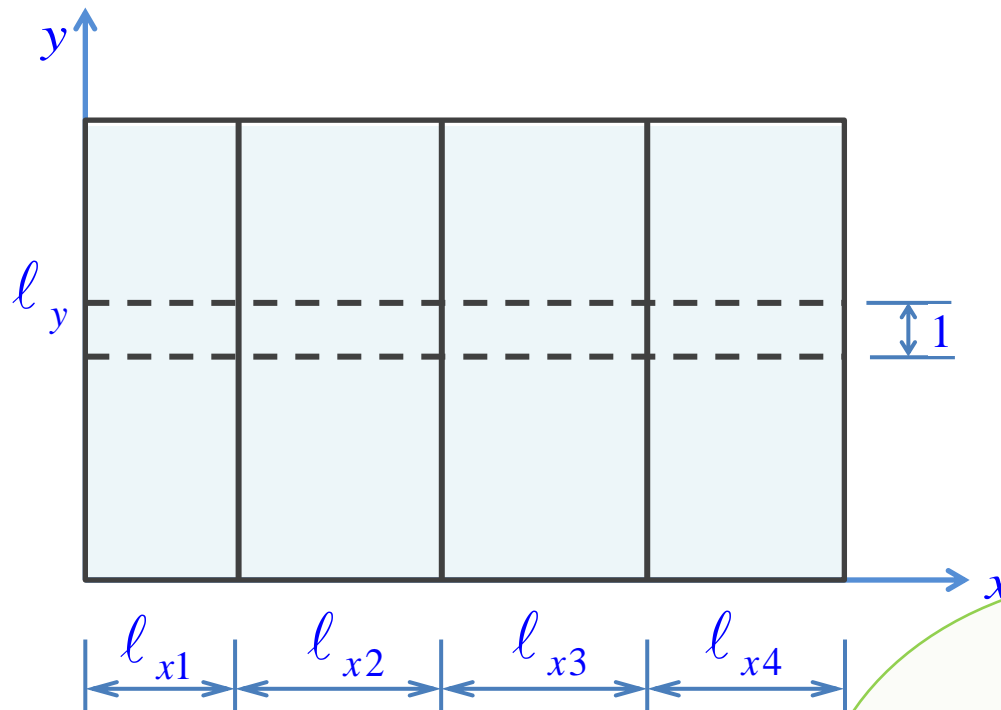


### 3. Placa com duas bordas opostas engastadas e duas apoiadas



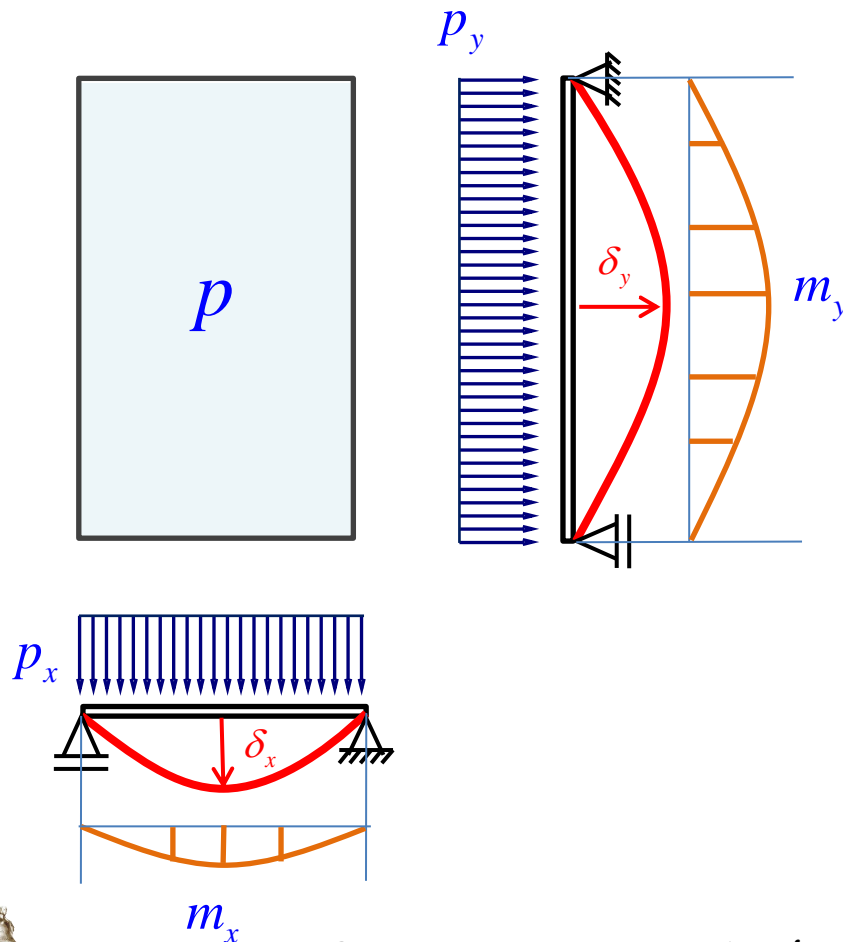


3. Laje contínua: o vão  $l_y$  é superior ao dobro dos demais vãos na direção  $x$ , logo todos os painéis são armados na direção  $x$ . Neste caso, a laje pode ser calculada como uma viga contínua de largura unitária.



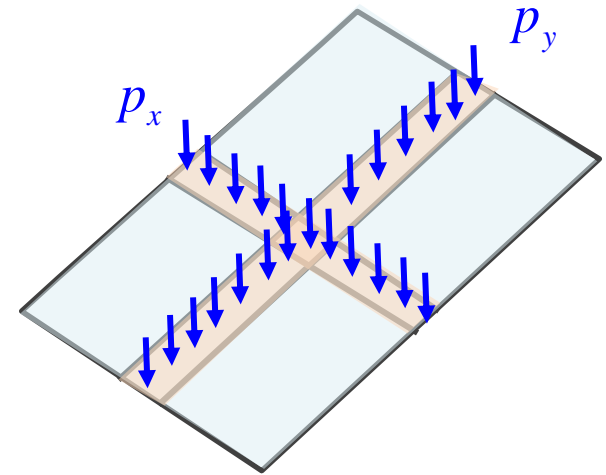
# ABORDAGEM SIMPLIFICADA PARA O CÁLCULO DAS LAJES – MÉTODO DE MARCUS

Supõe-se que as lajes trabalham, grosso modo, analogamente às grelhas, dividindo o carregamento nas duas direções e impondo a compatibilidade de deslocamentos. Por exemplo, seja a placa simplesmente apoiada nos quatro lados.



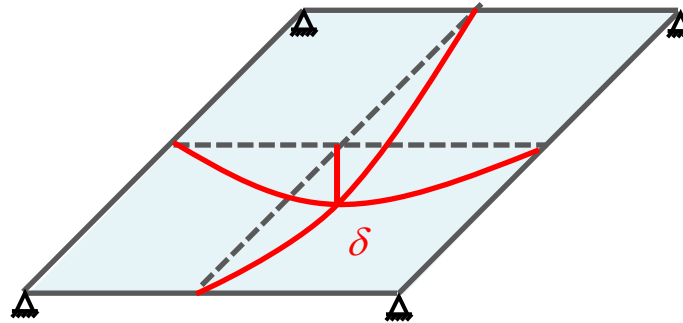
a) EQUILIBRIO

$$p_x + p_y = p \quad (1)$$



b) COMPATIBILIDADE

$$\delta_x = \delta_y = \delta$$



$$\delta = \frac{5p_x l_x^4}{384EI} = \frac{5p_y l_y^4}{384EI} \quad \therefore \quad \frac{p_y}{p_x} = \left( \frac{l_x}{l_y} \right)^4 \quad (2)$$

AÇÃO BIDIMENSIONAL

$$\frac{2}{3} \leq \frac{l_y}{l_x} \leq \frac{3}{2}$$

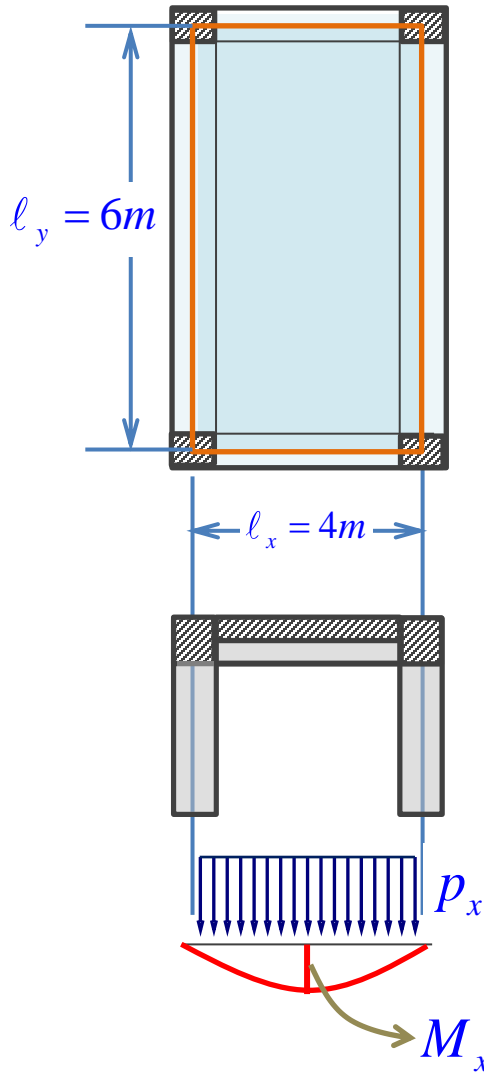
*Caso contrário, uma direção é fortemente preponderante, e a ação da laje é unidirecional!*



Exemplo Numérico:

$$h = 10\text{cm}$$

$$p = 30\text{kN} / \text{m}^2$$



$$\frac{p_x}{p_y} = \left( \frac{l_y}{l_x} \right)^4 = \left( \frac{6}{4} \right)^4 = 5,0625 \quad (1)$$

$$p_x + p_y = 30 \quad (2)$$

$$(1) \rightarrow (2) \quad 5,0625 p_y + p_y = 30$$

$$p_y = \frac{30}{6,0625} = 4,95\text{kN} / \text{m}$$

$$p_x = 30 - 4,95 = 25,05\text{kN} / \text{m}$$



## Cálculo dos Momentos

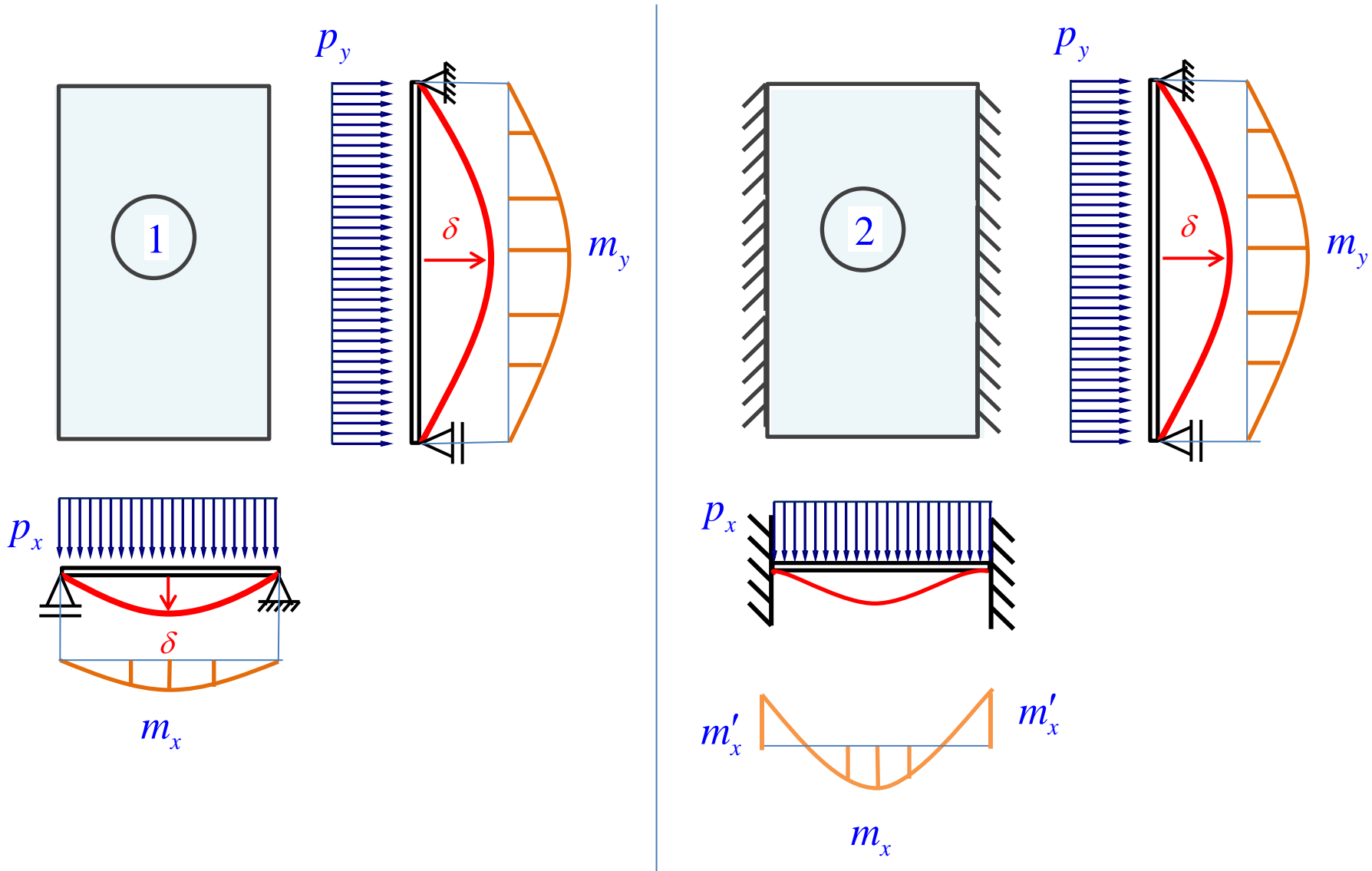
$$m_x = \frac{p_x \ell_x^2}{8} = \frac{25,05 \times 4^2}{8} \quad \therefore \quad m_x = 50,1 \text{ kN.m / m}$$

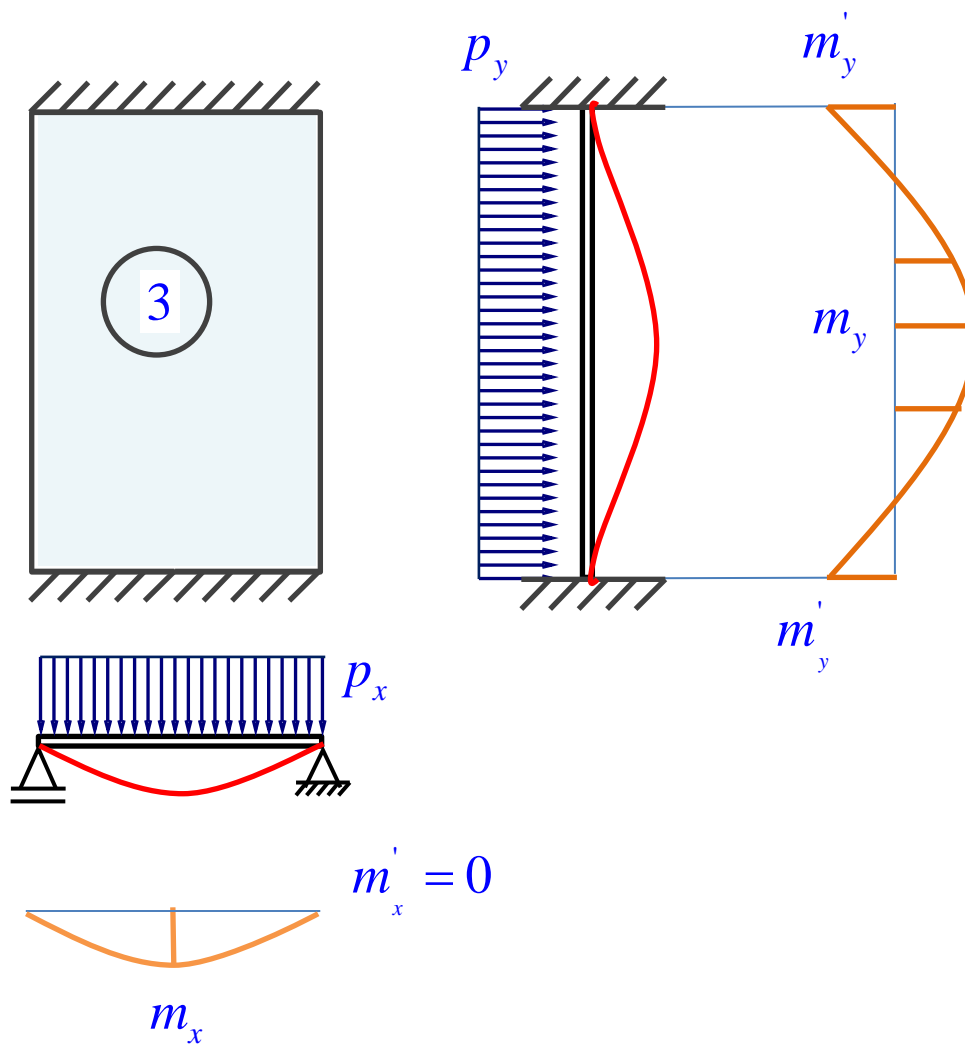
$$m_y = \frac{p_y \ell_y^2}{8} = \frac{4,95 \times 6^2}{8} \quad \therefore \quad m_y = 22,3 \text{ kN.m / m}$$

- ∴ Vão menor “puxa” mais carga e, em consequência, é mais solicitado!
- ∴ Este é um cálculo bastante grosseiro, mais adiante veremos um valor mais exato.

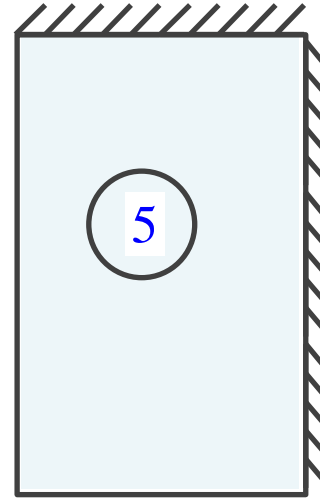
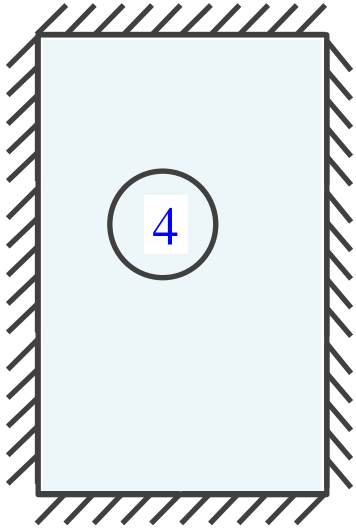


∴ Outros tipos de condições de contorno geram equações de compatibilidade análogas:



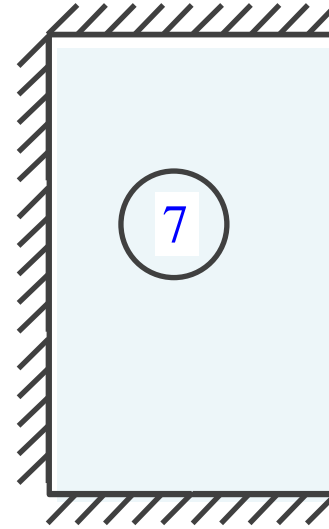
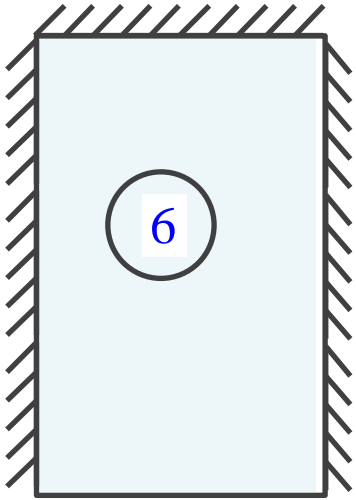


*Para completar:*





*Para completar:*



*Na realidade, as deformações nas placas não são tão regulares, e o comportamento muda muito conforme o tipo de vinculação, geometria e carregamento!*

*O cálculo analítico é complicado!!*

*Para placas planas com deslocamentos exclusivamente transversais:*

*Usando a notação:  $w = u_z$*

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{D}$$

*Equação Sophie-Germain / Lagrange (1816)*

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

*Módulo de rigidez da placa*

*Solução Analítica Complicada*



*Métodos Numéricos*



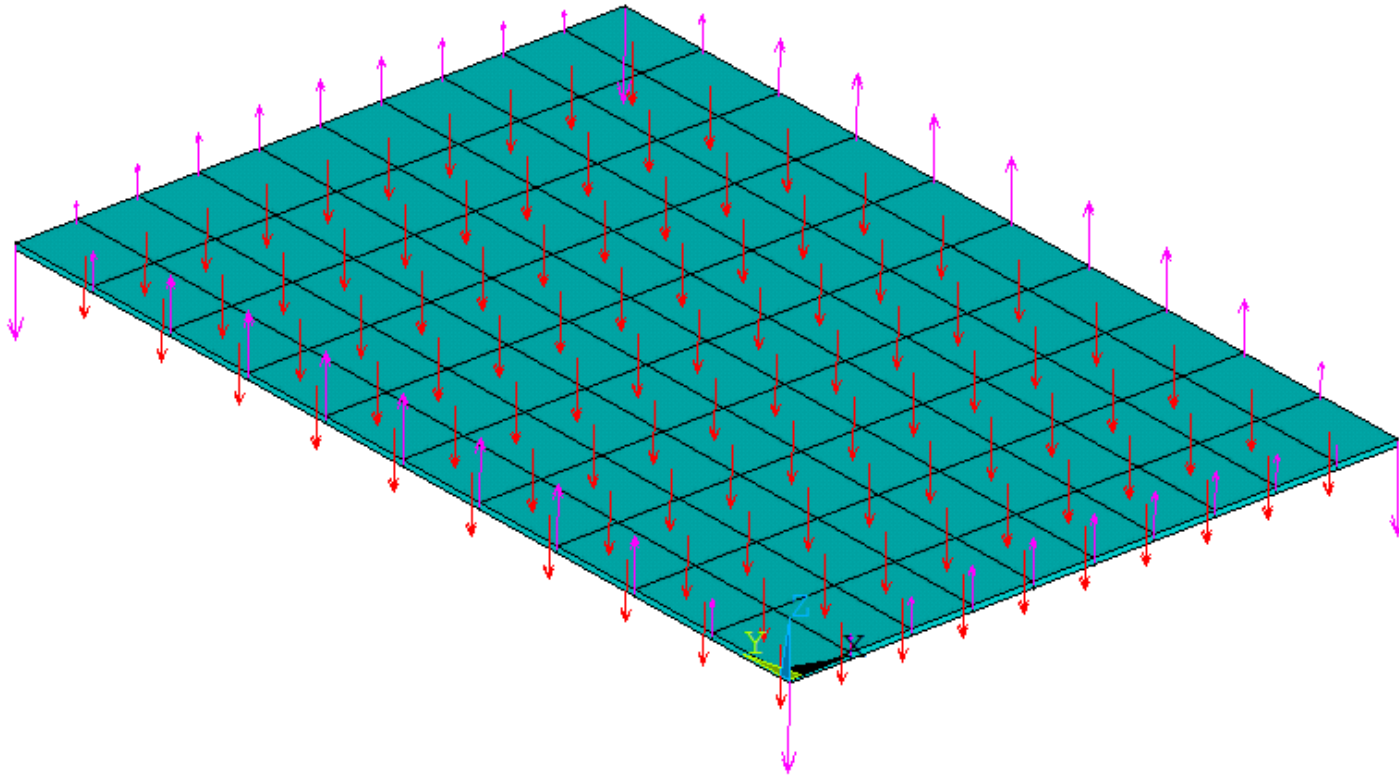
1  
ELEMENTS

RFOR

PRES-NORM  
-4000

*Laje simplesmente apoiada no  
perímetro, modelada em Ansys*

$E=30\text{GPa}$ ,  $\nu=0$ ,  $h=10\text{cm}$ ,  
 $L_x=10\text{m}$ ,  $L_y=15\text{m}$   
 $p=4\text{kN/m}^2$



1  
NODAL SOLUTION

STEP=1

SUB =1

TIME=1

UZ (AVG)

RSYS=0

DMX =.123725

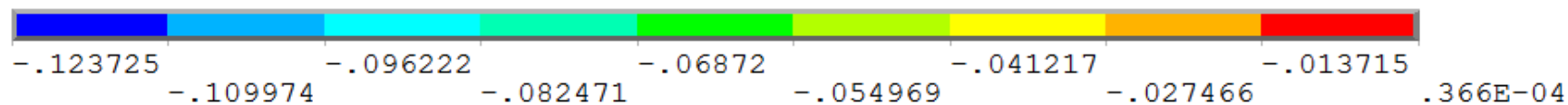
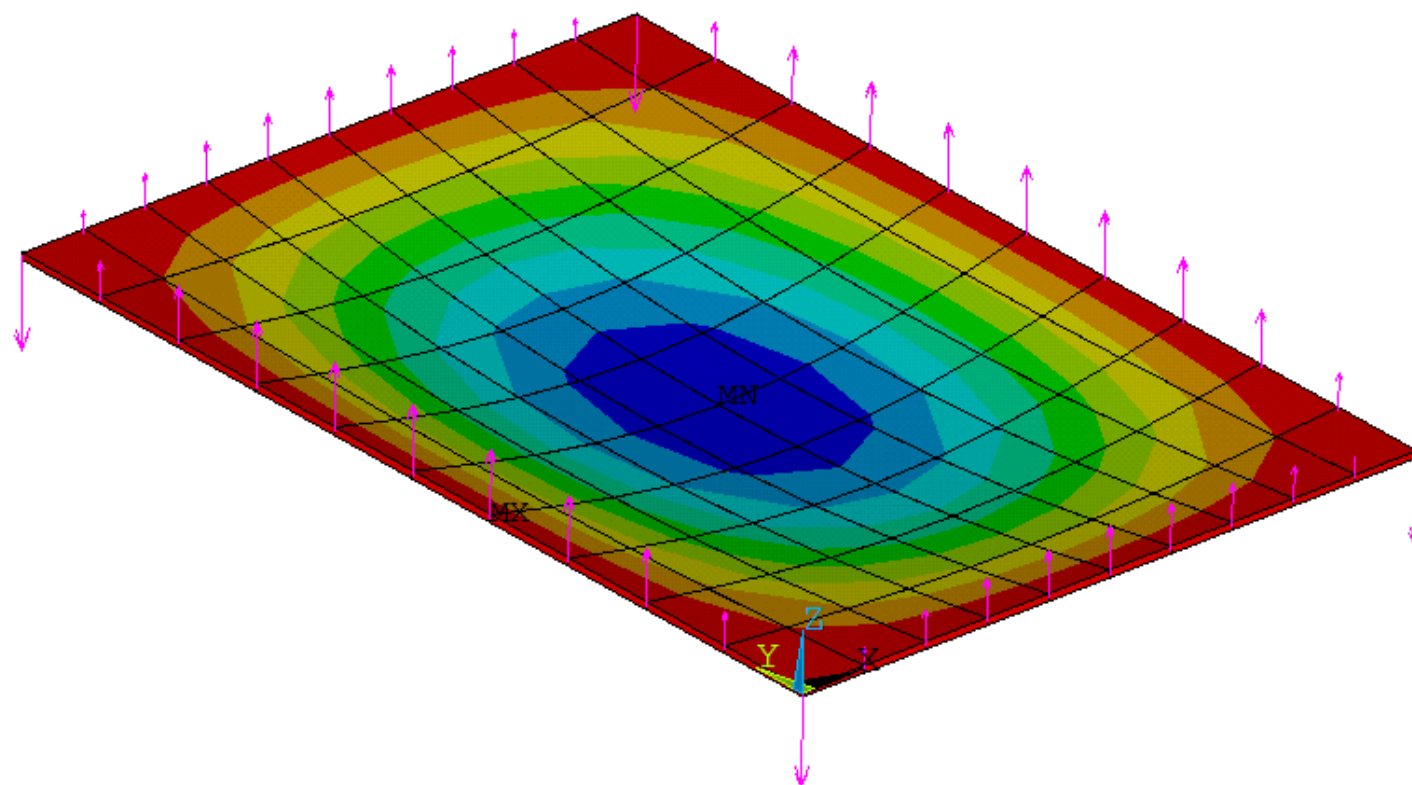
SMN =-.123725

SMX =.366E-04

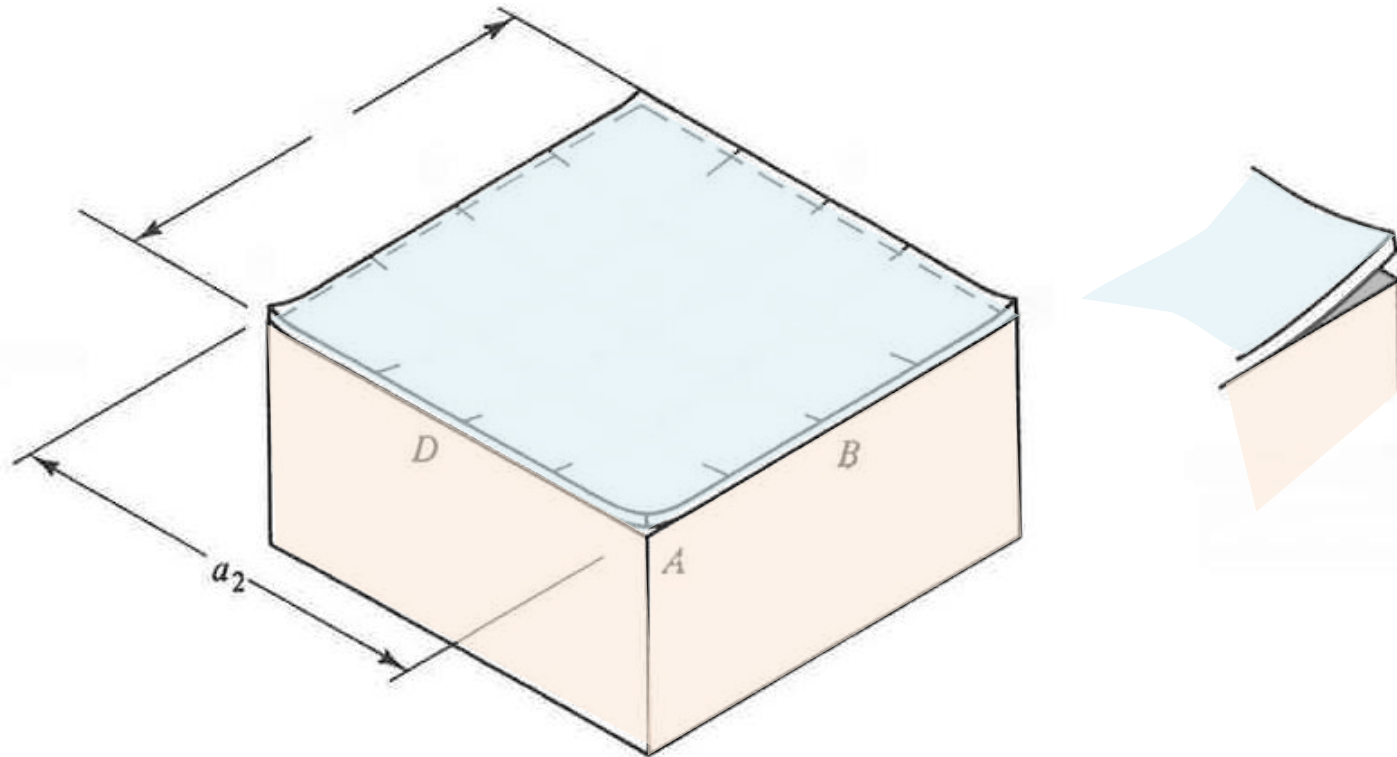
*Laje simplesmente apoiada no  
perímetro, modelada em Ansys*

*Deslocamentos verticais*

RFOR



*Uma laje simplesmente apoiada com vínculos unilaterais tem deslocamentos para cima nos cantos!*



*Uma laje retangular com vínculos bidirecional apresenta reações verticais para baixo, em correspondência aos quatro cantos!*

*Dependendo da intensidade do carregamento, lajes de concreto armado tendem a fissurar nos cantos, se não forem armadas para este esforço!*



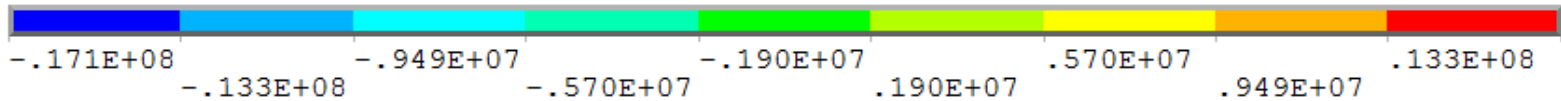
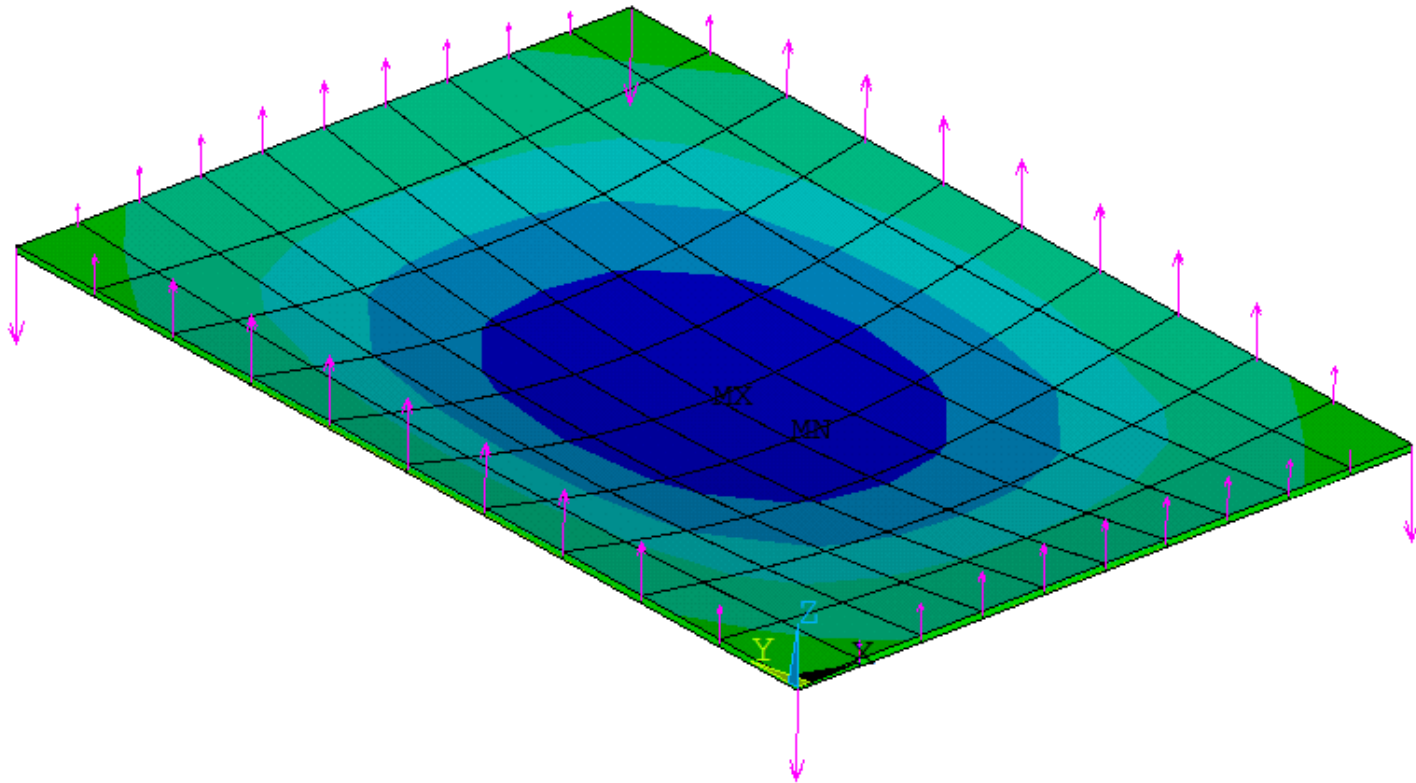
1 NODAL SOLUTION

STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
SX (AVG)  
RSYS=0  
DMX =.123725  
SMN =-.171E+08  
SMX =.171E+08

*Laje simplesmente apoiada no perímetro, modelada em Ansys*

*Tensões normais  $\sigma_x$  na face superior  
Máxima compressão: 17,1MPa*

RFOR



1

NODAL SOLUTION

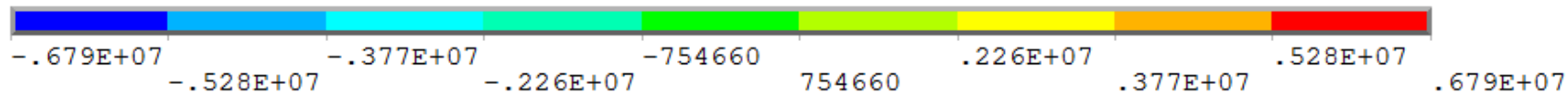
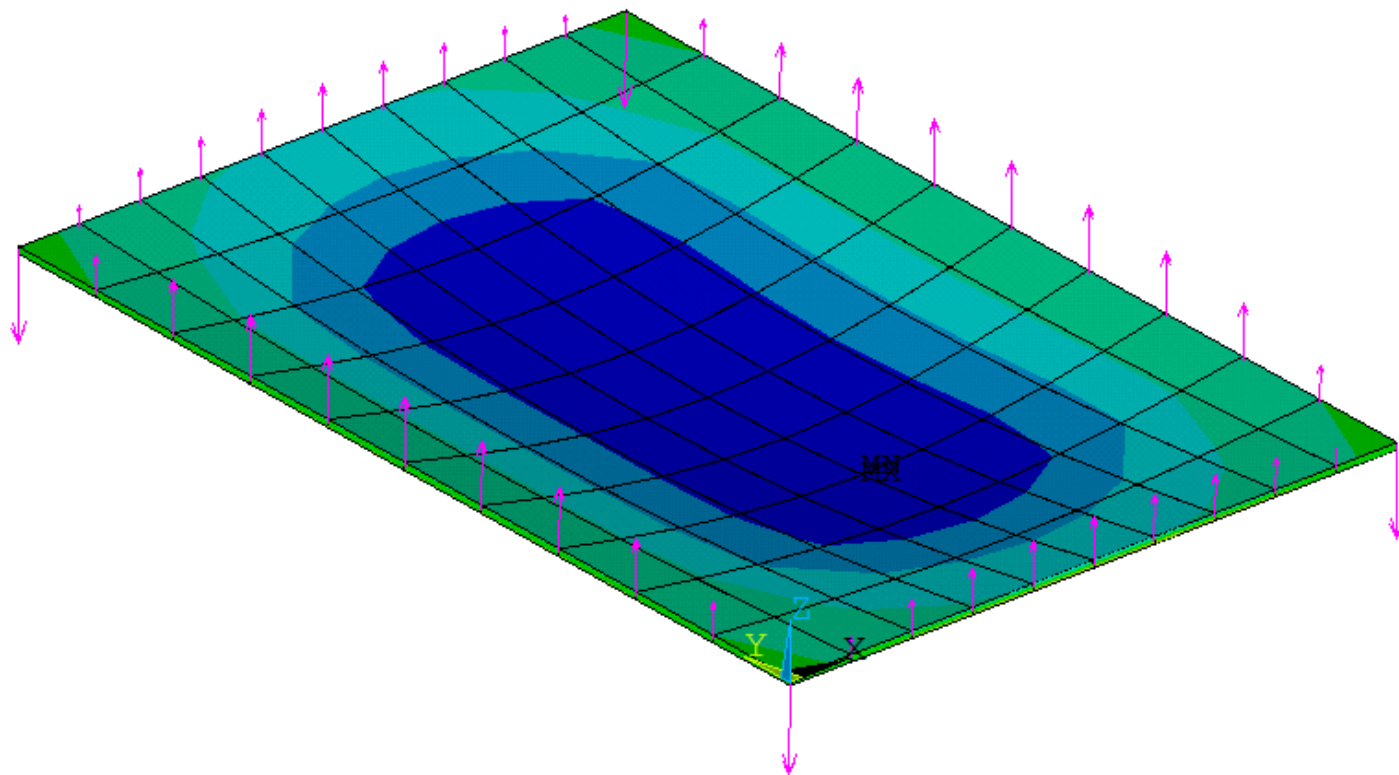
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
SY (AVG)  
RSYS=0  
DMX =.123725  
SMN =-.679E+07  
SMX =.679E+07

MAY 4 2017  
21:46:08

*Laje simplesmente apoiada no perímetro, modelada em Ansys*

*Tensões normais Sigma\_y na face superior  
Máxima compressão: 6,8MPa*

RFOR



Solução Analítica Complicada



Métodos Numéricos



Tabelas



Tabelas para placas retangulares



F. Czerny

$$\frac{l_y}{l_x}$$

Tipo de apoio



$$\Rightarrow (\alpha_2, \alpha_x, \alpha_y, \beta_x, \beta_y) \Rightarrow$$



$$\delta = \frac{pl_x^4}{\alpha_2 Eh^3}$$

$$m_{(x,y)} = \frac{pl_x^2}{\alpha_{(x,y)}}$$

$$m'_{(x,y)} = -\frac{pl_x^2}{\beta_{(x,y)}}$$

$l_x$  Lado menor

$l_y$  Lado maior





**TABELA DE CÁLCULO DE LAJES (Czerny, com Coeficiente de Poisson nulo)**

Flecha  $a = p \cdot \ell_x^4 / (\alpha_2 \cdot E \cdot h^3)$

$p$  = carga uniformemente distribuída

Apoio Simples

Engaste

$m_x = p \cdot \ell_x^2 / \alpha_x$

$m'_x = - p \cdot \ell_x^2 / \beta_x$

$m_y = p \cdot \ell_y^2 / \alpha_y$

$m'_y = - p \cdot \ell_y^2 / \beta_y$

Revisão R0

**TIPO**  
 $\ell_x$  = lado menor  
 $\ell_y$  = lado maior

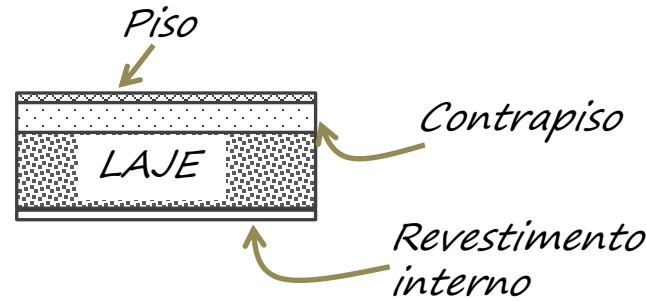
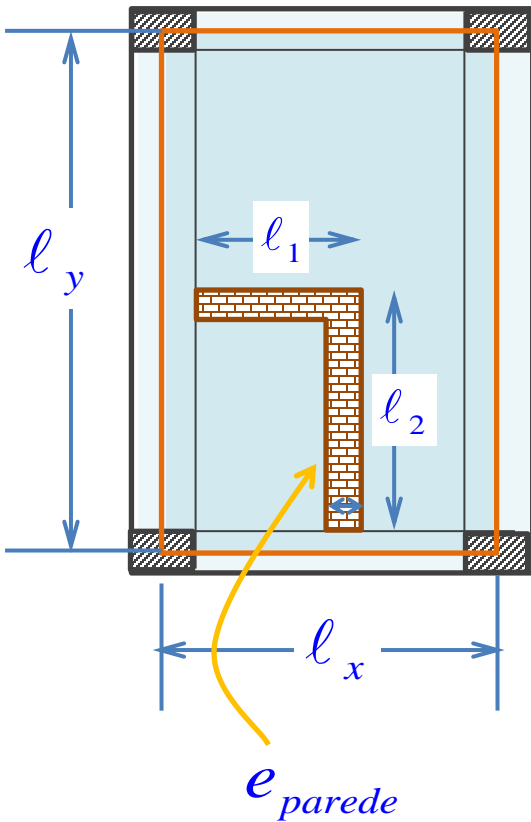
		$\ell_y/\ell_x$	1	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,6	1,65	1,7	1,75	1,8	1,85	1,9	1,95	2	3
A1	$\ell_x$	$\alpha_2$	20,5	18,7	17,1	15,8	14,7	13,7	13,0	12,4	11,8	11,2	10,8	10,4	10,0	9,7	9,4	9,2	8,9	8,7	8,6	8,4	8,2	6,7
		$\alpha_x$	27,2	24,5	22,4	20,7	19,1	17,8	16,8	15,8	15,0	14,3	13,7	13,2	12,7	12,3	11,9	11,5	11,3	11,0	10,8	10,6	10,4	8,0
		$\alpha_y$	27,2	27,5	27,9	28,4	29,1	29,9	30,9	31,8	32,8	33,8	34,7	35,4	36,1	36,7	37,3	37,9	38,5	38,9	39,4	39,8	40,3	40,5
A2	$\ell_x$	$\alpha_2$	29,9	26,5	23,7	21,4	19,5	18,0	16,6	15,5	14,5	13,7	12,9	12,3	11,7	11,2	10,8	10,4	10,1	9,7	9,5	9,2	9,0	6,7
		$\alpha_x$	41,2	36,5	31,9	28,3	25,9	23,4	21,7	20,1	18,8	17,5	16,6	15,7	15,0	14,3	13,8	13,2	12,8	12,3	12,0	11,6	11,4	8,0
		$\alpha_y$	29,4	29,0	28,8	28,8	28,9	29,2	29,7	30,2	30,8	31,6	32,3	33,0	33,6	34,3	34,9	35,6	36,2	36,9	37,5	38,2	38,8	38,8
A2	$\ell_y$	$\beta_x$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
		$\beta_y$	11,9	11,3	10,9	10,4	10,1	9,8	9,6	9,3	9,2	9,0	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5	8,5	8,4	8,4	8,3	8,3	8,2	8,0
A3	$\ell_x$	$\alpha_2$	43,5	37,6	33,0	29,2	26,1	23,5	21,4	19,6	18,1	16,8	15,6	14,7	13,9	13,1	12,5	11,9	11,4	10,9	10,5	10,2	9,9	6,7
		$\alpha_x$	63,3	52,2	46,1	39,8	35,5	31,5	28,5	25,8	23,7	22,0	20,4	19,0	17,9	16,9	16,0	15,2	14,6	13,9	13,4	12,9	12,5	8,0
		$\alpha_y$	35,1	33,7	32,9	32,2	31,7	31,3	31,2	31,2	31,4	31,7	32,1	32,7	33,3	34,0	34,9	35,9	37,1	38,3	39,7	41,1	42,4	43,0
A3	$\ell_y$	$\beta_x$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
		$\beta_y$	14,3	13,4	12,7	12,0	11,5	11,1	10,7	10,3	10,0	9,8	9,5	9,3	9,2	9,1	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5	8,4	8,4	8,0
B1	$\ell_x$	$\alpha_2$	29,9	28,0	26,3	24,9	23,8	22,8	22,0	21,2	20,6	20,1	19,6	19,2	18,8	18,5	18,2	18,0	17,8	17,6	17,4	17,2	17,1	16,7
		$\alpha_x$	31,4	29,2	27,3	25,8	24,5	23,4	22,4	21,6	21,0	20,3	19,8	19,4	19,0	18,6	18,3	18,0	17,8	17,5	17,4	17,2	17,1	14,3
		$\alpha_y$	41,2	43,2	45,1	47,1	48,8	50,3	51,8	53,2	54,3	55,0	55,6	56,2	56,8	57,3	57,8	58,2	58,6	58,8	59,0	59,1	59,2	60,0
B1	$\ell_y$	$\beta_x$	11,9	11,3	10,9	10,5	10,2	9,9	9,7	9,4	9,3	9,1	9,0	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5	8,4	8,3	8,3	8,3	8,3	8,0
		$\beta_y$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
B2	$\ell_x$	$\alpha_2$	39,7	35,6	33,1	30,4	28,7	27,1	25,7	24,5	23,5	22,6	21,8	21,2	20,7	20,2	19,7	19,3	18,9	18,6	18,3	18,1	17,8	16,7
		$\alpha_x$	42,7	38,0	35,1	32,2	30,0	28,0	26,5	25,2	24,1	23,1	22,2	21,6	21,0	20,4	19,9	19,5	19,1	18,7	18,4	18,1	17,9	14,3
		$\alpha_y$	40,2	41,0	42,0	42,9	44,0	45,6	47,6	49,6	51,0	52,1	53,0	54,1	54,8	55,6	56,3	57,0	57,7	58,3	59,0	59,6	60,2	62,0
B2	$\ell_y$	$\beta_x$	14,3	13,3	12,7	12,0	11,5	11,1	10,7	10,3	10,0	9,8	9,6	9,4	9,2	9,1	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5	8,4	8,4	8,0
		$\beta_y$	14,3	13,8	13,6	13,3	13,1	12,9	12,8	12,7	12,6	12,5	12,4	12,3	12,3	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2



B2	f <sub>x</sub>	$\alpha_2$	39,7	35,6	33,1	30,4	28,7	27,1	25,7	24,5	23,5	22,6	21,8	21,2	20,7	20,2	19,7	19,3	18,9	18,6	18,3	18,1	17,8	16,7
		$\alpha_x$	42,7	38,0	35,1	32,2	30,0	28,0	26,5	25,2	24,1	23,1	22,2	21,6	21,0	20,4	19,9	19,5	19,1	18,7	18,4	18,1	17,9	14,3
		$\alpha_y$	40,2	41,0	42,0	42,9	44,0	45,6	47,6	49,6	51,0	52,1	53,0	54,1	54,8	55,6	56,3	57,0	57,7	58,3	59,0	59,6	60,2	62,0
		$\beta_x$	14,3	13,3	12,7	12,0	11,5	11,1	10,7	10,3	10,0	9,8	9,6	9,4	9,2	9,1	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5	8,4	8,4	8,0
		$\beta_y$	14,3	13,8	13,6	13,3	13,1	12,9	12,8	12,7	12,6	12,5	12,4	12,3	12,3	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2
B3	f <sub>x</sub>	$\alpha_2$	53,2	47,2	42,4	38,5	35,2	32,5	30,4	28,5	27,0	25,6	24,4	23,5	22,6	21,9	21,2	20,7	20,2	19,7	19,3	18,9	18,6	16,7
		$\alpha_x$	59,5	51,6	46,1	41,4	37,5	34,2	31,8	29,6	28,0	26,4	25,2	24,2	23,3	22,5	21,7	21,1	20,5	20,0	19,5	19,1	18,7	14,3
		$\alpha_y$	44,1	43,6	43,7	44,2	44,8	45,8	46,9	48,6	50,3	52,3	55,0	58,2	61,6	65,6	70,4	75,0	79,6	84,7	89,8	95,4	101,0	101,0
		$\beta_x$	18,3	16,6	15,4	14,4	13,5	12,7	12,2	11,6	11,2	10,9	10,6	10,3	10,1	9,9	9,7	9,5	9,4	9,2	9,0	8,9	8,8	8,0
		$\beta_y$	16,2	15,4	14,8	14,3	13,9	13,5	13,3	13,1	13,0	12,8	12,7	12,6	12,6	12,5	12,5	12,4	12,4	12,3	12,3	12,3	12,3	12,3
C1	f <sub>x</sub>	$\alpha_2$	43,5	41,5	39,8	38,5	37,5	36,4	35,7	35,1	34,6	34,1	33,7	33,3	33,1	32,8	32,6	32,5	32,4	32,3	32,2	32,1	31,9	31,3
		$\alpha_x$	35,1	33,0	31,7	30,4	29,4	28,5	27,8	27,1	26,6	26,1	25,8	25,4	25,2	24,9	24,7	24,5	24,4	24,3	24,3	24,2	24,1	23,8
		$\alpha_y$	61,7	64,5	67,2	69,6	71,5	72,8	73,5	74,1	74,6	75,3	75,8	76,5	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0
		$\beta_x$	14,3	13,8	13,5	13,2	13,0	12,7	12,6	12,4	12,3	12,2	12,2	12,1	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0
		$\beta_y$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
C2	f <sub>x</sub>	$\alpha_2$	53,2	49,5	46,7	44,2	42,4	40,8	39,5	38,3	37,3	36,5	35,7	35,1	34,6	34,0	33,6	33,2	33,0	32,8	32,6	32,5	32,4	31,3
		$\alpha_x$	44,1	40,5	37,9	35,5	33,8	32,3	31,0	29,9	29,0	28,2	27,6	27,0	26,5	26,1	25,7	25,3	25,1	24,9	24,7	24,6	24,5	23,8
		$\alpha_y$	55,9	57,5	60,3	64,2	66,2	67,7	69,0	70,5	72,0	73,4	75,2	76,9	78,7	80,5	82,5	84,6	86,8	89,2	91,7	94,3	97,0	100,0
		$\beta_x$	16,2	15,3	14,8	14,2	13,9	13,5	13,2	12,9	12,7	12,6	12,5	12,4	12,3	12,2	12,2	12,1	12,1	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0
		$\beta_y$	18,3	17,9	17,7	17,6	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5
C3	f <sub>x</sub>	$\alpha_2$	65,8	59,9	55,2	51,3	48,3	45,7	43,5	41,7	40,3	38,9	37,9	36,9	36,1	35,5	34,8	34,4	34,0	33,7	33,3	33,1	32,9	31,3
		$\alpha_x$	56,8	50,6	46,1	42,4	39,4	37,0	34,8	33,3	31,9	30,6	29,6	28,8	28,1	27,5	26,9	26,4	26,0	25,7	25,4	25,2	25,0	23,8
		$\alpha_y$	56,8	58,2	60,3	62,6	65,8	69,4	73,6	78,4	83,4	89,4	93,5	96,1	98,1	99,9	101,3	102,4	103,3	104,0	104,6	104,9	105,0	105,0
		$\beta_x$	19,4	18,2	17,1	16,3	15,5	14,9	14,5	14,0	13,7	13,4	13,2	13,0	12,8	12,7	12,5	12,4	12,3	12,2	12,1	12,0	12,0	12,0
		$\beta_y$	19,4	18,8	18,4	18,1	17,9	17,7	17,6	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5



# Determinação das cargas atuantes nas lajes, em kN/m<sup>2</sup>:



Peso próprio:  $g_1 = \gamma_c \times h$

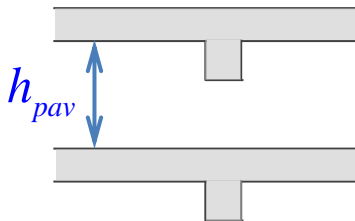
Revestimento  $g_2 = \gamma_r \times h_r$

Enchimento  $g_3 = \gamma_{ench} \times h_{ench}$

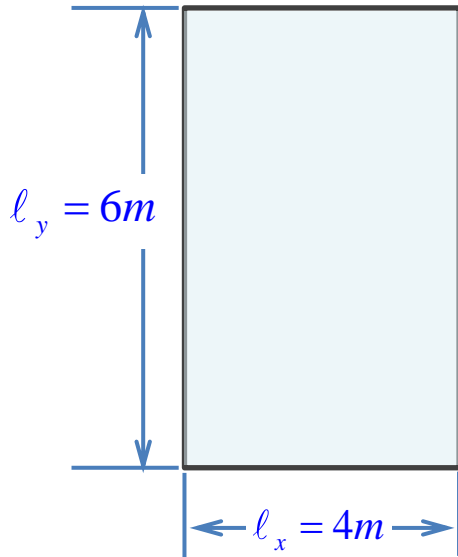
Alvenaria sobre a laje

$$g_4 = \frac{(l_1 + l_2) \times e_{parede} \times h_{pav} \times \gamma_{alv}}{l_x \times l_y}$$

Carga acidental  $q$



## Exemplo: Laje simplesmente apoiada nas bordas



Laje maciça em concreto armado

$$h = 10\text{cm}$$

$$\gamma_c = 25\text{kN} / \text{m}^3$$

$$E_c = 25\text{GPa} = 25 \times 10^6 \text{kN} / \text{m}^2$$

Revestimento em mármore

$$e_{\text{rev}} = 7\text{cm}$$

$$\gamma_r = 28\text{kN} / \text{m}^3$$

Carga útil  $q = 1,5\text{kN} / \text{m}^2$

**Carga total aplicada à laje:**

Peso próprio:  $g_1 = \gamma_c \times h = 25 \times 0,1\text{m} = 2,5 \text{kN} / \text{m}^2$

Revestimento  $g_2 = \gamma_r \times e_r = 28 \times 0,07\text{m} = 2,0 \text{kN} / \text{m}^2$

Sem enchimento ou alvernaria:  $g_3 = g_4 = 0$

Carga acidental  $q = 1,5\text{kN} / \text{m}^2$

**Carga total :**

$$p = 6\text{kN} / \text{m}^2$$



## Determinação dos esforços máximos (momentos fletores)

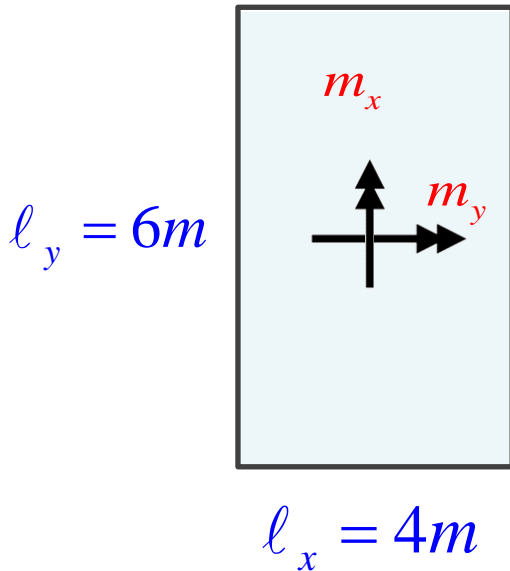


Tabela Czerny

$$\left. \begin{array}{l} \frac{l_y}{l_x} = 1,5 \\ \text{Laje A1} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \alpha_2 = 10,8 \\ \alpha_x = 13,7 \\ \alpha_y = 34,7 \end{array}$$

*Momentos*

$$m_x = \frac{pl_x^2}{\alpha_x} = \frac{6 \times 4^2}{13,7} \quad \therefore \boxed{m_x = 7 \text{ kN.m/m}}$$

$$m_y = \frac{pl_x^2}{\alpha_y} = \frac{6 \times 4^2}{34,7} \quad \therefore \boxed{m_y = 2,8 \text{ kN.m/m}}$$

*Flecha*

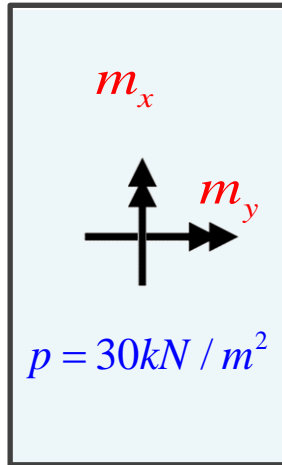
$$\delta = \frac{pl_x^4}{\alpha_2 Eh^3} = \frac{6 \times 4^4}{10,8 \times 25 \times 10^6 \times 0,1^3}$$

$$\boxed{\delta = 0,006 \text{ cm} = 0,6 \text{ mm}}$$



# Comparação entre Czerny e Marcus:

$$l_y = 6m$$



$$l_x = 4m$$

Calculado por Marcus:

$$\begin{cases} m_x = 50,1 \text{ kN.m / m} \\ m_y = 22,3 \text{ kN.m / m} \end{cases}$$

Tabela Czerny:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{l_y}{l_x} = 1,5 \\ \text{Laje A1} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \alpha_2 = 10,8 \\ \alpha_x = 13,7 \\ \alpha_y = 34,7 \end{array}$$

Momentos por Czerny:

$$m_x = \frac{pl_x^2}{\alpha_x} = \frac{30 \times 4^2}{13,7} \therefore m_x = 35,04 \text{ kN.m / m}$$

$$m_y = \frac{pl_x^2}{\alpha_y} = \frac{30 \times 4^2}{34,7} \therefore m_y = 14,09 \text{ kN.m / m}$$

Diferença entre os métodos

$$m_x = \frac{m_{x,\text{Marcus}}}{m_{x,\text{Czerny}}} = \frac{50,1}{35,04} = 1,43$$

$$m_y = \frac{m_{y,\text{Marcus}}}{m_{y,\text{Czerny}}} = \frac{22,3}{14,09} = 1,58$$

