

## LISTA DE EXERCÍCIOS: LIMITES

1. Identifique o domínio e determine em quais pontos de seu domínio cada função abaixo é contínua.

$$\begin{array}{lll} 1. f(x) = \operatorname{tg}(2x) & 2. f(x) = \operatorname{sen}(2x) \operatorname{tg} x & 3. f(x) = \frac{x}{|x|} \\ 4. f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|}, & \text{se } x \neq 0 \\ 0, & \text{se } x = 0 \end{cases} & 5. f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sen} x}{|x|}, & \text{se } x \neq 0 \\ 1, & \text{se } x = 0 \end{cases} & \\ 6. f(x) = \begin{cases} 2x + 3, & \text{se } x \geq 0 \\ 3 - x, & \text{se } x < 0 \end{cases} & 7. f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & \text{se } x > 0 \\ 2 - 3x & \text{se } x < 0 \end{cases} & \end{array}$$

2. Calcule os limites, se existirem (como números reais):

$$\begin{array}{lll} 1. \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{4x^2 + 9} & 2. \lim_{x \rightarrow 1} \operatorname{sen} x & 3. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \operatorname{sen}(2x) \operatorname{tg} x \\ 4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1} & 5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} & 6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{1 + \operatorname{sen} x} \\ 7. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x - 1|}{x - 1} & 8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x^2 + 1} & 9. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 4x + 3} \end{array}$$

3. Faça a transformação conveniente e use o limite fundamental,  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} t}{t} = 1$ , para calcular os limites abaixo.

$$\begin{array}{lll} 1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(3x)}{\operatorname{tg}(5x)} & 2. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\cos x}{2x - \pi} & 3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{1 - \cos(4x)} \\ 4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}^2 x}{1 - \cos(2x)} & 5. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen}(2x - \pi)} & 6. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{sen}(\pi x)}{x - 1} \\ 7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(2x) \operatorname{tg}(3x)}{1 - \cos(5x)} & 8. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{1 - \operatorname{sen} x}{(2x - \pi)^2} & 9. \lim_{x \rightarrow -\pi/2} \frac{1 - \operatorname{sen} x}{(2x - \pi)^2} \\ 10. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{sen}(\pi x)}{x^2 - 3x + 2} & 11. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{2x^3 + 5x^2} & 12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 2x}{\operatorname{sen}(5x)} \end{array}$$

4. Dado que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$  e que  $a^x = e^{x \ln a}$ , use uma transformação conveniente e calcule os limites abaixo:

Date: 2023.

$$\begin{array}{lll}
1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{t+x} - e^t}{x} & 2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{x} & 3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} - 1}{x} \\
4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 3^x}{x} & 5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{2^x - 1} & 6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin x} \\
7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x^2 - 3x} & 8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{e^x - 1} & 9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{xe^x - x}
\end{array}$$

5. Calcule os limites laterais, se existirem (como números reais, ou  $\infty$ , ou  $-\infty$ ):

$$\begin{array}{lll}
1. \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{x^2 - 1} & 2. \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{x^2 - 1} & 3. \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x + 1}{x^2 - 4} \\
4. \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x - 1}{x^2 - 4} & 5. \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{x^2 + 1} & 6. \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{x^2 + 1} \\
7. \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{x^2 - 2x} & 8. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x^2 - 2x} & 9. \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{x^2 - 2x}
\end{array}$$

6. Calcule os limites no infinito, se existirem (como números reais, ou  $\infty$ , ou  $-\infty$ ):

$$\begin{array}{lll}
1. \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin x & 2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} & 3. \lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - x \sin x) \\
4. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 3x + 5}{2x^2 - 5x - 2} & 5. \lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 + 1}) & 6. \lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 + 4x}) \\
7. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} & 8. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} & 9. \lim_{x \rightarrow \infty} e^{(\sin x)/x} \\
10. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2e^x - 7}{3e^x + 6} & 11. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x - 1}{e^x + 3} & 12. \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x \sin x
\end{array}$$

### Respostas e sugestões de soluções

1. (1)  $\text{tg}(2x)$  contínua em todo  $x \in \text{Dom}(\text{tg}(2x)) = \{x \in \mathbb{R} : x \neq \frac{\pi}{4} + n\frac{\pi}{2}\}$ ;  
(2)  $\text{sen}(2x) \text{tg } x$  é contínua em todo  $x \in \text{Dom}(\text{sen}(2x) \text{tg } x) = \{x \in \mathbb{R} : x \neq \frac{\pi}{2} + n\pi\}$ ;  
(3)  $\frac{x}{|x|}$  é contínua em todo  $x \in \text{Dom}\left(\frac{x}{|x|}\right) = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 0\}$ ; (4)  $f(x)$  é contínua em todo  $x \neq 0$ , mas descontínua em  $x = 0$ , e  $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$ ; (5)  $\text{Dom}(f(x)) = \mathbb{R}$  e  $f$  somente descontínua em  $x = 0$  (preste atenção no módulo); (6)  $f(x)$  contínua em todo  $x \in \mathbb{R}$ ; (7)  $f(x)$  contínua em todo  $x \in \text{Dom}(f) = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 0\}$ .

2. (1) 5; (2)  $\text{sen } 1$ ; (3) 2 ( $\text{sen}(2x) = 2 \text{sen } x \cos x$ ); (4)  $3/2$ ; (5)  $1/2$  ( $x = (\sqrt{x})^2$ ); (6) 1; (7) não existe; (8) 1; (9) 0.

**3.** (1)  $3/5$ ; (2)  $-1/2$ ; (3)  $1/4$ ; (4)  $1/2$ ; (5)  $1/2$ ; (6)  $-\pi$ ; (7)  $12/5$ ; (8)  $1/8$ ; (9)  $-1/8$ ; (10)  $\pi$ ; (11)  $1/10$ ; (12)  $-2/5$ .

**4.** (1)  $e^t$ ; (2)  $\ln 2$ ; (3)  $-1$ ; (4)  $\ln 2 - \ln 3 = \ln(2/3)$ ; (5)  $(\ln 3)/(\ln 2)$ ; (6)  $1$ ; (7)  $-1/3$ ; (8)  $3$ ; (9)  $1/2$ .

**5.** (1)  $-\infty$ ; (2)  $\infty$ ; (3)  $-\infty$ ; (4)  $\infty$ ; (5)  $1/2$ ; (6)  $1/2$ ; (7)  $1/2$ ; (8)  $-1/2$ ; (9)  $-1$ .

**6.** (1) não existe (oscila com amplitudes cada vez maiores); (2)  $0$ ; (3)  $\infty$ ; (4)  $-1$  ( $\sqrt{x^2} = |x|$ ); (5)  $0$  (multiplique e divida por  $x + \sqrt{x^2 + 1}$ ); (6)  $4$ ; (7)  $-1$ ; (8)  $1$ ; (9)  $1$ ; (10)  $2/3$ ; (11)  $-1/3$ ; (12)  $0$  (pois  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = 0$ )

---