

## Lista 4

1. Prove que a função  $f(x) = x^{101} + x^{51} + x + 1$  não tem nem máximo nem mínimo locais.
2. Determine os valores máximos e mínimos (caso existam) da função no intervalo dado.
  - (a)  $f(x) = \frac{x^4}{4} - x^3 - 2x^2 + 3$  em  $[-2, 3]$ ;
  - (b)  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$  em  $[-2, 1]$ ;
  - (c)  $f(x) = |x^4 - 2x^3|$  em  $[0, 3]$ ;
  - (d)  $f(x) = \sin x - \cos x$  em  $[0, \pi]$ ;
  - (e)  $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 2x^2}$  em  $[-1, 2]$ ;
  - (f)  $f(x) = \frac{1}{x^3 - 2x^2}$  em  $]0, 2[$ .
3. Mostre que a equação  $2x - \sin x = 0$  possui uma única solução real.
4. Para que valores de  $k$  a equação  $2x^3 - 9x^2 + 12x = k$  tem três raízes reais distintas ?
5. Determine as dimensões do retângulo de área máxima cujo perímetro é  $2p$ .
6. Qual é o retângulo de maior área que pode ser inscrito num círculo de raio  $r$ ?
7. (a) Mostre que entre os retângulos de uma certa área dada, o de menor perímetro é o quadrado.  
(b) Mostre que entre os retângulos de um certo perímetro dado, o de maior área é o quadrado.
8. Deseja-se construir uma caixa, de forma cilíndrica, de  $1\text{m}^3$  de volume. Nas laterais e no fundo será utilizado material que custa R\$ 10 o metro quadrado e na tampa, material de R\$ 20 o metro quadrado. Determine as dimensões da caixa que minimizem o custo do material empregado.
9. Um fazendeiro tem 24 metros de cerca e quer cercar um campo retangular que tem fronteira com um rio (ou seja, só precisa cercar três lados). Quais são as dimensões do campo para que a área seja máxima?
10. Um retângulo tem sua base no eixo  $x$  e seus vértices superiores sobre a parábola  $y = 12 - x^2$ . Desses retângulos, quais as dimensões do que tem maior área?
11. Determine a altura do cone circular reto, de volume máximo, inscrito na esfera de raio  $R$  dado.