PQI – 3303 – Fenômenos de Transporte III
Aula 06

José Luís de Paiva

Departamento de Engenharia Química da EPUSP

PQI3303 - Fenômenos de Transporte III –

MODELOS DE TRANSPORTE DE MASSA

José Luís de Paiva

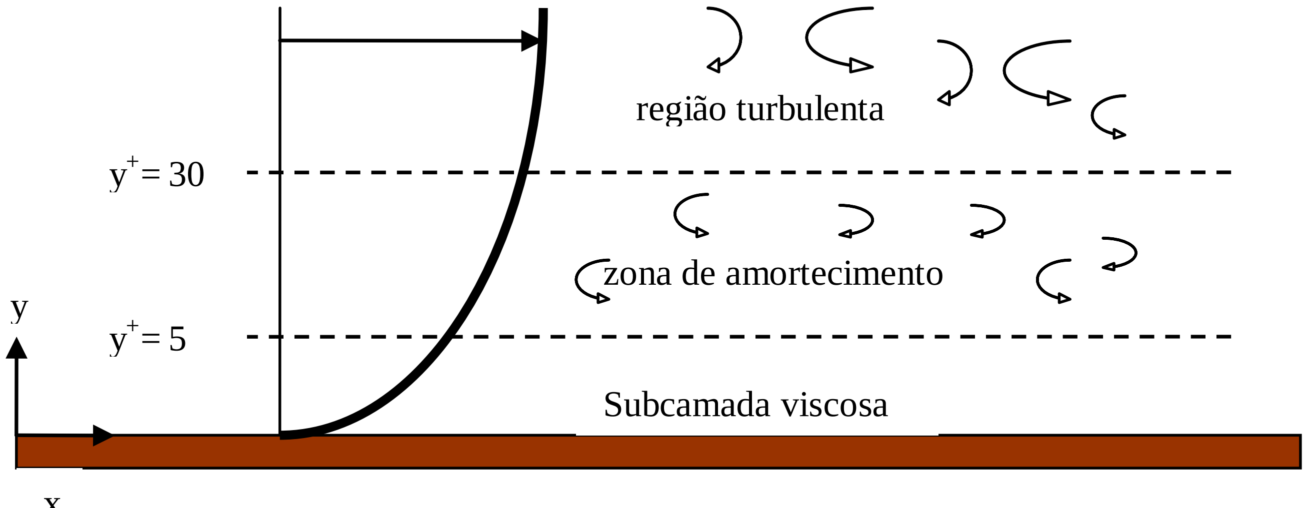
ANALOGIAS – Escoamento turbulento

$$n_A = -(D_{AB} + \varepsilon_D)\frac{d\rho_A}{dy}$$

$$q'' = -(\alpha + \varepsilon_H)\frac{d(\rho C_p T)}{dy}$$

$$\tau = -(\nu + \varepsilon_V)\frac{d(\rho v)_x}{dy}$$

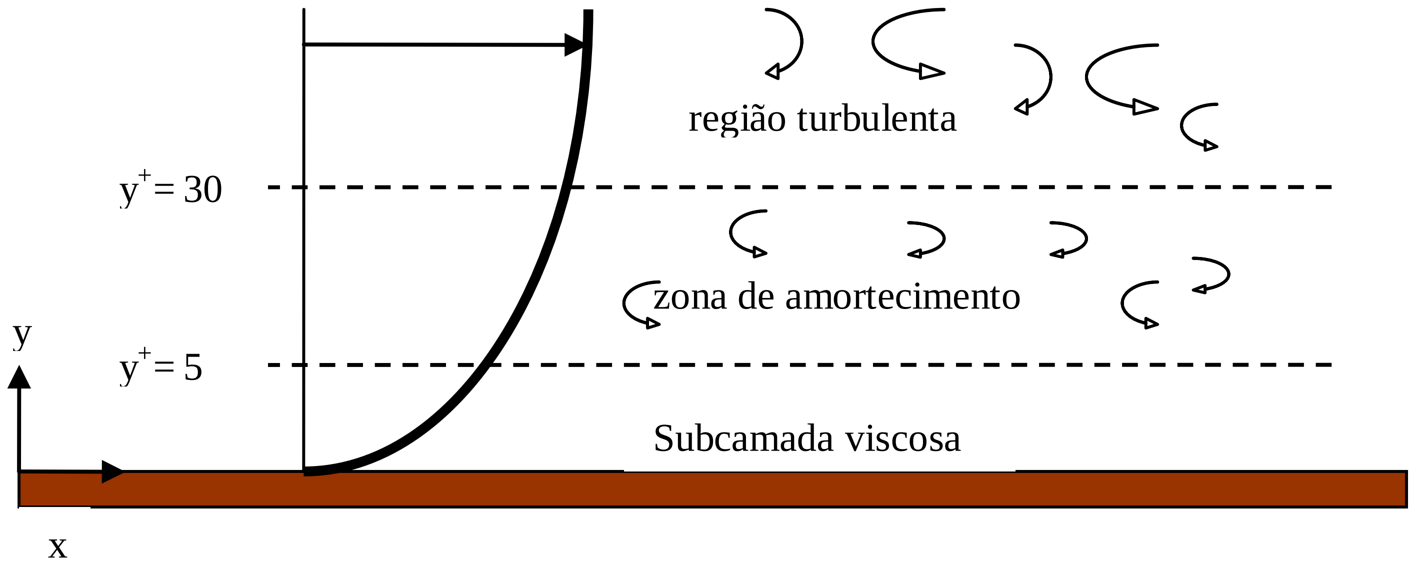
$$y^+ = \frac{u_0 y}{\nu} \qquad u^+ = \frac{v_x}{u_0} \qquad u_0 = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$$



ANALOGIAS – Escoamento turbulento

$$n_A = -(D_{AB} + \varepsilon_D)\frac{d\rho_A}{dy}$$

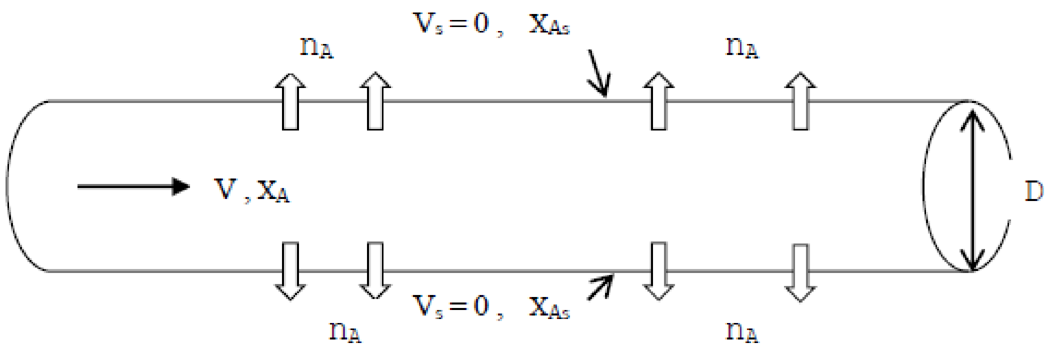
$$y^+ = \frac{u_0 y}{\nu} \qquad u^+ = \frac{v_x}{u_0} \qquad u_0 = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$$



subcamada viscosa	$u^+ = y^+$	$0 \langle y^+ \langle 5$
zona de amortecimento	$u^+ = 5 \ln y^+ - 3{,}05$	$5 \langle y^+ \langle 30$
região turbulenta	$u^+ = 2{,}5 \ln y^+ + 5{,}5$	$y^+ \rangle 30$

ANALOGIAS

ANALOGIA de Reynolds



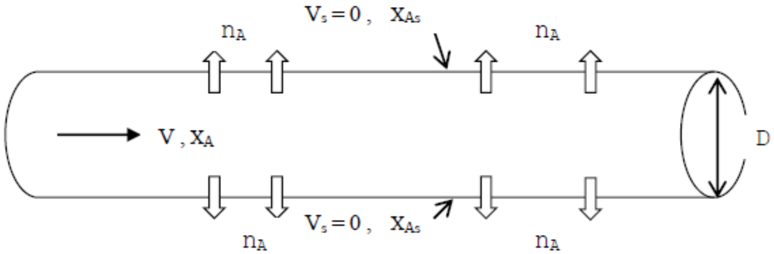
A	$\mathbf{n_A}$	Fluxo de A na direção da parede
B	$\boldsymbol{\tau}$	Fluxo de quantidade de movimento na direção da parede
C	$\boldsymbol{\rho V(x_A - x_{AS})}$	Fluxo de A na direção do escoamento
D	$\boldsymbol{\rho V(V - V_S)}$	Fluxo de quantidade de movimento na direção do escoamento

$$\frac{A}{C} = \frac{B}{D} \Rightarrow \frac{n_A}{\rho V\left(x_A - x_{AS}\right)} = \frac{\tau}{\rho V\left(V - V_S\right)}$$

ANALOGIAS

ANALOGIA de Reynolds

$$\frac{A}{C} = \frac{B}{D} \Rightarrow \frac{n_A}{\rho V(x_A - x_{AS})} = \frac{\tau}{\rho V(V - V_S)}$$



$$n_A = k_x(x_A - x_{AS})$$

$$\tau = \frac{f}{2}\rho V^2$$

$$\frac{k_x(x_A - x_{AS})}{\rho V(x_A - x_{AS})} = \frac{f}{2} \Rightarrow k_x = \frac{f}{2}\rho V$$

$$h = \frac{f}{2}\rho C_P V$$

$$St = \frac{k_x}{\rho V} = \frac{k_\rho}{V} = \frac{f}{2}$$

$$St = \frac{h}{\rho C_p V} = \frac{f}{2}$$

$$\boxed{Sh = \frac{f}{2} Re\, Sc}$$

ANALOGIAS

ANALOGIA de Prandtl-Taylor

$$\boxed{\mathrm{Sh} = \frac{(\mathrm{f}/2)\,\mathrm{Re}\,\mathrm{Sc}}{1+5\sqrt{f/2}\,\left(Sc-1\right))}}$$

ANALOGIA de Von-Karman

$$\boxed{\mathrm{Sh} = \frac{(\mathrm{f}/2)\,\mathrm{Re}\,\mathrm{Sc}}{1+5\sqrt{f/2}\left\{Sc-1+\ln\left[\left(1+5Sc\right)/6\right]\right\}}}$$

ADIMENSIONAIS –ANALOGIA DE COLBURN

FATOR j

QUANTIDADE DE MOVIMENTO

$$\boxed{\frac{f}{2} = j_H = j_M}$$

FATOR DE FANNING

CALOR

$$\boxed{j_H = \frac{Nu}{Re\,Pr^{1/3}}}$$

MASSA

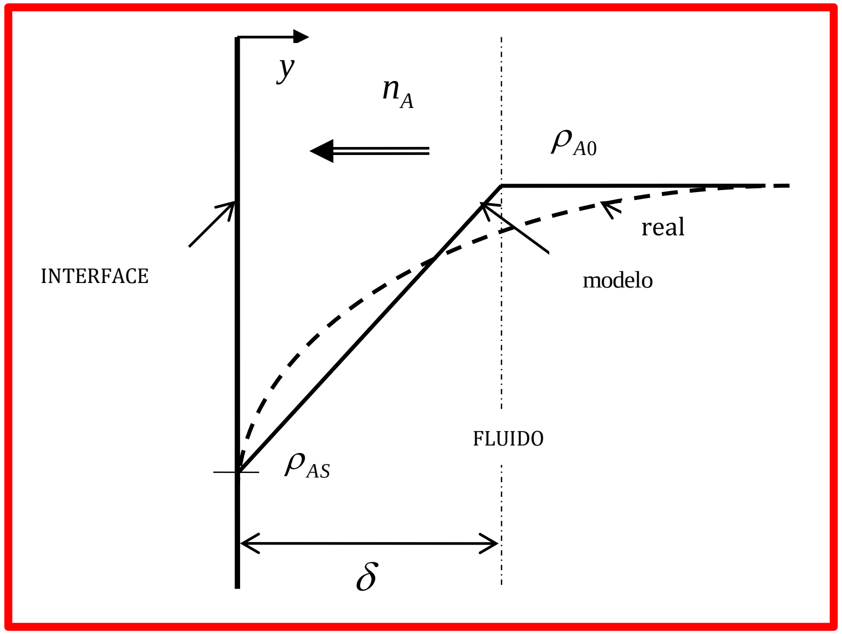
$$\boxed{j_M = \frac{Sh}{Re\,Sc^{1/3}}}$$

Modelo do filme

LEWIS E WHITMAN (1929)

-FILME ESTAGNADO, PRÓXIMO À INTERFACE/SUPERFÍCIE

-TRANSPORTE DE MASSA (NO FILME) POR DIFUSÃO.



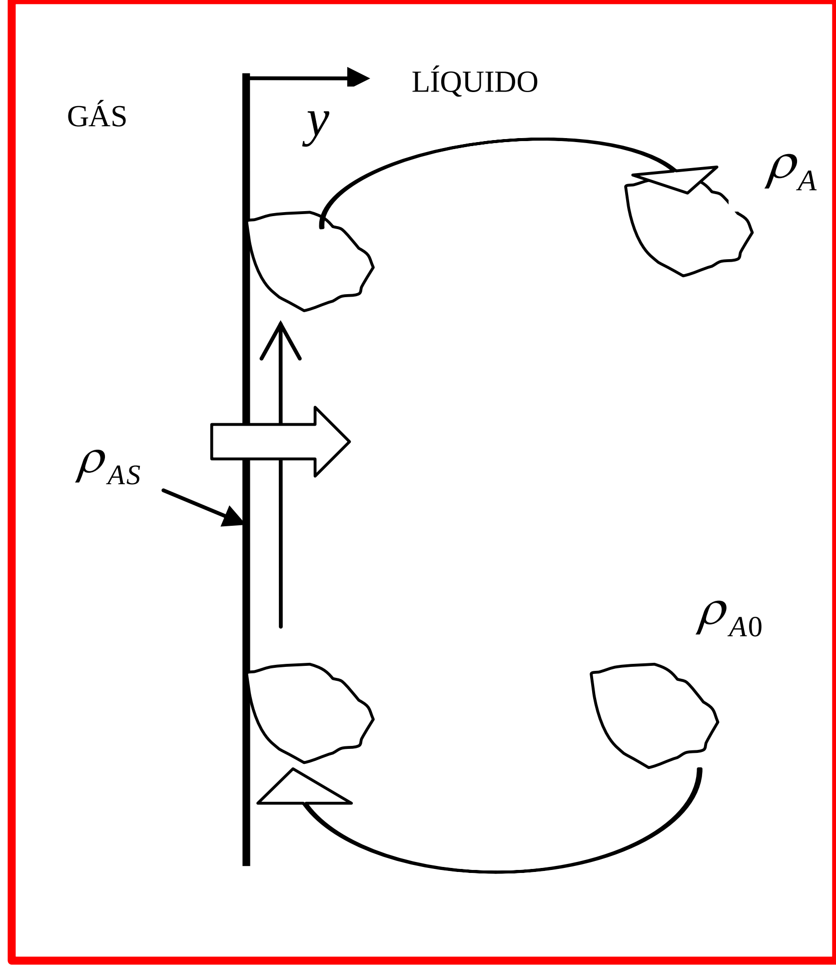
$$D_{AB}\frac{d^2\rho_A}{dy^2}=0 \Rightarrow \begin{cases} y=0, & \rho_A=\rho_{AS} \\ y=\delta, & \rho_A=\rho_{A0} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\rho_A=\left(\frac{\rho_{A0}-\rho_{AS}}{\delta}\right)y+\rho_{AS}}$$

$$n_A \cong j_A = -D_{AB}\left(\frac{d\rho_A}{dy}\right)_{y=0} = -D_{AB}\left(\frac{\rho_{A0}-\rho_{AS}}{\delta}\right) \Rightarrow n_A = k_\rho\left(\rho_{A0}-\rho_{AS}\right)$$

$$\boxed{k_\rho=\frac{D_{AB}}{\delta}}$$

Modelo de Higbie

HIGBIE (1935)



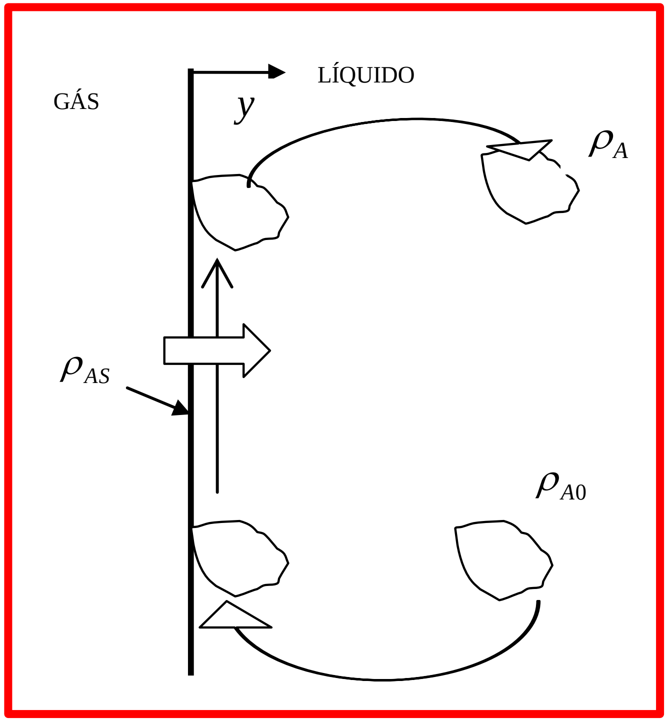
PEQUENAS PORÇÕES DO LÍQUIDO SÃO TRANSPORTADAS CONTINUAMENTE DO SEIO DO LÍQUIDO PARA A INTERFACE,

PERMANECENDO EM CONTATO COM A FASE GÁS, DURANTE UM TEMPO, Θ, NO QUAL OCORRE A TRANSFERÊNCIA DE MASSA POR DIFUSÃO,

E DEPOIS SÃO TRANSPORTADOS PARA O SEIO DO LÍQUIDO.

Modelo de Higbie

$$\frac{D\rho_A}{Dt} = D_{AB}\frac{d^2\rho_A}{dy^2}$$ **observação lagrangeana**



Condições de contorno $\begin{cases} t = 0, \ \rho_A = \rho_{A0} \\ t > 0 \begin{cases} y = 0, \ \rho_A = \rho_{AS} \\ y = \infty, \ \rho_A = \rho_{A0} \end{cases} \end{cases}$

$$\frac{\rho_{AS} - \rho_A}{\rho_{AS} - \rho_{A0}} = \operatorname{erf}\frac{y}{2\sqrt{t\,D_{AB}}}$$

$$\operatorname{erf}\frac{y}{2\sqrt{t\,D_{AB}}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\frac{y}{2\sqrt{t\,D_{AB}}}} e^{-n^2}\,dn$$

Fluxo de transporte de massa instantâneo, no caso diluído:

$$n_{A,\,y=0} \cong j_{A,y=0} = -D_{AB}\left(\frac{d\rho_A}{dy}\right)_{y=0} = \left(\rho_{AS} - \rho_{A0}\right)\sqrt{\frac{D_{AB}}{\pi\,t}}$$

Fluxo de transporte de massa médio é (tempo de contato θ)

$$\bar{n}_A = \frac{\int_0^\theta n_A\,dt}{\theta} = \frac{\left(\rho_{AS} - \rho_{A0}\right)}{\theta}\sqrt{\frac{D_{AB}}{\pi}}\int_0^\theta \frac{dt}{\sqrt{t}} = 2\left(\rho_{AS} - \rho_{A0}\right)\sqrt{\frac{D_{AB}}{\theta\,\pi}}$$

$$\boxed{k_\rho = 2\sqrt{\frac{D_{AB}}{\theta\,\pi}}}$$