# LISTA DE EXERCÍCIOS PRELIMINARES

**1.** Determine a equação da reta, na forma $y = ax + b$, que passe pelos pontos $A$ e $B$ nos seguintes casos:

1. $A = (0, 0)$, $B = (1, 3)$
2. $A = (-1, 0)$, $B = (0, 1)$
3. $A = (-5, 6)$, B=$(2, 3)$
4. $A = (-2, 2)$, $B = (8, 2)$
5. $A = (2/3, 1)$, $B = (3/5, 2)$
6. $A = (\sqrt{2}, 0)$, $B = (0, \sqrt{2})$

**2.** Resolva as seguintes equações de segundo grau, se tiverem raízes reais:

1. $x^2 - x - 1 = 0$
2. $x^2 + x - 1 = 0$
3. $x^2 + 3x + 2 = 0$
4. $x^2 - 3x + 2 = 0$
5. $x^2 - 3x - 1 = 0$
6. $4x^2 + 4x + 1 = 0$
7. $2x^2 - 12x + 18 = 0$
8. $3x^2 - 15x + 12 = 0$
9. $x^2 - x + 1 = 0$
10. $-x^2 - x + 4 = 0$

**3.** Simplifique as expressões abaixo (cancelando fatores iguais no numerador e no denominador).

1. $\dfrac{x^2 - x}{x^2 - 1}$
2. $\dfrac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$
3. $\dfrac{(x+1)^2 - 2x - 2}{3x + 3}$
4. $\dfrac{x^2 - 3x + 2}{1 - x}$
5. $\dfrac{1 - \operatorname{sen}^2 x}{\cos x}$
6. $\dfrac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{sen} x}$
7. $\dfrac{(x-1)^2 - 3(x-1)^3}{x - 1}$
8. $\dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}$
9. $\dfrac{\cos(2x)}{\operatorname{sen} x + \cos x}$
10. $x\left(\dfrac{1}{2x} - \dfrac{2}{3x^2}\right)$
11. $\ln(x^2 - 1) - \ln(x + 1)$
12. $\ln(x^2 - 4x + 3) - \ln(x^3 - x)$

**4.** Determine o domínio de cada função abaixo, e esboce seu gráfico (pode usar um programa, por exemplo, o Geogebra, disponível online em geogebra.org).

---

*Date*: 2023.

1. $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x^2-5x+6}$
2. $\dfrac{\operatorname{sen} x}{x}$
3. $f(x) = \sqrt{x^2-1}$
4. $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2-4}}$
5. $f(x) = x|x|$
6. $f(x) = \dfrac{x^2}{|x|}$
7. $f(x) = |x^2+3x-4|$
8. $f(x) = \operatorname{sen}\left(\sqrt{1-x^2}\right)$
9. $f(x) = \operatorname{tg}\left(\sqrt{2-x^2}\right)$
10. $f(x) = |x-1| - |x+1|$

**Exemplo 1** (Divisão de Polinômios)**.** Polinômios comportam-se de modo análogo aos números naturais na divisão com resto, na forma $p(x) = q(x)t(x) + r(x)$, com o grau do resto $r(x)$ menor que o do divisor $q(x)$.

Por exemplo, vamos dividir $p(x) = x^4 + x^2 + 1$ por $q(x) = x^2 - 3x - 2$.

Primeiro passo: cuidar do termo de maior grau de $p(x)$:

$$\begin{array}{r|l}
\boldsymbol{x^4+x^2+1} & \underline{\boldsymbol{x^2-3x-2}} \\
-\underline{(x^4-3x^3-2x^2)} & \boldsymbol{x^2} \\
3x^3+3x^2+1 & (\Leftarrow \text{grau} > 2\text{: continue})
\end{array}$$

Segundo passo: cuidar do termo de maior grau no que sobrou, $3x^3$:

$$\begin{array}{r|l}
\boldsymbol{x^4+x^2+1} & \underline{\boldsymbol{x^2-3x-2}} \\
-\underline{(x^4-3x^3-2x^2)} & \boldsymbol{x^2+3x} \\
3x^3+3x^2+1 & \\
-\underline{(3x^3-9x^2-6x)} & \\
12x^2+6x+1 & (\Leftarrow \text{grau} = 2\text{: continue})
\end{array}$$

Terceiro passo: cuidar do termo de maior grau que sobrou, $12x^2$:

$$\begin{array}{r|l}
\boldsymbol{x^4+x^2+1} & \underline{\boldsymbol{x^2-3x-2}} \\
-\underline{(x^4-3x^3-2x^2)} & \boldsymbol{x^2+3x+12} \\
3x^3+3x^2+1 & \\
-\underline{(3x^3-9x^2-6x)} & \\
12x^2+6x+1 & \\
-\underline{(12x^2-36x-24)} & \\
\boldsymbol{42x+25} & (\Leftarrow \text{grau} = 1\text{: esse é o resto})
\end{array}$$

Assim, temos que

$$\boldsymbol{x^4+x^2+1 = (x^2-3x-2)(x^2+3x+12) + (42x+25)}.$$

Em particular, temos

$$\frac{\boldsymbol{x^4+x^2+1}}{\boldsymbol{x^2-3x-2}} = \boldsymbol{x^2+3x+12+\frac{42x+25}{x^2-3x-2}}.$$

**Exemplo 2.** Existem casos em que o resto é zero. Por exemplo, se $p(x) = x^2-3x+2$ e $q(x) = (x-1)$, então $x^2-3x+2 = (x-1)(x-2)+0$.

**5.** Faça divisão com resto de $p(x)$ por $p(x)$ nos casos seguintes:

(1) $p(x) = 2x+3$, $q(x) = 3x+5$;
(2) $p(x) = x^3$, $q(x) = x^2+1$;
(3) $p(x) = x^2-3x+2$, $q(x) = x^2-4x+3$;
(4) $p(x) = x^3-1$, $q(x) = x^2+x+1$;
(5) $p(x) = x^4+x^2+1$, $q(x) = x^2-x+1$;

---

**Respostas:**

**1.** (1) $y = 3x$; (2) $y = x+1$; (3) $y = -(3/7)x+27/7$; (4) $y = 2$; (5) $y = -15x+11$; (6) $y = -x+\sqrt{2}$.

**2.** (1) $x_1 = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$, $x_2 = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$; (2) $x_1 = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$, $x_2 = \dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$; (3) $x_1 = -1$, $x_2 = -2$; (4) $x_1 = 1$, $x_2 = 2$; (5) $x_1 = \dfrac{3+\sqrt{13}}{2}$, $x_2 = \dfrac{3-\sqrt{13}}{2}$; (6) $x_1 = x_2 = -1/2$; (7) $x_1 = x_2 = 3$; (8) $x_1 = 1$, $x_2 = 4$; (9) não tem raiz real; (10) $x_1 = \dfrac{-1+\sqrt{17}}{2}$, $x_2 = \dfrac{-1-\sqrt{17}}{2}$.

**3.** (1) $\dfrac{x}{x+1}$; (2) $\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}$; (3) $\dfrac{x-1}{3}$; (4) $2-x$; (5) $\cos x$; (6) $\dfrac{1}{\cos x}$; (7) $x-1-3(x-1)^2 = -3x^2+7x-4$; (8) $\dfrac{x-2}{x-3}$; (9) $\cos x - \operatorname{sen} x$ ($\cos(2x) = \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x$); (10) $\dfrac{3x-4}{x}$; (11) $\ln(x-1)$ ($\ln A - \ln B = \ln(A/B)$); (12) $\ln\left(\dfrac{x-3}{x^2+x}\right)$.

**4.** Faça os gráficos (com o Geogebra, por exemplo); (1) $\mathrm{Dom}(f) = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 2,\ x \neq 3\}$; (2) $\mathrm{Dom}(f) = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 0\}$; (3) $\mathrm{Dom}(f) = \{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x \leq 1\}$; (4) $\mathrm{Dom}(f) = \{x \in \mathbb{R} : -2 < x < 2\}$; (5) $\mathrm{Dom}(f) = \mathbb{R}$; (6) $\mathrm{Dom}(f) = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 0\}$; (7) $\mathrm{Dom}(f) = \mathbb{R}$; (8) $\mathrm{Dom}(f) = \{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x \leq 1\}$; (9) $\mathrm{Dom}(f) = \{x \in \mathbb{R} : -2 < x < 2,\ \text{e}\ |x| \neq \pi/2\}$ ($\pi/2 \simeq 1,57 < 2$); (10) $\mathrm{Dom}(f) = \mathbb{R}$.

**5.** (1) $2x+3 = (2/3)(3x+5) - (1/3)$; (2) $x^3 = x(x^2+1) - x$; (3) $x^2 - 3x + 2 = 1(x^2 - 4x + 3) + (x - 1)$; (4) $x^3 - 1 = (x-1)(x^2 + x + 1)$ (resto 0); (5) $x^4 + x^2 + 1 = (x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$ (resto 0).

---