

Questão 1 (Valor 3,0): Programação linear - GABARITO

Considerar o pórtico plano simétrico e 3 vezes hiperestático da Figura 1. A Figura 2 é um esboço do diagrama de momentos fletores dessa estrutura.

As barras são perfis W 200x36, de aço ASTM A 572 Grau 50, tensão de escoamento 350 MPa. Na tabela da fabricante, o módulo plástico é $Z_x = 380 \text{ cm}^3$.

Determinar, por programação linear, manualmente e verificada por programa computacional, o carregamento de gravidade pontual P máximo que se pode aplicar no meio do vão da viga horizontal, considerando formação de rótulas plásticas. Considerar momentos de plastificação com valor absoluto igual para momentos negativos e positivos.

Desconsiderar peso próprio e efeitos das forças normais e cortantes. Adotar coeficientes de ponderação unitários para carga e material.

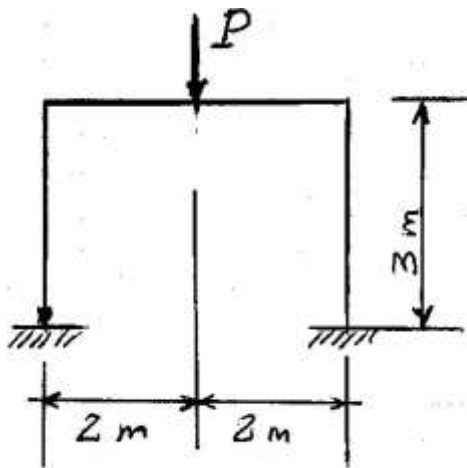


Figura 1

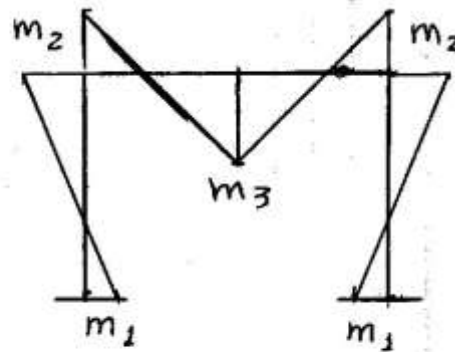


Figura 2

Nota: como o momento de plastificação tem mesmo valor absoluto para momentos positivos ou negativos, vai se trabalhar apenas com os módulos dos momentos fletores.

Verifica-se que

$$m_1 = \frac{m_2}{2}$$

e

$$m_3 = P - m_2$$

com as condições

$$m_1 \leq m_p$$

$$m_2 \leq m_p$$

$$m_3 \leq m_p$$

Este problema pode facilmente ser resolvido pelo método gráfico ou ser colocado na forma de um problema de programação linear com

$$\mathbf{x}^T = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5] = [P \quad m_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5]$$

$$\text{Minimizar } f(\mathbf{x}) = -P = -x_1 = \mathbf{c}^T \mathbf{x} \quad \text{com} \quad \mathbf{c}^T = [-1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

Sujeita às restrições

$$m_1 = 0,5 x_2 + x_3 = M_p$$

$$m_2 = x_2 + x_4 = M_p$$

$$m_1 = x_1 - x_2 + x_5 = M_p$$

$$\text{ou } \mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \quad \text{com}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = M_p \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

O valor numérico do momento de plastificação é $M_p = \sigma_y Z_x = 133 \text{ KNm}$

A solução é:

$$x_1 = P = 266 \text{ KN} \quad x_2 = m_2 = 133 \text{ KNm} \quad m_1 = 66,5 \text{ KNm} \quad m_3 = 133 \text{ KNm}$$