

# Exemplo Salário de Executivos

Gilberto A. Paula

Departamento de Estatística  
IME-USP, Brasil  
giapaula@ime.usp.br

1<sup>o</sup> Semestre 2023

- 1 Salário de Executivos
- 2 Análise de Dados Preliminar
- 3 Ajuste Modelo Linear Normal
- 4 Modelo Ajustado com Interação
- 5 Diagnóstico Modelo Ajustado
- 6 Saída GAMLSS
- 7 Resultados Modelo Ajustado
- 8 Conclusões
- 9 Referências

## Descrição dos Dados

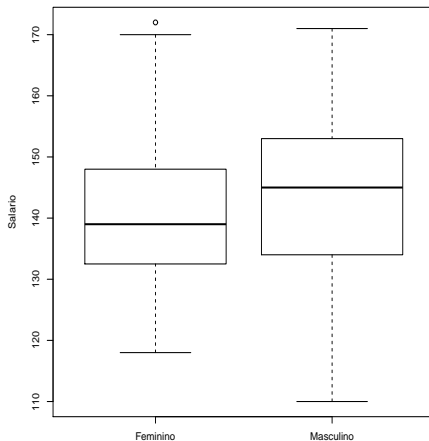
Vamos considerar os dados de uma pesquisa realizada por uma revista de negócios sobre o salário anual de executivos (em mil USD). Uma amostra aleatória de 220 executivos (145 homens e 75 mulheres) foi coletada. Além do salário anual foram consideradas as seguintes variáveis explicativas:

- **gênero** (1: masculino; 0: feminino),
- **posição na empresa** (varia de 1 a 9), quanto maior o valor mais alta a posição,
- **anos de experiência no cargo ou tempo no cargo**.

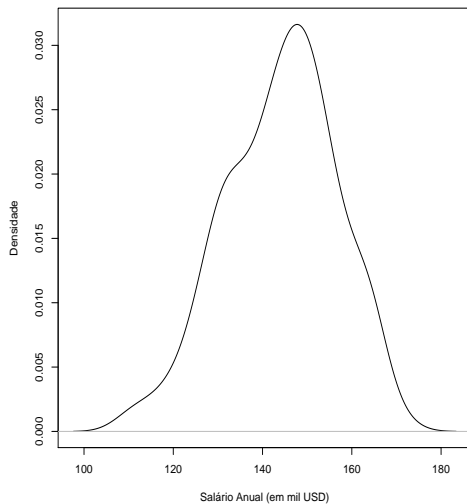
(Foster, Stine e Waterman, 1998, pp. 180-188).

- 1 Salário de Executivos
- 2 Análise de Dados Preliminar**
- 3 Ajuste Modelo Linear Normal
- 4 Modelo Ajustado com Interação
- 5 Diagnóstico Modelo Ajustado
- 6 Saída GAMLSS
- 7 Resultados Modelo Ajustado
- 8 Conclusões
- 9 Referências

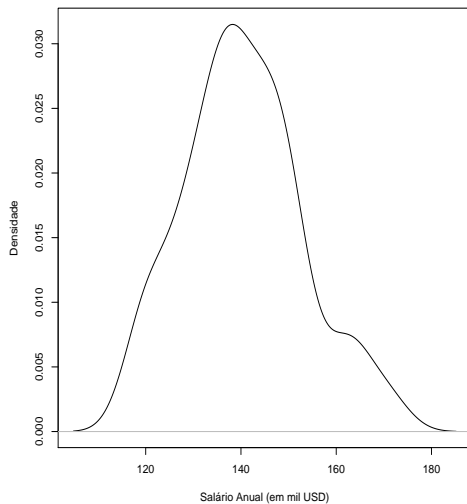
# Boxplots Salário Executivos



# Densidade Salário Homens



# Densidade Salário Mulheres



## Descrição

| Sexo      | Amostra | Média  | E.Padrão |
|-----------|---------|--------|----------|
| Masculino | 145     | 144,11 | 1,03     |
| Feminino  | 75      | 140,47 | 1,43     |

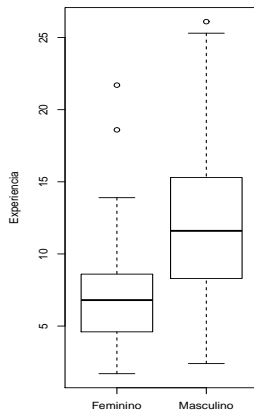
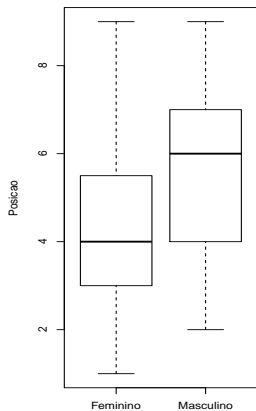
  

|            | Diferença | Teste-t | valor-P |
|------------|-----------|---------|---------|
| Estimativa | 3,64      | 2,06    | 0,04    |
| E.Padrão   | 1,77      |         |         |

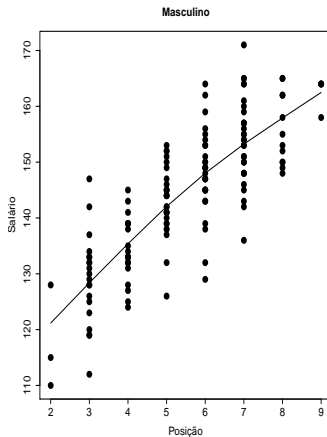
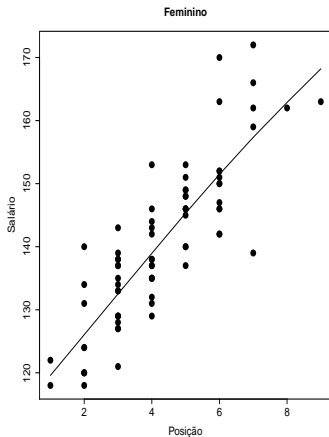
O valor-P indica diferença ao nível de 5%. **Ignorando-se as demais variáveis há indícios de que os executivos ganham em média mais do que as executivas.**



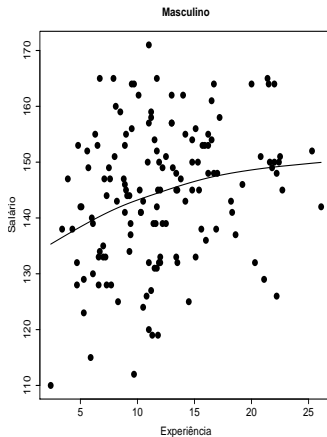
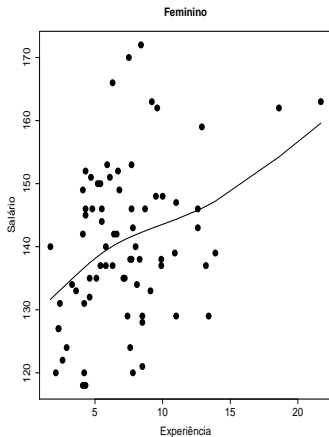
# Boxplots Posição e Experiência



# Dispersão Salário e Posição



# Dispersão Salário e Experiência



- 1 Salário de Executivos
- 2 Análise de Dados Preliminar
- 3 Ajuste Modelo Linear Normal**
- 4 Modelo Ajustado com Interação
- 5 Diagnóstico Modelo Ajustado
- 6 Saída GAMLSS
- 7 Resultados Modelo Ajustado
- 8 Conclusões
- 9 Referências

## Descrição

Nota-se indícios de aumento do salário com o aumento da posição e aumento da experiência para ambos os sexos, sugerindo inicialmente um modelo linear:

$$y_i = \alpha + \beta_1 \times \text{gênero}_i + \beta_2 \times \text{experiência}_i + \beta_3 \times \text{posição}_i + \epsilon_i,$$

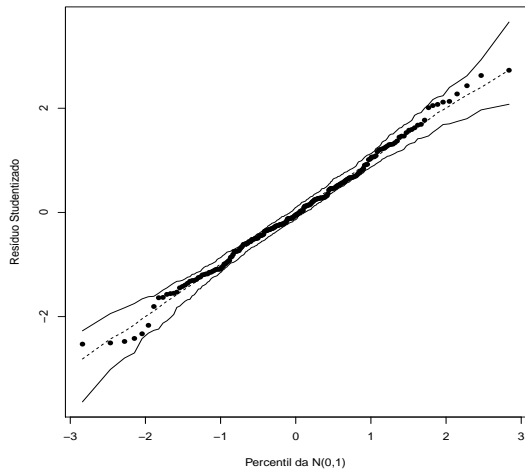
para  $i = 1, \dots, 220$ , em que  $y_i$  denota o salário do  $i$ -ésimo executivo da amostra com  $\epsilon_i \stackrel{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2)$ .

## Descrição

Aplicando o método de **Akaike** nenhuma variável é retirada do modelo. As estimativas dos parâmetros são dadas abaixo.

| Efeito         | Estimativa | valor-t | valor-P |
|----------------|------------|---------|---------|
| Constante      | 115,262    | 82,25   | 0,00    |
| Experiência    | -0,472     | -4,17   | 0,00    |
| GêneroM        | -2,201     | -2,04   | 0,04    |
| Posição        | 6,710      | 21,46   | 0,00    |
| s              | 6,77       |         |         |
| R <sup>2</sup> | 0,71       |         |         |
| $\bar{R}^2$    | 0,71       |         |         |

Todas as variáveis são marginalmente significativas ao nível de 5%.



## Qualidade do Ajuste

- Pelo gráfico normal de probabilidades há indícios de modelo bem ajustado e adequação da suposição de erros normais.
- A possibilidade de inclusão de alguma interação será verificada a fim de melhorar as interpretações.



## Definição

Ocorre quando a variação esperada para a resposta entre dois níveis quaisquer de um dos fatores (ou variáveis) **não for a mesma** segundo os níveis do outro fator (ou variável).

## Exemplo

Presença de interação entre os fatores gênero e experiência significa que a diferença entre os salários médios de executivos e executivas não é a mesma à medida que varia o tempo de experiência. Interpretação similar para presença de interação entre gênero e posição.

### Descrição

Vamos testar a ausência das interações gênero\*experiência, gênero\*posição e experiência\*posição, dado que estão no modelo **constante + gênero + experiência + posição**.

| Interação           | valor-F | valor-P |
|---------------------|---------|---------|
| gênero*experiência  | 1,615   | 0,20    |
| gênero*posição      | 0,001   | 0,97    |
| experiência*posição | 7,594   | 0,00    |

Portanto, será incluída no modelo apenas a interação **experiência\*posição**.

- 1 Salário de Executivos
- 2 Análise de Dados Preliminar
- 3 Ajuste Modelo Linear Normal
- 4 Modelo Ajustado com Interação**
- 5 Diagnóstico Modelo Ajustado
- 6 Saída GAMLSS
- 7 Resultados Modelo Ajustado
- 8 Conclusões
- 9 Referências

## Descrição do Modelo

O seguinte modelo com interação foi selecionado:

$$y_i = \alpha + \beta_1 \times \text{gênero}_i + \beta_2 \times \text{experiência}_i + \beta_3 \times \text{posição}_i + \gamma \times \text{experiência}_i \times \text{posição}_i + \epsilon_i,$$

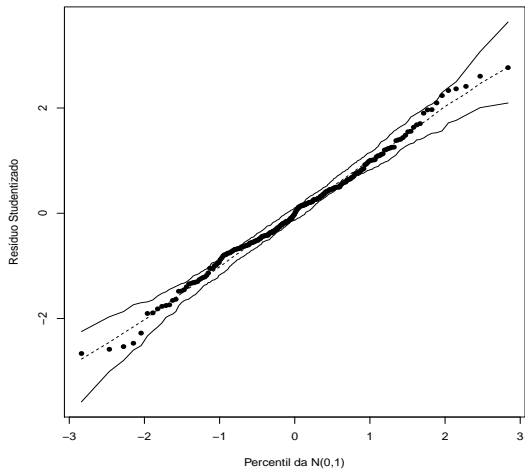
para  $i = 1, \dots, 220$ , em que  $y_i$  denota o salário do  $i$ -ésimo executivo da amostra com  $\epsilon_i \stackrel{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2)$ .

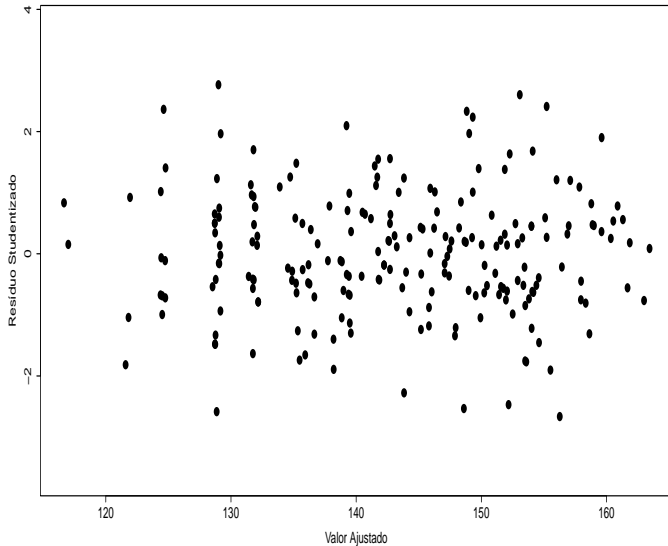
## Descrição

As estimativas dos parâmetros são dadas abaixo.

| Efeito              | Estimativa | valor-t | valor-P |
|---------------------|------------|---------|---------|
| Constante           | 108,042    | 36,48   | 0,00    |
| Experiência         | 0,336      | 1,07    | 0,28    |
| GêneroM             | -2,811     | -2,59   | 0,01    |
| Posição             | 8,096      | 13,73   | 0,00    |
| Experiência*Posição | -0,135     | -2,76   | 0,00    |
| s                   | 6,67       |         |         |
| R <sup>2</sup>      | 0,72       |         |         |
| $\bar{R}^2$         | 0,72       |         |         |

- 1 Salário de Executivos
- 2 Análise de Dados Preliminar
- 3 Ajuste Modelo Linear Normal
- 4 Modelo Ajustado com Interação
- 5 Diagnóstico Modelo Ajustado**
- 6 Saída GAMLSS
- 7 Resultados Modelo Ajustado
- 8 Conclusões
- 9 Referências



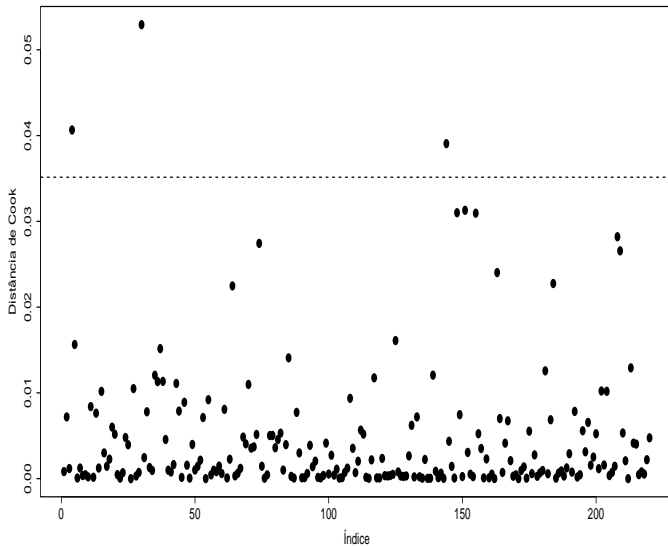




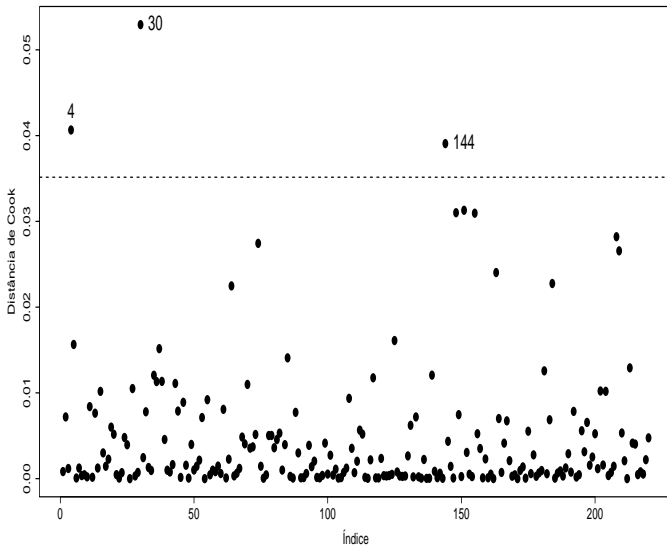
## Qualidade do Ajuste

- Pelo gráfico normal de probabilidades há indícios de modelo bem ajustado e adequação da suposição de erros normais.
- Pelo gráfico do resíduo Studentizado contra o valor ajustado não há indícios de variância não constante.

# Distância de Cook



# Distância de Cook



### Observações Influentes

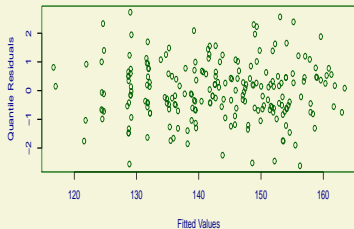
- Apenas duas observações #4 e #30 causam variações desproporcionais em algumas estimativas, embora não ocorram mudanças inferencias.
- Esses pontos causam variações, respectivamente, de -14% e 11%, na estimativa do coeficiente de gênero.

## Identificação das Observações

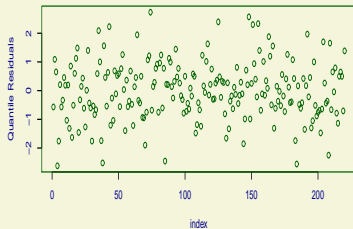
- A observação de #4 é de uma executiva com salário anual de USD 139 mil (média USD 140,5 mil), posição 7 (média 4,3) e 13,9 anos de experiência (média 7,3 anos).
- A observação de #30 é de um executivo com salário anual de USD 110 mil (média USD 144,1 mil), posição 2 (média 5,3) e 2,4 anos de experiência (média 12,2 anos).

- 1 Salário de Executivos
- 2 Análise de Dados Preliminar
- 3 Ajuste Modelo Linear Normal
- 4 Modelo Ajustado com Interação
- 5 Diagnóstico Modelo Ajustado
- 6 Saída GAMLSS**
- 7 Resultados Modelo Ajustado
- 8 Conclusões
- 9 Referências

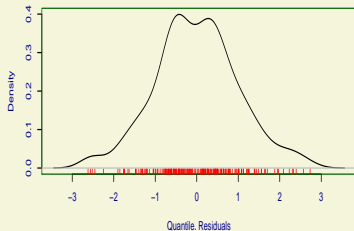
Against Fitted Values



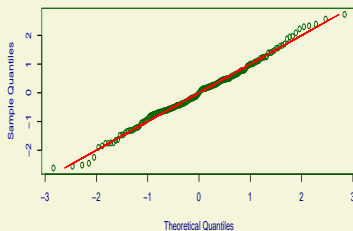
Against index

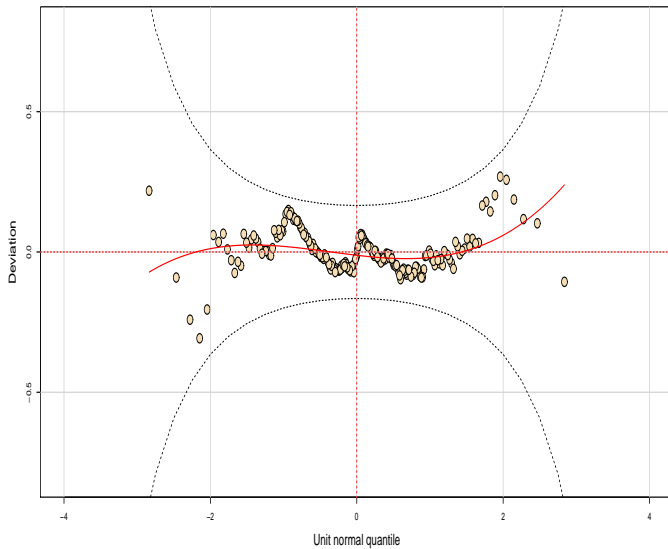


Density Estimate



Normal Q-Q Plot







- 1 Salário de Executivos
- 2 Análise de Dados Preliminar
- 3 Ajuste Modelo Linear Normal
- 4 Modelo Ajustado com Interação
- 5 Diagnóstico Modelo Ajustado
- 6 Saída GAMLSS
- 7 Resultados Modelo Ajustado**
- 8 Conclusões
- 9 Referências

## Valor Predito

O modelo ajustado fica dado por

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = 108,042 + 0,336 \times \text{experiência} - 2,811 \times \text{gênero} + \\ + 8,096 \times \text{posição} - 0,135 \times \text{posição} \times \text{experiência},$$

em que  $\mathbf{x} = (1, \text{experiência}, \text{gênero}, \text{posição})^T$ .

## Estimativas

Qual o salário previsto para executivos com 5 anos de experiência e posição 4?

- Executiva: USD 139,406 mil (**USD 139,742 mil** sem interação).
- Executivo: USD 136,595 mil (**USD 137,541 mil** sem interação).

## Executivas

O modelo ajustado para o grupo de executivas fica dado por

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = 108,042 + 8,096 \times \text{posição} + \\ +(0,336 - 0,135 \times \text{posição}) \times \text{experiência},$$

em que  $\mathbf{x} = (1, \text{experiência}, \text{posição})^T$ .

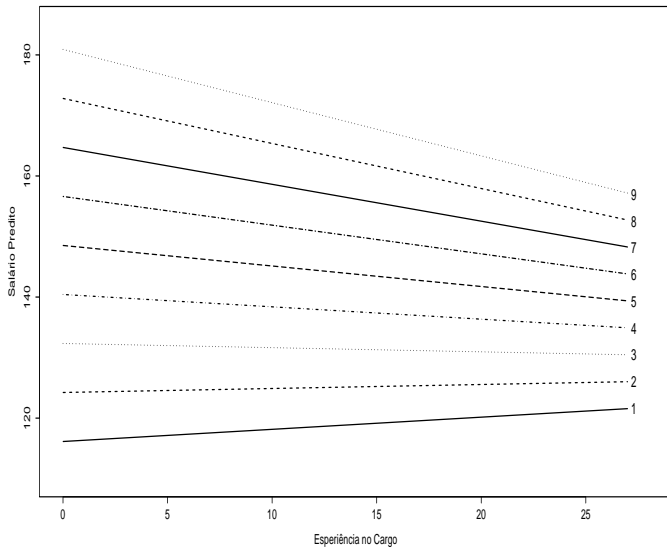
## Executivos

O modelo ajustado para o grupo de executivos fica dado por

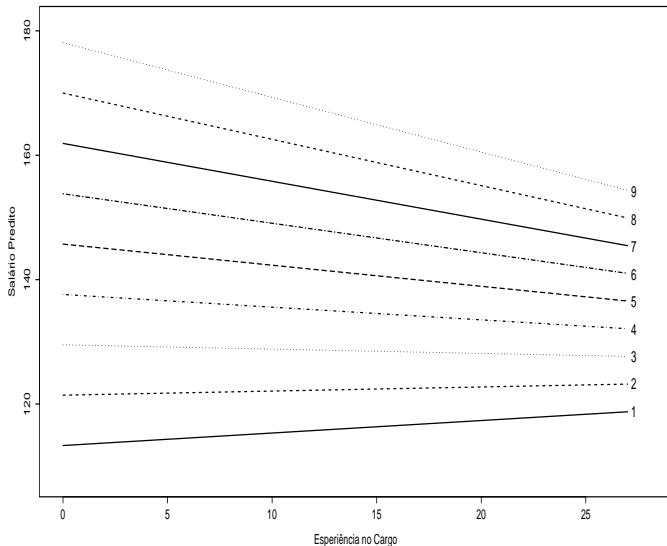
$$\hat{y}(\mathbf{x}) = 105,231 + 8,096 \times \text{posição} + \\ +(0,336 - 0,135 \times \text{posição}) \times \text{experiência},$$

em que  $\mathbf{x} = (1, \text{experiência}, \text{posição})^T$ .

# Salários Preditos Executivas segundo Experiência e Posição



# Salários Preditos Executivos segundo Experiência e Posição



## Interpretações

- Nota-se que, fixados o tempo de experiência e a posição, o salário predito para as executivas é sempre maior do que o salário predito para os executivos.
- Para ambos os grupos o salário tende a crescer com o aumento do tempo no cargo nas posições iniciais 1 e 2. Contudo, nas demais posições o salário tende a decrescer com o aumento do tempo no cargo.
- Fixando-se a experiência o salário aumenta à medida que aumenta a posição. Todavia, a diferença salarial entre duas posições quaisquer tende a diminuir à medida que aumenta a experiência.

- 1 Salário de Executivos
- 2 Análise de Dados Preliminar
- 3 Ajuste Modelo Linear Normal
- 4 Modelo Ajustado com Interação
- 5 Diagnóstico Modelo Ajustado
- 6 Saída GAMLSS
- 7 Resultados Modelo Ajustado
- 8 Conclusões**
- 9 Referências

## Considerações Finais

- Ignorando-se as variáveis posição e experiência os salários anuais dos executivos são em média significativamente maiores do que das executivas. Porém, quando essas variáveis entram no modelo ocorre o contrário, para uma mesma posição e mesma experiência as executivas ganham em média mais do que os executivos.
- A interação entre experiência e posição mostra que a tendência entre o salário médio e o tempo no cargo não é a mesma para todas as posições. Em geral essa interação indica que **não vale a pena do ponto de vista salarial ficar muito tempo no mesmo cargo.**



- 1 Salário de Executivos
- 2 Análise de Dados Preliminar
- 3 Ajuste Modelo Linear Normal
- 4 Modelo Ajustado com Interação
- 5 Diagnóstico Modelo Ajustado
- 6 Saída GAMLSS
- 7 Resultados Modelo Ajustado
- 8 Conclusões
- 9 Referências**

## Referência

- Foster, D. P., Stine, R. A. e Waterman, R. P. (1998). *Business Analysis using Regression*. New York: Springer.