ESTADOS QUÂNTICOS E O PRINCÍPIO DE SUPERPOSIÇÃO

1. Estados Clássicos no Interferômetro de Mach-Zehnder

Para tratar dos estados em Física Quântica, vamos começar olhando para os estados usados na Física Ondulatória Clássica, que aparecem no interferômetro de Mach-Zehnder. Na Fig. V.1 representamos as amplitudes em cada trecho. Tal análise continua válida no regime quântico.

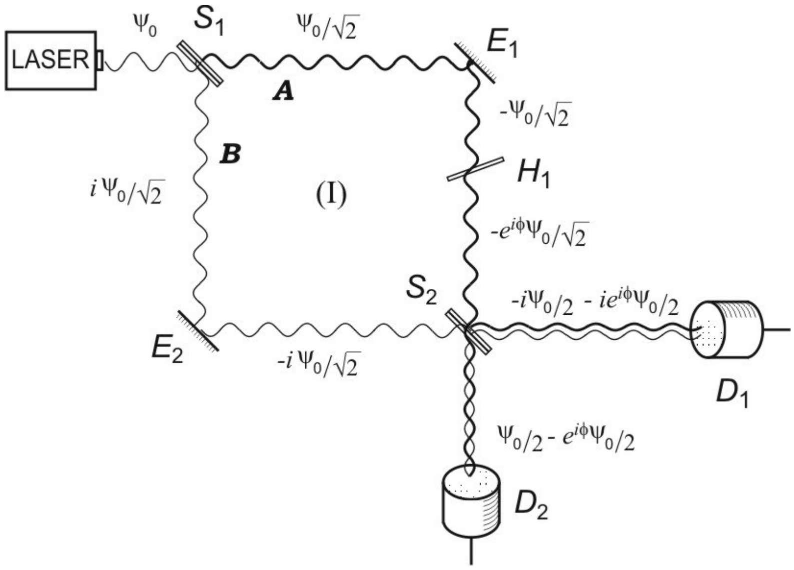


Figura V.1. Interferômetro de Mach-Zehnder, com as amplitudes clássicas em cada trecho.

A figura apresenta uma onda contínua, de comprimento-de-onda único (ao contrário do caso de um pacote de onda). A amplitude ψ_0 inicial exprime a altura da onda desenhada, ou seja, o máximo alongamento da oscilação. No espelho semirrefletor S_1, ocorre uma divisão do feixe em duas partes, cada qual com amplitude $\psi_0/\sqrt{2}$, como visto na seção II.1. Além disso, há um avanço de um quarto de ciclo no feixe refletido em relação ao feixe transmitido (seção II.2). Isso é expresso matematicamente pela multiplicação pelo número i, que é $\sqrt{-1}$. Esse fator surge a partir da maneira elegante em que se podem exprimir as fases relativas ϕ entre trens de onda (Fig. V.2), o "fator de fase" $e^{i\phi}$. Para a fase $\pi/2$, correspondendo ao avanço de um quarto de ciclo, o fator de fase é $e^{i\pi/2}$, que resulta ser igual a i. Se o fator de fase for incluído no que chamamos de "amplitude", teremos uma amplitude complexa.[35]

A ação de um espelho de reflexão total inverte a fase da onda em meio ciclo, correspondendo à multiplicação pelo número –1. A ação do defasador H (seção II.5) pode ser expresso simplesmente pelo fator $e^{i\phi}$, correspondendo à fase ϕ introduzida pelo dispositivo. A

[35] Para um número complexo $\psi = a + i\,b$, seu complexo conjugado é obtido invertendo o sinal defronte do número imaginário i: $\psi^* = a - ib$. O módulo quadrado de ψ, que fornece a probabilidade de detecção, é dado por $|\psi|^2 = \psi\cdot\psi^* = (a + ib)\cdot(a - ib) = a^2 + b^2$. Na representação exponencial, se $\psi = e^{i\phi}$, então $\psi^* = e^{-i\phi}$. As funções trigonométricas usadas nos cálculos de intensidade são: $\cos x = (e^{ix} + e^{-ix})/2$ e $\text{sen}\, x = (e^{ix} - e^{-ix})/(2i)$. A relação de Euler, que tanto impressionou o jovem Feynman, é $e^{i\pi} = -1$.

união das ondas rumando para um dos detectores é simplesmente a soma das amplitudes complexas. Por fim, a *intensidade* medida em cada detector é calculada a partir do *módulo quadrado da amplitude* (o que na Mecânica Quântica corresponde à regra de Born, seção I.6). A partir das amplitudes que chegam nos detectores D_1 e D_2 (Fig. V.1), podemos calcular as intensidades medidas:

Início: Amplitude: ψ_0 . Intensidade: $I_0 = |\psi_0|^2 = \psi_0\, \psi_0^*$

D_1: Ampl.: $\psi_0 \left(\frac{-i}{2} + \frac{-i}{2} e^{i\phi}\right)$. Int.: $|\psi_0|^2 \left(\frac{-i}{2} + \frac{-i}{2} e^{i\phi}\right)\left(\frac{i}{2} + \frac{i}{2} e^{-i\phi}\right) = \frac{1}{2}(1 + \cos\phi)\, I_0$.

D_2: Ampl.: $\psi_0 \left(\frac{1}{2} + \frac{-1}{2} e^{i\phi}\right)$. Int.: $|\psi_0|^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{-1}{2} e^{i\phi}\right)\left(\frac{1}{2} + \frac{-1}{2} e^{-i\phi}\right) = \frac{1}{2}(1 - \cos\phi)\, I_0$.

Um *estado* é uma descrição matemática de um conjunto de propriedades de um determinado objeto físico, geralmente em um instante do tempo. Tal descrição não precisa listar todas as propriedades da entidade física, mas apenas aquelas que a teoria física diz que são relevantes para a resolução de um problema. Na descrição acima, não mencionamos o estado de polarização da luz, o que será feito mais para frente, e ignoramos também os detalhes da descrição espaçotemporal da onda, que é descrito por um termo $e^{i(kx - \omega t)}$, onde $2\pi\omega$ é a frequência da onda ν, e $2\pi/k$ o comprimento de onda λ.

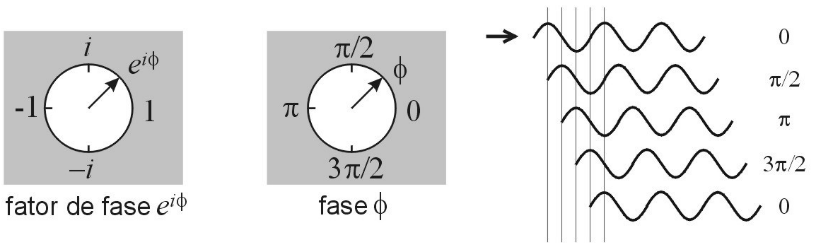
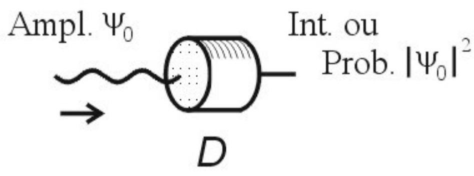


Figura V.2: As fases relativas entre ondas contínuas são expressas por ângulos em radianos, como $\pi/2$, π, $3\pi/2$ e 2π, que denotam respectivamente avanços de ¼ de ciclo, ½ ciclo, ¾ de ciclo e um ciclo inteiro. Este último é equivalente à fase da própria onda original, no caso de ondas contínuas. Cada fase ϕ, então, pode ser representada como uma direção de um círculo. Mas os números complexos também permitem uma representação elegante dessas fases, por meio do fator de fase $e^{i\phi}$, multiplicado ao valor da amplitude.

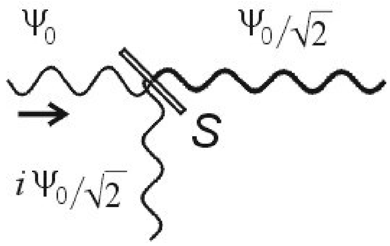
2. Revisão das Regras de Cálculo da Evolução de Ondas Simples

A seguir, fazemos um resumo das regras a serem adotadas para calcular as amplitudes em um interferômetro e as respectivas probabilidades (intensidades) de detecção. Elas valem para ondas contínuas de frequência única (ondas planas), tanto no caso clássico quanto no caso quântico.

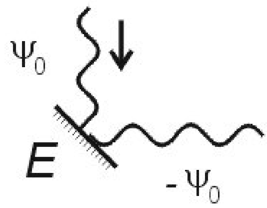
1) Regra fundamental: faça cálculos somente com as amplitudes ψ (no regime de coerência, sem ruídos externos, ou seja, em evolução "unitária"). As intensidades (ou probabilidades) são calculadas *apenas no final*, para a detecção: $|\psi|^2$.



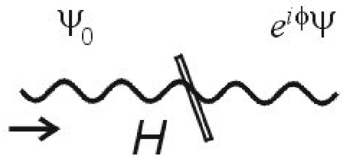
2) Divisão de feixe por semi-espelho simétrico e sem perdas: amplitudes caem para $1/\sqrt{2}$, e fator de fase relativo da amplitude refletida e transmitida é i.



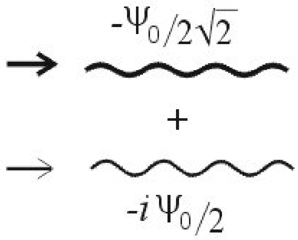
3) Reflexão em um espelho de reflexão total E: multiplica-se pelo fator –1.



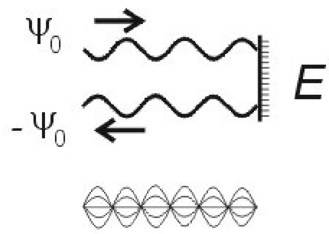
4) Defasador H que introduz uma defasagem ϕ: multiplicar pelo fator de fase $e^{i\phi}$.



5) Soma de amplitudes (rumando no mesmo sentido): soma simples das amplitudes complexas.



6) Mudança no sentido de propagação, por exemplo ao refletir perpendicularmente em um espelho, formando ondas estacionárias. Neste caso, é preciso representar as ondas de forma mais completa. Para a onda incidente $\psi_I(x,t) = \psi_0\, e^{i(kx - \omega t + \phi)}$, tem-se a amplitude refletida $\psi_R(x,t) = \psi_0\, e^{i(kx + \omega t - \phi)}$, cuja soma fornece a onda estacionária: $\psi_I(x,t) + \psi_R(x,t) = 2\,\psi_0 \cos(\omega t) \operatorname{sen}(kx)$.



7) *Princípio de superposição*: pode-se sempre acompanhar a evolução de uma amplitude de feixe, como se fosse um indivíduo, ignorando os outros feixes que interferem. Essa regra só não vale na detecção (regra 1).

3. Autoestado e Estados Ortogonais

O formalismo da Mecânica Quântica, na versão ondulatória introduzida por Schrödinger, é uma generalização para toda a matéria da descrição feita na Mecânica Ondulatória Clássica, e é bastante próxima da descrição clássica para um único quantum (a menos da noção de colapso).

No interferômetro de Mach-Zehnder, se o espelho semirrefletor S_1 estiver removido (Fig. II.5a), todos concordam que o fóton ou pacote monofotônico ruma pelo caminho A. Por exemplo, se inserirmos um detector neste caminho, ele sempre registrará a presença do fóton (supondo que o detector é 100% eficiente). Podemos assim atribuir um *estado* a este sistema quântico, em um certo instante, que denotaremos por $|\psi_A\rangle$.[36]

Esse estado diz que o fóton será detectado com certeza no caminho *A*; devido a esta certeza, tal estado costuma ser chamado de *autoestado* associado ao valor *A* para a posição do fóton.[37] Analogamente, podemos definir o autoestado $|\psi_B\rangle$. Se o sistema estiver neste estado, um detector no caminho *B* certamente registrará um fóton.

Esses dois estados têm outra propriedade interessante. Se o estado for $|\psi_A\rangle$, um detector no caminho *B* não registrará nenhum fóton; se o estado for $|\psi_B\rangle$, nada poderá ser detectado no caminho *A*. Dizemos nesse caso que esses estados são *ortogonais*.

4. Princípio Quântico de Superposição

Agora vamos enunciar um dos princípios fundamentais da Mecânica Quântica, o chamado Princípio de Superposição (ou Sobreposição):

> *Dados dois estados admissíveis de um sistema quântico, então qualquer soma ponderada (obedecendo a normalização) desses dois estados também é um estado admissível do sistema.*

Como consequência deste princípio, o seguinte estado também descreve uma situação possível:

$$|\psi\rangle = \tfrac{1}{\sqrt{2}}|\psi_A\rangle + \tfrac{i}{\sqrt{2}}|\psi_B\rangle \,. \tag{V.1}$$

Este é justamente o estado assumido pelo pulso de luz no experimento de Mach-Zehnder, após passar pelo semi-espelho S_1 (Fig. V.1). Nesta notação, as posições de cada pulso dentro do interferômetro são representadas pelos autoestados de posição $|\psi_A\rangle$ e $|\psi_B\rangle$.

Notamos que os coeficientes da soma da eq.(V.1) são números complexos, como vimos na descrição clássica do interferômetro, e são escolhidos de maneira que o estado $|\psi\rangle$ seja "normalizado", ou seja, a soma dos módulos quadrados dos coeficientes dá o valor 1.

Um dos obstáculos epistemológicos mais notórios com relação ao conceito de "estado quântico" é supor que um estado superposto tenha uma natureza diferente de um estado não superposto. Por exemplo, a eq.(V.1) parece sugerir que $|\psi\rangle$ sejam "dois estados em superposição", mas segundo o formalismo quântico usual[38] ele é considerado um *único* estado, tendo o mesmo estatuto ontológico que $|\psi_A\rangle$ e que $|\psi_B\rangle$. O termo "superposição" é sempre

[36] Esta notação curiosa para estados quânticos foi introduzida por Dirac em 1926. Um vetor de estado $|\psi_A\rangle$ é apelidado de "ket", enquanto que seu dual $\langle\psi_B|$ é o "bra", de forma que juntos formam um "bracket" (um tipo de parêntese): $\langle\psi_B|\psi_A\rangle$, que representa o produto escalar dos vetores de estado (ver *Conceitos de física quântica*, vol. 1, seção X.2).

[37] Esta não é a *definição* rigorosa de "autoestado", e a afirmação que foi feita só vale para uma classe restrita de medições.

[38] A rigor, esta é uma questão de interpretação, mas as interpretações ortodoxas da Teoria Quântica (incluindo a complementaridade e a instrumentalista), assim como a ondulatória realista, defendem uma simetria de representações. Esta tese, porém, é negada pela interpretação dualista realista, especialmente pela escola de Louis de Broglie, que privilegia a representação espacial. Alunos de computação quântica também têm dificuldade de aceitarem esta tese de simetria, dado que há uma representação privilegiada com os bits $|0\rangle$ e $|1\rangle$.

tomado em relação a uma *base de representação*. A eq.(V.1) é expressa na base $\{|\psi_A\rangle, |\psi_B\rangle\}$, mas se usássemos uma base $\{|\psi\rangle, |\psi^-\rangle\}$, onde

$$|\psi^-\rangle = \tfrac{1}{\sqrt{2}}|\psi_A\rangle - \tfrac{i}{\sqrt{2}}|\psi_B\rangle \ , \tag{V.2}$$

teríamos que $|\psi_A\rangle$ é uma superposição:

$$|\psi_A\rangle = \tfrac{1}{\sqrt{2}}|\psi\rangle + \tfrac{1}{\sqrt{2}}|\psi^-\rangle \ . \tag{V.3}$$

Neste caso, usando os conceitos da seção anterior, a pergunta que surge é: $|\psi\rangle$ e $|\psi^-\rangle$ são autoestados de que observável? Ou seja, qual é o detector que dispara com probabilidade 1 diante do estado $|\psi\rangle$? Visto isso, qual é o que dispara com certeza diante do estado $|\psi^-\rangle$?

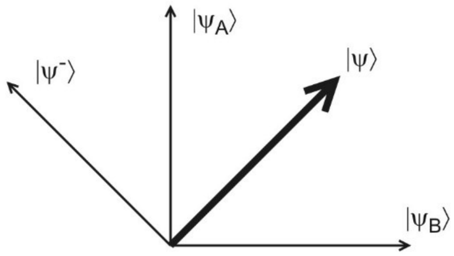


Figura V.3. O estado quântico $|\psi\rangle$ é entendido como um vetor, que pode ser representado como uma superposição de duas componentes na base $\{|\psi_A\rangle, |\psi_B\rangle\}$, mas que em uma base na qual faz parte é representado por um único componente.

Resposta: para o estado $|\psi\rangle$, recombinar os feixes no semi-espelho S_2, constituindo o interferômetro de Mach-Zehnder (Fig. V.1, com $\phi = 0$), e o detector D_1 disparará com certeza!

5. Interpretações do Estado Quântico

Como interpretar um estado quântico $|\psi\rangle$? O formalismo da Teoria Quântica (e a interpretação instrumentalista) não trata desta questão, tal formalismo não se preocupa em descrever a realidade que existe além de nossas observações, mas busca apenas fornecer previsões sobre os resultados de medições realizadas em diferentes situações experimentais. Porém cada interpretação responde a esta questão à sua própria maneira.

1) *Interpretação Ondulatória*. Interpreta $|\psi\rangle$ de maneira "literal", atribuindo realidade ao estado ou à função de onda, como é feito na Física Ondulatória Clássica, sem postular que exista nada além do que descreve o formalismo quântico. Mas que espécie de realidade é essa? Não é uma realidade "atualizada", que possamos observar diretamente. É uma realidade intermediária, uma *potencialidade*, que estabelece apenas probabilidades, mas que mesmo assim evolui no tempo como uma onda. (Uma noção semelhante de potencialidade também é usada por proponentes das visões 2 e 4, a seguir.) O maior problema desta interpretação de estado é que, para N objetos quânticos, a função de onda é definida em um espaço de configurações de $3N$ dimensões! O que significaria uma realidade com $3N$ dimensões?

2) *Interpretação Corpuscular*. A abordagem corpuscular que apresentamos até aqui tem tido extrema dificuldade em dar conta dos aspectos ondulatórios de partículas únicas. Apresentaremos agora uma visão corpuscular mais sofisticada, que chamamos *interpretação dos coletivos estatísticos* (em inglês: "*ensemble interpretation*"). Ela procura escapar dos problemas vistos salientando que o estado $|\psi\rangle$ utilizado no formalismo da Mecânica Quântica é uma descrição essencialmente estatística, que representa a média sobre todas as posições

possíveis da partícula. Em linguagem técnica, o estado representa um coletivo ou ensemble estatístico, associado a um procedimento de preparação experimental. Assim, esta visão considera que o estado quântico representa uma descrição *incompleta* de um objeto individual (tese esta que era defendida por Einstein). A rigor, esta interpretação não entra em detalhes sobre como seria possível completar a Mecânica Quântica, mas na prática ela costuma ser simpática a um modelo exclusivamente corpuscular da natureza.[39] Mais recentemente, esta concepção de estado foi desafiada pelo teorema de Pusey, Barrett & Rudolph (PBR), que sugere que o estado quântico de uma partícula individual é real.[40]

3) *Interpretação Dualista Realista*. Considera que existam "variáveis ocultas" por trás da descrição em termos de estados, variáveis essas que são partículas com posições e velocidades bem determinadas. O estado $|\psi\rangle$ exprimiria um campo real que "guia" as partículas. Essa "onda piloto", porém, não carregaria energia, que se concentraria na partícula. A descrição através do estado quântico seria incompleta, só se completando com a introdução dos parâmetros ocultos.

4) *Interpretação da Complementaridade*. Considera que o estado $|\psi\rangle$ é meramente uma instrumento matemático para realizar cálculos e obter previsões (concordando assim com a interpretação instrumentalista). Heisenberg exprimiu isso de maneira radical ao escrever que a mudança descontínua da função de probabilidade é "uma mudança descontínua em nosso conhecimento",[41] o que constitui uma visão *epistêmica* do estado quântico. A interpretação dos coletivos estatísticos (item 2 acima) também compartilha desta visão; a diferença, porém, está em que a interpretação da complementaridade considera que o estado quântico seja a descrição mais "completa" de um objeto quântico individual. Em comum com a visão 1, não postula nada além do formalismo.

5) *Interpretação Instrumentalista*. Em comum com a interpretação dos coletivos estatísticos (visão 2), a concepção instrumentalista defende que o estado quântico se refere a um coletivo de sistemas preparados de maneira macroscopicamente idêntica, e não a um quantum individual. Isso justifica o desenvolvimento de formalismos sofisticados, como o das álgebras C*, que descreve o estado quântico sempre de maneira estatística. Apesar de a Teoria Quântica não se aplicar para objetos quânticos individuais, supõe-se que não haja maneira de "completar" a descrição fornecida pelo formalismo.

As interpretações 1, 2 e 3 são visões claramente *realistas*, pois consideram que as entidades dadas pela Teoria Quântica (como o estado quântico) correspondem a algo real na natureza, independentemente de serem observadas ou não. A visão 4 e 5 são *antirrealistas*, pois consideram que a teoria só consegue descrever aquilo que é observável (poderia existir uma realidade independente do sujeito, mas ela não seria descritível pela Teoria Quântica). Como não podemos medir o estado de um objeto quântico individual (se não soubermos como foi preparado, nunca saberemos seu estado quântico, a não ser que soubermos que há um grande número de objetos no mesmo estado puro), então tal estado não corresponderia a algo real.

---

[39] Formulada inicialmente por Slater (1929) e defendida por gente ilustre como Kemble, Margenau, Blokhintsev, Popper e Landé, esta visão tem sido adotada em vários livros didáticos de Mecânica Quântica, especialmente após o artigo de BALLENTINE, L.E. (1970), "The statistical interpretation of quantum mechanics*", Reviews of Modern Physics 42*, 358-81.

[40] PUSEY, M.F.; BARRETT, J. & RUDOLPH, T. (2012), "On the reality of the quantum state", *Nature Physics 8*, 475-8.

[41] HEISENBERG, W. (1981), *Física e filosofia,* Editora da UnB, Brasília, p. 25 (22º parágrafo do cap. III). Original: *Physics and philosophy*, Allen & Unwin, Londres, 1958.

É possível diferenciar a posição das cinco interpretações principais mencionadas, considerando suas respostas a três questões: (i) O estado quântico corresponde a uma *realidade* ou deve ser interpretado de maneira *epistêmica*? (ii) O estado quântico fornece uma descrição *completa* ou *incompleta*? (iii) O estado quântico refere-se a um quantum individual ou apenas a um coletivo de quanta? A Tabela V.1 resume tais respostas.

Interpretação	$\|\psi\rangle$ é real ou deve ser interpretado de modo epistêmico?	$\|\psi\rangle$ fornece uma descrição completa ou incompleta?	$\|\psi\rangle$ refere-se a um quantum individual ou a um coletivo?
1. Ondulatória	Real	Completa	Indivíduo
2. Coletivos Estatísticos	Epistêmico	Incompleta	Coletivo
3. Dualista Realista	Real	Incompleta	Coletivo
4. Complementaridade	Epistêmico	Completa	Indivíduo
5. Instrumentalista	Epistêmico	Completa	Coletivo

Tabela V.1. Cinco interpretações da natureza do estado quântico $|\psi\rangle$.
Já vimos que as três primeiras interpretações são realistas, e as últimas duas antirrealistas.