



PEF3200 – Introdução à Mecânica das Estruturas

Aula 6 - 03/05/2023

Diagramas de esforços solicitantes de estruturas espaciais

Prof. Martin Paul Schwark

Prof. Osvaldo Shigueru Nakao

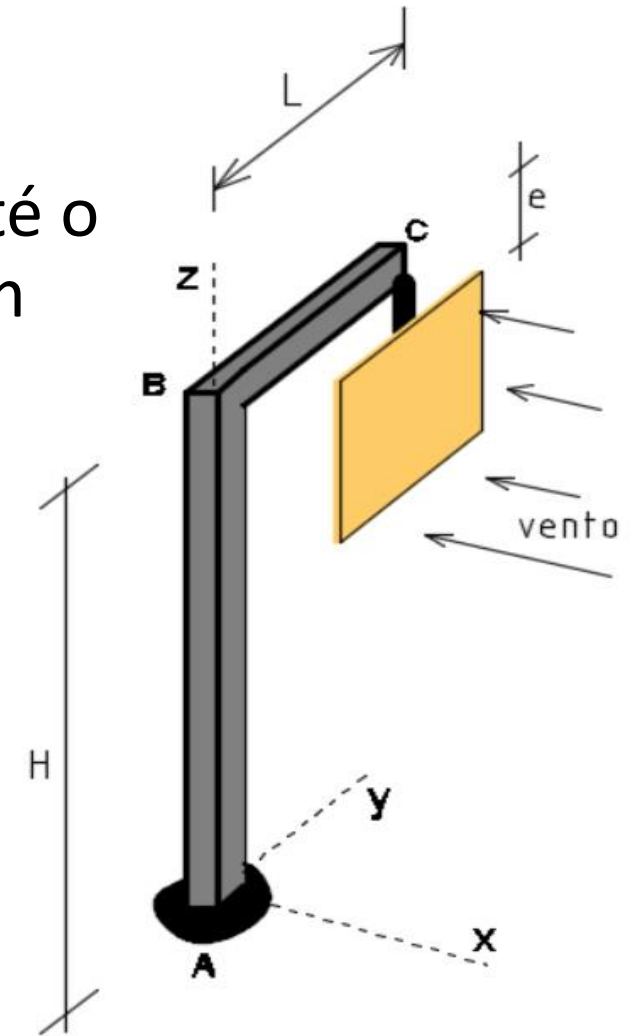
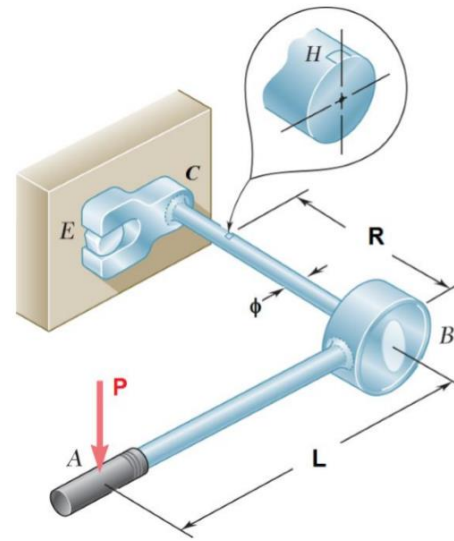
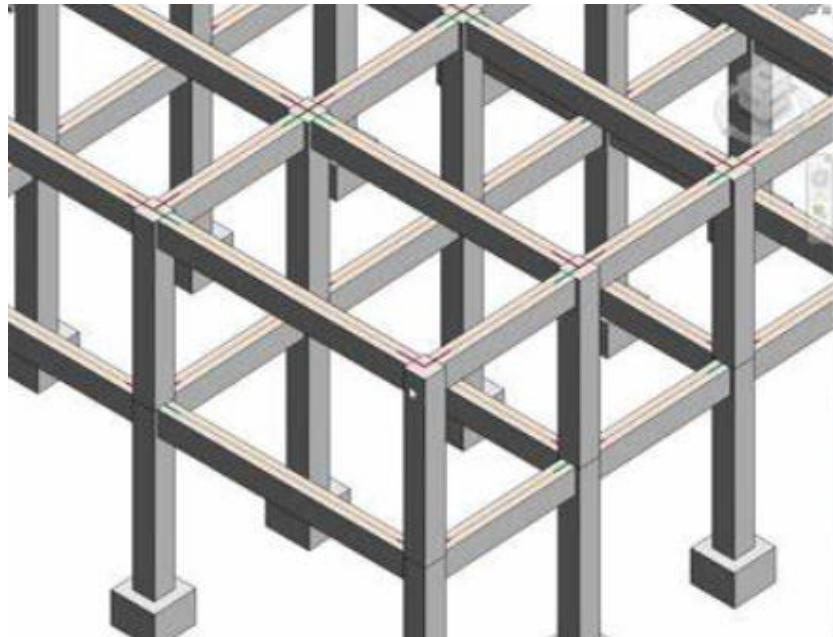
Prof. Valério S. Almeida

O que vimos até agora:

- Como é a disciplina, materiais de apoio, programação
- Mecânica dos sólidos deformáveis, o que são estruturas, estão em tudo
- Modelos físicos e matemáticos, classificações das estruturas, ações que atuam sobre elas e alguns tópicos da mecânica
- Deformadas, movimentos em sistemas materiais, vínculos, estaticidade, estruturas hipostáticas, isostáticas e hiperestáticas, grau de hiperestaticidade, as simplificações adotadas nesta disciplina
- Cálculo de reações de apoio
- Tensões, esforços solicitantes, o Teorema Fundamental da Resistência dos Materiais
- Diagramas de esforços solicitantes em estruturas planas

O que vamos ver nesta aula:

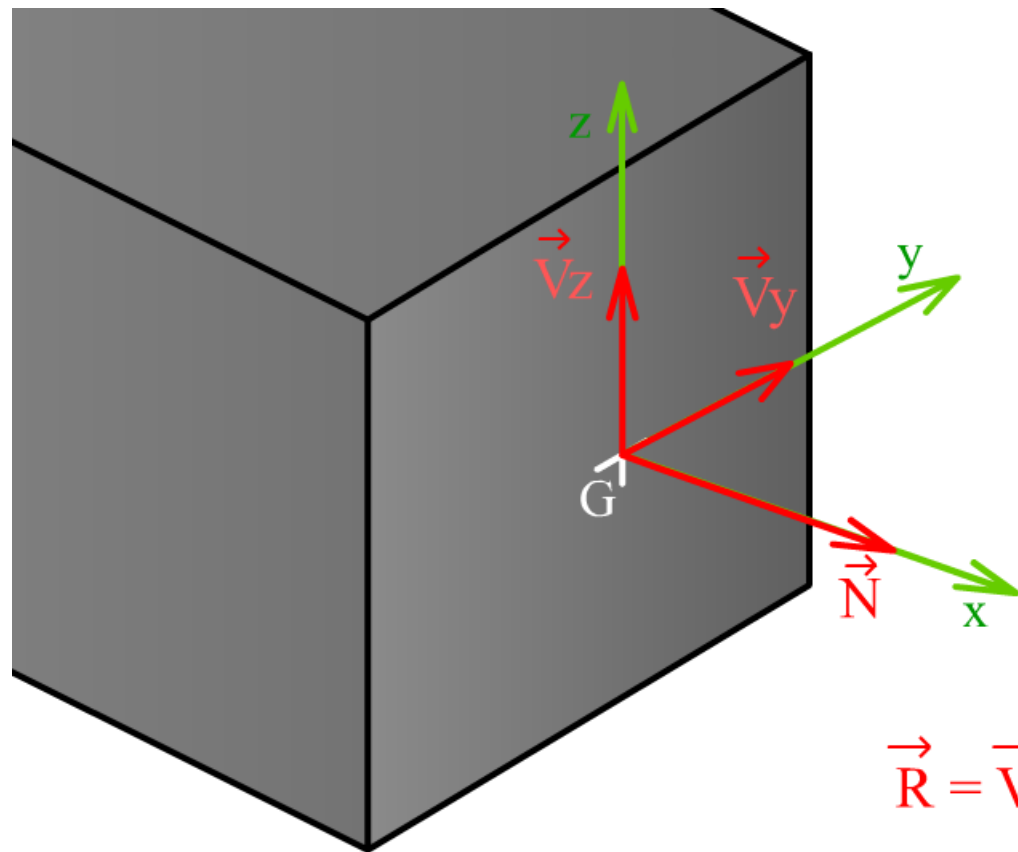
- Análise estrutural básica: da primeira avaliação até o desenho de diagramas de esforços solicitantes em estruturas reticuladas isostáticas espaciais



O que as estruturas espaciais têm de especial?

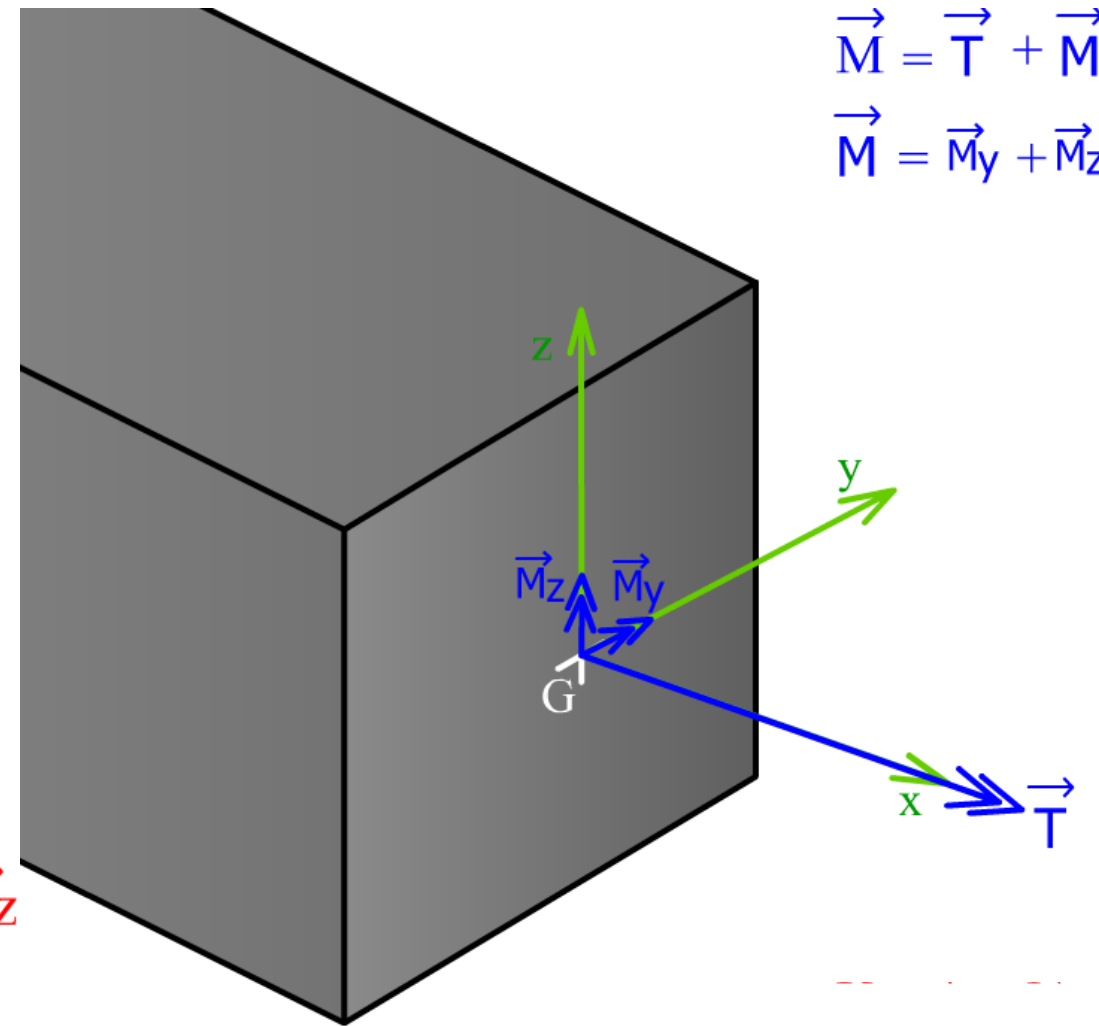
- Mais termos para serem analisados
 - 3 eixos: x , y , z
 - 6 esforços solicitantes, portanto 6 diagramas por barra
 - Momento torçor
 - 2 momentos fletores
 - Força normal
 - 2 forças cortantes
- O desafio da representação bidimensional
 - Perspectiva paralela, é fácil se confundir no desenho e na interpretação!
 - Possibilidade de representar pares de diagramas simultaneamente

Esforços sollicitantes em estruturas espaciais



$$\vec{R} = \vec{V} + \vec{N}$$

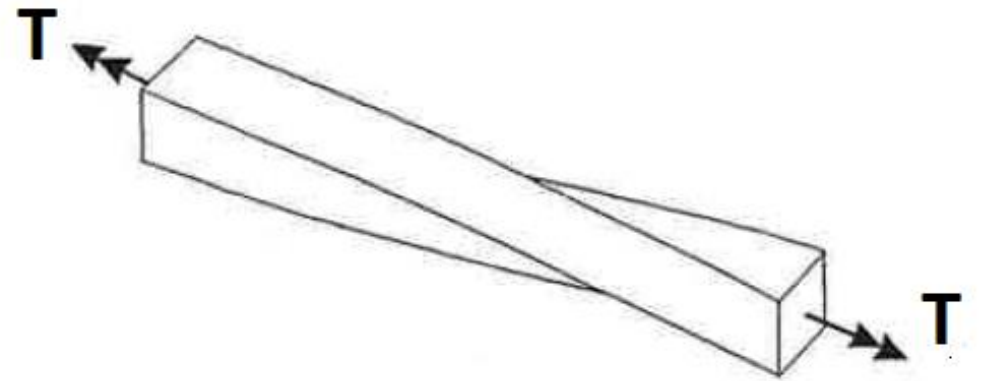
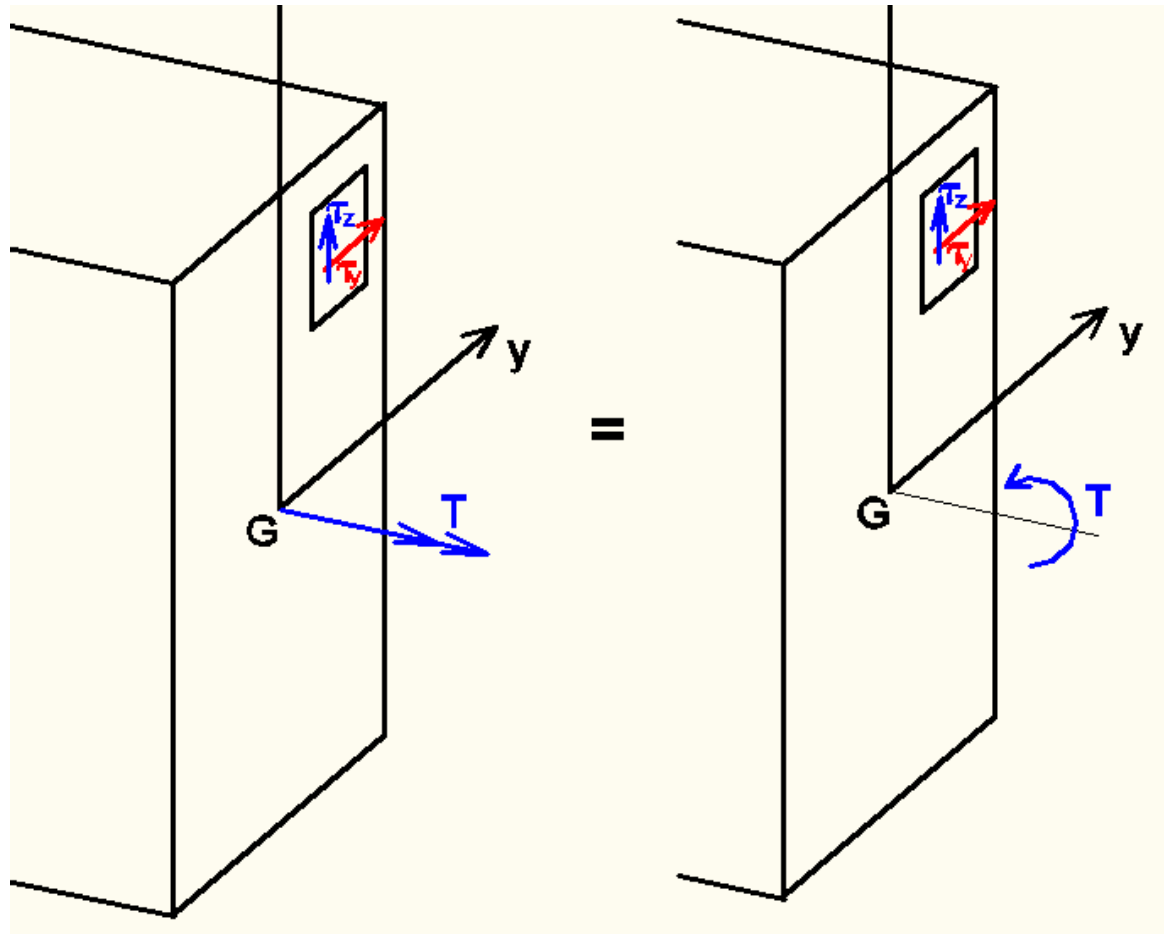
$$\vec{V} = \vec{V}_y + \vec{V}_z$$



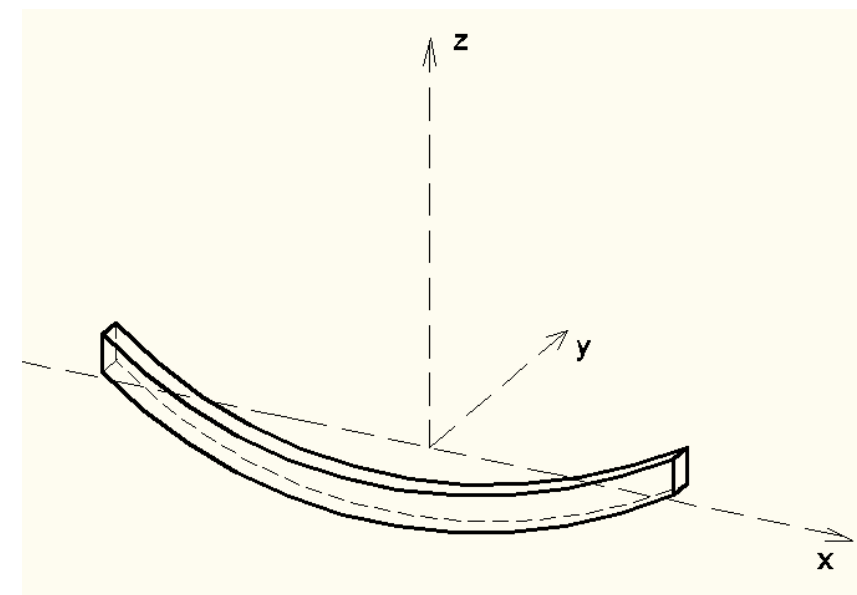
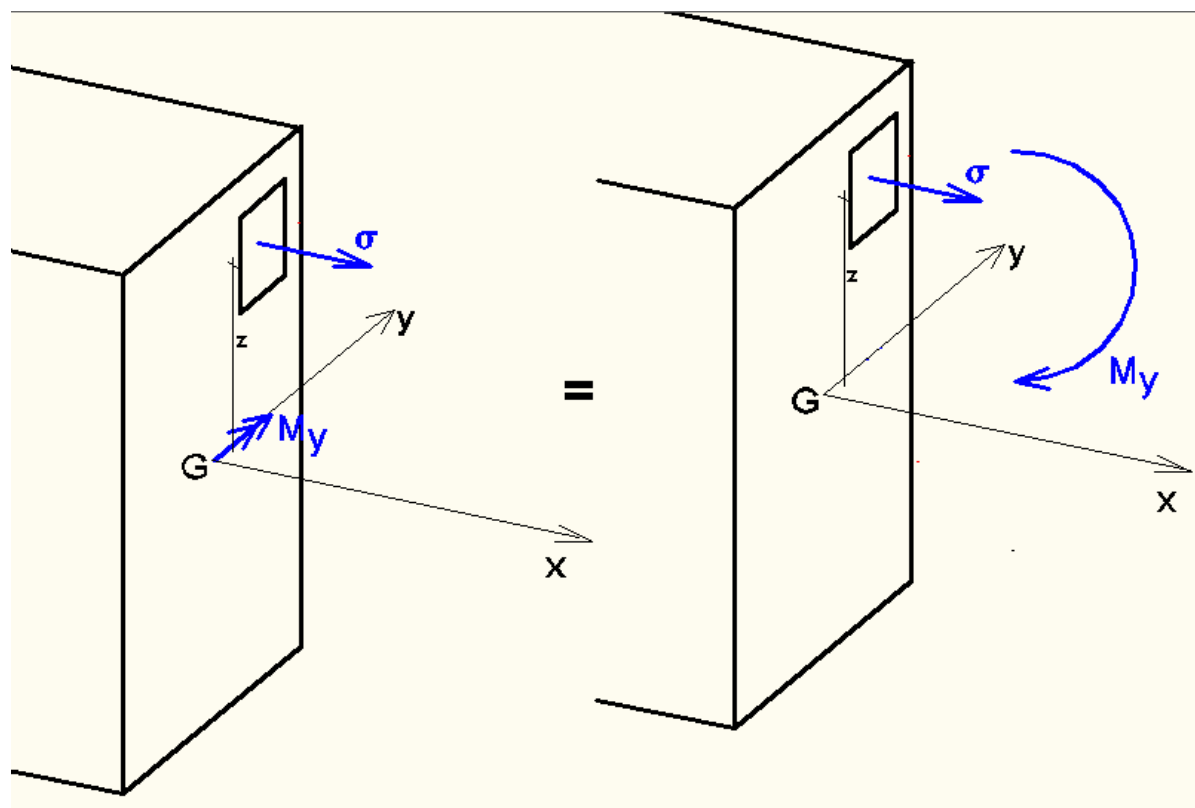
$$\vec{M} = \vec{T} + \vec{M}$$

$$\vec{M} = \vec{M}_y + \vec{M}_z$$

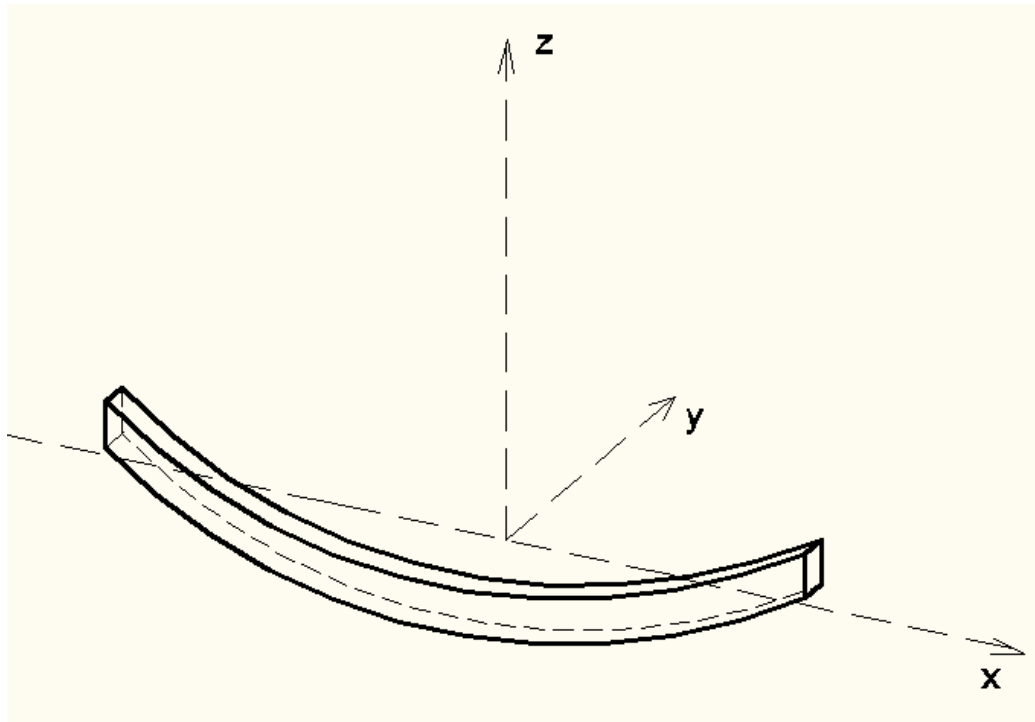
Momento torçor T



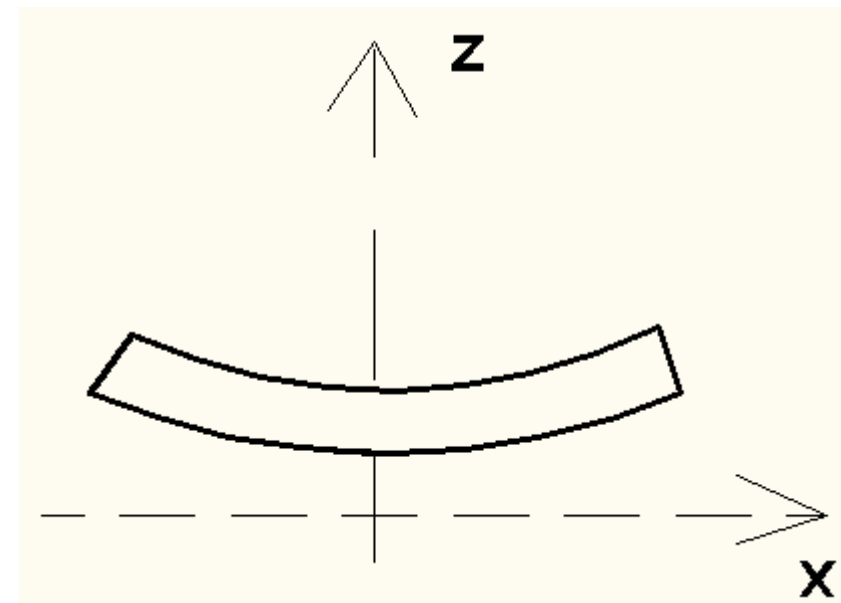
Momento fletor M_y



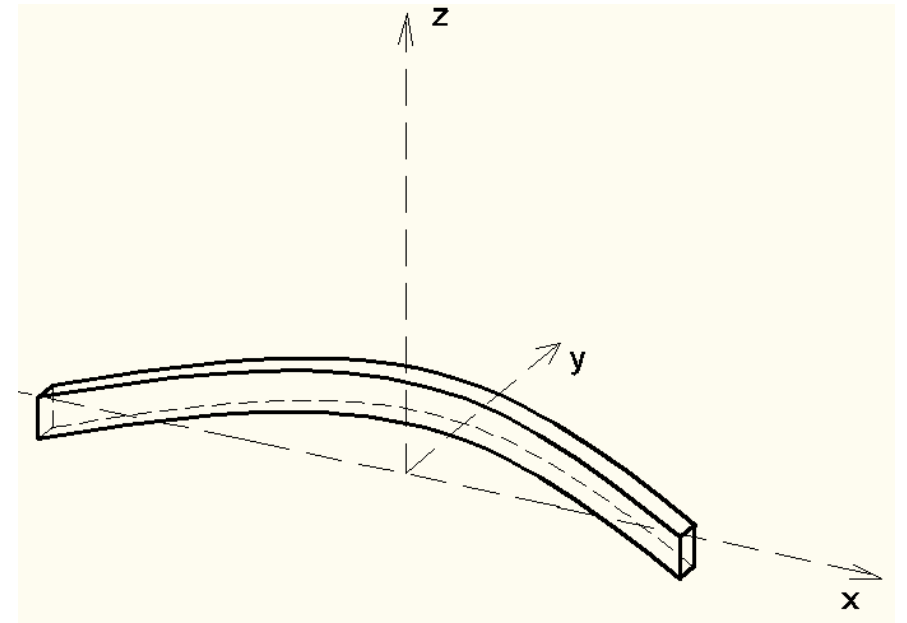
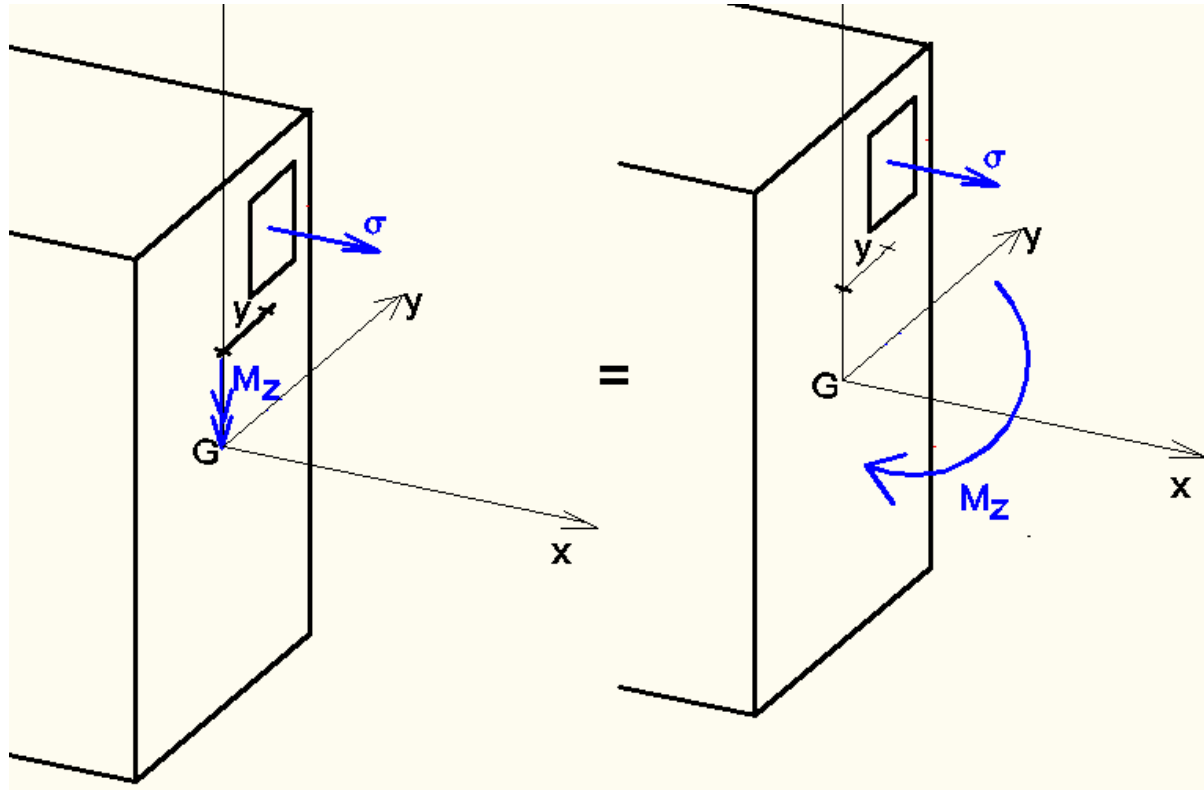
Momento fletor M_y



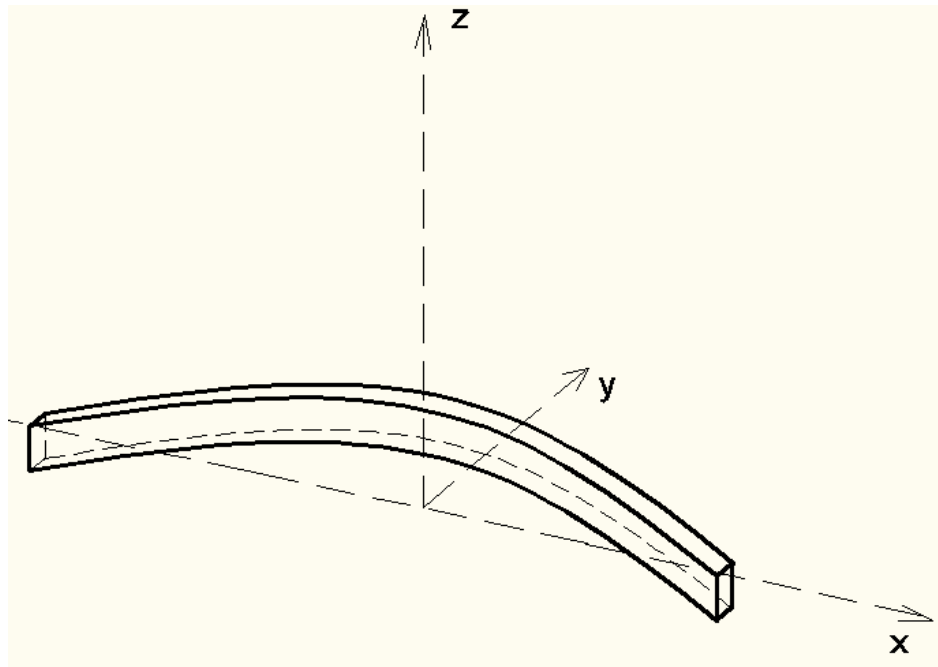
Curvatura em torno de y



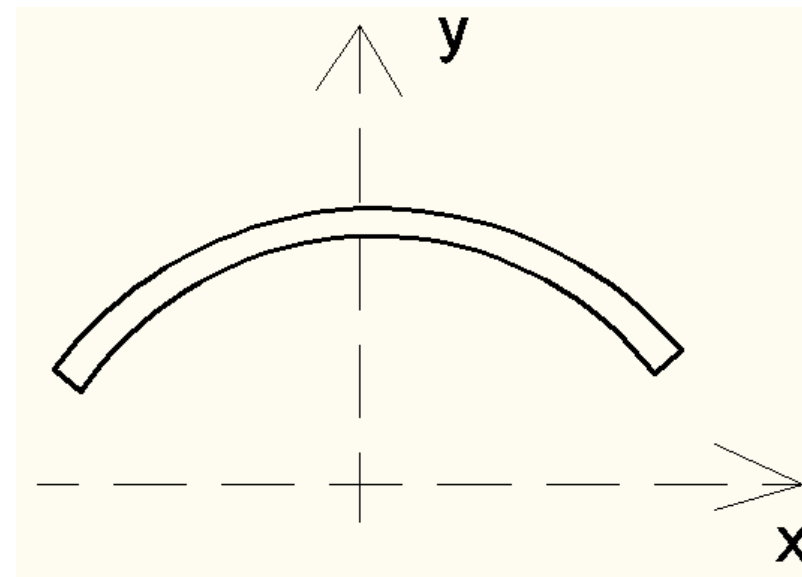
Momento fletor M_z



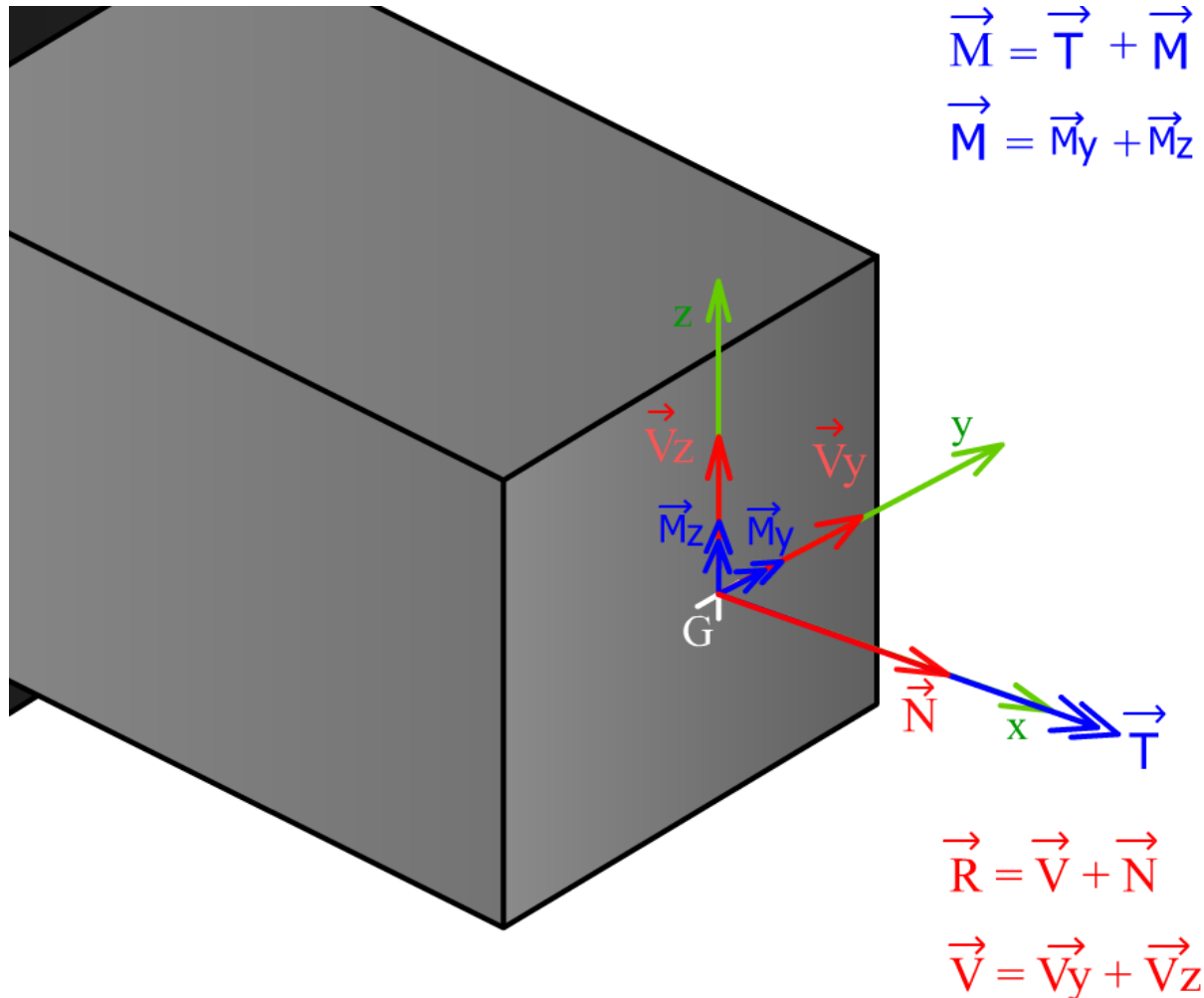
Momento fletor M_z



Curvatura em torno de z



Esforços sollicitantes em estruturas espaciais



$$N = \int_A \sigma dA$$

$$V_y = \int_A \tau_y dA$$

$$V_z = \int_A \tau_z dA$$

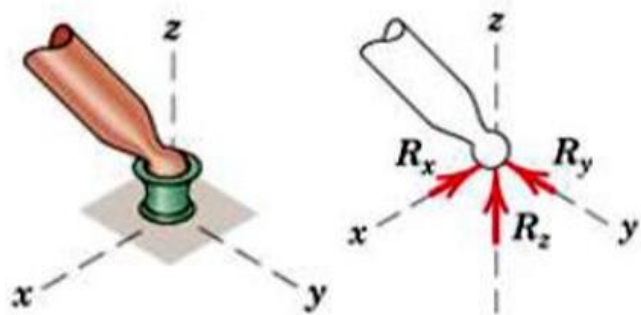
$$M_z = \int \sigma \cdot y dA$$

$$M_y = \int \sigma \cdot z dA$$

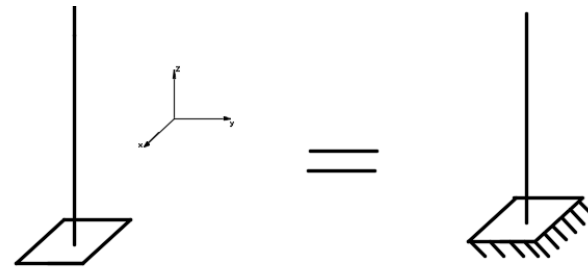
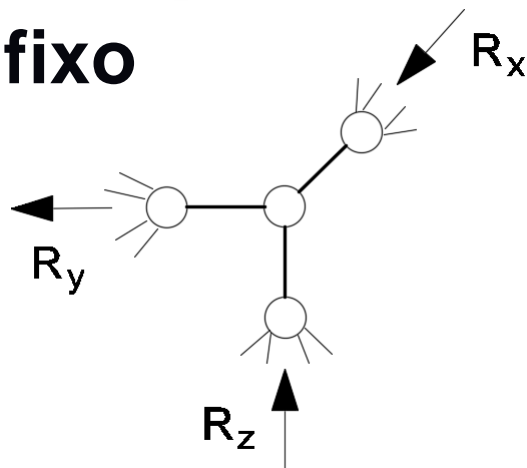
$$T = \int_A (\tau_z y - \tau_y z) dA$$

Vínculos em estruturas espaciais

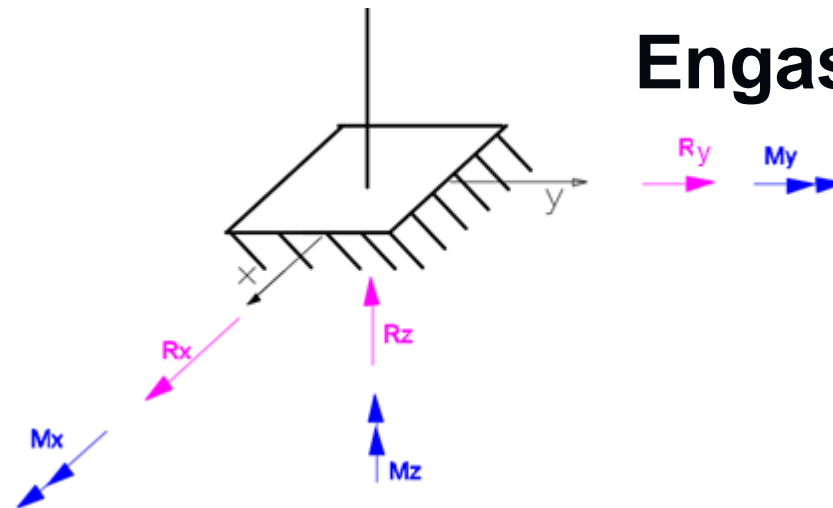
- Vamos nos ater aos mais simples, pela dificuldade de representação



Apoio fixo

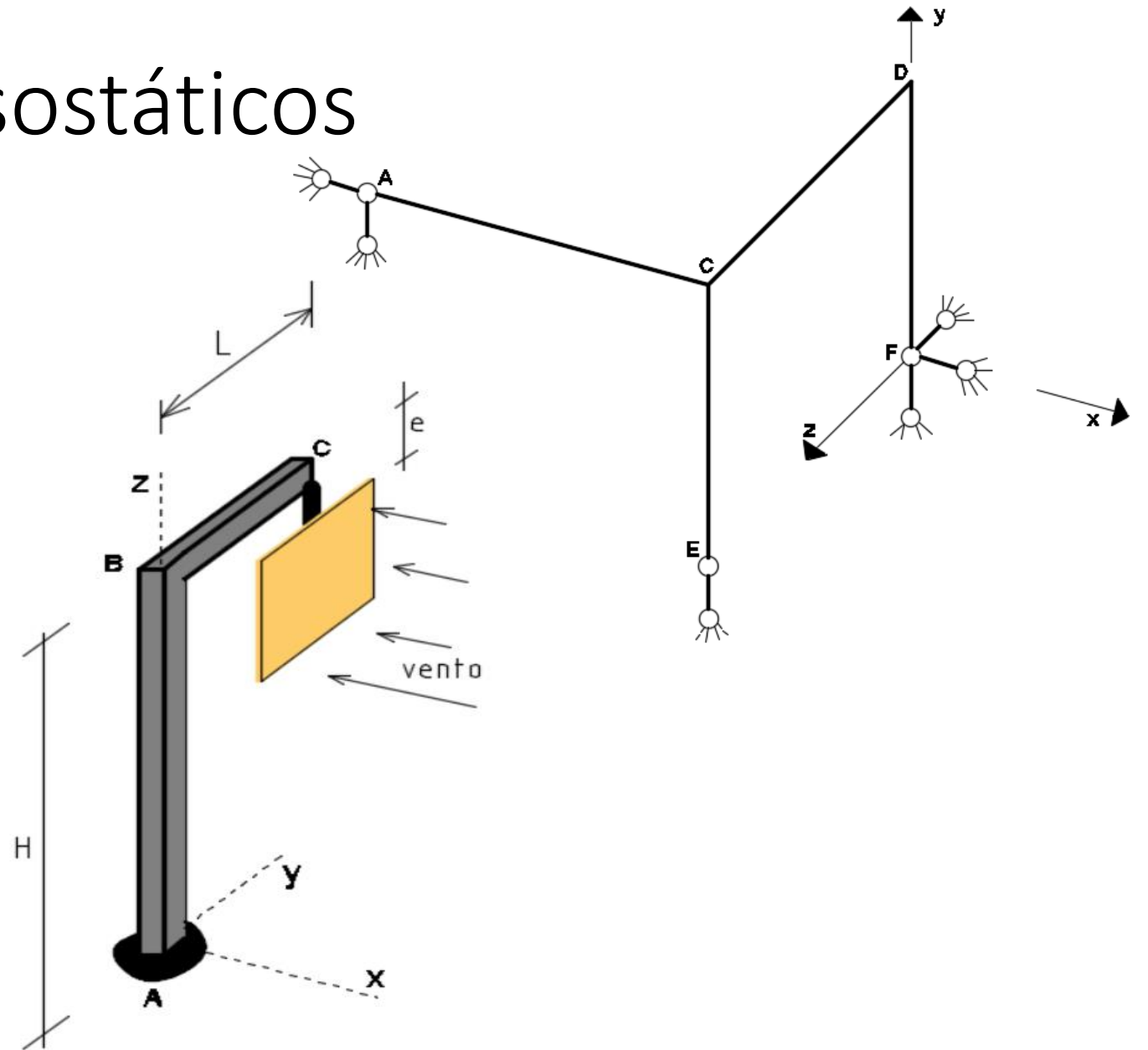


Engaste



Pórticos espaciais isostáticos

- Quantidade de vínculos suficiente para manter a estrutura em equilíbrio (6 vínculos bem condicionados)
- Possibilidade de obter as reações de apoio utilizando apenas as 6 equações de equilíbrio da estática no espaço



Convenção de sinais e representação

- O conceito é similar ao adotado nas estruturas planas
- O observador sempre se encontra olhando da ponta do eixo no sentido da origem do sistema de coordenadas, para definir os sinais
- Representar os momentos fletores do lado da fibra tracionada
- Representar os demais diagramas no plano em que se encontram, indicando o sinal
- Força normal e momento torçor não têm plano definido para sua representação, podendo-se escolhê-lo de forma a facilitar a visualização
- Recomenda-se utilizar cores, traços diferentes para estrutura e diagramas, assim como as hachuras, para facilitar a visualização

Da apostila, capítulo 5

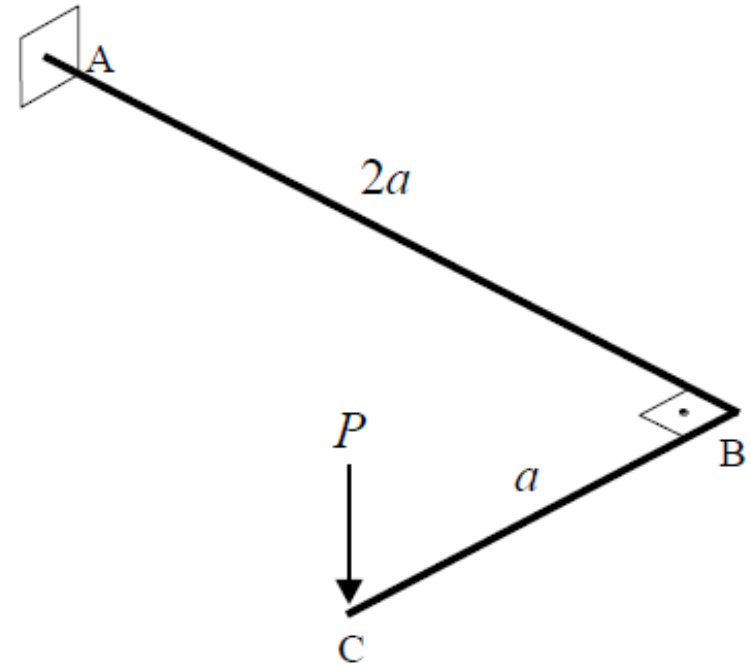
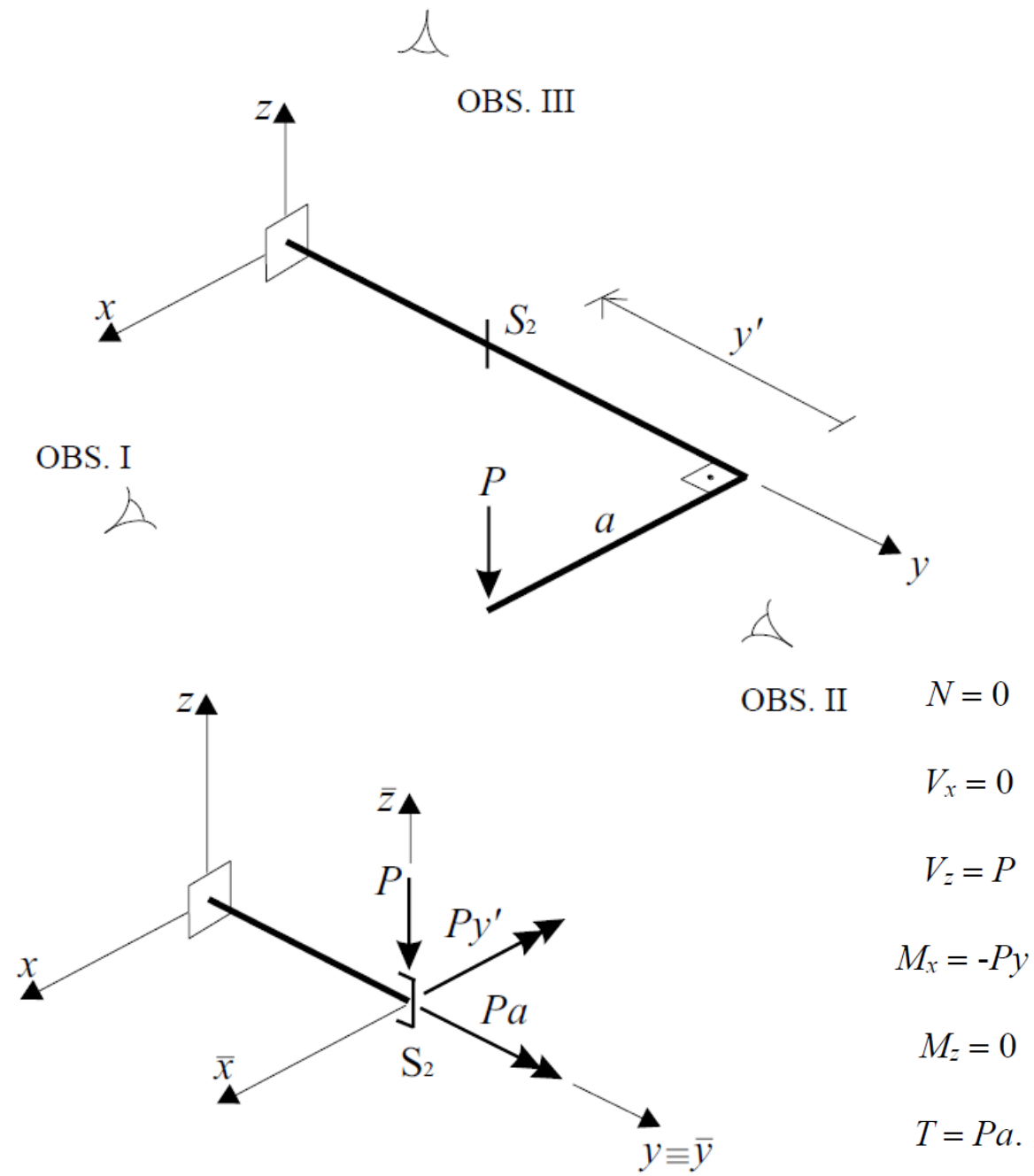
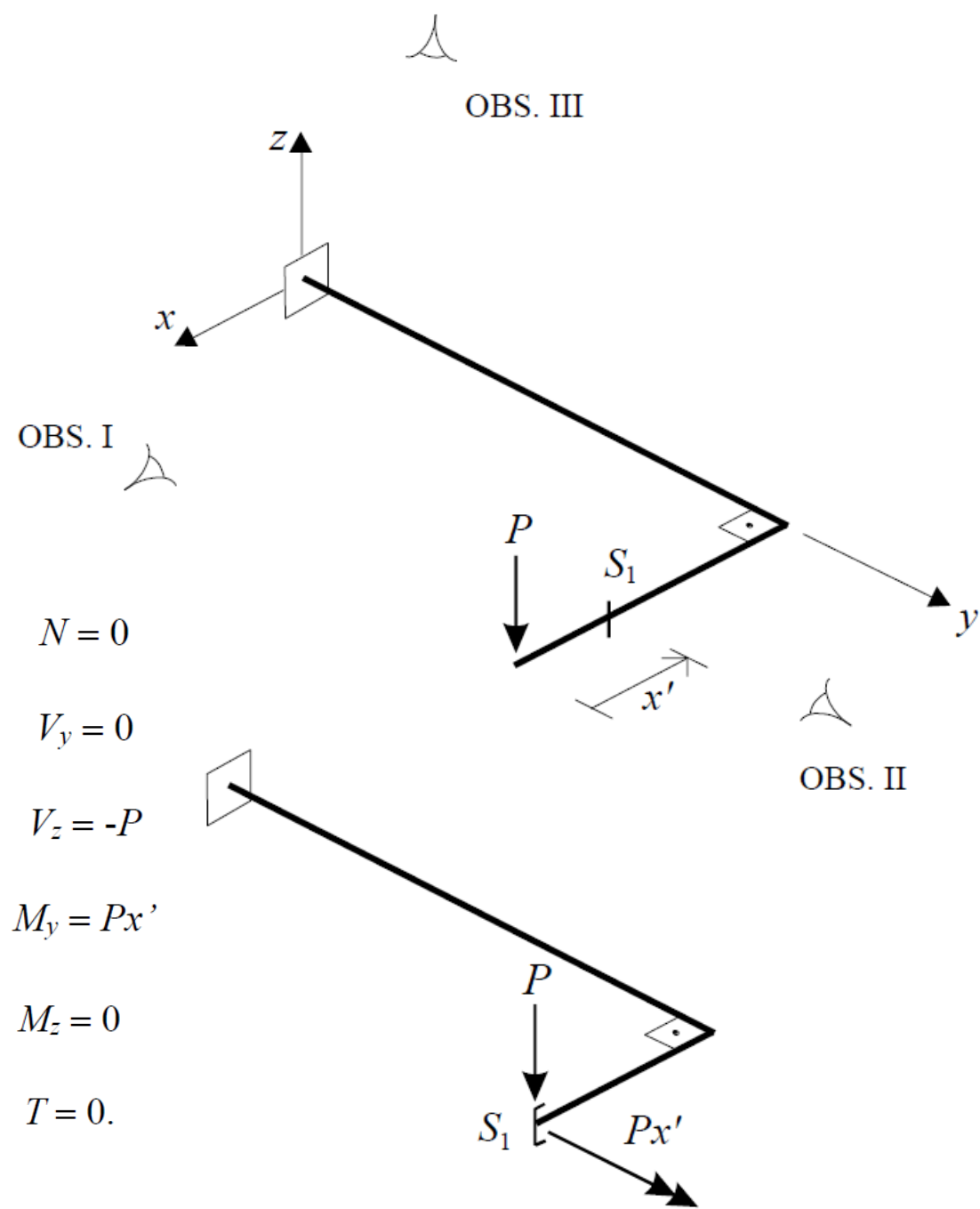
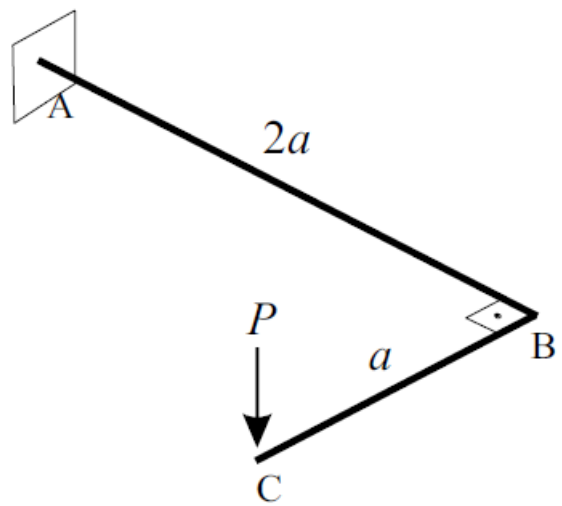


Figura 5.170

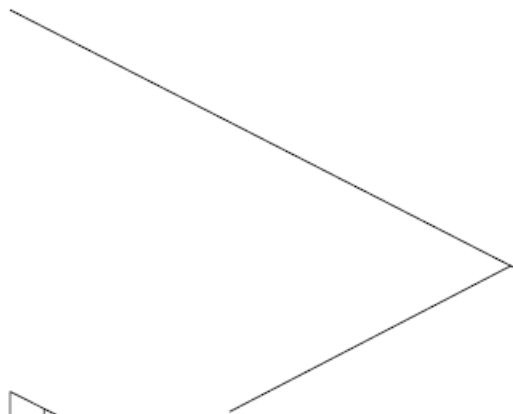
Exemplo 5.35

Traçar os diagramas de esforços solicitantes da viga engastada da Figura 5.170.

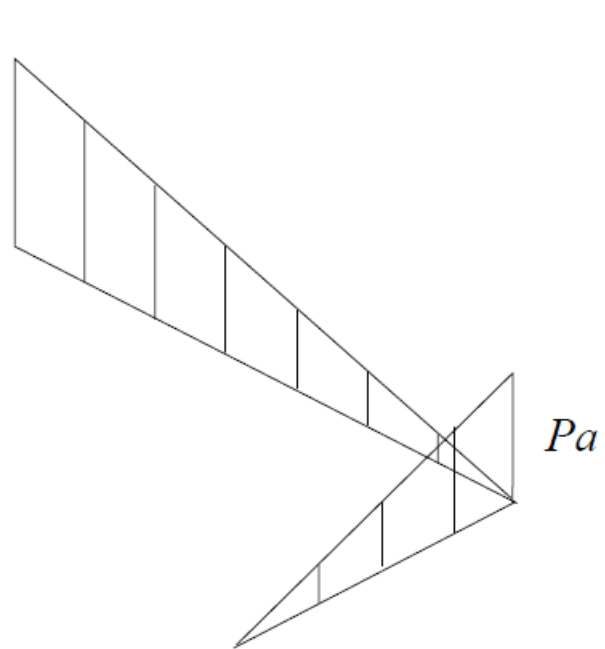




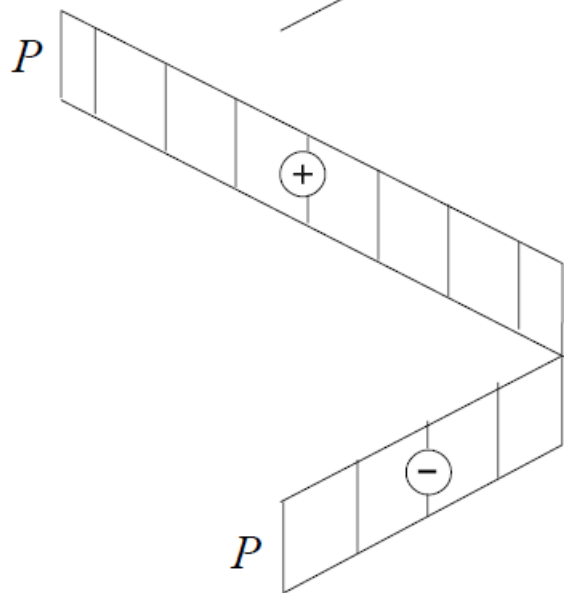
N



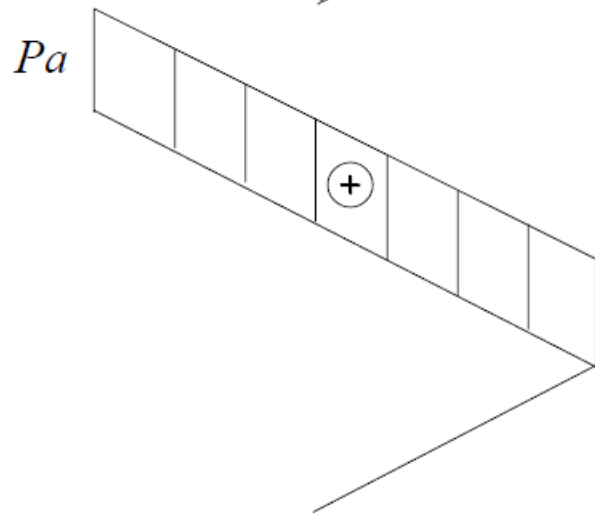
M



V

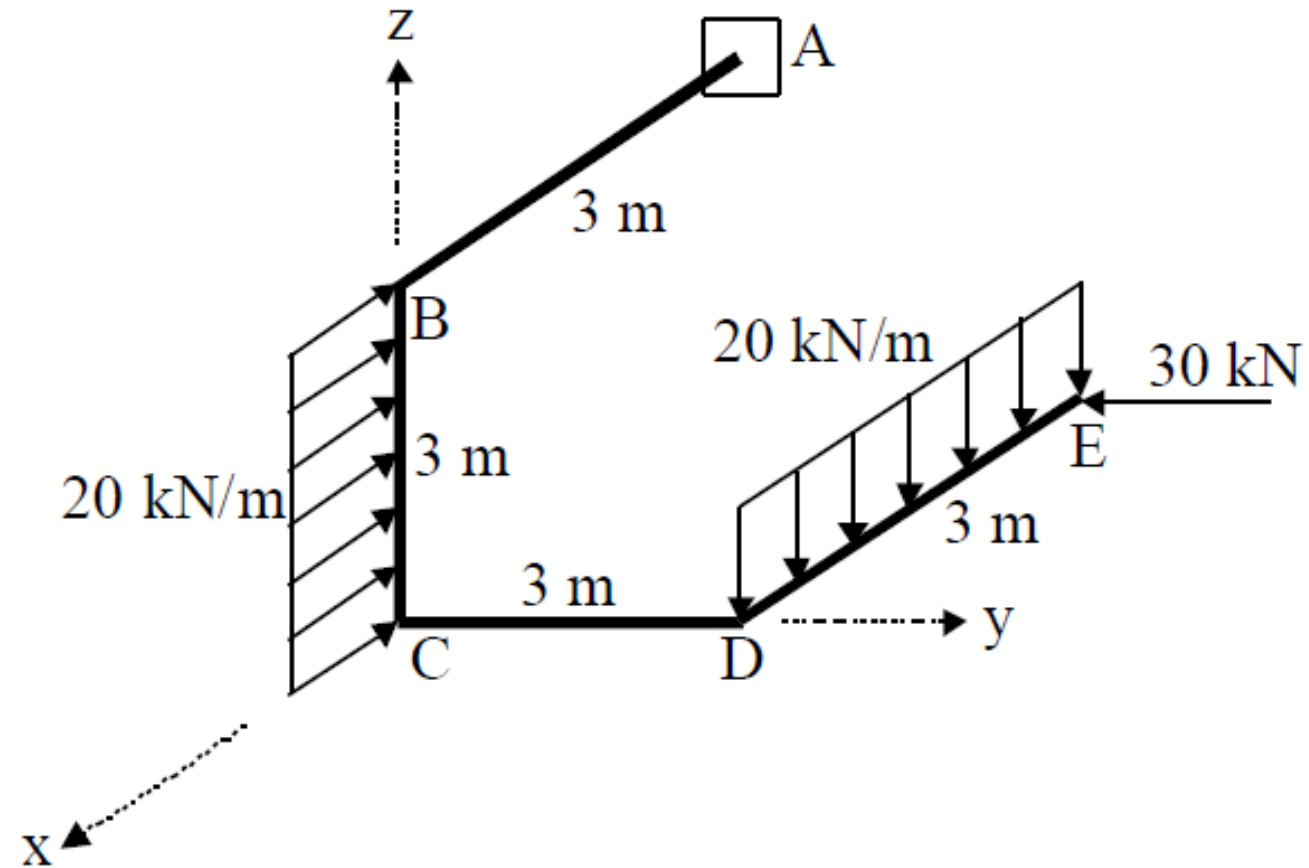


T



Exemplo 1

- Q2 P1 1995

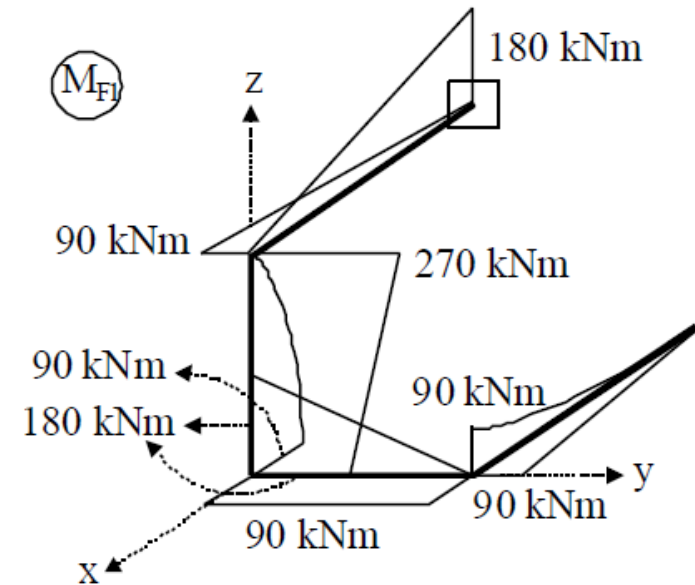
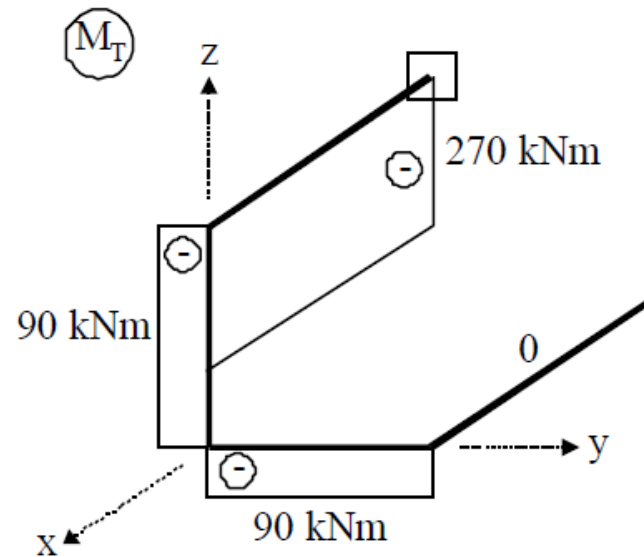
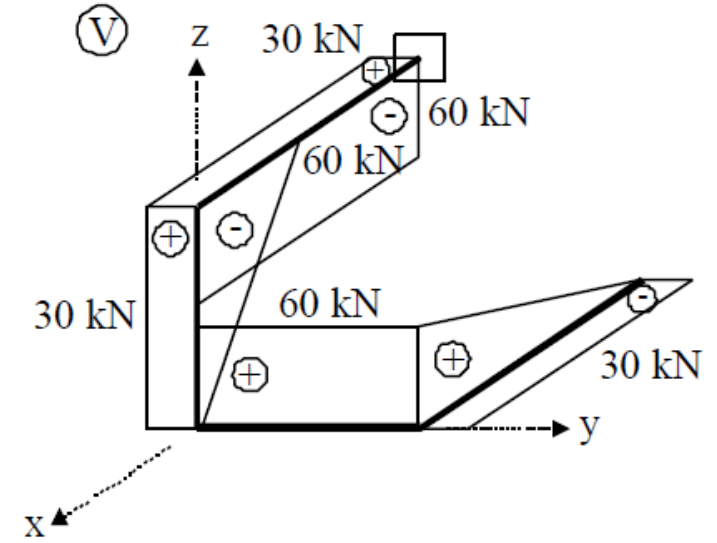
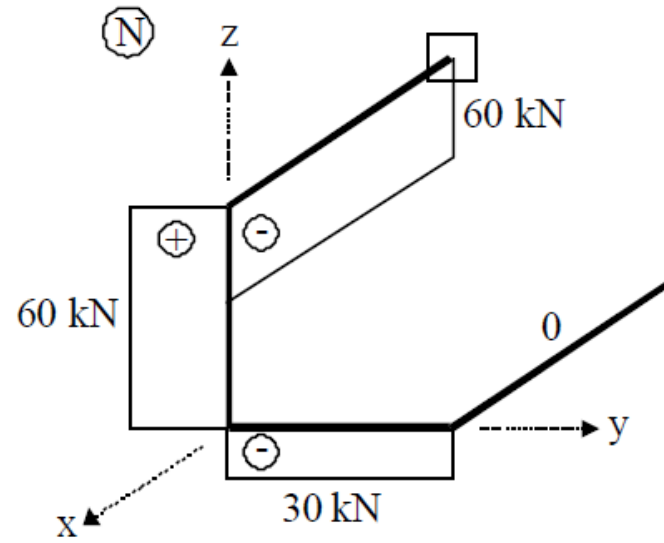


Traçar os diagramas de esforços solicitantes da estrutura da figura.

As barras AB e BC estão no plano xz e as barras CD e DE, no plano xy; as barras AB e DE são paralelas ao eixo x.

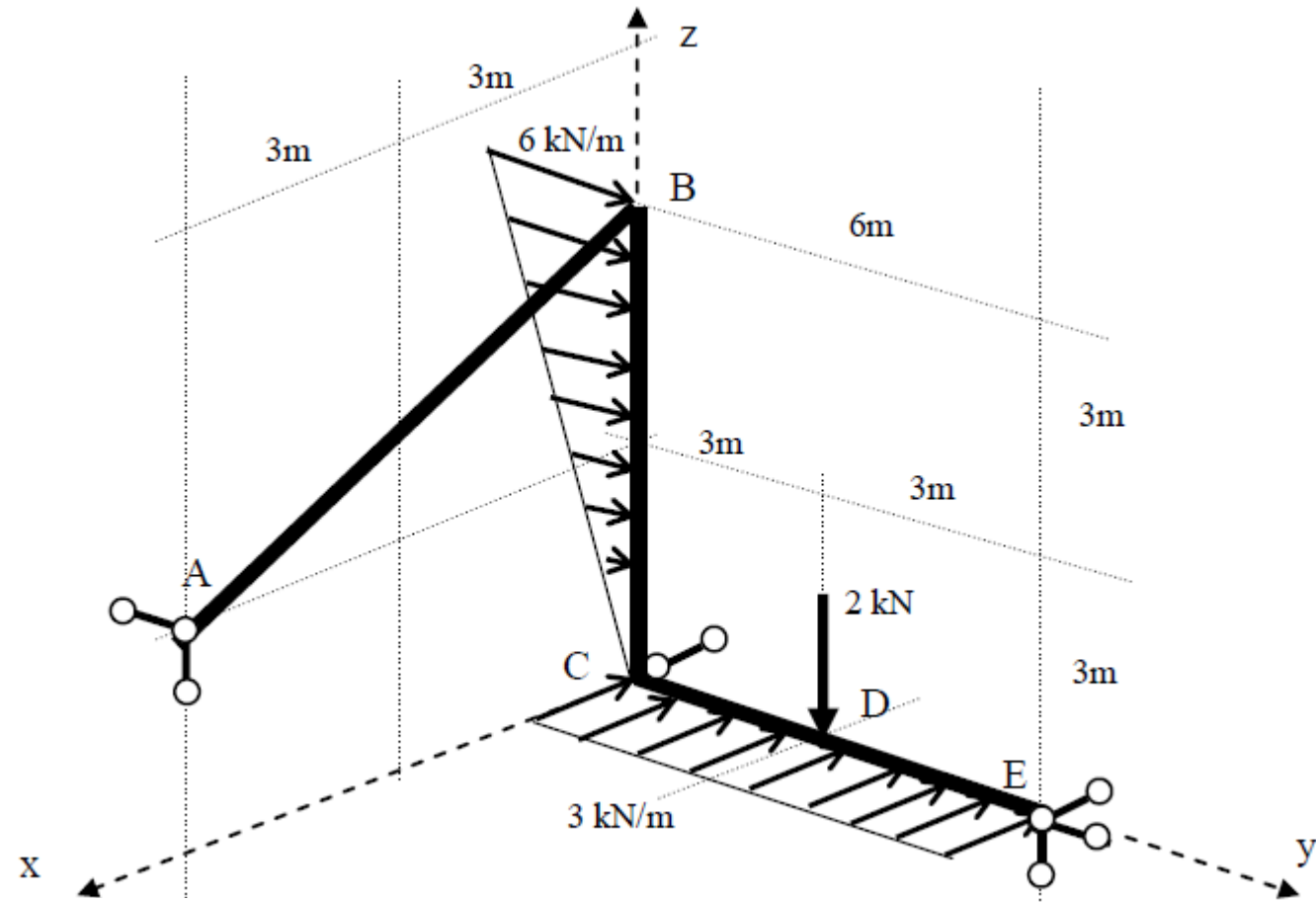
Exemplo 1

- Diagramas



Exemplo 2

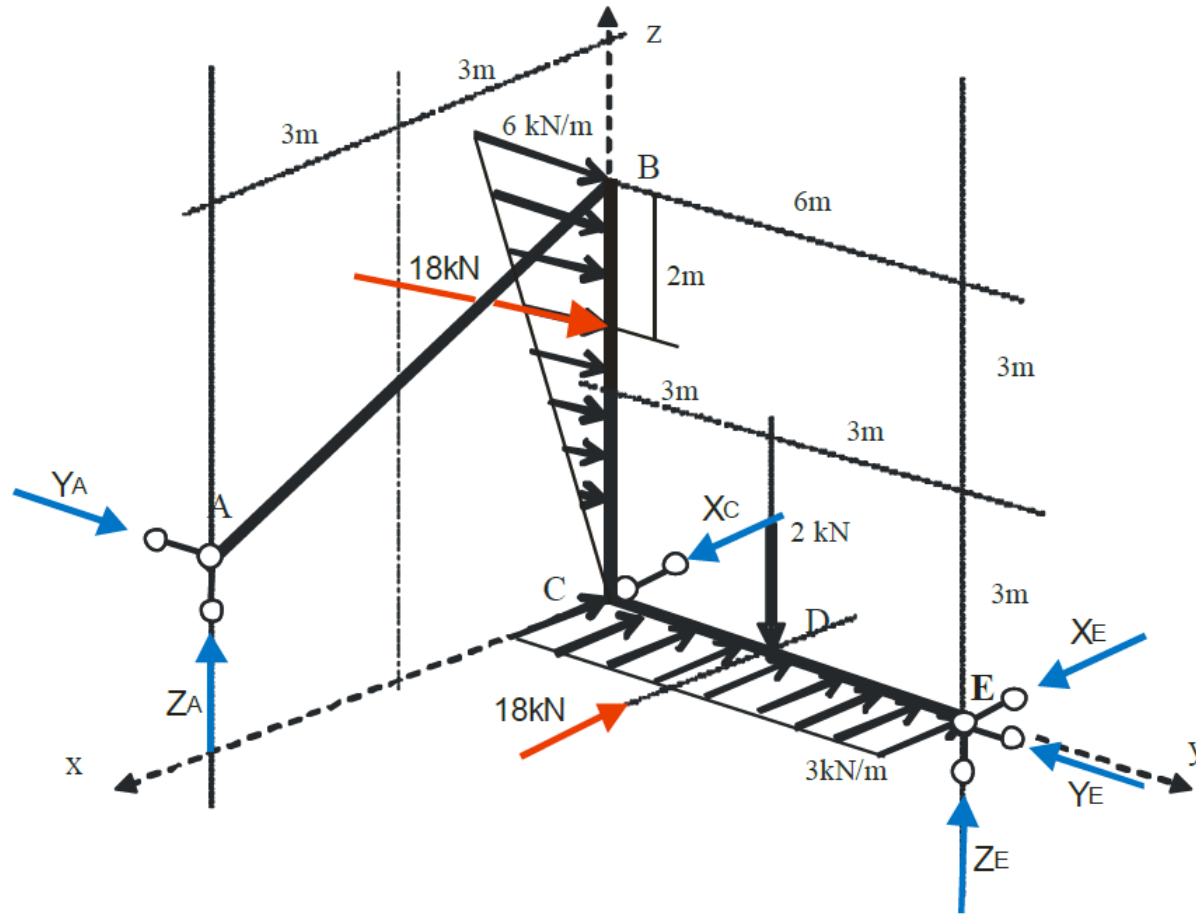
- Q1 P1 2010



Considere a estrutura tridimensional da figura (barra ABCDE) apoiada em A, C, e E (barras curtas). A barra BC é submetida a uma força distribuída variando linearmente de 6 a 0 kN/m paralela ao eixo y. A barra CDE é submetida a uma força uniformemente distribuída de 3 kN/m paralela ao eixo x e a uma força concentrada de 2 kN aplicada em D paralela ao eixo z.

- Determine as reações nos apoios A, C e E.
- Considerando que as reações em E sejam $X = -1$ kN, $Y = 1$ kN e $Z = 2$ kN, esboce os diagramas dos esforços solicitantes da barra CDE com os observadores colocados em frente aos eixos.

a) Exemplo 2



$$\begin{aligned} \sum X = 0 &= X_C - 18 + X_E \\ \sum Y = 0 &= Y_A + 18 + Y_E \\ \sum Z = 0 &= Z_A - 2 + Z_E \\ \sum M_x = 0 &= -Y_A \cdot 3 - 18 \cdot 4 - 2 \cdot 3 + Z_E \cdot 6 \\ \sum M_y = 0 &= -Z_A \cdot 6 \\ \sum M_z = 0 &= Y_A \cdot 6 + 18 \cdot 3 - X_E \cdot 6 \end{aligned}$$

Logo:

$$Y_A = -22 \text{ kN}$$

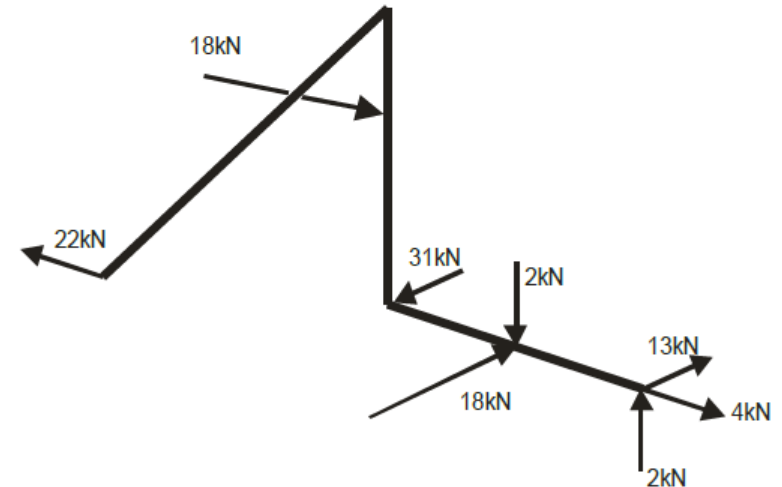
$$Z_A = 0 \text{ kN}$$

$$X_C = 31 \text{ kN}$$

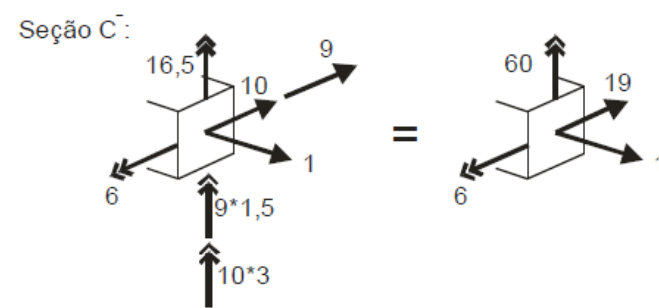
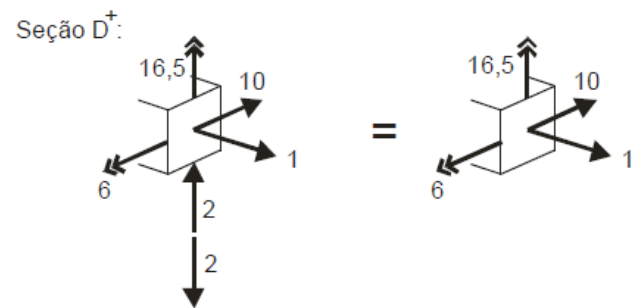
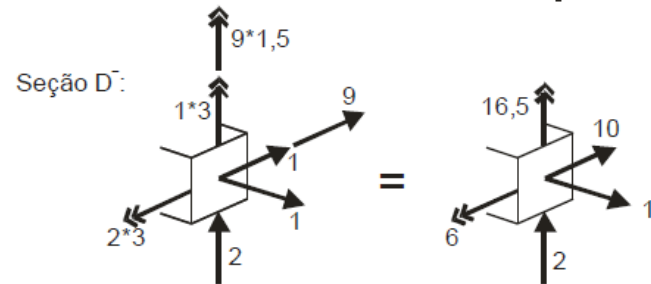
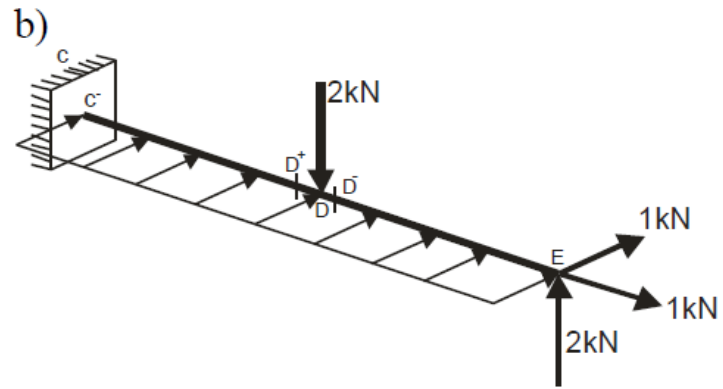
$$X_E = -13 \text{ kN}$$

$$Y_E = 4 \text{ kN}$$

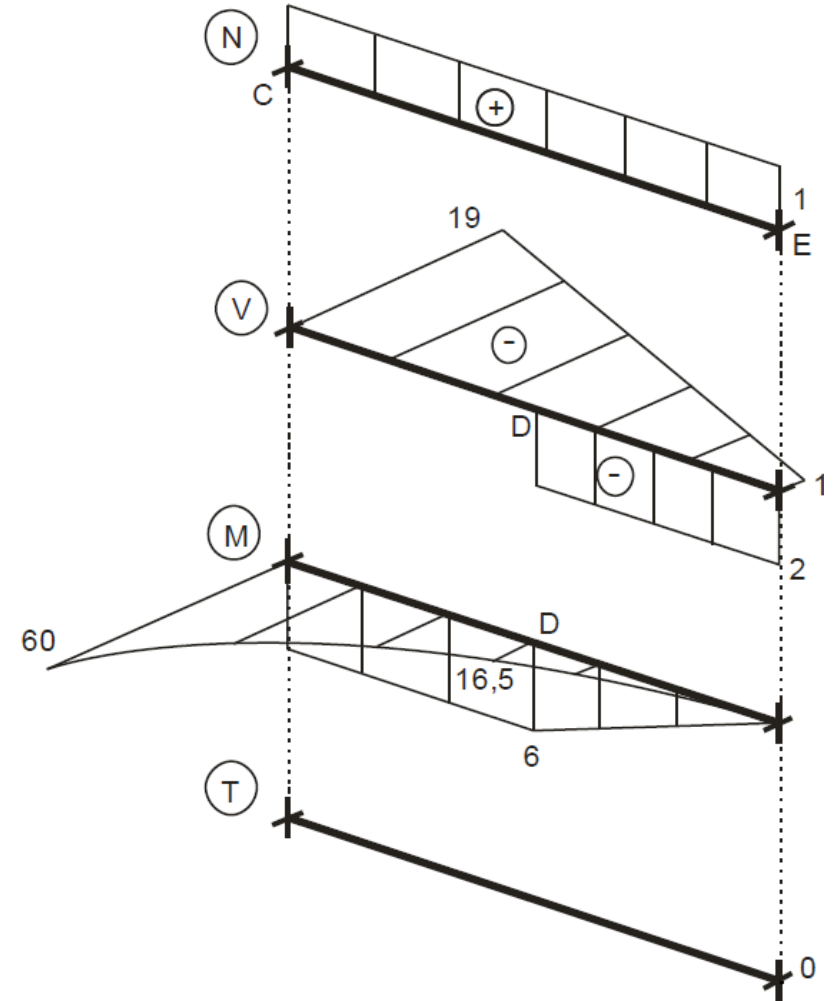
$$Z_E = 2 \text{ kN}$$



Exemplo 2



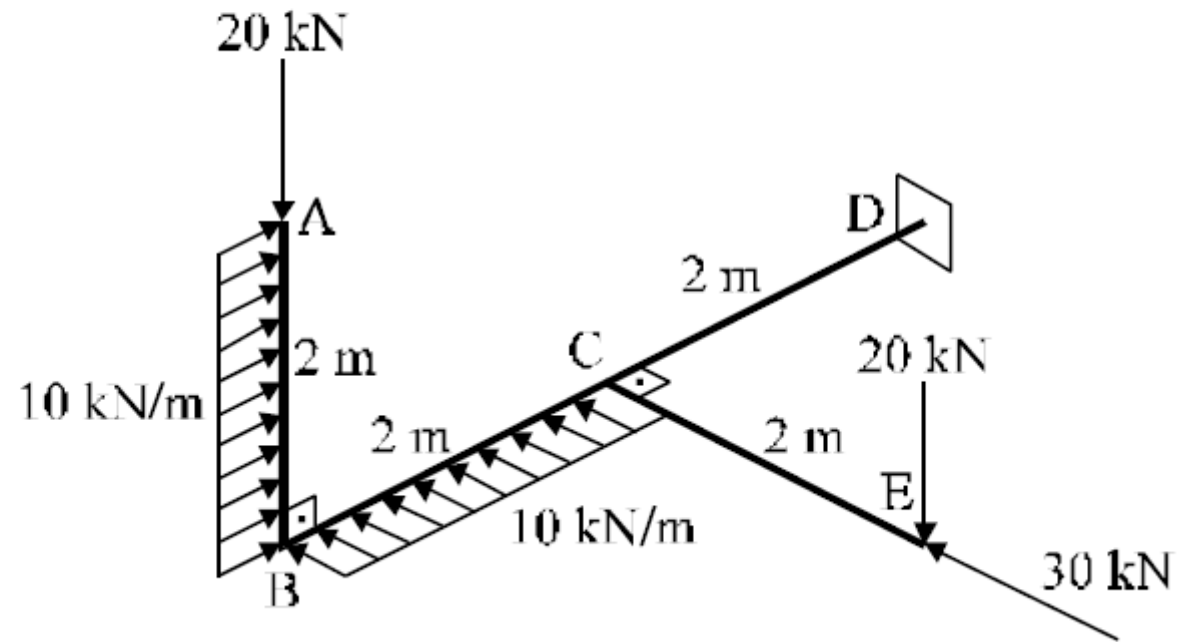
Diagramas:



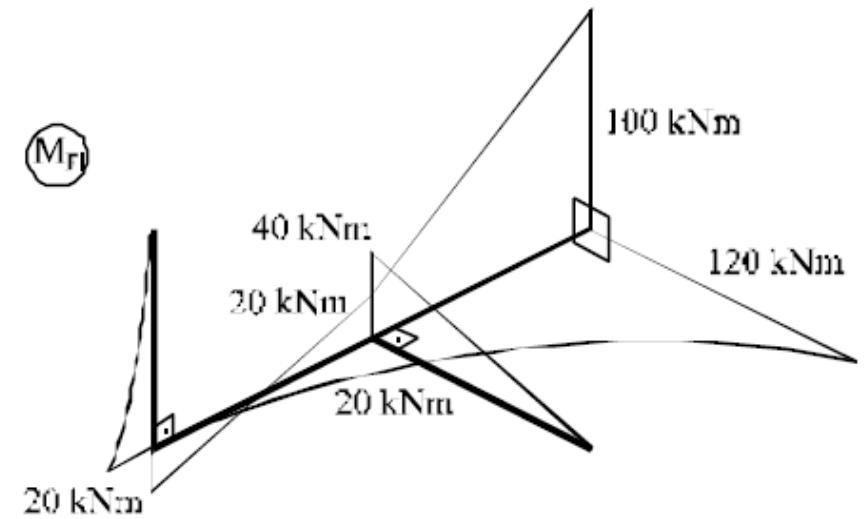
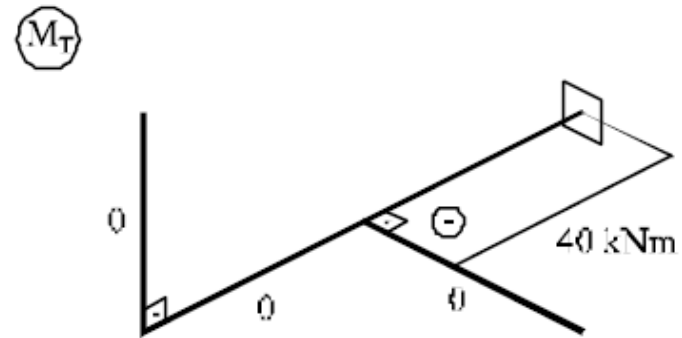
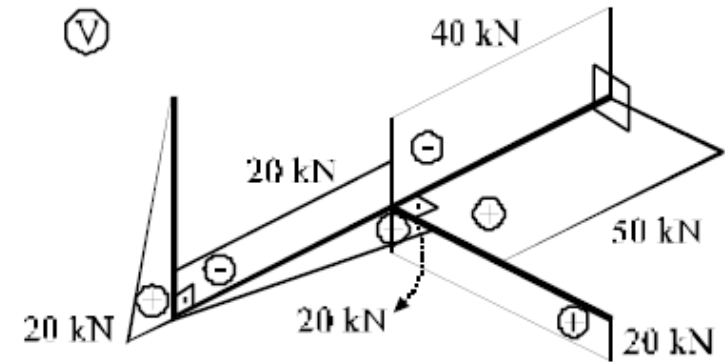
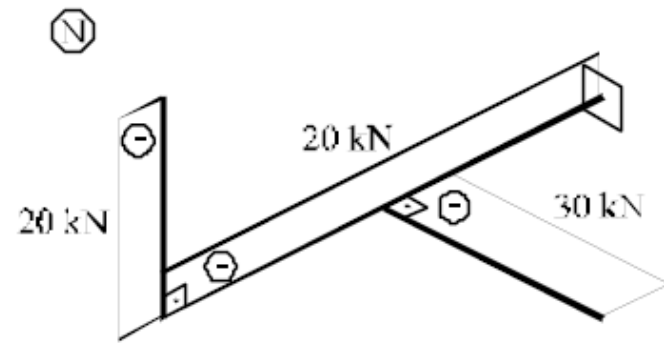
Exemplo 3

Traçar os diagramas de esforços solicitantes da viga da figura.

- Q1 P2 1993



Exemplo 3 Solução:



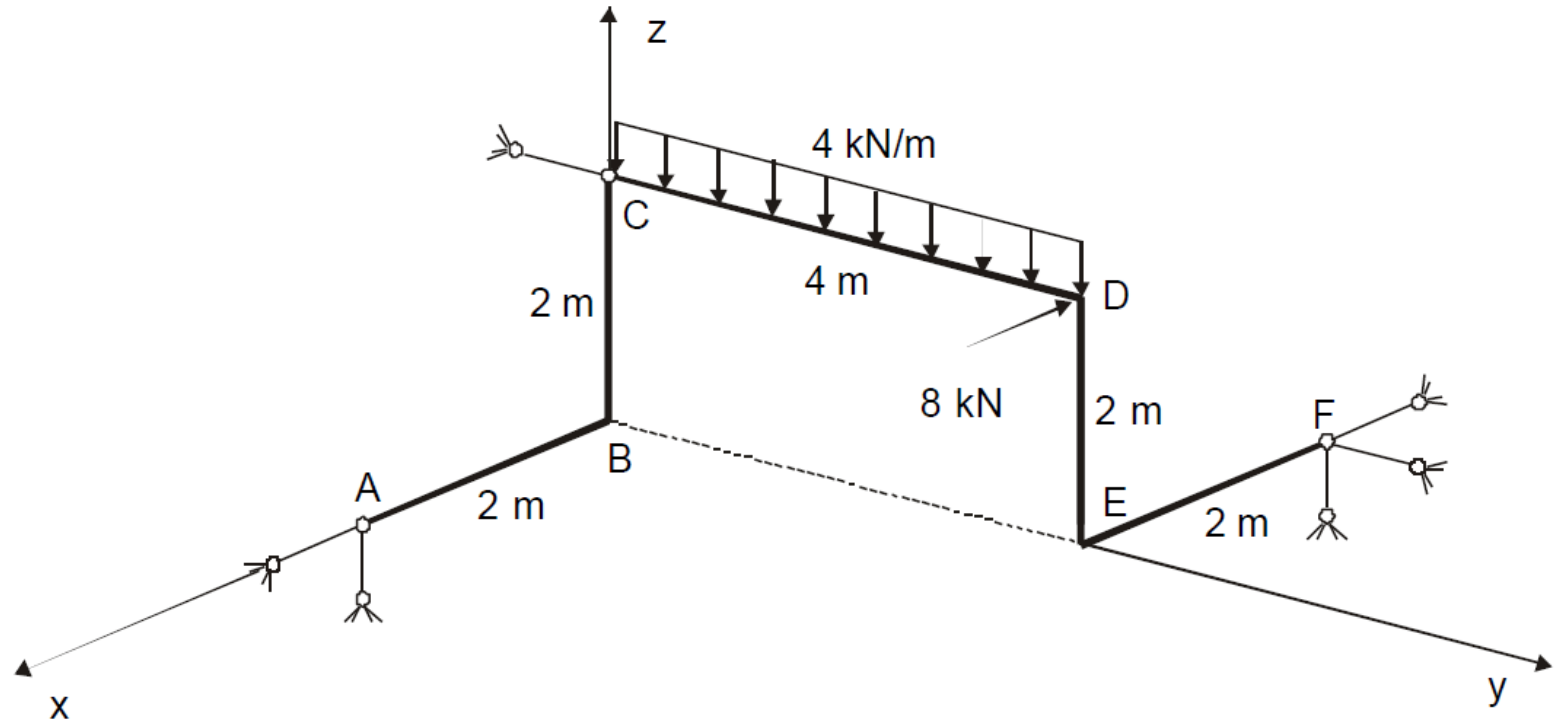
Exemplo 4

• Q1 P2 1998

Para a estrutura tridimensional da figura, pedem-se:

- as reações de vínculo;
- os diagramas de esforços solicitantes dos trechos CD e DE .

O trecho $BCDE$ está no plano yz e os trechos AB e EF são paralelos ao eixo x ; a força concentrada de 8 kN é paralela ao eixo x ; a carga distribuída de 4 kN/m está no plano yz e a linha de ação de sua resultante é paralela ao eixo z .



Exemplo 4

Resolução:

a) Reações de Apoio

$$\Sigma X = 0 \Rightarrow X_A + X_F = 8 \quad (I)$$

$$\Sigma Y = 0 \Rightarrow Y_C + Y_F = 0 \quad (II)$$

$$\Sigma Z = 0 \Rightarrow Z_A + Z_F = 16 \quad (III)$$

$$\Sigma M_x = 0 \Rightarrow -Y_C \times 2 - 16 \times 2 + Z_F \times 4 = 0 \Rightarrow -Y_C + Z_F \times 2 = 16 \quad (IV)$$

$$\Sigma M_y = 0 \Rightarrow -Z_A \times 2 - 8 \times 2 + Z_F \times 2 = 0 \Rightarrow Z_F - Z_A = 8 \quad (V)$$

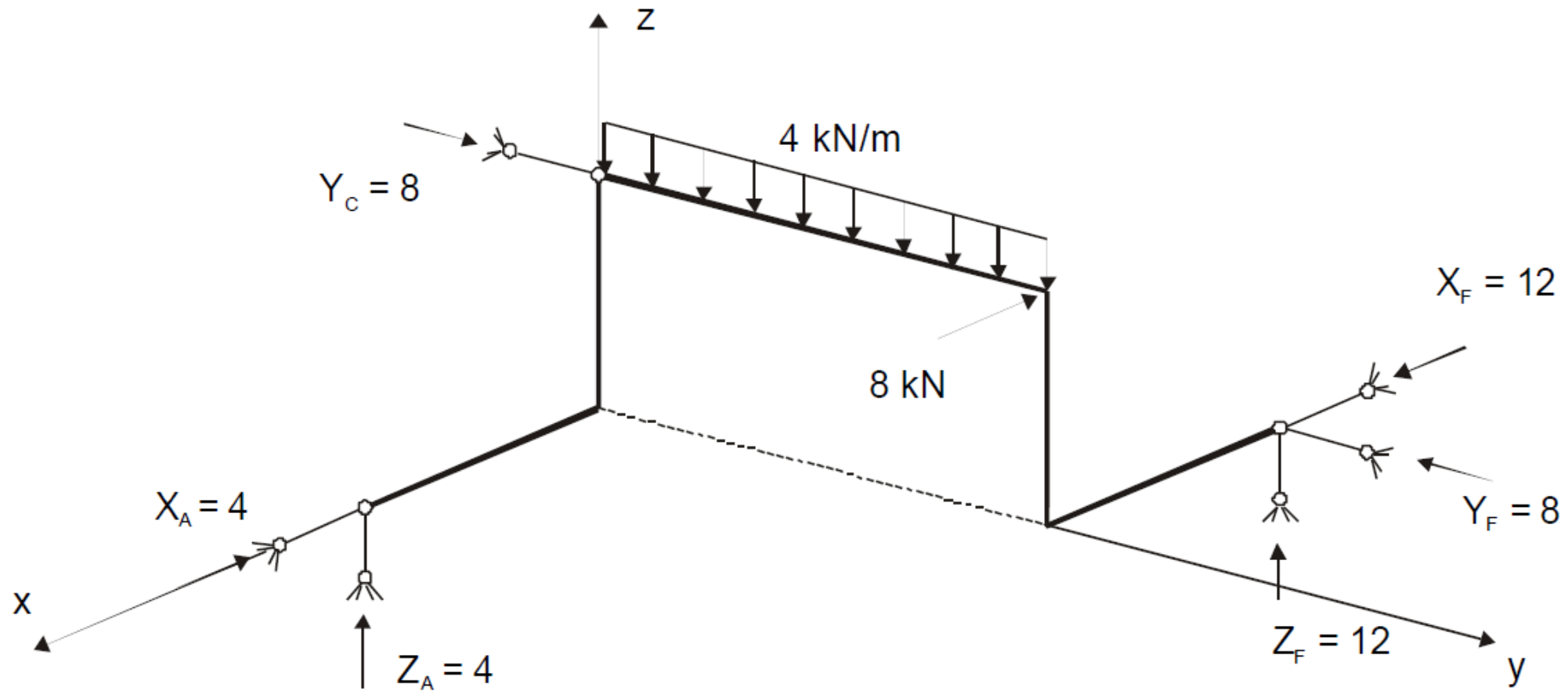
$$\Sigma M_z = 0 \Rightarrow -Y_F \times 2 - X_F \times 4 + 8 \times 4 = 0 \Rightarrow Y_F + X_F \times 2 = 16 \quad (VI)$$

$$(III) + (V) \Rightarrow 2 \times Z_F = 24 \Rightarrow Z_F = 12 \text{ kN} \quad \therefore Z_A = 4 \text{ kN}$$

$$\text{em (IV)} \Rightarrow Y_C = 8 \text{ kN} \quad \therefore Y_F = -8 \text{ kN}$$

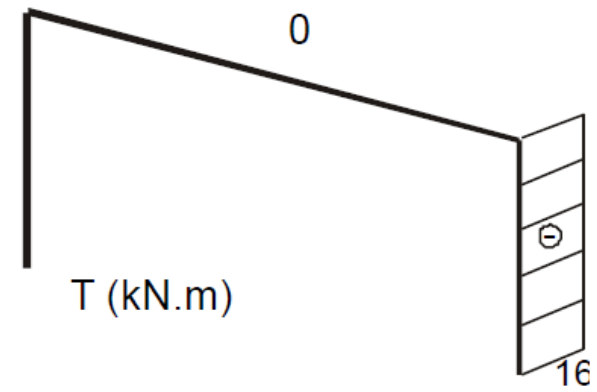
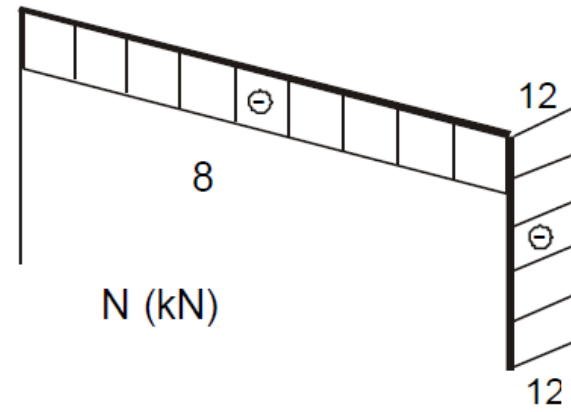
$$\text{em (VI)} \Rightarrow X_F = 12 \text{ kN} \quad \therefore X_A = -4 \text{ kN}$$

Exemplo 4

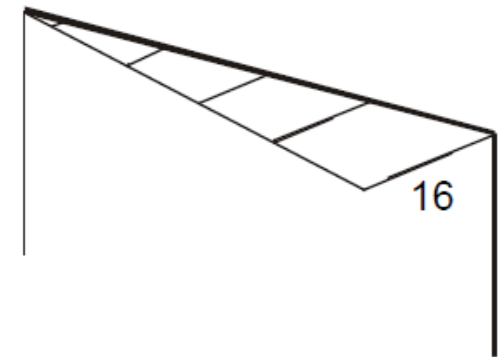
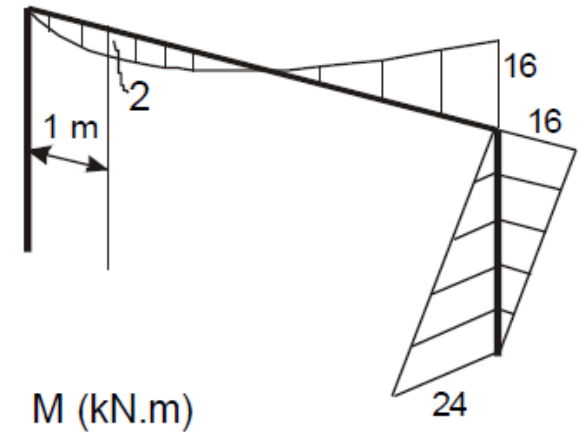
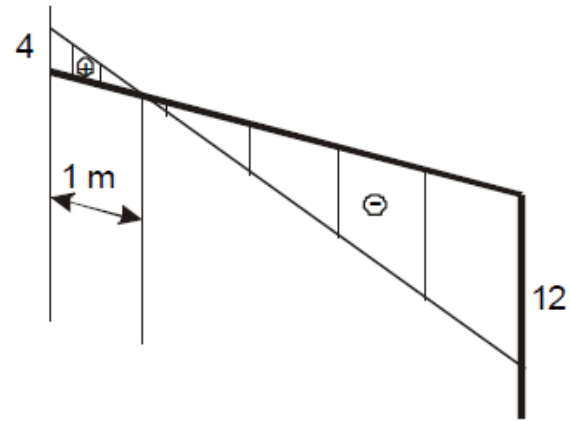
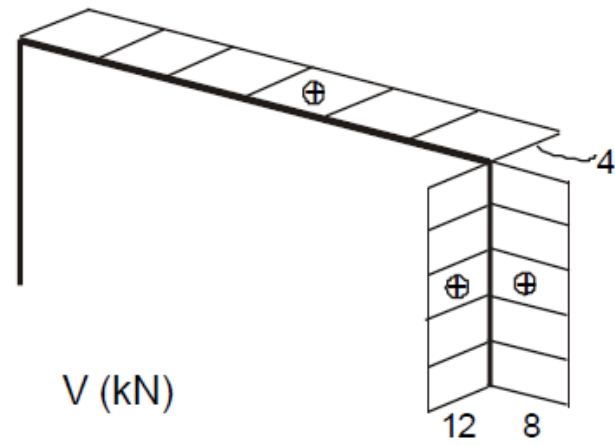


Exemplo 4

c) Diagramas de Esforços Solicitantes de CD e DE

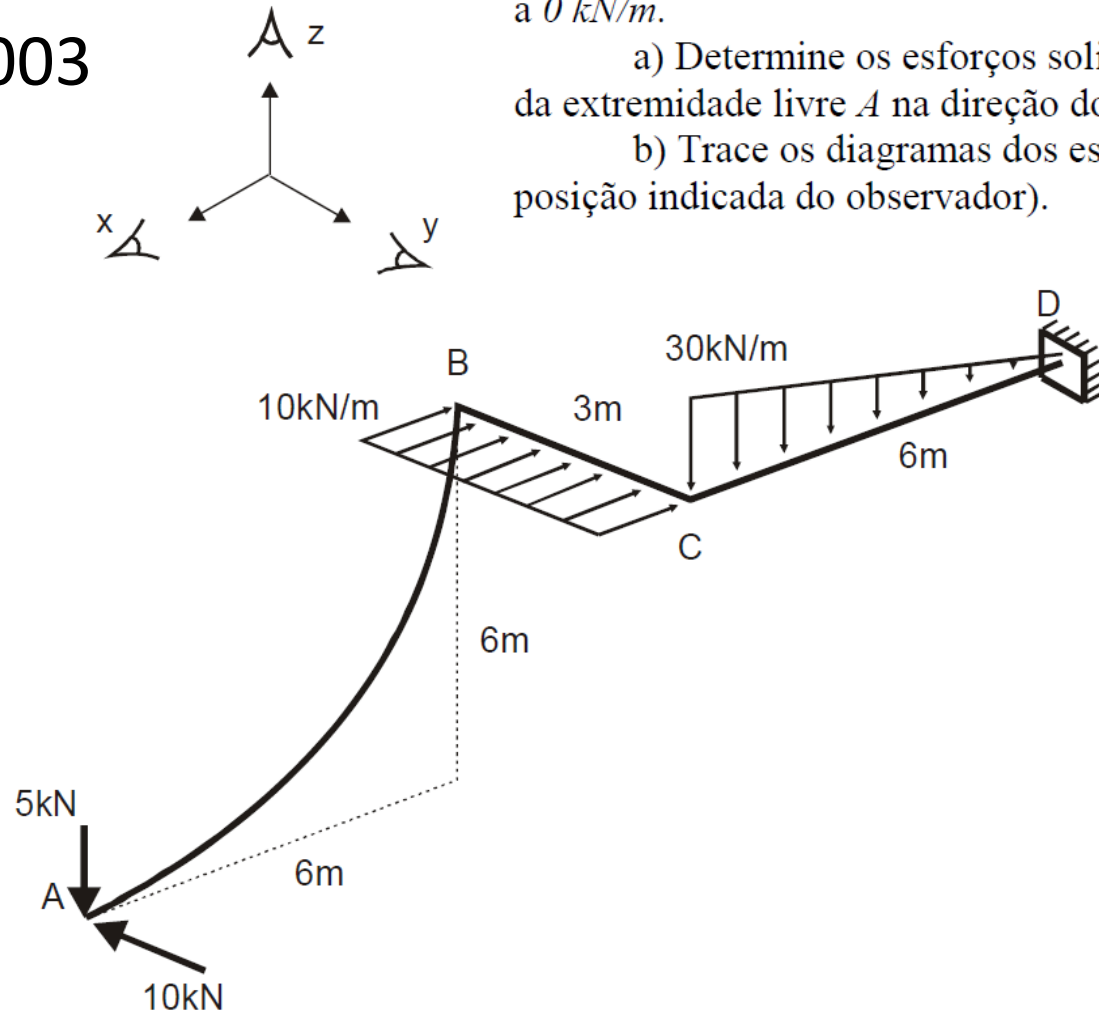


Exemplo 4



Exemplo 5

- Q2 P2 2003



A estrutura tridimensional da figura está engastada em D . A barra AB é um arco (um quarto) de circunferência de raio 6 m num plano paralelo dos eixos x e z . Em A , é aplicada uma força de 5 kN na direção z e uma força de 10 kN na direção y de acordo com os sentidos indicados. A barra BC (na direção y) é submetida a uma força uniformemente distribuída (paralela ao eixo x) de 10 kN/m . A barra CD (na direção x) é submetida a uma força distribuída (paralela ao eixo z) variando linearmente de 30 kN/m a 0 kN/m .

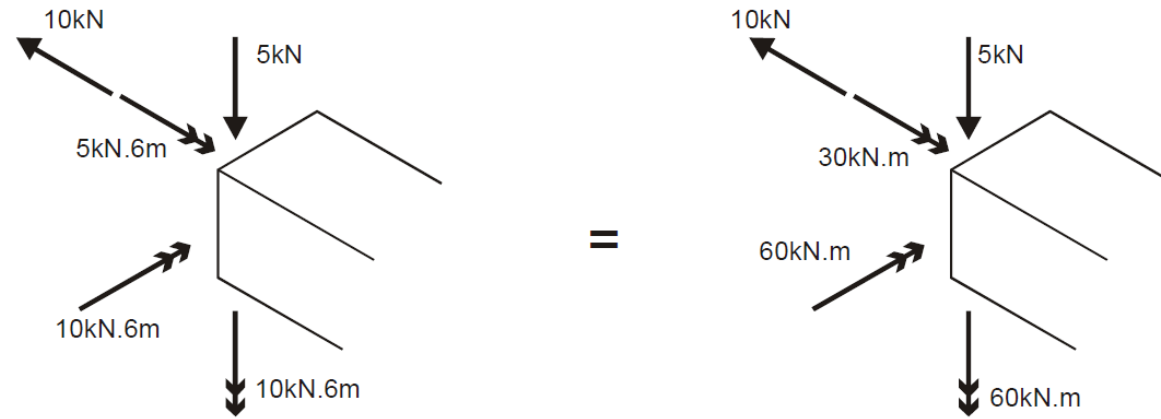
a) Determine os esforços solicitantes em $B+$, imediatamente após B , caminhando da extremidade livre A na direção do engastamento D .

b) Trace os diagramas dos esforços solicitantes na barra BC (de acordo com a posição indicada do observador).

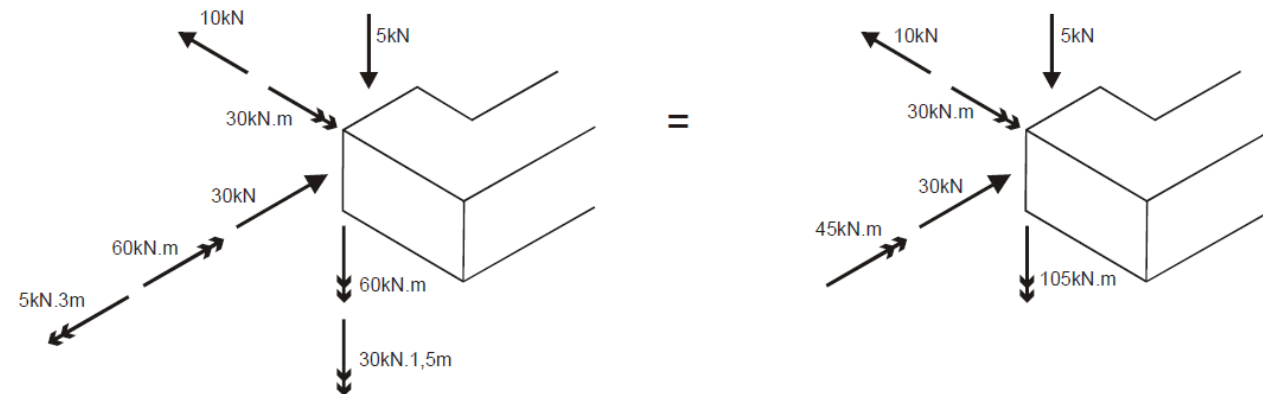
Exemplo 5

a) Esforços (1,6 pontos)

1) seção B+:



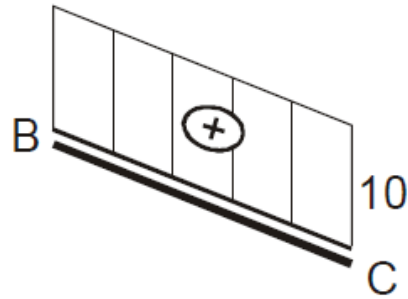
2) seção C-:



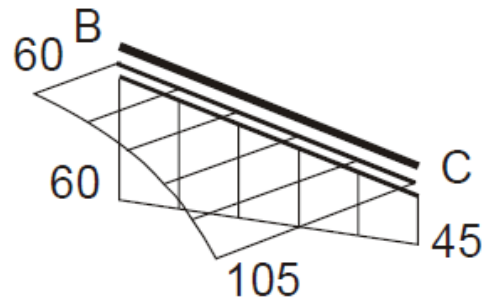
Exemplo 5

b) Diagramas (2,4 pontos – 0,4 cada plano)

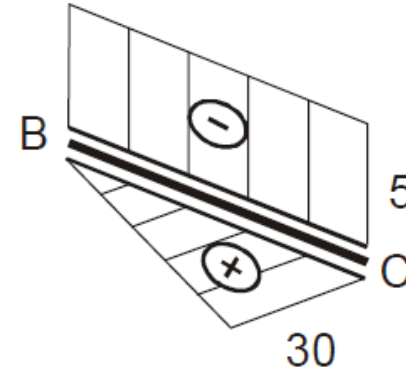
N (kN)



M (kN/m)



V (kN)



T (kN/m)

