9.

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{se } x \leq 1 \\ 1, & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

Para tomar o limite lateral pela esquerda usamos a definição de f(x) para $x<1$:

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} 2x = 2$$

Para o limite lateral pela direita usamos a definição de f para $x>1$:

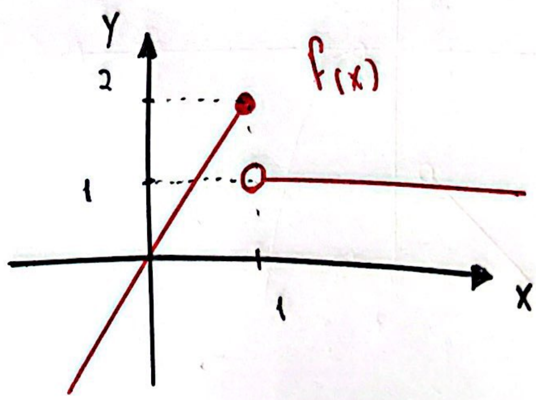
$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} 1 = 1$$

Como $\lim_{x\to 1^-} f(x) \neq \lim_{x\to 1^+} f(x) \Rightarrow \nexists \lim_{x\to 1} f(x) \Rightarrow$ f não pode ser contínua no ponto $x=1$

Outra forma de resolver seria notar que:

$f(1) = 2.1 = 2 \Rightarrow f(1) \neq \lim_{x\to 1^+} f(x) \Rightarrow$ f já não pode ser contínua em $x=1$

Também é interessante analisar visualmente o gráfico de f(x) para entender a descontinuidade



Scanned with CamScanner

10-

$$f(x) = \begin{cases} -ax - 1, & \text{se } x < 1; \\ 0, & \text{se } x = 1; \\ -x^2 + a^2(2-x)x, & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

Assim como no exercício 9 devemos tomar cuidado para usar a definição correta de $f(x)$ para calcular os limites laterais.

O que precisamos fazer é determinar (se possível) algum $a \in \mathbb{R}$ tal que $f(x)$ satisfaça $\lim_{x \to 1} f(x) = f(1)$.

Como $f(x)$ é definida por partes não podemos calcular o limite diretamente. Precisamos calcular os lims. laterais:

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^-} -ax - 1 = -a - 1$$

$$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} -x^2 + a^2(2-x)x = -1^2 + a^2(2-1).1 = a^2 - 1$$

Então precisamos que $\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^+} f(x) = f(1) = 0$, pois assim $\exists \lim_{x \to 1} f(x)$ e $\lim_{x \to 1} f(x) = f(1) = 0$

Logo: $\begin{cases} -a - 1 = 0 \\ a^2 - 1 = 0 \end{cases}$ $\Rightarrow$ $a = -1$, que se substituirmos na 2ª equação percebemos que ela também é satisfeita

Resposta: $a = -1$

11. a) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x-2}, & x \neq 2 \\ L, & x = 2 \end{cases}$ e $p = 2$

b) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-x}{x}, & \text{se } x \neq 0 \\ L, & \text{se } x = 0 \end{cases}$ e $p = 0$

a) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2-4}{x-2} = \lim\limits_{x \to 2} \dfrac{(x+2)\cancel{(x-2)}}{\cancel{x-2}} = 4$

Para ser contínua: $f(2) = L = \lim\limits_{x \to 2} f(x) = \lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2-4}{x-2} = 4$

$\therefore L = 4$

b)

Para $x \neq 0$: $f(x) = \dfrac{x^2-x}{x} = x - 1$

$\lim\limits_{x \to 0} f(x) = \lim\limits_{x \to 0} x - 1 = -1$

Precisamos $f(0) = L = \lim\limits_{x \to 0} f(x) = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x^2-x}{x} = -1$

$\therefore L = -1$

12.

(a) 3;

(b) 2;

(c) -2;

(d) $\nexists$, pois os limites laterais são diferentes entre si;

(e) 1;

(f) -1;

(g) -1;

(h) -1;

(i) -3.

13.

(a) 0;

(b) $+\infty$;

(c) $-\infty$;

(d) $-\infty$;

(e) $x = -5, \;\; x = 0, \;\; x = 4$.