

EXPERIMENTO DE STERN-GERLACH

1. O Experimento de Stern-Gerlach

Consideremos agora um experimento bem conhecido para fortalecermos nossa intuição sobre o princípio de superposição, o colapso do pacote de ondas e a evolução unitária. Trata-se do famoso experimento idealizado por Otto Stern, e realizado no final de 1921 em parceria com Walter Gerlach na Universidade de Frankfurt.

Um fino feixe de átomos de prata foi produzido por evaporação em um forno e colimado por duas fendas em série, passando então (em alto vácuo) entre os polos de um eletroímã que gera um campo magnético não-homogêneo. Os átomos foram coletados em uma placa de vidro. Constatou-se a formação de duas manchas bem separadas, ao invés de uma mancha contínua. Este experimento exemplifica o que é chamado *quantização espacial*, associada ao momento angular $\frac{1}{2} \hbar$ do átomo de prata, onde $\hbar \equiv h/2\pi$.

Na Fig. VII.1 apresentamos um esquema desta experimento paradigmático. Aproximadamente 50% dos átomos incidem na região “em cima”, e a tais átomos é atribuído o componente de momento angular de valor $\ell_z = +\frac{1}{2} \hbar$, enquanto que aos que chegam na região “em baixo” é atribuído $\ell_z = -\frac{1}{2} \hbar$. Não tentaremos explicar a origem do efeito a partir da interação do átomo com o campo, o que é feito em livros didáticos de Mecânica Quântica, mas nos concentraremos na descrição do estado do átomo.

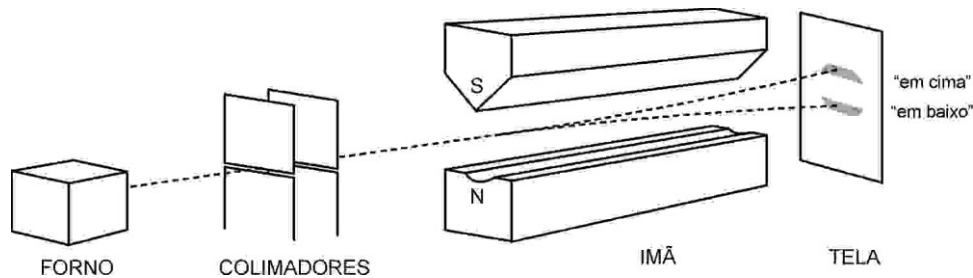


Figura VII.1. Experimento de Stern-Gerlach.

Se os átomos que incidem no aparelho forem preparados no autoestado $|\sigma_{+z}\rangle$, ou seja, com momento angular bem definido de valor $\ell_z = +\frac{1}{2} \hbar$, então todos rumarão para a região “em cima”. O análogo acontece para átomos preparados com $\ell_z = -\frac{1}{2} \hbar$, que vão “embaixo”. O que acontece, porém, quando os átomos estão em um estado que é uma superposição quântica de $|\sigma_{+z}\rangle$ e $|\sigma_{-z}\rangle$? (Pois o princípio quântico de superposição permite isso, como vimos na seção V.4).

Iremos argumentar que depois que o átomo passou pelo ímã, mas antes de ser detectado, ele ainda não tem um momento angular bem definido. Vamos supor que o átomo é preparado no estado $|\sigma_{+x}\rangle$, um autoestado de \hat{L}_x , através de filtros apropriados. Se ele for detectado em um dos canais sem ser destruído, podemos dizer que seu estado final é $|\sigma_{+z}\rangle$ (se for detectado no canal superior) ou $|\sigma_{-z}\rangle$ (se for detectado em D_2). Para calcularmos as probabilidades de cada um destes resultados, basta escrever o estado inicial como uma superposição dos autoestados correspondentes ao observável sendo medido:

$$|\psi\rangle_{\text{inic.}} = |\sigma_{+x}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|\sigma_{+z}\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\sigma_{-z}\rangle . \quad (\text{VII.1})$$

Após a separação das componentes no imã, ocorre um acoplamento entre as variáveis de momento angular e de posição. Na eq.(VII.1) ignoramos o estado de posição do átomo incidente: deveríamos tê-lo escrito como $|\sigma_{+x}\rangle \otimes |\vec{r}_0\rangle$, onde \vec{r}_0 é a posição do átomo no eixo $z=0$. Após a separação, o estado torna-se:

$$|\psi\rangle_{\text{sep.}} = \frac{1}{\sqrt{2}}|\sigma_{+z}\rangle \otimes |\vec{r}_+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\sigma_{-z}\rangle \otimes |\vec{r}_-\rangle . \quad (\text{VII.2})$$

Os vetores $|\vec{r}_+\rangle$ e $|\vec{r}_-\rangle$ indicam posições “em cima” e “em baixo” do eixo z . A tela fosforescente é um detector de posição, não de momento angular. Porém, como os estados de momento angular estão *correlacionados* com os de posição (eq. VII.2), faz-se uma medição “indireta” da componente de momento angular.

2. Colapso no Experimento de Stern-Gerlach

Substituamos a tela detectora usada por Stern & Gerlach por detectores de não-demolição D_1 e D_2 , que não absorvem os átomos de prata, mas que são sensíveis à sua passagem (Fig. VII.2).

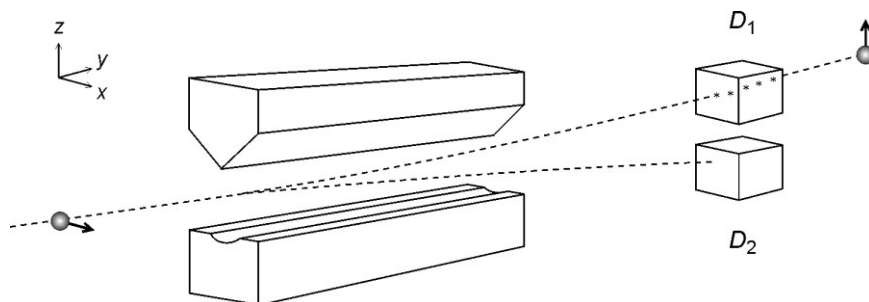


Figura VII.2. Experimento de Stern-Gerlach com detectores que não absorvem os átomos.

Vamos supor que o átomo é detectado na posição superior. (Pela eq.VII.2 vemos que a probabilidade de isto ocorrer é $\frac{1}{2}$, seguindo a regra de Born). Então, após completada a medição, o estado final é:

$$|\psi\rangle_{\text{fn.}} = |\sigma_{+z}\rangle \otimes |\vec{r}_+\rangle . \quad (\text{VII.3})$$

A transição da eq.(VII.2) para a eq.(VII.3) descreve a *redução de estado*. Sabemos que este último é realmente o estado final porque podemos repetir o experimento de Stern-Gerlach para este estado final. Na Fig. VII.3 (análoga à Fig. IV.2), apenas átomos no estado $|\sigma_{+z}\rangle$ rumam para um segundo aparelho SG_2 , após serem redirecionados por um campo magnético estático M . Após atravessarem SG_2 , todos os átomos são detectados em D_{11} , e nenhum em D_{12} .

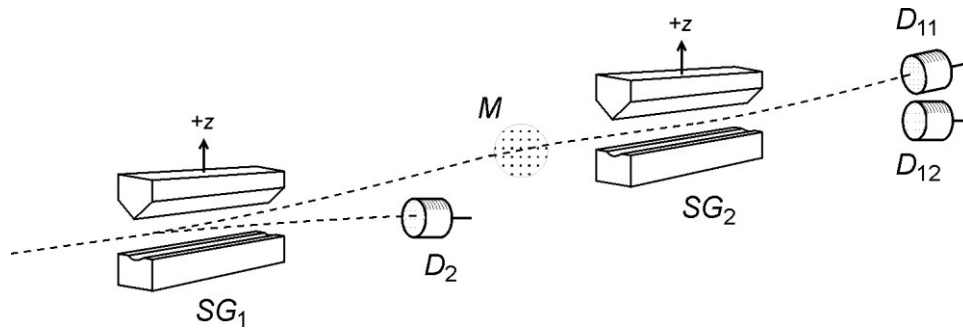


Figura VII.3. Arranjo para mostrar que os átomos rumando para o canal de cima possuem uma propriedade bem definida, que exprimimos pelo autovalor $\ell_z = +\frac{1}{2}\hbar$.

3. A Redução de Estado segundo as Diferentes Interpretações

Na seção III.1, vimos como as diferentes interpretações explicam um fenômeno corpuscular. A visão ondulatória, nesse caso, precisa invocar um colapso súbito e não-local para explicar o fenômeno, que é facilmente explicável pelas outras interpretações através da noção simples de partícula. Apesar de essas outras interpretações não invocarem um colapso de onda, mesmo assim elas aceitam o formalismo quântico, e em geral aceitam que haja uma redução de estado (ao nível do formalismo) do tipo descrito pelas eqs.(VI.2 e 3). Como é, então, que cada visão interpreta a redução de estado? Que alteração ocorre no objeto quântico, devido ao processo de medição, que é descrito pela redução de estado? Para responder a essas perguntas, levaremos em consideração as interpretações do estado quântico apresentadas na seção V.5.

(1) *Interpretação Ondulatória.* Como esta visão atribui uma realidade ao estado quântico que se reduz, então este processo corresponde a um colapso real da onda de probabilidade, conforme já vimos (ver Fig. VII.4). Um problema com esta concepção é que tal colapso instantâneo é não-local (seção VI.4): uma medição feita na Lua pode instantaneamente afetar uma realidade – um estado quântico – na Terra.

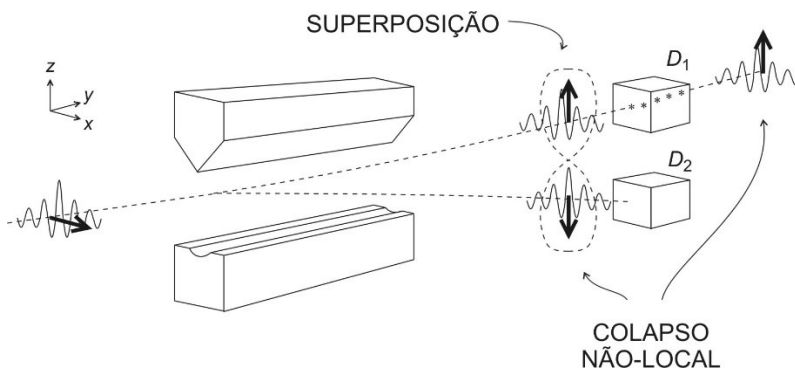


Figura VII.4. Experimento de Stern-Gerlach segundo a interpretação ondulatória realista. Nesta visão, o momento angular atômico ou o spin são considerados rotações de um campo ondulatório.⁴⁹

(2) *Interpretação Corpuscular.* A interpretação dos coletivos estatísticos (seção V.5) oferece uma explicação interessante para a redução de estado.⁵⁰ Consideremos o experimento

⁴⁹ Ver *Conceitos de física quântica*, vol. 1, seção XIX.1.

⁵⁰ O físico estadunidense Edwin Kemble defendeu esta visão, aparentemente sem levar em conta a complicação que mencionamos no parágrafo seguinte: KEMBLE, E.C. (1937), *The fundamental principles of quantum mechanics*, Mc-Graw-Hill, New York, pp. 326-9. Já o filósofo da ciência Karl Popper distinguiu a “seleção” de uma medição real, que provoca um distúrbio no objeto: POPPER, K. ([1934] 1989), “Algumas objeções a respeito

de Stern-Gerlach examinado anteriormente, e o estado inicial dado pela eq.(VII.1). Este estado, segundo esta interpretação, representaria na verdade uma grande coleção de microestados diferentes, sendo que cada um destes microestados teria o mesmo valor $l_x = +\frac{1}{2}\hbar$ para o componente de momento angular na direção x , já que o estado quântico foi preparado no autoestado $|\sigma_{+x}\rangle$. Deste coletivo de microestados, metade teria o valor $l_z = +\frac{1}{2}\hbar$ para o componente na direção z , e metade $l_z = -\frac{1}{2}\hbar$. Cada átomo sendo medido estaria num microestado bem definido deste coletivo (com l_x e l_z exatos), só que ignoramos qual. Ao realizarmos a medição e obtermos o estado final da eq.(VI.3), revela-se o valor $l_z = +\frac{1}{2}\hbar$ para o componente na direção z . Assim, aumentou nosso conhecimento a respeito do microestado inicial, o coletivo inicial sendo reduzido para um de seus sub-coletivos. Segundo esta interpretação, nada teria mudado com relação às propriedades do átomo: o que muda com a redução de estado seria apenas nosso conhecimento a seu respeito.

Apesar da elegância desta explicação, é preciso tomar cuidado para dar conta do experimento da Fig. VII.5, em que o átomo no estado inicial $|\sigma_{+x}\rangle$ passa por dois imãs de Stern-Gerlach, um orientado na direção $+z$ e o outro na direção $+x$, antes de ser detectado. Neste caso, o átomo que entra em SG_2 tem uma probabilidade $\frac{1}{2}$ de terminar com componente de spin $l_x = -\frac{1}{2}\hbar$ (em D_{11}), diferente da inicial (antes de SG_1). Isso mostra (usando a terminologia desta interpretação) que o processo de medição (em SG_1 e D_2) não meramente “seleciona um sub-coletivo do coletivo inicial”, mas, ao fazer essa seleção, transforma as propriedades dos átomos do sub-coletivo (que a interpretação postula existir inicialmente), compondo assim um novo coletivo com propriedades não contidas no sub-coletivo inicial (devido, poderíamos dizer, a um distúrbio provocado pelo aparelho no objeto quântico, como na seção IV.1).

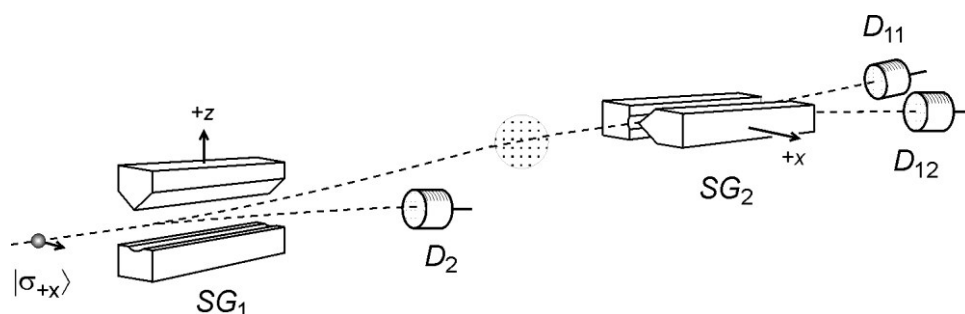


Figura VII.5. Arranjo para mostrar que uma propriedade bem definida $l_x = +\frac{1}{2}\hbar$ do estado inicial é perdida após separação dos autoestados de \hat{L}_z em SG_1 e absorção em D_2 .

(3) *Interpretação Dualista Realista*. Considerando que toda medição acaba envolvendo uma determinação da posição do objeto quântico, as reduções de estado resultariam sempre num autoestado de posição (como a eq. VII.3), de forma que estas reduções podem ser interpretadas como a mera detecção da partícula presente em algum lugar da onda piloto. David Bohm⁵¹ ressaltava que o “potencial quântico”, que corresponde às ondas em seu modelo dualista, sofre “flutuações violentas e extremamente complicadas” durante a interação do objeto quântico com o aparelho de medição, afetando o momento da partícula e conseqüentemente sua posição final. Além disso, fases aleatórias são introduzidas nas ondas após a medição (ver Fig.

da teoria quântica”, in *A lógica da pesquisa científica*, Cultrix, São Paulo, cap. IX, pp. 237-74. Ver também os Novos Apêndices XI, XII, pp. 504-27. A posição de Popper é retomada por BALLENTINE (1970), op. cit. (nota 39).

⁵¹ BOHM, D. (1952), “A suggested interpretation of the quantum theory in terms of ‘hidden’ variables, I and II”, *Physical Review* 85, 166-93, reproduzido in WHEELER & ZUREK (1983), op. cit. (nota 15), pp. 369-96; ver p. 181.

VII.6). Vale ressaltar, porém, que o colapso resultante seguiria de maneira determinista do estado inicial do objeto e do aparelho, não sendo assim um processo essencialmente aleatório.

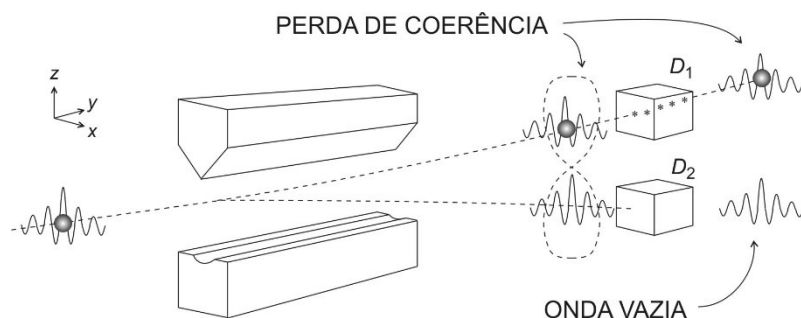


Figura VII.6. Experimento de Stern-Gerlach segundo a interpretação dualista realista. O momento angular não está representado.

(4) *Interpretação da Complementaridade.* Para esta visão, a redução brusca e imprevisível do estado quântico durante uma medição apenas reflete o distúrbio incontornável que o aparelho de medição exerce sobre o objeto. Para um fenômeno ondulatório, como o experimento das duas fendas para um fóton único (seção I.3), a interpretação da complementaridade explica o surgimento de ionizações individuais no detector apelando para o *postulado quântico* (seção I.4), que preencheria assim o papel explicativo que a noção de colapso tem na interpretação ondulatória. Isso também seria válido para um fenômeno corpuscular (seção III.1), apesar de neste caso haver menos problema ainda, pois o objeto quântico se comporta como partícula.

(5) *Interpretação Instrumentalista.* A redução de estado exprime a aquisição de conhecimento que se tem do sistema físico, havendo também modificação do sistema devido à interação com o medidor. O aspecto não-local da redução é evitado a partir da interpretação epistêmica do estado quântico (seção V.5). Ao invés da “representação de Schrödinger”, que usamos em nossa exposição, alguns físicos defendem que a descrição mais satisfatória ocorre na “representação de Heisenberg”. “Durante a evolução dinâmica do sistema, os operadores (ou atributos) do sistema mudam. Durante a medição, a função de onda (representando nosso conhecimento do sistema) muda. [...] A dinâmica é claramente diferente da medição. Uma afeta os operadores, e o outro afeta a função de onda.”⁵²

4. Recombinação dos Feixes de Stern-Gerlach

A reversão temporal pode ser analisada de maneira teórica, mas já vimos maneiras de implementá-la experimentalmente (seção VI.3). Uma maneira simples de investigar se um processo é reversível ou não é fazendo uma *recombinação de feixes*, como foi feito no interferômetro de Mach-Zehnder.

No caso do experimento de Stern-Gerlach, o arranjo de recombinação (Fig. VII.7) foi sugerido por David Bohm (1951),⁵³ e mais tarde por Günther Ludwig (1954) e Eugene Wigner (1963). Os componentes divergentes são recombinados utilizando-se campos magnéticos estáticos apropriados (M_{+x} , M_{-x}), e a colimação final é feita por meio de um outro ímã de Stern-

⁵² UNRUH, W.G. (1986), “Quantum measurement”, in D.M. Greenberger (org.), *New techniques and ideas in quantum measurement theory. Annals of the New York Academy of Sciences* 480: 242-49; citação da p. 245.

⁵³ BOHM (1951), op. cit. (nota 29), pp. 604-8. LUDWIG, G. (1954), “Der Messprozess”, *Zeitschrift für Physik* 135: 483-511; ver pp. 136-38. WIGNER, E.P. (1963), “The problem of measurement”, *American Journal of Physics* 31: 6-15, 1963; reimpresso em WHEELER & ZUREK (1983), op. cit. (nota 15), pp. 324-341; ver pp. 330-32.

Gerlach (SG_2). Este último deveria ser invertido (por reflexão no plano xz), mas como o imã é simétrico nessa direção, o segundo imã pode ser colocado de maneira idêntica ao primeiro.

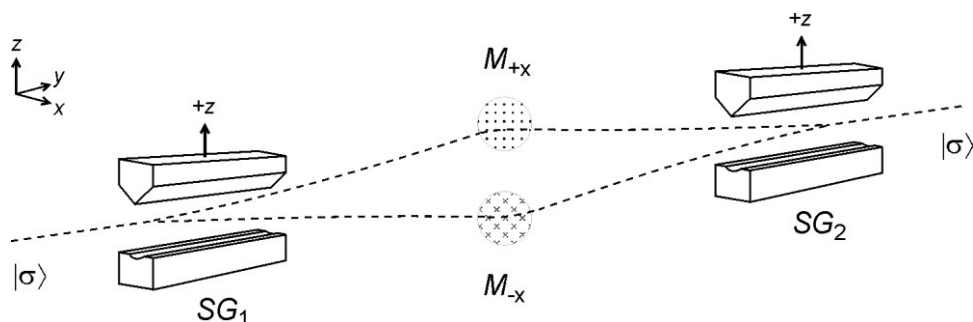


Figura VII.7. Experimento de Stern-Gerlach revertido.

Qual será o estado final do átomo? Consideremos dois casos possíveis:

[1] Se após a separação pelo imã o estado for a superposição descrita pela eq.(VII.2), então ao serem recombinadas, as duas componentes terão mantido uma diferença de fase constante, e formarão um estado final “puro”, que pela simetria do arranjo experimental (e supondo que nenhuma fase relativa é introduzida entre as componentes) é igual ao estado inicial $|\sigma_{+x}\rangle$. Para um coletivo de átomos, todos estarão no mesmo estado $|\sigma_{+x}\rangle$.

[2] Se após a separação pelo imã o átomo tiver escolhido um autoestado de \hat{L}_z (ou seja, escolhido o caminho percorrido), após incidir no imã invertido de Stern-Gerlach ele permanecerá no estado escolhido, ou $|\sigma_{+z}\rangle$, ou $|\sigma_{-z}\rangle$. (Esta conclusão é obtida também a partir de argumentos de simetria, imaginando-se uma reversão temporal do experimento de Stern-Gerlach usual para um estado inicial que seja um autoestado de \hat{L}_z .) Para um coletivo de átomos, obtém-se não um caso puro, mas uma “mistura” (metade no estado $|\sigma_{+z}\rangle$, metade em $|\sigma_{-z}\rangle$).

Pois bem, os casos [1] e [2] podem ser distinguidos para um coletivo de átomos (apenas um átomo não seria suficiente). Basta, para isso, colocar um imã de Stern-Gerlach apontado na direção x na saída do arranjo experimental revertido (Fig. VII.8). No caso [1], todos os átomos serão detectados em D_3 ; no caso [2], mais ou menos metade cairá em D_3 e metade em D_4 . Este caso exemplifica a regra de que em geral é sempre possível distinguir um caso puro de uma mistura estatística.

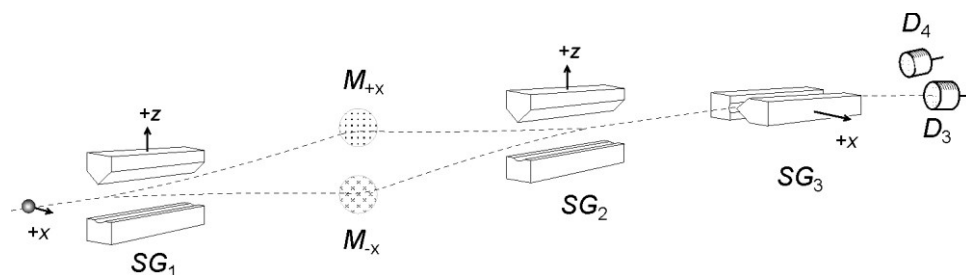


Figura VII.8. Arranjo para comprovar que o estado inicial puro $|\sigma_{+x}\rangle$ é mantido após a recombinação dos feixes de Stern-Gerlach.

Apesar de o experimento de Stern-Gerlach revertido nunca ter sido realizado, supunha-se que o caso [1] seria o correto. Note que a reversão não envolve nenhum colapso irreversível (pois não houve medições) e nem distúrbios. Na prática, o arranjo revertido foi realizado em um experimento de interferometria de nêutrons, na década de 1980.⁵⁴

Concluimos assim que, antes de qualquer detecção, o vetor de estado representando o momento angular do sistema está em uma “superposição de estados com ℓ_z bem definido” (eq. VII.2). É incorreto afirmar que o átomo está em um dos canais (só que nós não sabemos qual deles) e que não há nada no outro canal (o que corresponderia ao caso [2]).

Agora, se um par de detectores que não destruísse os átomos fosse inserido após a primeira separação das componentes (Fig. VII.9), obteríamos informação sobre qual caminho foi percorrido pelo átomo, e isso provocaria um colapso para um estado do tipo da eq.(VII.3). Cairíamos então no caso [2].

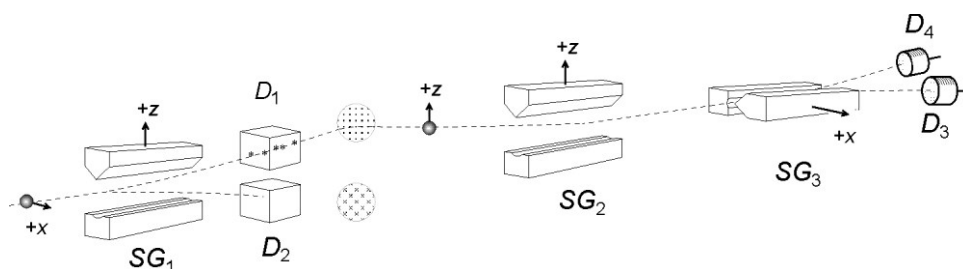


Figura VII.9. Se a trajetória inicial for medida, a perda de coerência resultante leva a uma mistura final, com detecções tanto em D_3 quanto em D_4 .

Para finalizar, consideremos a questão de como a interpretação da onda piloto (dualismo realista) interpreta o experimento de Stern-Gerlach com recombinação (Fig. VII.8). Como no caso do interferômetro, ela postula que a onda se divide em dois componentes e a partícula segue por um deles. Mas e o spin, ou momento angular? Ele estaria associado à partícula ou à onda? Ora, como o estado de spin inicial pode ser restaurado através da recombinação ou interferência de feixes, e o fato de o hipotético corpúsculo ir por um caminho ou outro não afeta o resultado final, parece que *o spin deve ser associado ao campo ondulatório*,⁵⁵ ou pelo menos, a uma propriedade da relação entre o campo ondulatório e a partícula.

⁵⁴ Ver *Conceitos de física quântica*, vol. 1, seções XIX.3, 4 e 5.

⁵⁵ Esta é a conclusão obtida no contexto da interpretação ondulatória por: OHANIAN, H.C. (1986), “What is spin?”, *American Journal of Physics* 54, 500-5.