

4^a Lista de álgebra para dia 16/04

1.1) Seja $a = (a_m a_{m-1} \dots a_0)_b$ escrito na base $b > 0$

Prove que

a) Se $c | b-1$ então $c | a \Leftrightarrow c | a_0 + a_1 + \dots + a_m$

b) $b+1 | a \Leftrightarrow (b+1) | a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \dots + (-1)^m a_m$

c) $c | b$ então $c | a \Leftrightarrow c | a_0$.

1.2) Conclua os seguintes corolários

Seja $a = a_m \dots a_0$ escrito na base 10

Então 3) $3 | a_m \dots a_0 \Leftrightarrow 3 | a_0 + \dots + a_m$

4b) $9 | a_m \dots a_0 \Leftrightarrow 9 | a_0 + \dots + a_m$

4c) $11 | a_m \dots a_0 \Leftrightarrow 11 | a_0 - a_1 + a_2 - \dots + (-1)^m a_m$

4d) $5 | a_m \dots a_0 \Leftrightarrow a_0 = 0 \text{ ou } a_0 = 5$.

4e) $2 | a_m \dots a_0 \Leftrightarrow a_0 \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$

8) Mostre que $4 | a_m \dots a_0$ (base 10)

$\Leftrightarrow 4 | a_1 a_0$

8) $8 | a_m \dots a_0 \Leftrightarrow 8 | a_2 a_1 a_0$.

5) $6 | a_m \dots a_0 \Leftrightarrow 2 | a_0 \text{ e } 3 | a_m + \dots + a_0$

2) a) Sejam a e b ambos não divisíveis por 3 mostre que $3 \mid a^2 + b^2 + 1$

b) de um exemplo de inteiros a, b, c tais que

$$a \mid bc \quad e \quad a \nmid b \quad e \quad a \nmid c.$$

c) mostre que $2 \mid a \Leftrightarrow 2 \mid a^2$.

3) Prove ou dê contra exemplo.

a) se $x = a^2$ então o resto da divisão de x por 4 deve ser 0 ou 1

b) se $x = a^3$ então o resto da divisão de x por 9 deve pertencer ao conjunto $\{0, 1, 8\}$

c) $6 \mid n(n+1)(2n+1)$ para todos $n \in \mathbb{N}$

d) Para $n \geq 1$, $m \in \mathbb{Z}$ vale

i) $7 \mid 2^m - 1$ ii) $8 \mid 3^{2m} + 7$ iii) $3 \mid 2^m - (-1)^m$