

# Esta aula

---

## ▶ Plano

- ▶ Revisão: Modelos Probit e Logit
- ▶ Modelo Tobit
- ▶ Modelo Poisson
- ▶ Variáveis Instrumentais

## ▶ Bibliografia

- ▶ Fair, R. C. (1996), “Econometrics and Presidential Elections,” *Journal of Economic Perspectives* 10, 89–102.
- ▶ Krupp, C. M., and P. S. Pollard (1996), “Market Responses to Antidumping Laws: Some Evidence from the U.S. Chemical Industry,” *Canadian Journal of Economics* 29, 199–227.
- ▶ Wooldridge, J. M. *Introductory Econometrics: A modern Approach*, 6th Ed.



# Modelo Tobit

# Modelo Tobit

---

- ▶ Suponha que a sua variável dependente tome valores positivos e nulos apenas.
- ▶ Problema: o modelo de regressão linear não leva em consideração limites nos valores da variável dependente
- ▶ Solução: O modelo Tobit considera o limite inferior nulo da variável dependente

# Modelo Tobit

---

- ▶ Suponha que a sua variável dependente tome valores positivos e nulos apenas.
- ▶ Problema: o modelo de regressão linear não leva em consideração limites nos valores da variável dependente
- ▶ Solução: O modelo Tobit considera o limite inferior nulo da variável dependente

# The Tobit Model

---

- ▶ O modelo Tobit considera a existência de uma variável latente  $y^*$ , não observável, regida por um modelo linear:
- ▶ Por exemplo:  $y^* = \mathbf{x}\beta + u, u|\mathbf{x} \sim \text{Normal}(0, \sigma^2)$
- ▶ Observamos apenas a variável  $y = \max(0, y^*)$
- ▶ O modelo Tobit utiliza o estimador de máxima verossimilhança para estimar os parâmetros  $\beta$  e  $\sigma$ .
- ▶ Note que  $\beta$  mede o impacto de  $\mathbf{x}$  em  $y^*$  e não na variável dependente observável  $y$ .
- ▶ *O impacto marginal médio de  $x$  em  $y$  é estimado no Stata através do comando:*
- ▶ *Margins, dydx(x) predict(ystar(0,.))*



# Modelo Poisson

# Modelo Poisson

---

- ▶ Como no caso anterior, suponha que a sua variável dependente  $y$  tome valores positivos e nulos apenas. Adicionalmente, suponha que ela tome apenas valores no conjunto dos números inteiros
- ▶ Nesse caso, a distribuição de  $y$  deve ser muito diferente da normal e melhor aproximada através da distribuição Poisson.
- ▶ Podemos escrever  $E(y|\mathbf{x}) = \exp(\mathbf{x}\beta)$
- ▶ Ou  $\log E(y|\mathbf{x}) = \mathbf{x}\beta$

# Modelo Poisson

---

- ▶ O impacto do incremento de uma unidade marginal de  $x$  em  $y$  é a mudança percentual  $100\beta_j$
- ▶  $\% \Delta E(y|\mathbf{x}) / \Delta x_j = 100\beta_j$



# Variáveis Instrumentais

# Variáveis Instrumentais

---

- ▶ Se há uma variável explicativa endógena no modelo, podemos utilizar variáveis instrumentais
- ▶ Ou seja se  $\text{Cov}(x,u) \neq 0$ , então podemos corrigir o viés na estimação dos parâmetros através do emprego de variáveis instrumentais

# Variáveis Instrumentais

---

- ▶ Para que a variável  $z$  seja um bom instrumento para a variável  $x$  endógena, deve satisfazer as seguintes condições:

1. A variável  $z$  deve ser exógena:

$$\text{Cov}(z,u) = 0$$

2. A variável  $z$  deve ser correlacionada com  $x$ :

$$\text{Cov}(z,x) \neq 0$$

# Variáveis Instrumentais

---

- ▶ A condição  $\text{Cov}(z,u) = 0$  não é passível de ser testada, e deve ser guiada pela teoria de RI
- ▶ Mas podemos testar  $\text{Cov}(z,x) \neq 0$ , através da regressão
- ▶  $x = \pi_0 + \pi_1 z + v$
- ▶ onde testamos a hipótese  $H_0: \pi_1 = 0$
- ▶ Essa regressão é chamada de primeiro estágio do método de mínimos quadrados de dois estágios.

# Variáveis Instrumentais

---

- ▶ Considere  $y = \beta_0 + \beta_1 x + u$ , nesse caso temos:
- ▶  $\text{Cov}(z, y) = \beta_1 \text{Cov}(z, x) + \text{Cov}(z, u)$ , so
- ▶  $\beta_1 = \text{Cov}(z, y) / \text{Cov}(z, x)$
- ▶ E o estimador de variáveis instrumentais (IV) é dado por:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum (z_i - \bar{z})(y_i - \bar{y})}{\sum (z_i - \bar{z})(x_i - \bar{x})}$$

# Variáveis Instrumentais

---

- ▶ O pressuposto de homocedasticidade é dado por  $E(u^2|z) = \sigma^2 = \text{Var}(u)$
- ▶ O erro padrão estimado é dado por

$$se(\hat{\beta}_1) = \frac{\hat{\sigma}^2}{SST_x R_{x,z}^2}$$

## IV versus OLS

---

- ▶ O erro padrão de IV difere daquele de OLS pela presença do termo  $R^2$  da regressão de  $x$  em  $z$
- ▶ Dado  $R^2 < 1$ , erro-padrão IV é maior do que aquele de OLS.
- ▶ Entretanto, o estimador IV é consistente enquanto que OLS é inconsistente se  $\text{Cov}(x,u) \neq 0$
- ▶ Quanto maior a correlação entre  $z$  e  $x$ , mais precisa será a estimação.

# Variáveis Instrumentais

---

- ▶ O estimador IV pode ser aplicado em regressão múltipla.
- ▶ Nesse caso, precisaremos de pelo menos um instrumento para cada variável explicativa endógena.



# Variáveis Instrumentais

---

- ▶ Suponha que o modelo de regressão múltipla seja

$$y_1 = \beta_0 + \beta_1 y_2 + \beta_2 z_1 + u_1,$$

onde  $y_2$  é endógena e  $z_1$  é uma variável explicativa exógena

- ▶ Se  $z_2$  for um instrumento para  $y_2$ , então  $\text{Cov}(z_2, u_1) = 0$
- ▶ Nesse caso, devemos fazer a regressão de  $y_2$  contra todas as variáveis exógenas do modelo e testar pela significância do instrumento:
- ▶  $y_2 = \pi_0 + \pi_1 z_1 + \pi_2 z_2 + v_2$   
e testar  $H_0: \pi_2 = 0$

# Variáveis Instrumentais

---

- ▶ Se houver múltiplos instrumentos,  $z_2$  e  $z_3$ , o que fazer?

Nesse caso, as seguintes condições devem ser satisfeitas:

1. As variáveis  $z_2$  e  $z_3$  devem ser exógenas:

$$\text{Cov}(z_2, u) = 0 \text{ e } \text{Cov}(z_3, u) = 0$$

2. As variáveis  $z_2$  e  $z_3$  devem ser correlacionadas com  $y_2$  :

$$\text{Cov}(z_2, y_2) \neq 0 \text{ e } \text{Cov}(z_3, y_2) \neq 0$$

- ▶ Fazemos a regressão  $y_2 = \pi_0 + \pi_1 z_1 + \pi_2 z_2 + \pi_3 z_3 + v_2$   
e testamos  $H_0: \pi_2 = 0, \pi_3 = 0$

# Teste para Endogeneidade

---

- ▶ Se não há endogeneidade, as estimativas de OLS e IV são consistentes
- ▶ Porém, se não há endogeneidade, OLS é preferível a IV
- ▶ Teste Hausman: testa pelas diferenças entre as estimativas de OLS e IV

# Teste para Endogeneidade

---

- ▶ Se  $y_2$  for endogena, então  $v_2$  do primeiro estágio e  $u_1$  do modelo estrutural serão correlacionadas.
- ▶ Procedimento para o teste:
- ▶ Salvar os resíduos do primeiro estágio.
- ▶ Incluir esses resíduos na estimação do modelo estrutural
- ▶ Se eles forem significantes, rejeitar a hipótese nula de exogeneidade.

# Teste para Heterocedasticidade: Breusch-Pagan

---

- ▶ Queremos testar  $H_0: \text{Var}(u | \mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, x_1, x_2, \dots, x_k) = \sigma^2$
- ▶ Se assumirmos uma relação linear:  
$$u^2 = \delta_0 + \delta_1 x_1 + \dots + \delta_k x_k + \delta_{k+1} z_1 + \delta_{k+2} z_2 + v$$
, podemos testar:
- ▶  $H_0: \delta_1 = \delta_2 = \dots = \delta_k = \delta_{k+1} = \delta_{k+2} = 0$
- ▶ Esse é o teste Breusch-Pagan.



Obrigada!

