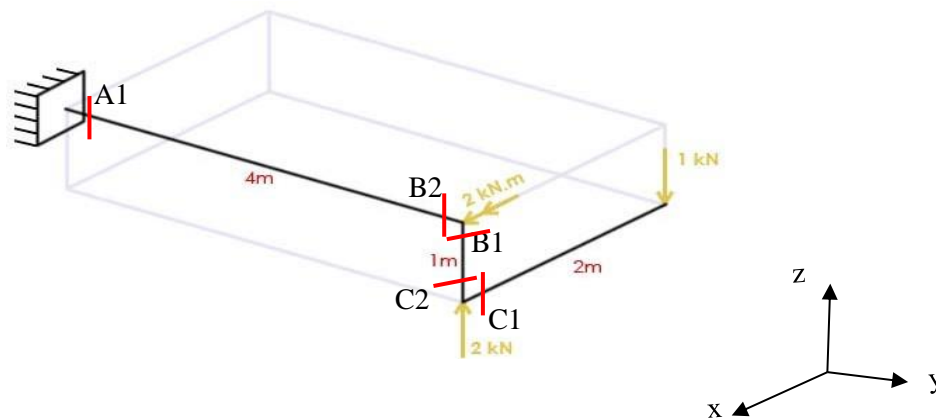




# ESCOLA POLITÉCNICA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

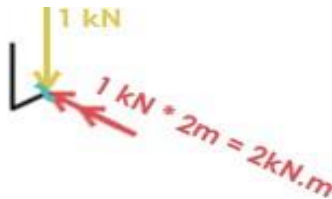
## PEF3208 Fundamentos de Mecânica das Estruturas 13/05/2021 Prof. Osvaldo Nakao

1. Estruturas Espaciais: Esboçar os diagramas dos esforços solicitantes na estrutura espacial da figura.



As reações no apoio (engastamento) não precisam ser calculados inicialmente. Isso porque ao aplicar o teorema do corte não há necessidade de se saber os valores das reações no apoio, pois pode-se caminhar partindo da extremidade livre para o apoio. Os valores serão obtidos automaticamente ao se transferir todos os esforços ao longo da viga. Ao chegar em A1, bastará efetuar o equilíbrio entre os esforços solicitantes em A1 e as reações de apoio em A. Aplicando-se o teorema do corte, estudam-se as seções C1, C2, B1, B2 e A1.

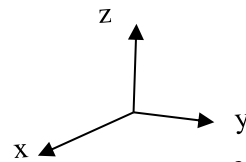
### 3.1 Seção C1



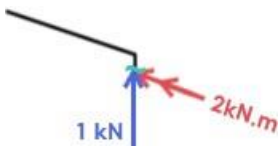
Ao reduzir/transferir uma força de um ponto a outro da estrutura pode aparecer um momento para que as duas situações (antes e depois da transferência da força) sejam mecanicamente equivalentes. Assim, aparece um momento quando se transfere uma força cortante de uma seção transversal para outra. Ao se transferir a força de 1 kN (na direção z) da extremidade livre para C1, surge o momento de  $1 \text{ kN} \times 2 \text{ m} = 2 \text{ kNm}$ . A direção desse momento é obtida lembrando que a força 1 kN está na direção z, a distância 2 m está na direção x e portanto o momento está na direção y (em torno do eixo y; produto vetorial). O sentido do momento é dado pela “regra da mão direita”. Assim, o momento fletor de 2 kNm é em torno do eixo y.

### 3.2 Seção C2

A força e o momento em C1 são transferidos para C2 sem outros efeitos, pois as distâncias são infinitesimais. Entre C1 e C2, há a força de 2 kN (na direção z), que não estava em C1, mas que deve ser considerada em C2. Assim, a força normal (na direção z) de  $(2 - 1 =) 1$  kN é na direção z e o momento fletor de 2 kNm é em torno do eixo y.

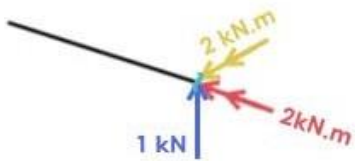


### 3.3 Seção B1



Por não haver nenhuma força cortante a ser transferida, por não haver nenhuma força externa atuando na viga entre C2 e B1, a transferência da força e do momento de C2 para B1 não acrescenta esforço algum ao que já existia em C2. Assim, a força normal de 1 kN é na direção z e o momento fletor de 2 kNm é em torno do eixo y.

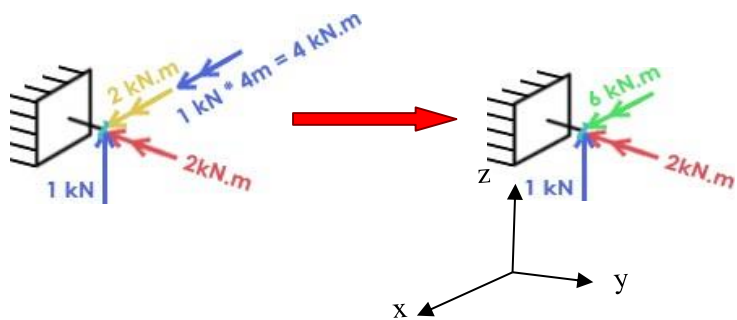
### 3.4 Seção B2



De B1 para B2, além dos esforços em B1 há o momento (ativo e externo, em torno do eixo x) de 2 kNm. Portanto, há a força cortante de 1 kN (na direção z) já existente em B1, o momento fletor de 2 kNm (em torno do eixo x) que foi aplicado entre B1 e B2 e o momento de torção de 2 kNm (em torno do eixo y) já existente em B1 e que era momento fletor em B1 e que em B2 é torçor.

### 3.5 Seção A1:

Por fim, obtêm-se os esforços solicitantes na seção transversal da viga junto ao apoio. A força cortante de 1 kN (na direção z) quando transferida de B2 para A1 gera um momento fletor de  $1 \text{ kN} \times 4 \text{ m} = 4 \text{ kNm}$  (em torno do eixo x), pois a distância de 4 m é na direção y. Portanto, o momento fletor é de 6 kNm ( $2+4$ ; em torno do eixo x), a força cortante é de 1 kN (na direção z) já existente em B2 e o momento de torção é de 2 kNm (em torno do eixo y) já existente em B2.

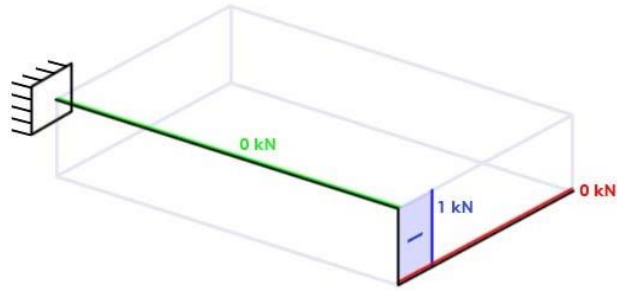


### 3.6 Diagrama dos Esforços Solicitantes

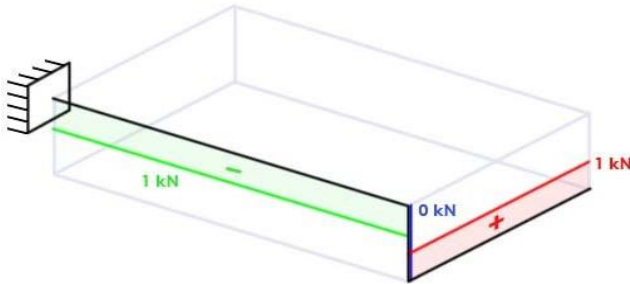
A partir dos esforços solicitantes obtidos nas seções extremas de cada viga e analisando a existência de esforços entre essas seções podem-se esboçar os gráficos dos esforços solicitantes.

- Força Normal

O sinal negativo é atribuído para forças normais de compressão (de fora para dentro), enquanto que o positivo é atribuído para forças normais de tração (de dentro para fora). O gráfico para cada viga pode ser desenhado em qualquer um dos 4 semi-planos que passam pelo seu eixo.



- Força Cortante

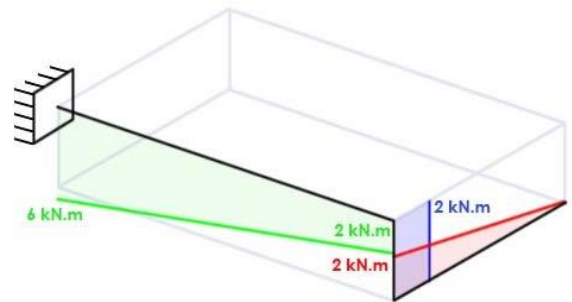


O sinal positivo é atribuído para forças cortantes que tendem a girar a estrutura no sentido horário, enquanto que o negativo é atribuído para forças cortantes que tendem a girar a estrutura no sentido anti-horário. O gráfico deve ser desenhado no plano que contenha a viga e a força. Para permitir uma melhor visualização pode-se optar por qualquer dos dois semi-planos, pois há o sinal que define o sentido da força.

Conhecendo as forças cortantes em B2 e em A1 e observando que não há nenhuma outra força entre B2 e A1 conclui-se que a força cortante de 1 kN é constante. Isso é verificado até pelo fato de que não havendo carga distribuída entre B2 e A1, ou seja  $p=0$ , a força cortante  $V$  é constante. (Como  $\frac{dV}{dx} = -p$  onde  $V$  é a força cortante e  $p$  é a carga distribuída por comprimento, se  $p$  é zero então  $V$  é constante).

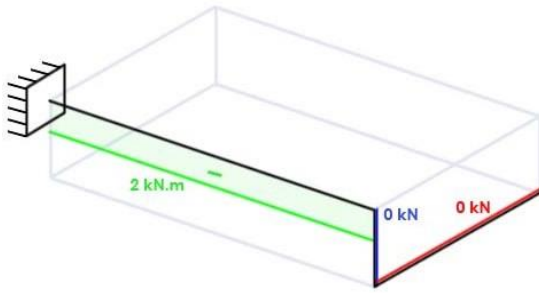
- Momento Fletor

Para traçar os diagramas dos momentos fletores deve-se, em cada seção, verificar qual é a fibra que é tracionada, se a fibra de cima ou a de baixo, se a da direita ou a da esquerda, se a fibra da frente ou a de trás. Por exemplo, em B1, o momento fletor de 2 kNm traciona a fibra de trás. Não se colocam sinais nos diagramas dos momentos fletores, desenha-se do lado tracionado.



Em B2, esse momento vira momento de torção, mas há o outro momento de 2 kNm externo, aplicado entre B1 e B2 que traciona a fibra de baixo. Em A1, o momento fletor de 6 kNm traciona a fibra de baixo. Como entre B2 e A1, não há nenhum outro esforço aplicado, o momento fletor varia uniformemente de 2 kNm (em B2) a 6 kNm (em A1). Isso pode ser confirmado pelo fato da força cortante entre B2 e A1 ser constante. (Como  $\frac{dM}{dx} = V$  onde  $V$  é a força cortante e  $M$  é o momento fletor, se  $V$  é constante então  $M$  é do 1º grau – o gráfico é de uma reta).

- Momento de torção (ou Momento Torçor)



O sinal positivo é atribuído para momentos de torção representados por vetores saindo da seção transversal (de dentro para fora), enquanto que o negativo é atribuído para vetores entrando na seção transversal (de fora para dentro). O gráfico para cada viga pode ser desenhado em qualquer um dos 4 semi-planos que passam pelo seu eixo.