PEF3200 – Introdução à Mecânica das Estruturas

Aula 4 - 20/04/2022

Diagramas de esforços solicitantes de estruturas planas.

Prof. Martin Paul Schwark

Prof. Osvaldo Shigueru Nakao

Prof. Valério S. Almeida

O que vimos nas aulas 1 a 3:

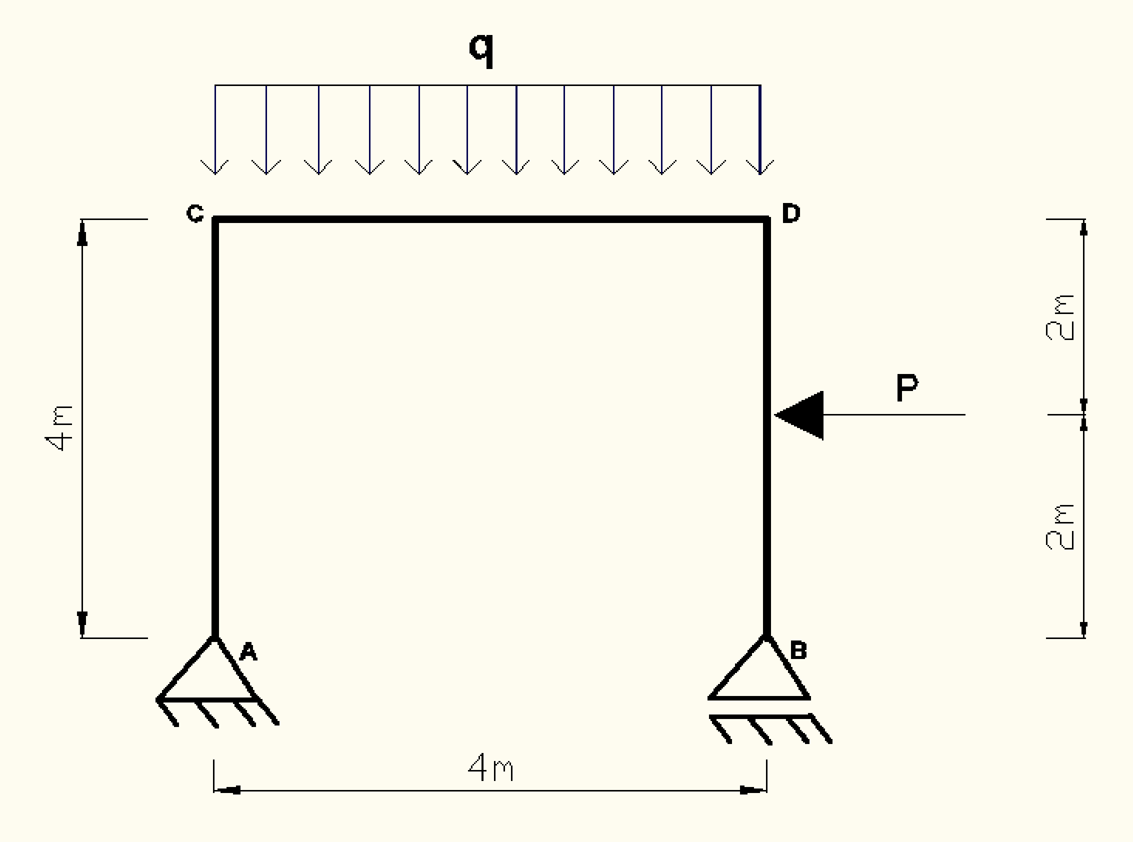
- Como é a disciplina, o que vamos ver, materiais de apoio, programação
- Mecânica dos sólidos deformáveis, o que são estruturas, estão em tudo
- Modelos físicos e matemáticos, classificações das estruturas, ações que atuam sobre elas e alguns tópicos da mecânica
- Deformadas, movimentos em sistemas materiais, vínculos, estaticidade, estruturas hipostáticas, isostáticas e hiperestáticas, grau de hiperestaticidade, as simplificações adotadas nesta disciplina
- Cálculo de reações de apoio
- Tensões, esforços solicitantes, o Teorema Fundamental da Resistência dos Materiais
- Diagramas de esforços solicitantes

O que vamos ver nesta aula:

- Mais exemplos de análise estrutural básica: da primeira avaliação até o desenho de diagramas de esforços solicitantes

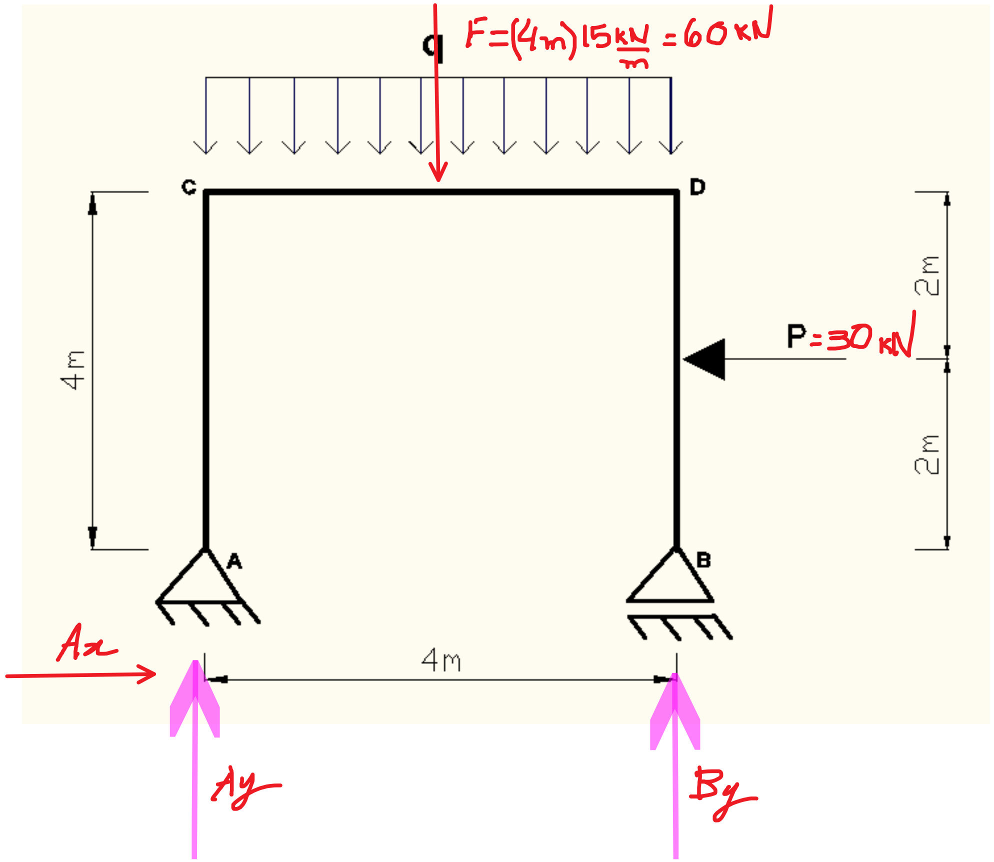
Exemplo 13

- Determine os diagramas de momento fletor, esforço cortante e normal, explicitando os pontos relevantes de cada diagrama.
- Dados: q = 15 kN/m; P = 30 kN



Exemplo 13

- Cálculo das reações:



$\Sigma F_x = 0 : \quad A_x = 30 \text{ kN} \ (\rightarrow)$

$\Sigma F_y = 0 : \quad A_y + B_y = 60$

$\Sigma M_A = 0 : \quad 4B_y + 30 \cdot 2 = 60 \cdot 2$

$B_y = 15 \text{ kN} \ (\uparrow)$

$A_y = 45 \text{ kN} \ (\uparrow)$

Exemplo 13

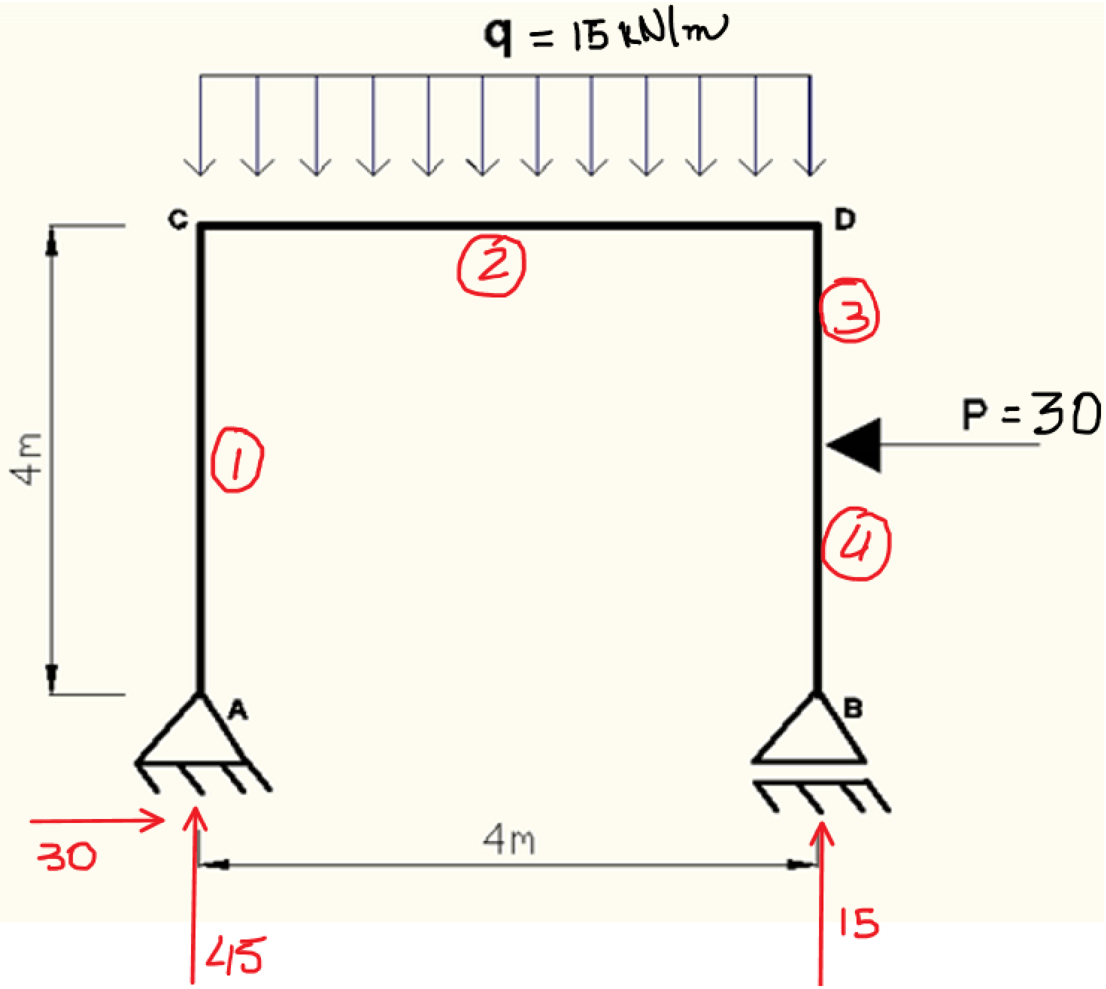
- Dividir em trechos, isolando-os com cortes e equilibrando-os um a um

Trecho 1 (AC)

Trecho 2 (CD)

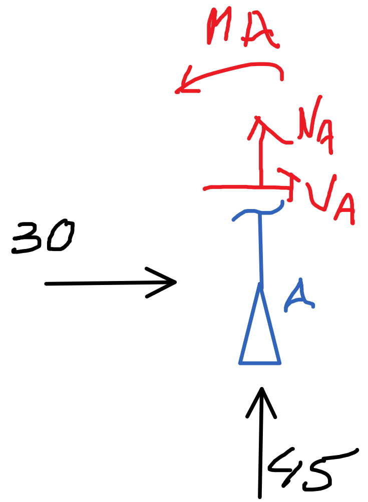
Trecho 3 (DP_-)

Trecho 4 (P_+B)



Exemplo 13

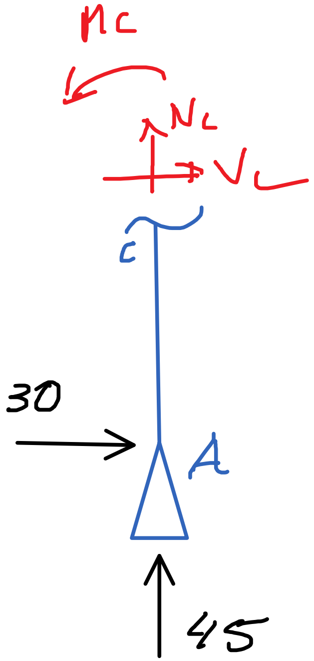
Trecho 1 (AC)



$N_A = -45$

$V_A = -30$

$M_A = 0$

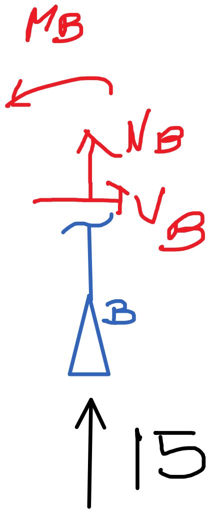


$N_C = -45$

$V_C = -30$

$M_C = -30 \cdot 4 = -120$

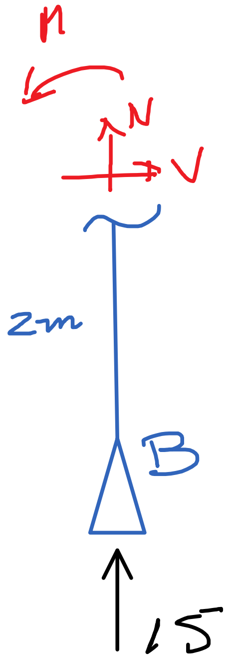
Trecho 4



$N_B = -15$

$V_B = 0$

$M_B = 0$



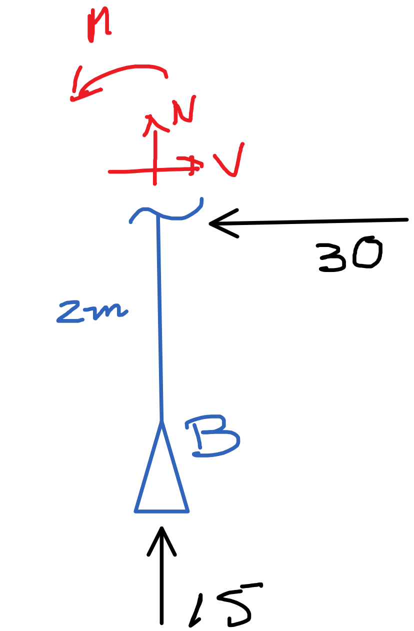
$N = -15$

$V = 0$

$M = 0$

Exemplo 13

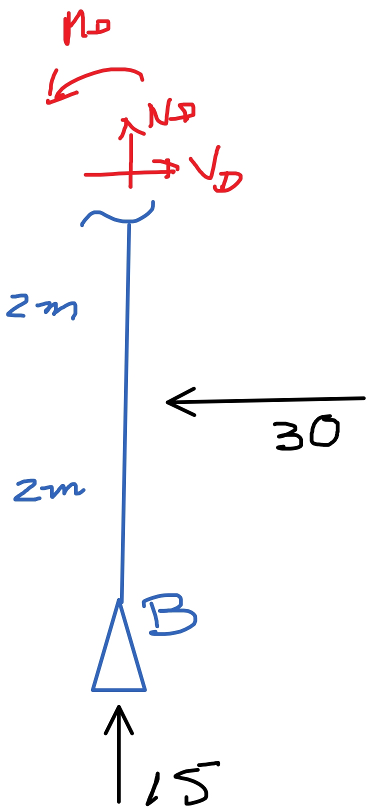
Trecho 3



$N = -15$

$V = 30$

$M = 0$



$N_D = -15$

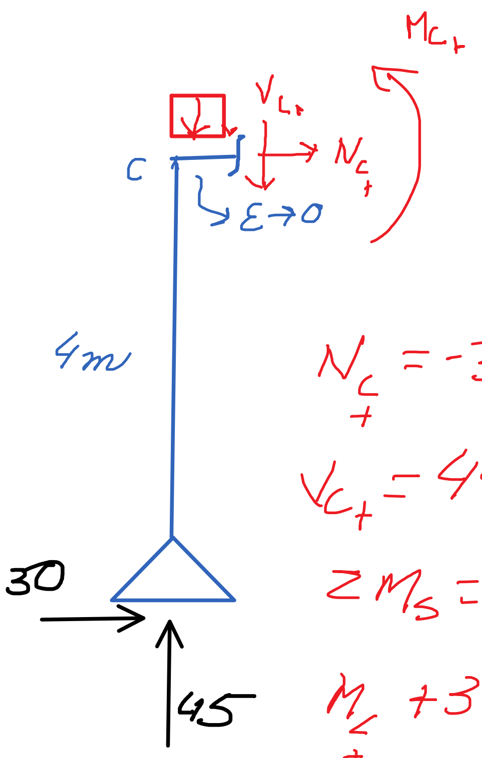
$V_D = 30$

$\Sigma M_S = 0: M_D - 30 \cdot 2 = 0$

$M_D = 60\ kNm$

Exemplo 13

Trecho 2 (CD)



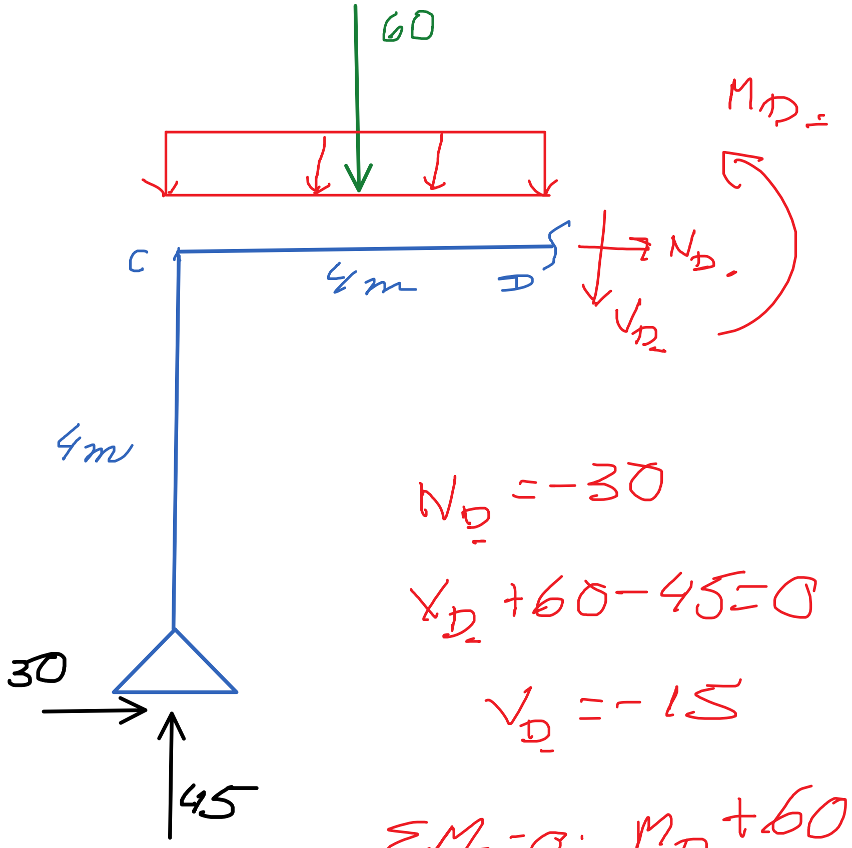
$N_{C+} = -30$

$V_{C+} = 45$

$\Sigma M_S = 0$

$M_{C+} + 30 \cdot 4 = 0$

$M_{C+} = -120$



$N_D = -30$

$V_D + 60 - 45 = 0$

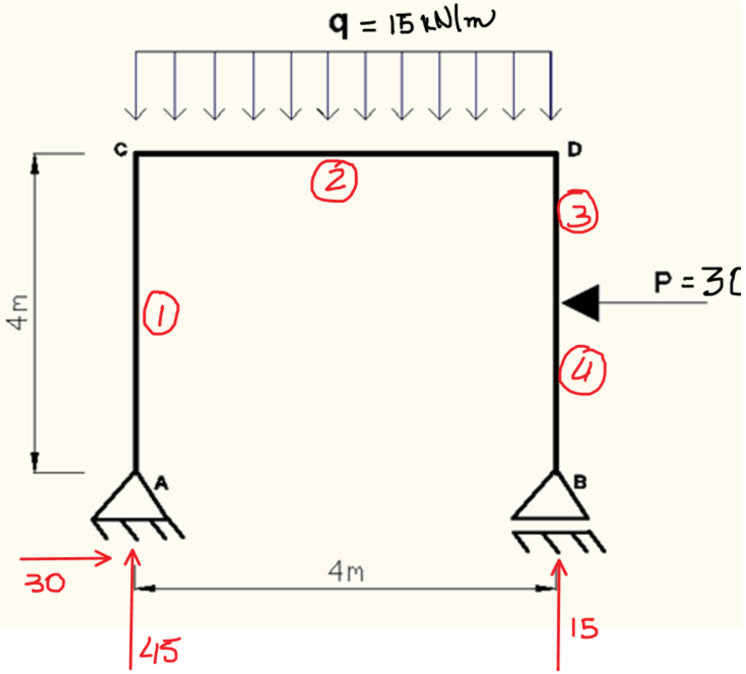
$V_D = -15$

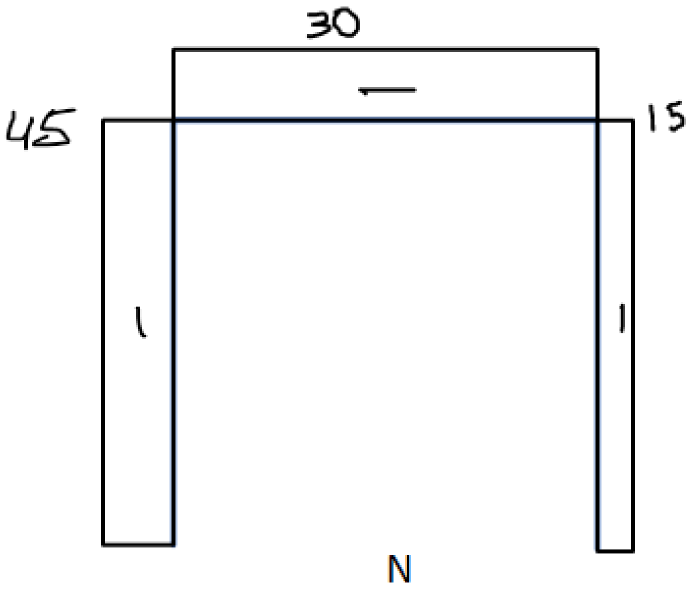
$\Sigma M_S = 0: \; M_D + 60 \cdot \frac{4}{2} + 30 \cdot 4 - 45 \cdot 4 = 0$

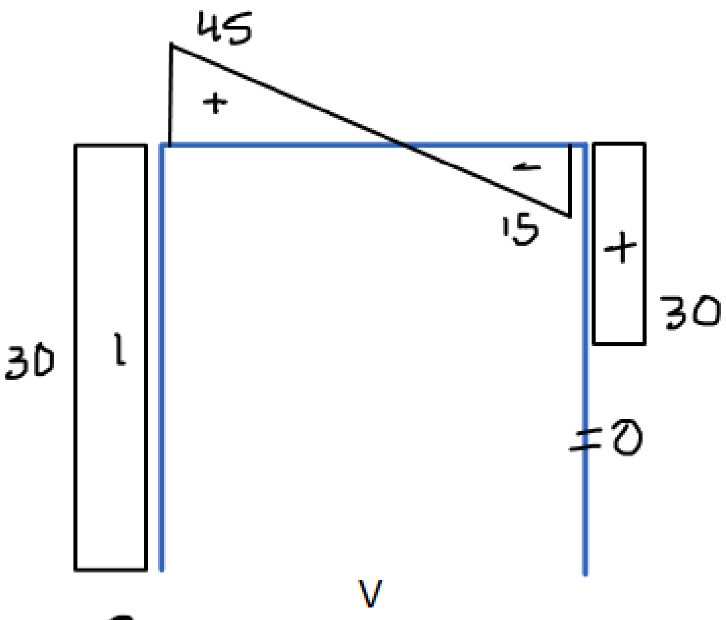
$M_D = -60$

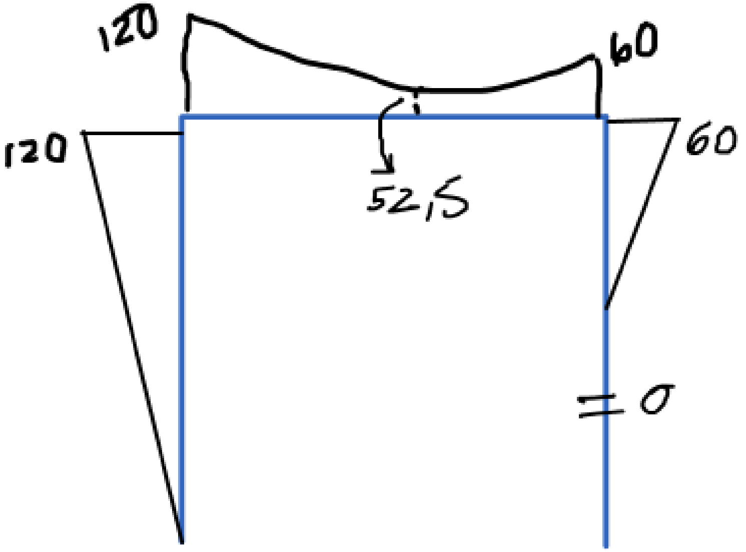
Exemplo 13

- Diagramas

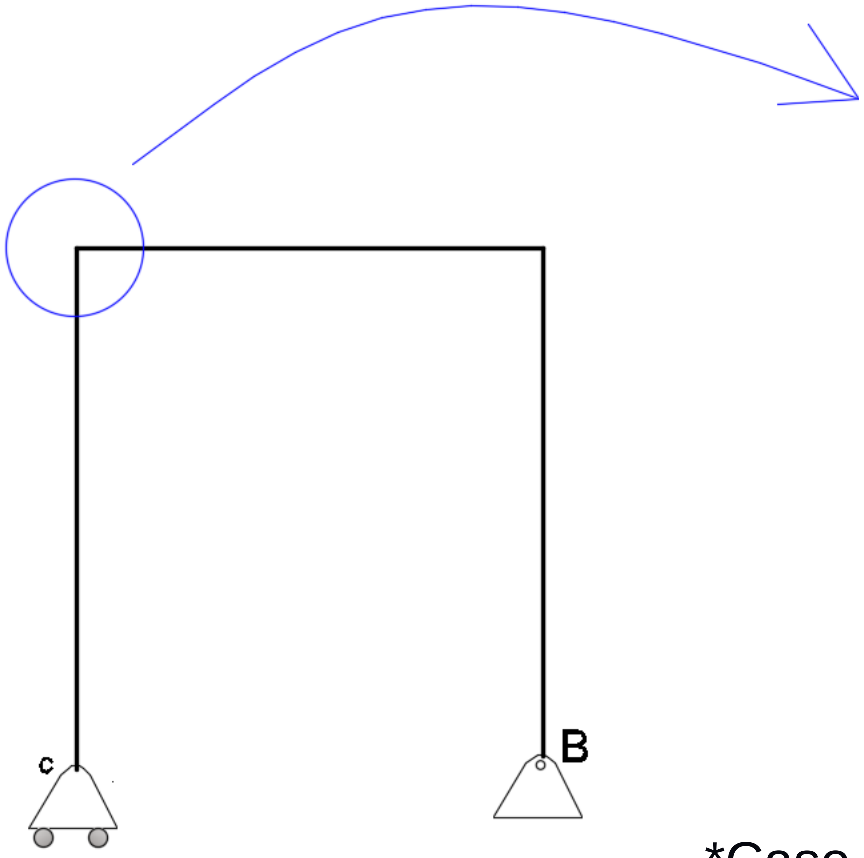


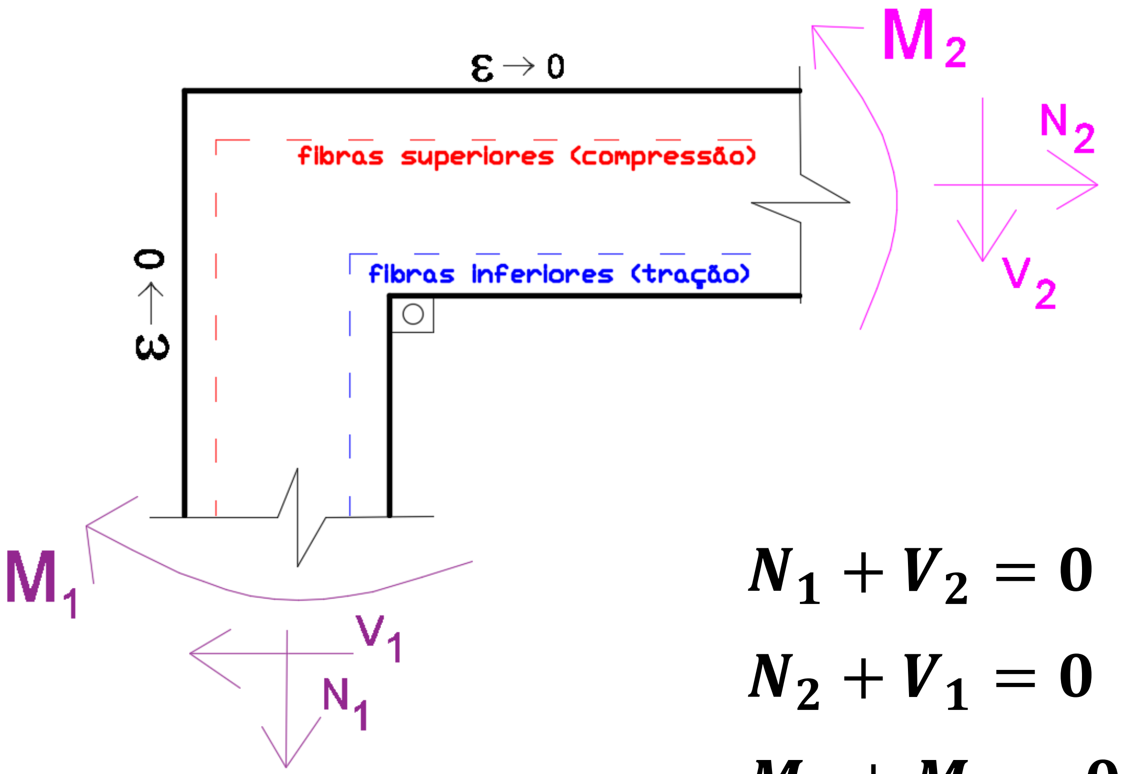






Equilíbrio em região de encontro de barras

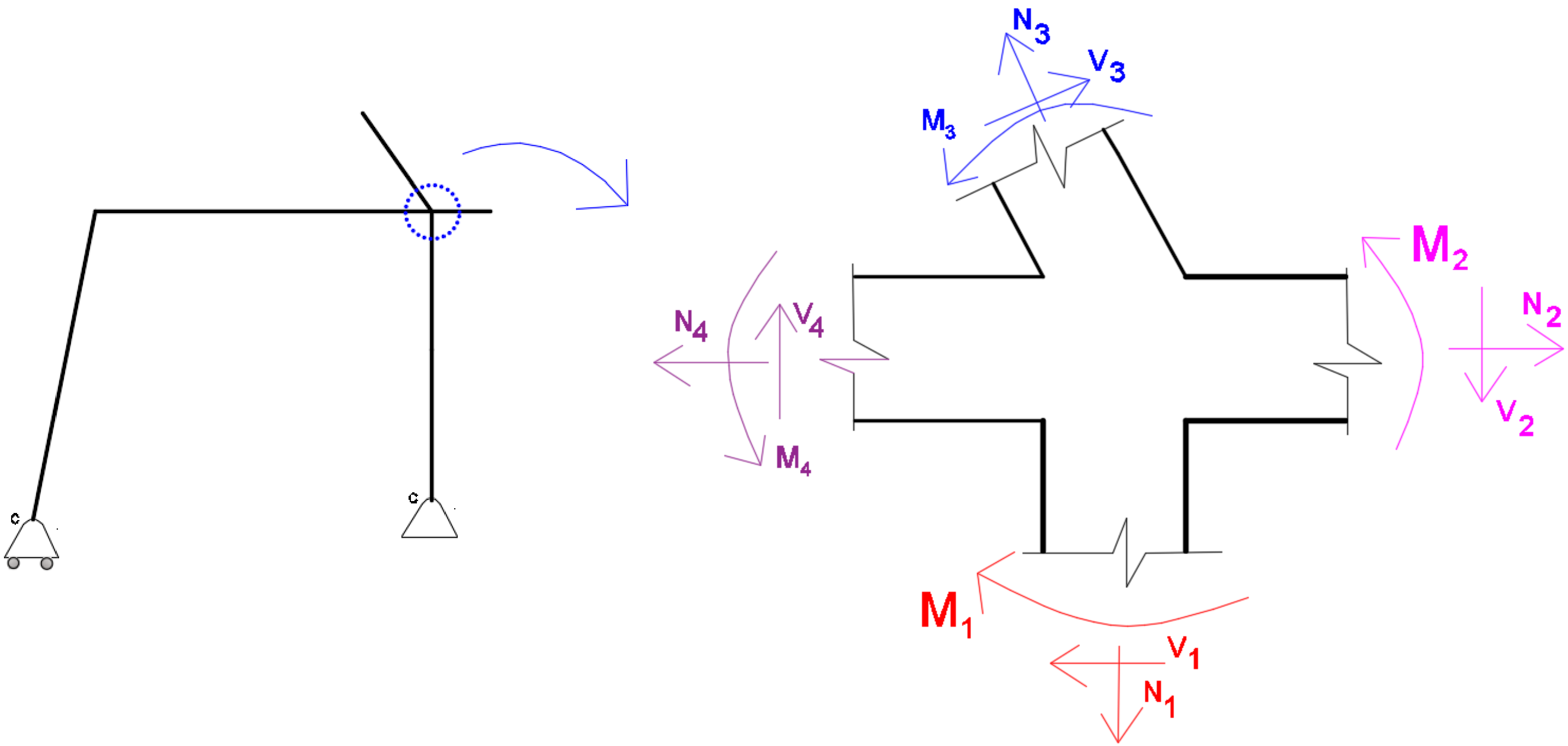




$$\left.\begin{aligned} N_1 + V_2 &= 0 \\ N_2 + V_1 &= 0 \\ M_2 + M_1 &= 0 \end{aligned}\right\} (*)$$

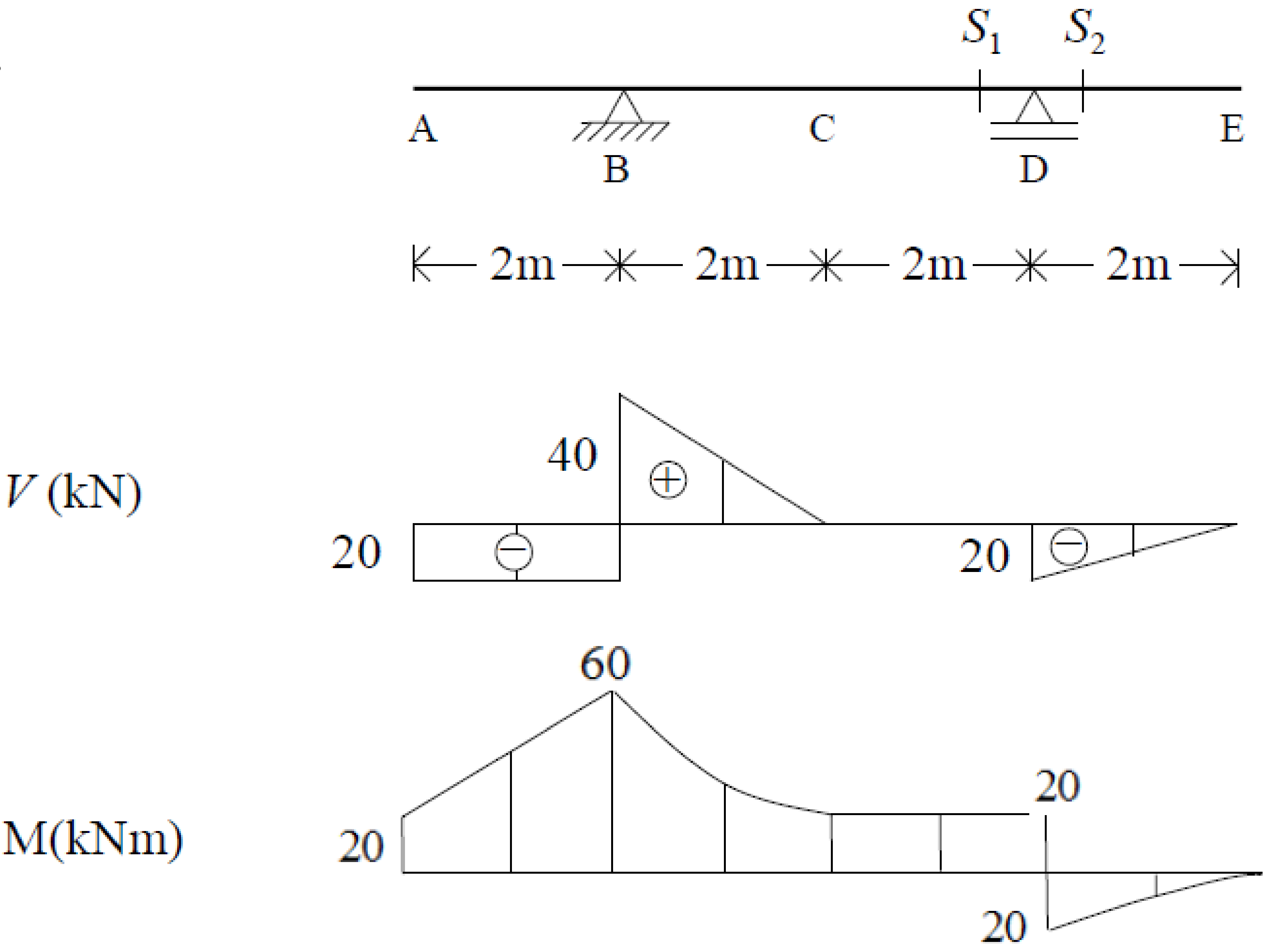
*Caso não haja força ou momento concentrado nesse vértice

Equilíbrio em região de encontro de barras



Exemplo 14

- A partir dos diagramas de esforços solicitantes, determinar os esforços externos que atuam na viga



$$\frac{dN(x)}{dx} = -p_x(\mathrm{x}) \qquad \frac{dV(x)}{dx} = \text{-p(x)} \qquad \frac{d^2M(x)}{dx^2} = \text{-p(x)} \qquad \frac{dM(x)}{dx} = V(x)$$

a) Caso p(x) = 0

Sem carga distribuída no trecho $x_1 < x < x_2$

$V(x) = C_1 = cte \rightarrow$ Função (diagrama) de esforço cortante constante

$M(x) = C_1 \cdot x + C_2 \rightarrow$ Função (diagrama) de momento fletor linear

b) Caso p(x) = p = cte

Carga distribuída uniforme no trecho $x_1 < x < x_2$

$V(x) = -\mathrm{p}x + C_1 \rightarrow$ Função (diagrama) de esforço cortante linear

$M(x) = -\mathrm{p}\dfrac{x^2}{2} + C_1 \cdot x + C_2 \rightarrow$ Função (diagrama) de momento fletor é parábola

c) Generalização para ∀ p(x) é imediata

d) Caso $p_x(x)=0$

Sem carga distribuída no trecho $x_1 < x < x_2$

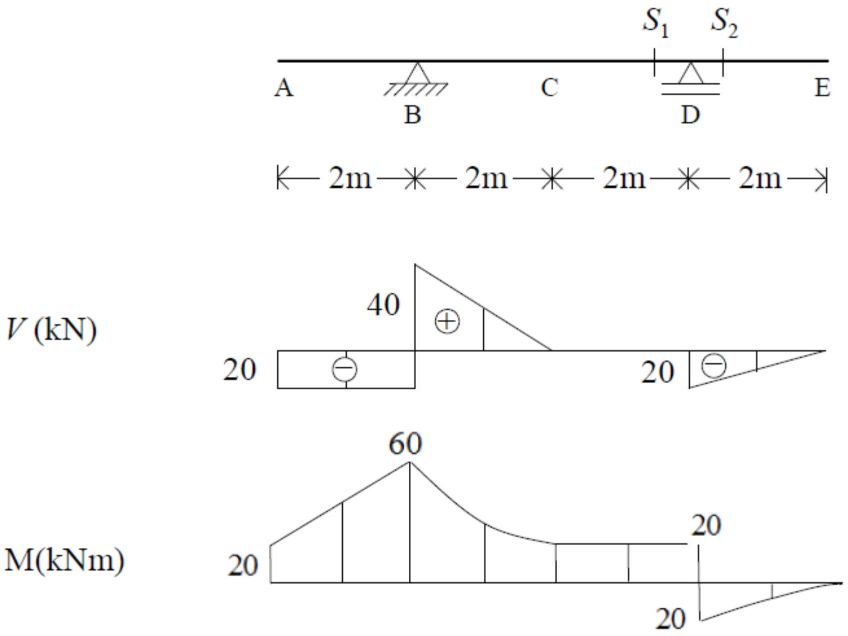
N(x) = constante

e) Caso $p_x(x)=cte$

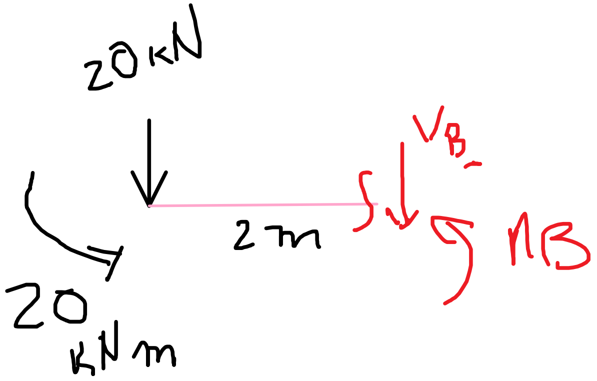
Carga distribuída uniforme no trecho $x_1 < x < x_2$

N(x) = linear (reta)

Exemplo 14



Não há carga horizontal, sem diagramas de N



$V_B = -20$

$M_B + 20 \cdot 2 + 20 = 0$

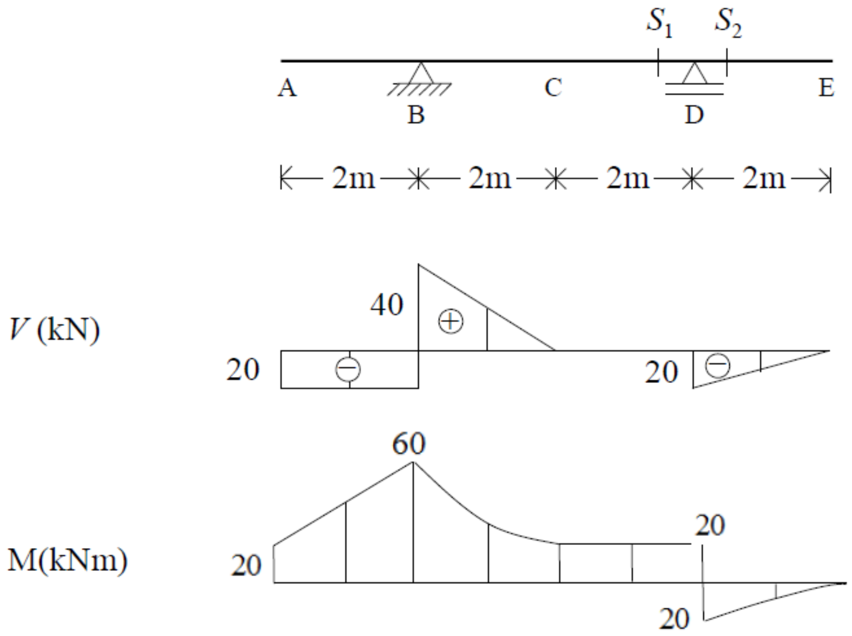
$M_B = -60$

Trecho AB:

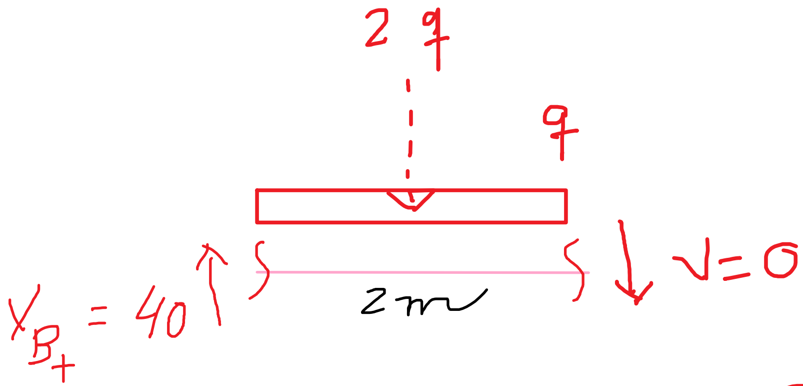
V: cte e M: linear: força concentrada. Em A, V = -20 kN, portanto $F_{vertical}$ em A para baixo de 20 kN

Em A, M = 20 kNm, tração em cima, M_A = 20 kNm

Exemplo 14

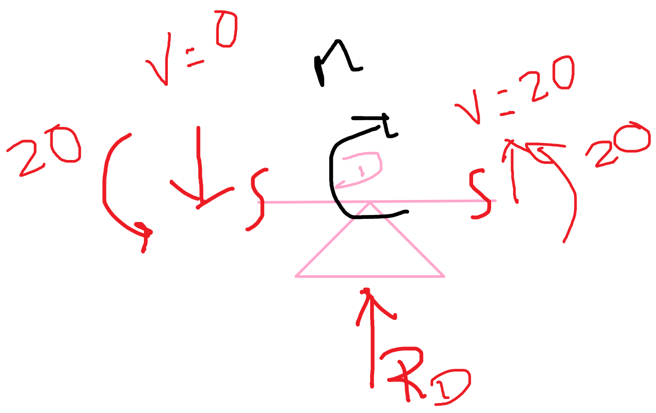


Obter a carga q em BC



$\Sigma F_y = 0. \quad 2q = 40 \Rightarrow q = 20 \text{ kN/m}$

Equilíbrio junto a D

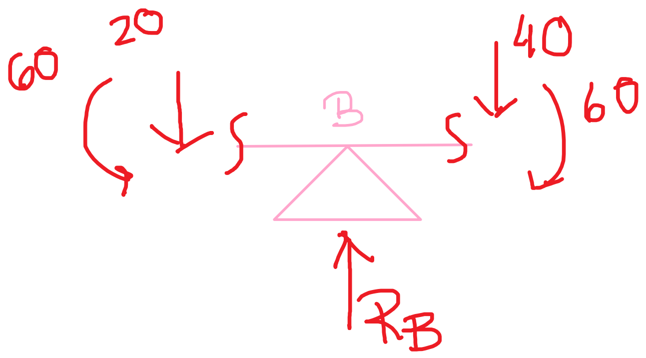


$R_D = -20$

$M - 20 - 20 = 0$

$M = 40 \text{ kNm}$

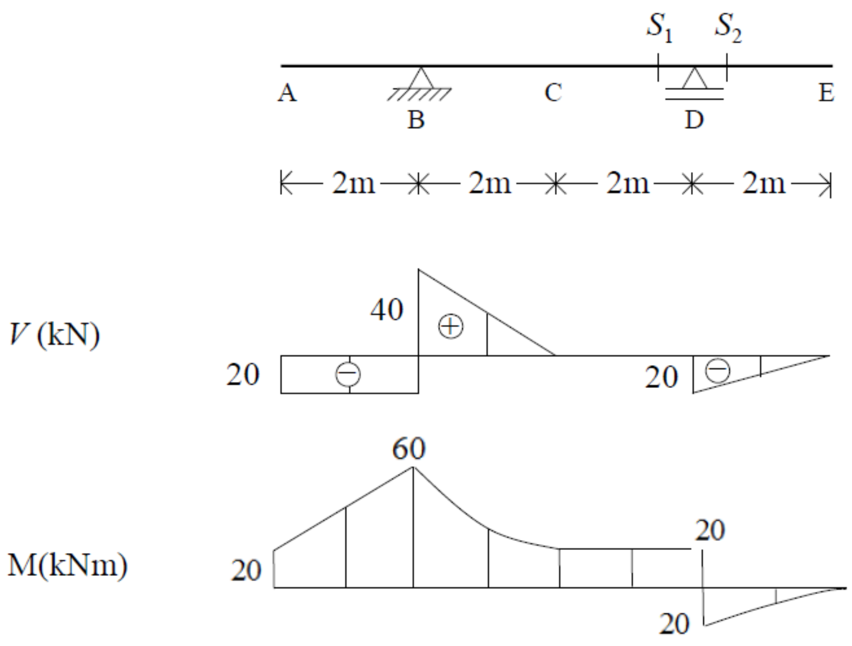
Equilíbrio junto a B

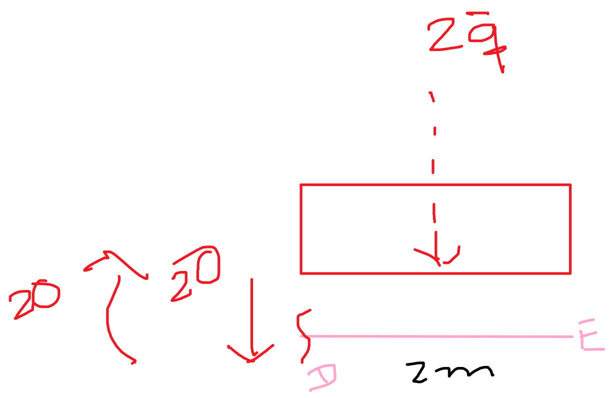


$R_B = 60 \text{ kN}$

Trecho DE: obter q

Exemplo 14

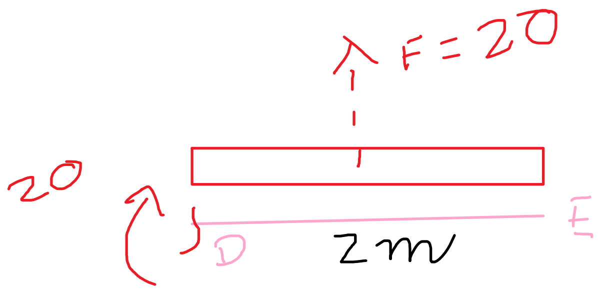




$\Sigma F_y = 0$

$20 + 2\bar{q} = 0$

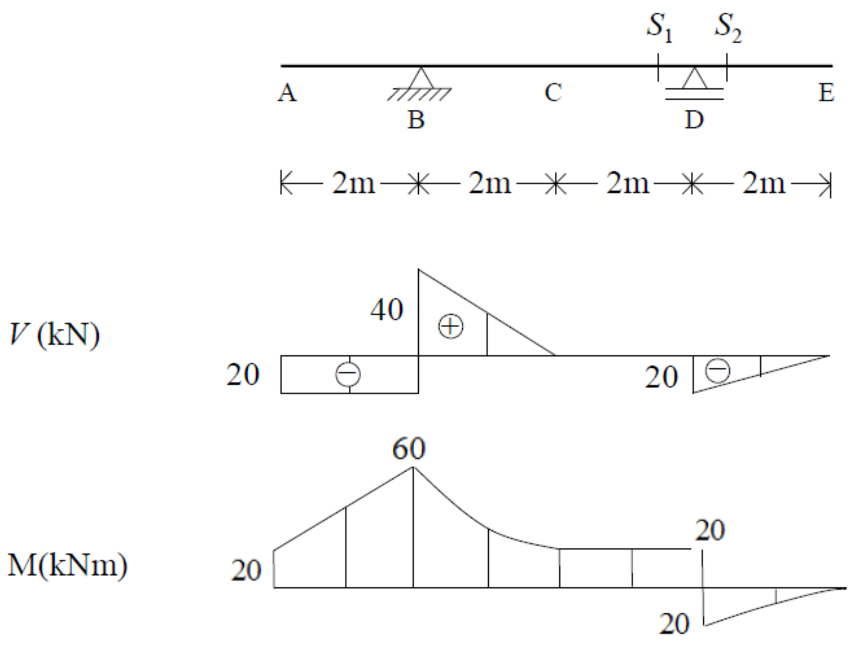
$\bar{q} = -10\ kN/m$

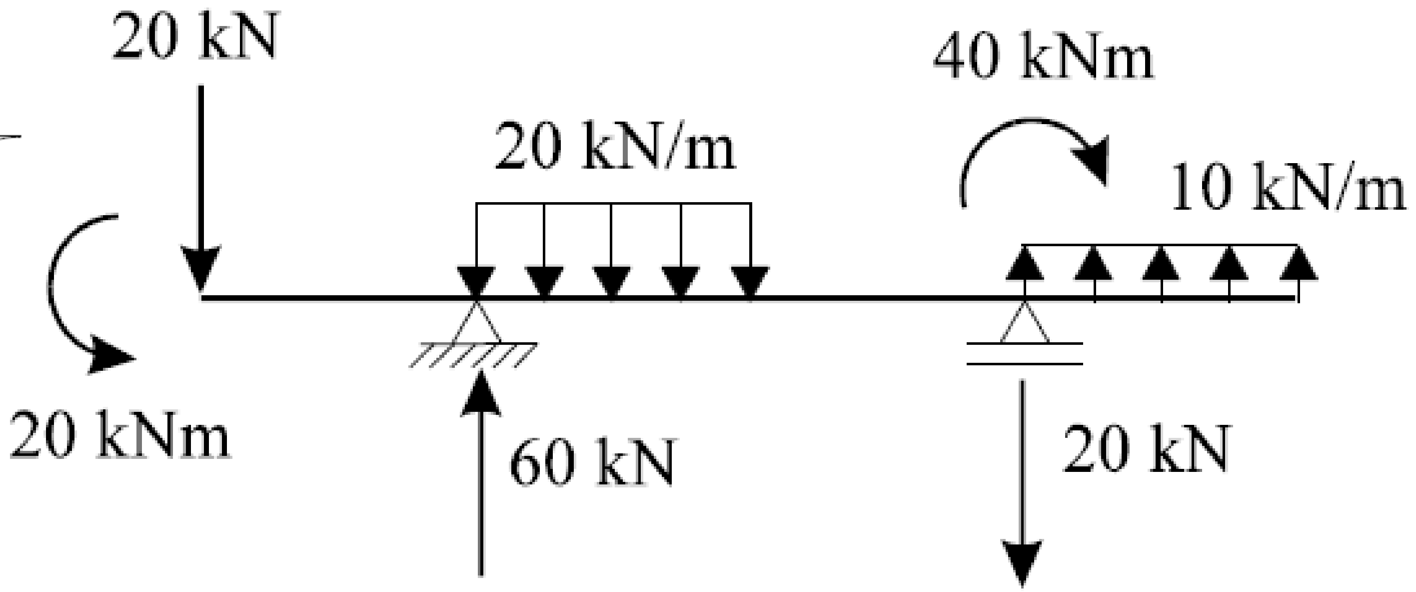


$\Sigma M_S = 0$

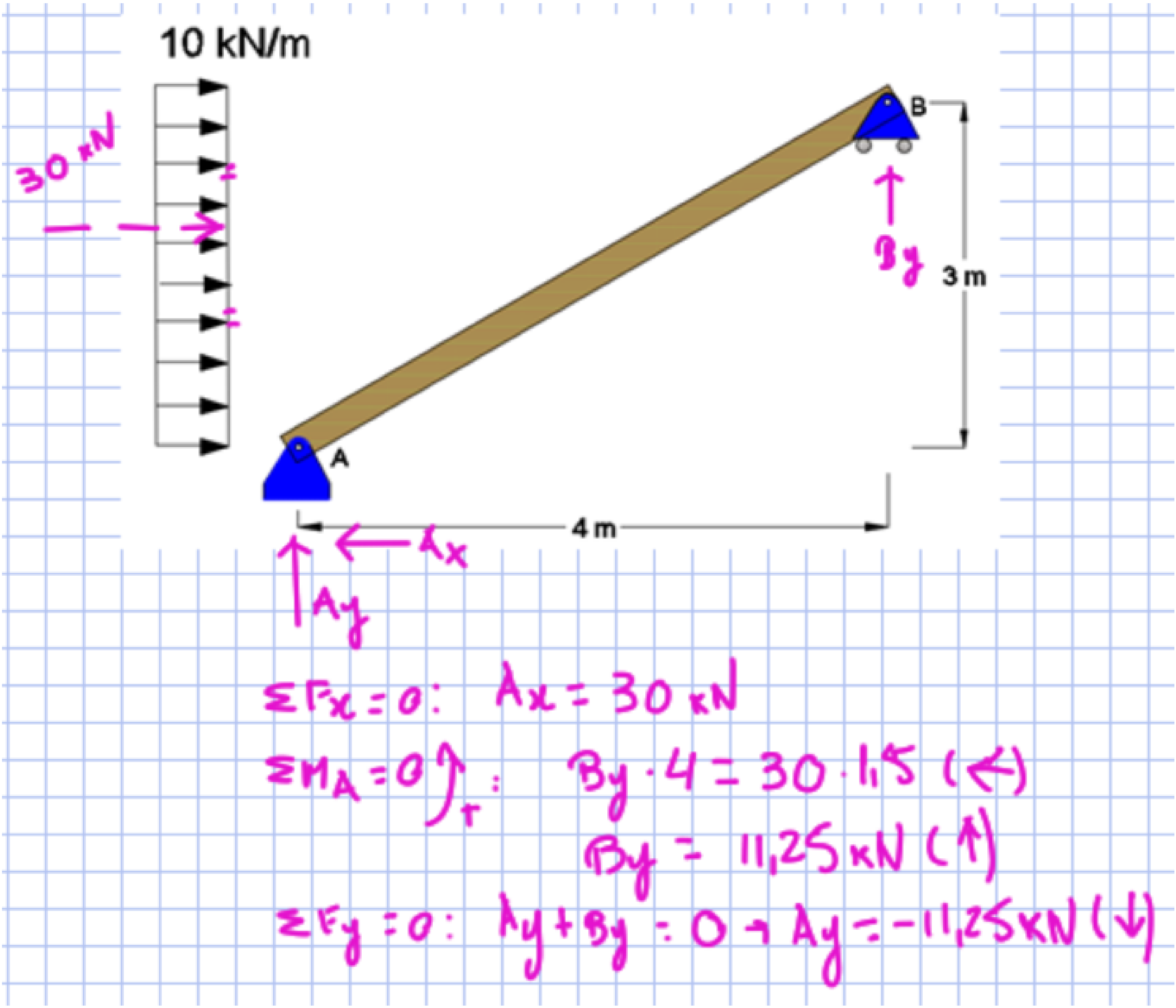
$20 = 20$ (OK!)

Exemplo 14


S1
S2
A
B
C
D
E
2m
2m
2m
2m
V (kN)
40
20
20
M(kNm)
60
20
20
20


20 kN
40 kNm
20 kN/m
10 kN/m
20 kNm
60 kN
20 kN

Vigas inclinadas



Vigas inclinadas

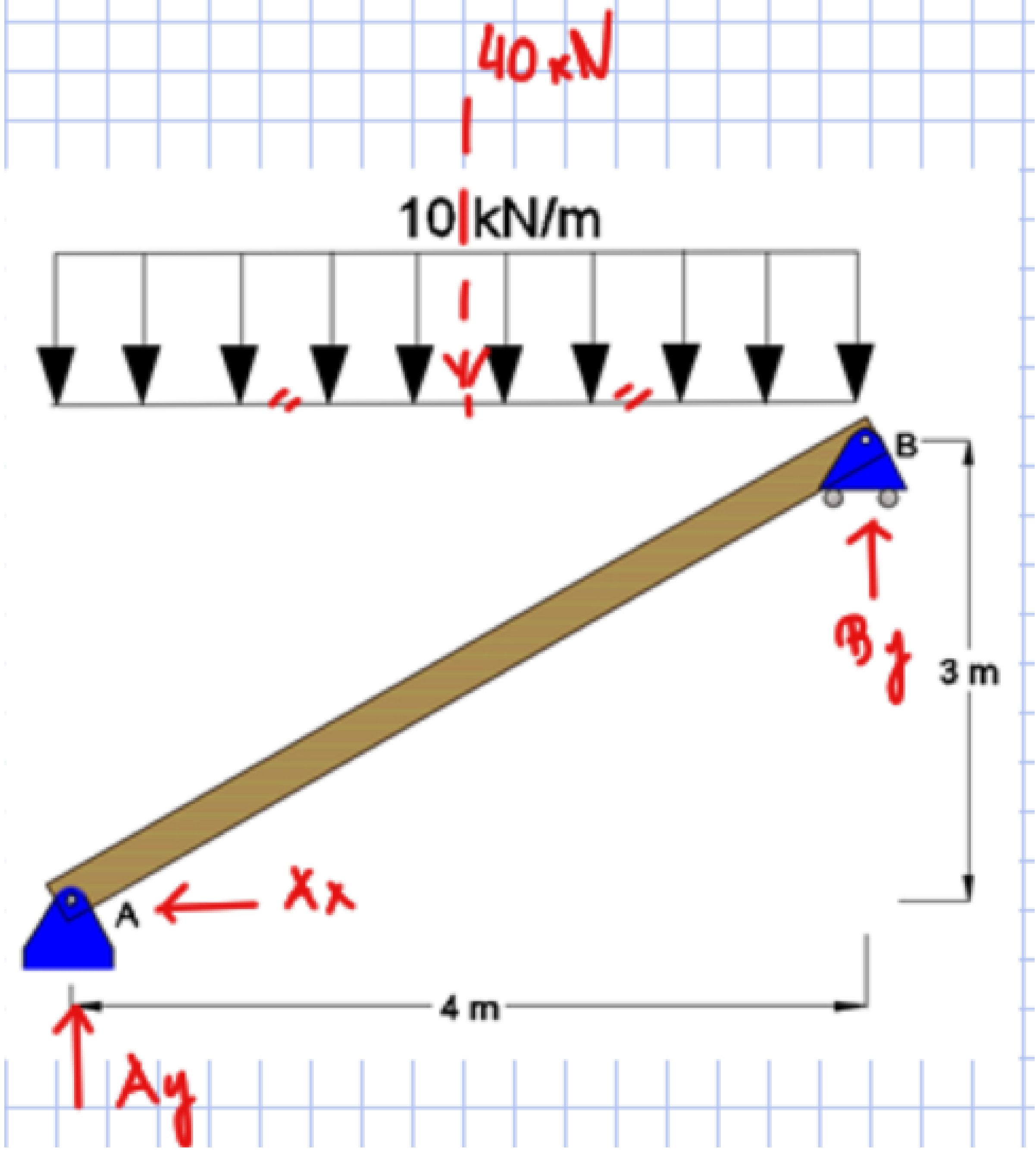
$\Sigma F_y = 0: \quad A_y + B_y = 40$

$\Sigma M_A = 0: \quad 4 B_y = 40 \cdot 2$

$B_y = 20\,kN$

$A_y = 20\,kN$

$\Sigma F_x = 0: \quad A_x = 0$

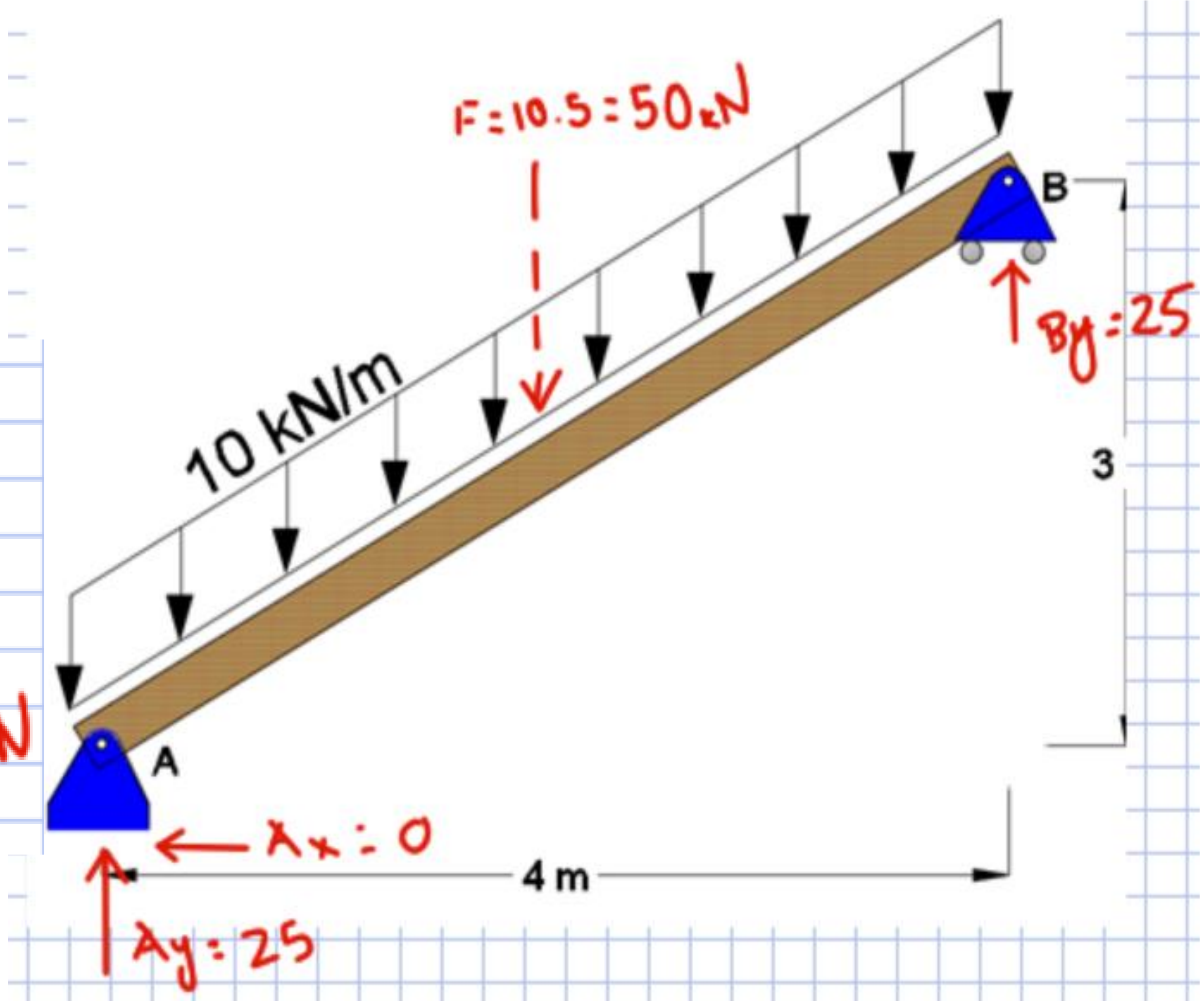


Vigas inclinadas

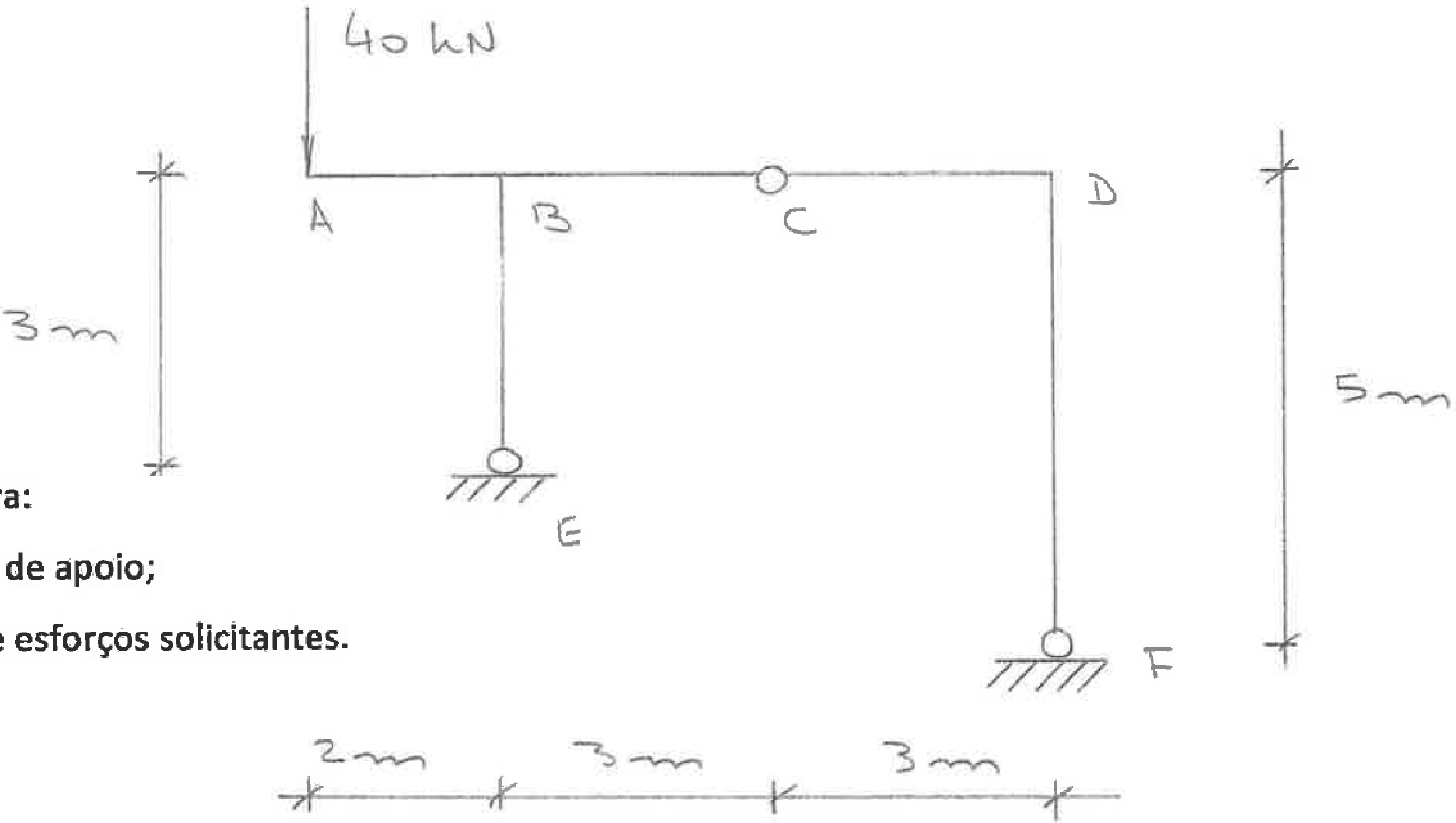
$\Sigma F_x = 0: \; A_x = 0$

$\Sigma M_A = 0 \; (+\circlearrowleft): \; 4B_y = 50 \cdot 2 \rightarrow B_y = 25\,kN$

$\Sigma F_y = 0: \; A_y + B_y = 50 \rightarrow A_y = 25\,kN$



Exemplo 15 – Q3 P2 2014



Para a estrutura da figura:

- Determinar as reações de apoio;

- Traçar os diagramas de esforços solicitantes.

Exemplo 15

$\Sigma X = 0 \quad X_E + X_F = 0$

$\Sigma Y = 0 \quad Y_E + Y_F = 40$

$\Sigma M_E = 0 \quad 40.2 + X_F \cdot 2 + Y_F \cdot 6 = 0$

Momento fletor em $C = 0 \quad X_F \cdot 5 + Y_F \cdot 3 = 0$

$$X_F = -\frac{3}{5} Y_F$$

$$40.2 - \frac{3}{5} Y_F \cdot 2 + 6 Y_F = 0$$

$$Y_F = -\frac{50}{3} = -16{,}7 \text{ kN}$$

Exemplo 15

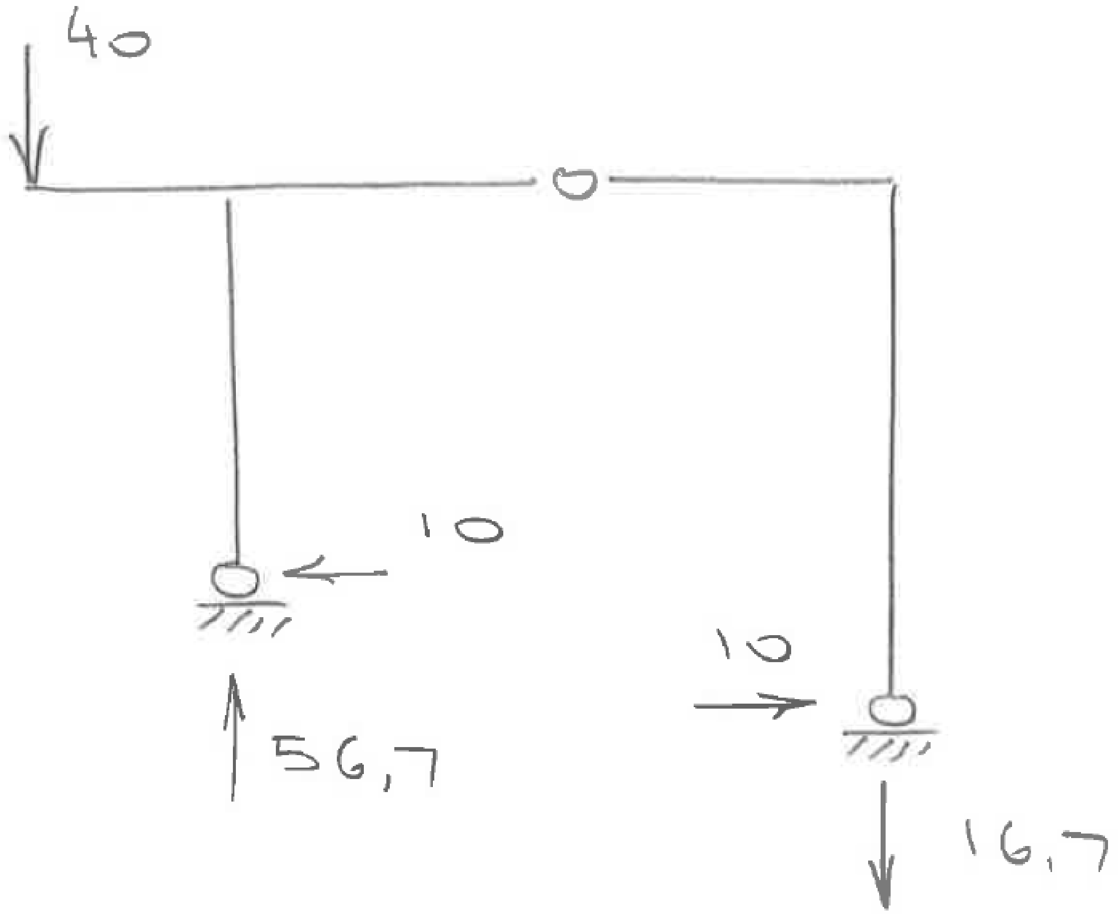
$$X_F = -\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{50}{3}\right) = 10 \text{ kN}$$

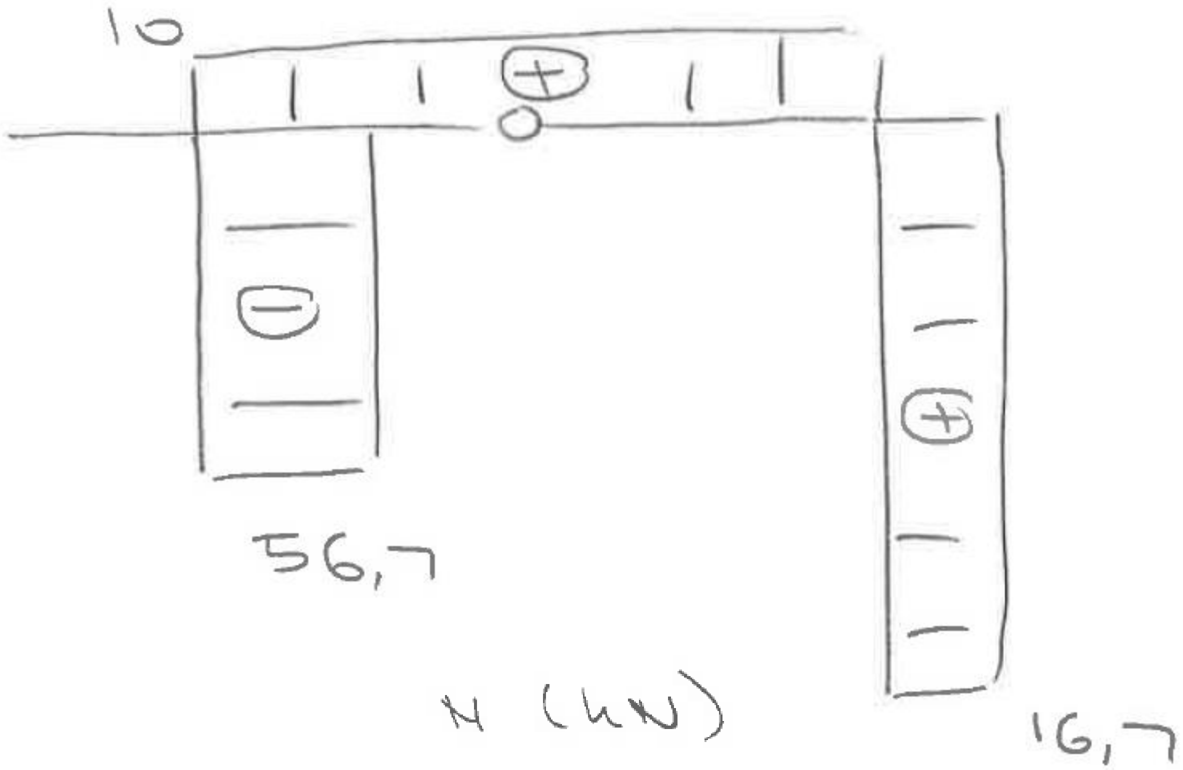
$$X_E = -10 \text{ kN}$$

$$Y_E = 40 - Y_F = 40 + \frac{50}{3} = \frac{170}{3} =$$

$$= 56{,}7 \text{ kN}$$

Exemplo 15





Exemplo 15