



EESC • USP

*Escola de Engenharia de São Carlos
Universidade de São Paulo*



SEP0506 – Sistemas de Apoio à Decisão

TOPSIS

Prof. Luiz C. R. Carpinetti



Except where otherwise noted, this work is licensed under
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/>

TOPSIS -Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution

- Proposta por HWANG, C. L.; YOON, K. (1981). **Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications.** Springer

TOPSIS

- Técnica multicritério para priorização de múltiplas alternativas:
 - Critérios com diferentes pesos;
 - Dados expressos de forma numérica;
 - Avaliação das alternativas separadamente, sem comparação par-a-par;
 - Modelo aditivo: compensação de desempenho entre critérios.

TOPSIS - Dados de entrada

Relativos a:

- Pesos dos critérios de avaliação :
 - Exemplo: pontualidade, flexibilidade, comprometimento com qualidade, saúde financeira etc.
- Avaliação das alternativas em cada um dos critérios.

TOPSIS – Princípio básico

- Escolher a alternativa que é a mais próxima da solução positiva ideal (SI+) e mais distante da solução negativa ideal (SI-)
- SI+: vetor composto pelas melhores notas, entre todas as alternativas, em cada critério;
- SI-: vetor composto pelas piores notas, entre todas as alternativas, em cada critério;

TOPSIS - Exemplo

Gestão de fornecedores:

- Objetivo: identificar os melhores fornecedores de 1 item considerando os seguintes critérios:
 - C_1 : Capacitação em gestão da qualidade;
 - C_2 : Custo unitário;
 - C_3 : agilidade de entrega;
 - C_4 : saúde financeira.

TOPSIS - Exemplo

Avaliação das alternativas (fornecedores) por 2 decisores:

- D1: Compras, para os critérios:
 - C_2 : Custo unitário;
 - C_4 : saúde financeira.
- D2: Engenharia, para os critérios:
 - C_1 : Capacitação em gestão da qualidade;
 - C_3 : agilidade de entrega;

TOPSIS - Exemplo

Avaliação dos pesos dos critérios por consenso entre os decisores:

- C_1 : Capacitação em gestão da qualidade - 25%
- C_2 : Custo unitário – 30%
- C_3 : agilidade de entrega – 20%
- C_4 : saúde financeira – 25%

TOPSIS - Exemplo

Escalas para avaliação das alternativas nos critérios:

- Escala ordinal para C_1 : Capacitação em gestão da qualidade, C_3 : agilidade de entrega e C_4 : saúde financeira;
- Custo em (R\$) para C_2 .

Termo	Nota	Termo	Nota
Excelente	10	De Regular pra insatisfatório	5
Muito bom	9	Insatisfatório	4
Bom	8	Bem insatisfatório	3
De regular a bom	7	Ruim	2
Regular	6	Péssimo	1

TOPSIS - Exemplo

Fornecedor	C_1	C_2 (R\$)	C_3	C_4
S_1	7	5,5	6	8
S_2	8	5,0	7	8
S_3	8	7,2	8	9
S_4	6	4,3	5	6
S_5	7	4,0	8	5
S_6	9	6,5	8	9
S_7	9	8,2	7	9
S_8	5	4,9	7	8
S_9	8	7,5	5	9

Algoritmo TOPSIS

1. Construir as Matrizes com as notas das alternativas e o peso dos critérios.

$$D = \begin{matrix} & C_1 & C_2 & \dots & C_j & \dots & C_m \\ A_1 & d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1j} & \dots & d_{1m} \\ A_2 & d_{21} & d_{22} & \dots & d_{2j} & \dots & d_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ A_i & d_{i1} & d_{i2} & \dots & d_{ij} & \dots & d_{im} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ A_n & d_{n1} & d_{n2} & \dots & d_{nj} & \dots & d_{nm} \end{matrix}$$

d_{ij} : avaliação alternativa A_i no critério C_j .

w_j : peso do critério C_j .

$$W = \left[w_1 \quad w_2 \quad \dots \quad w_j \quad \dots \quad w_m \right]$$

TOPSIS - Exemplo

1. Construir as Matrizes com as notas das alternativas e pesos dos critérios.

$$D = \begin{matrix} & C_1 & C_2 & C_3 & C_4 \\ S_1 & 7 & 5,5 & 6 & 8 \\ S_2 & 8 & 5,0 & 7 & 8 \\ S_3 & 8 & 7,2 & 8 & 9 \\ S_4 & 6 & 4,3 & 5 & 6 \\ S_5 & 7 & 4,0 & 8 & 5 \\ S_6 & 9 & 6,5 & 8 & 9 \\ S_7 & 9 & 8,2 & 7 & 9 \\ S_8 & 5 & 4,9 & 7 & 8 \\ S_9 & 8 & 7,5 & 5 & 9 \end{matrix}$$



Fornecedor	C_1	C_2 (R\$)	C_3	C_4
S_1	7	5,5	6	8
S_2	8	5,0	7	8
S_3	8	7,2	8	9
S_4	6	4,3	5	6
S_5	7	4,0	8	5
S_6	9	6,5	8	9
S_7	9	8,2	7	9
S_8	5	4,9	7	8
S_9	8	7,5	5	9

$$W = \begin{pmatrix} 0,25 & 0,3 & 0,2 & 0,25 \end{pmatrix}$$

Algoritmo TOPSIS

2. Normalizar as avaliações (d_{ij}) das alternativas em cada critério.

$$v_{ij} = \left(\frac{d_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n d_{ij}^2}} \right)$$

3. Ponderar as avaliações normalizadas pelo peso dos critérios.

$$dn_{ij} = w_j * v_{ij} = w_j * \left(\frac{d_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n d_{ij}^2}} \right)$$

TOPSIS - Exemplo

2. Normalizar as avaliações (d_{ij}) das alternativas em cada critério.

$$D = \begin{matrix} & C_1 & C_2 & C_3 & C_4 \\ S_1 & 7 & 5,5 & 6 & 8 \\ S_2 & 8 & 5,0 & 7 & 8 \\ S_3 & 8 & 7,2 & 8 & 9 \\ S_4 & 6 & 4,3 & 5 & 6 \\ S_5 & 7 & 4,0 & 8 & 5 \\ S_6 & 9 & 6,5 & 8 & 9 \\ S_7 & 9 & 8,2 & 7 & 9 \\ S_8 & 5 & 4,9 & 7 & 8 \\ S_9 & 8 & 7,5 & 5 & 9 \end{matrix}$$

$$v_{11} = \left(\frac{7}{\sqrt{7^2 + 8^2 + 8^2 + \dots + 5^2 + 8^2}} \right) = 0,309$$



$$v_{ij} = \left(\frac{d_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n d_{ij}^2}} \right)$$

TOPSIS - Exemplo

2. Normalizar as avaliações (d_{ij}) das alternativas em cada critério.

$$D = \begin{matrix} & C_1 & C_2 & C_3 & C_4 \\ S_1 & 7 & 5,5 & 6 & 8 \\ S_2 & 8 & 5,0 & 7 & 8 \\ S_3 & 8 & 7,2 & 8 & 9 \\ S_4 & 6 & 4,3 & 5 & 6 \\ S_5 & 7 & 4,0 & 8 & 5 \\ S_6 & 9 & 6,5 & 8 & 9 \\ S_7 & 9 & 8,2 & 7 & 9 \\ S_8 & 5 & 4,9 & 7 & 8 \\ S_9 & 8 & 7,5 & 5 & 9 \end{matrix}$$

$$v_{21} = \left(\frac{8}{\sqrt{7^2 + 8^2 + 8^2 + \dots + 5^2 + 8^2}} \right) = 0,353$$



$$v_{ij} = \left(\frac{d_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n d_{ij}^2}} \right)$$

TOPSIS - Exemplo

2. Normalizar as avaliações (d_{ij}) das alternativas em cada critério.

$$D = \begin{matrix} & C_1 & C_2 & C_3 & C_4 \\ S_1 & 7 & 5,5 & 6 & 8 \\ S_2 & 8 & 5,0 & 7 & 8 \\ S_3 & 8 & 7,2 & 8 & 9 \\ S_4 & 6 & 4,3 & 5 & 6 \\ S_5 & 7 & 4,0 & 8 & 5 \\ S_6 & 9 & 6,5 & 8 & 9 \\ S_7 & 9 & 8,2 & 7 & 9 \\ S_8 & 5 & 4,9 & 7 & 8 \\ S_9 & 8 & 7,5 & 5 & 9 \end{matrix}$$

$$v_{12} = \left(\frac{5,5}{\sqrt{(5,5)^2 + 5^2 + (7,2)^2 + \dots + (4,9)^2 + (7,5)^2}} \right) = 0,302$$



$$v_{ij} = \left(\frac{d_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n d_{ij}^2}} \right)$$

TOPSIS - Exemplo

2. Matriz normalizada das avaliações (d_{ij}) das alternativas em cada critério.

$$V = \begin{matrix} & C_1 & C_2 & C_3 & C_4 \\ S_1 & 0,309 & 0,302 & 0,291 & 0,333 \\ S_2 & 0,353 & 0,275 & 0,340 & 0,333 \\ S_3 & 0,353 & 0,396 & 0,388 & 0,375 \\ S_4 & 0,265 & 0,236 & 0,243 & 0,250 \\ S_5 & 0,309 & 0,220 & 0,388 & 0,208 \\ S_6 & 0,397 & 0,357 & 0,388 & 0,375 \\ S_7 & 0,397 & 0,450 & 0,340 & 0,375 \\ S_8 & 0,221 & 0,269 & 0,340 & 0,333 \\ S_9 & 0,353 & 0,412 & 0,243 & 0,375 \end{matrix}$$

TOPSIS - Exemplo

3. Ponderar as avaliações normalizadas pelo peso dos critérios.

$$dn_{ij} = w_j * v_{ij} = w_j * \left(\frac{d_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n d_{ij}^2}} \right)$$



$$dn_{11} = 0,309 * 0,25 = 0,0773$$

$$dn_{12} = 0,302 * 0,3 = 0,0906$$

$$dn_{13} = 0,291 * 0,2 = 0,0582$$

$V =$

	C_1	C_2	C_3	C_4
S_1	0,309	0,302	0,291	0,333
S_2	0,353	0,275	0,340	0,333
S_3	0,353	0,396	0,388	0,375
S_4	0,265	0,236	0,243	0,250
S_5	0,309	0,220	0,388	0,208
S_6	0,397	0,357	0,388	0,375
S_7	0,397	0,450	0,340	0,375
S_8	0,221	0,269	0,340	0,333
S_9	0,353	0,412	0,243	0,375

$$W = (0,25 \quad 0,3 \quad 0,2 \quad 0,25)$$

TOPSIS - Exemplo

3. Matriz ponderada das avaliações normalizadas pelo peso dos critérios.

$$D_n = \begin{matrix} & C_1 & C_2 & C_3 & C_4 \\ S_1 & 0,0773 & 0,0906 & 0,0582 & 0,0833 \\ S_2 & 0,0883 & 0,0824 & 0,0679 & 0,0833 \\ S_3 & 0,0883 & 0,1187 & 0,0776 & 0,0937 \\ S_4 & 0,0662 & 0,0709 & 0,0485 & 0,0624 \\ S_5 & 0,0773 & 0,0659 & 0,0776 & 0,0520 \\ S_6 & 0,0993 & 0,1071 & 0,0776 & 0,0937 \\ S_7 & 0,0993 & 0,1351 & 0,0679 & 0,0937 \\ S_8 & 0,0552 & 0,0808 & 0,0679 & 0,0833 \\ S_9 & 0,0883 & 0,1236 & 0,0485 & 0,0937 \end{matrix}$$

Algoritmo TOPSIS

4. Calcular a Solução Ideal Positiva (SI^+) e a Solução Ideal Negativa (SI^-)

$$SI^+ = \left\{ \max_j dn_{ij} \mid j = 1, 2, \dots, m \right\} = \{dn_1^+, dn_2^+, \dots, dn_j^+, \dots, dn_m^+\}$$

$$SI^- = \left\{ \min_j dn_{ij} \mid j = 1, 2, \dots, m \right\} = \{dn_1^-, dn_2^-, \dots, dn_j^-, \dots, dn_m^-\}$$

TOPSIS - Exemplo

4. Calcular a Solução Ideal Positiva (SI^+) e a Solução Ideal Negativa (SI^-)

• Para os critérios C_1 , C_3 e C_4 :

$$SI^+ = \left\{ \max_j dn_{ij} \mid j = 1, 2, \dots, m \right\} = \{dn_1^+, dn_2^+, \dots, dn_j^+, \dots, dn_m^+\}$$

$$SI^- = \left\{ \min_j dn_{ij} \mid j = 1, 2, \dots, m \right\} = \{dn_1^-, dn_2^-, \dots, dn_j^-, \dots, dn_m^-\}$$

TOPSIS - Exemplo

4. Calcular a Solução Ideal Positiva (SI^+) e a Solução Ideal Negativa (SI^-)

• Para o critério C_2 :

$$SI^+ = \left\{ \min_j dn_{ij} \mid j = 1, 2, \dots, m \right\} = \{dn_1^+, dn_2^+, \dots, dn_j^+, \dots, dn_m^+\}$$

$$SI^- = \left\{ \max_j dn_{ij} \mid j = 1, 2, \dots, m \right\} = \{dn_1^-, dn_2^-, \dots, dn_j^-, \dots, dn_m^-\}$$

TOPSIS - Exemplo

4. Solução Ideal Positiva (SI^+) para os critérios C_1 , C_3 e C_4 :



	C_1	C_2	C_3	C_4
S_1	0,0773	0,0906	0,0582	0,0833
S_2	0,0883	0,0824	0,0679	0,0833
S_3	0,0883	0,1187	0,0776	0,0937
S_4	0,0662	0,0709	0,0485	0,0624
S_5	0,0773	0,0659	0,0776	0,0520
S_6	0,0993	0,1071	0,0776	0,0937
S_7	0,0993	0,1351	0,0679	0,0937
S_8	0,0552	0,0808	0,0679	0,0833
S_9	0,0883	0,1236	0,0485	0,0937

$$SI^+ = \left\{ \max_j dn_{ij} \mid j = 1, 2, \dots, m \right\}$$

$$= \{0,0993; dn_2^+; dn_3^+; dn_4^+\}$$

TOPSIS - Exemplo

4. Solução Ideal Positiva (SI^+) para os critérios C_1 , C_3 e C_4 :

↓


	C_1	C_2	C_3	C_4
S_1	0,0773	0,0906	0,0582	0,0833
S_2	0,0883	0,0824	0,0679	0,0833
S_3	0,0883	0,1187	0,0776	0,0937
S_4	0,0662	0,0709	0,0485	0,0624
S_5	0,0773	0,0659	0,0776	0,0520
S_6	0,0993	0,1071	0,0776	0,0937
S_7	0,0993	0,1351	0,0679	0,0937
S_8	0,0552	0,0808	0,0679	0,0833
S_9	0,0883	0,1236	0,0485	0,0937

$$SI^+ = \left\{ \max_j dn_{ij} \mid j = 1, 2, \dots, m \right\}$$

$$= \{0,0993; dn_2^+; \mathbf{0,0776}; dn_4^+\}$$

TOPSIS - Exemplo

4. Solução Ideal Positiva (SI^+) para os critérios C_1 , C_3 e C_4 :



	C_1	C_2	C_3	C_4
S_1	0,0773	0,0906	0,0582	0,0833
S_2	0,0883	0,0824	0,0679	0,0833
S_3	0,0883	0,1187	0,0776	0,0937
S_4	0,0662	0,0709	0,0485	0,0624
S_5	0,0773	0,0659	0,0776	0,0520
S_6	0,0993	0,1071	0,0776	0,0937
S_7	0,0993	0,1351	0,0679	0,0937
S_8	0,0552	0,0808	0,0679	0,0833
S_9	0,0883	0,1236	0,0485	0,0937

$$SI^+ = \left\{ \max_j dn_{ij} \mid j = 1, 2, \dots, m \right\}$$

$$= \{0,0993; dn_2^+; 0,0706; 0,0937\}$$

TOPSIS - Exemplo

4. Solução Ideal Positiva (SI^+) para o critérios C_2 :

↓

	C_1	C_2	C_3	C_4
S_1	0,0773	0,0906	0,0582	0,0833
S_2	0,0883	0,0824	0,0679	0,0833
S_3	0,0883	0,1187	0,0776	0,0937
S_4	0,0662	0,0709	0,0485	0,0624
S_5	0,0773	0,0659	0,0776	0,0520
S_6	0,0993	0,1071	0,0776	0,0937
S_7	0,0993	0,1351	0,0679	0,0937
S_8	0,0552	0,0808	0,0679	0,0833
S_9	0,0883	0,1236	0,0485	0,0937

$$SI^+ = \left\{ \min_j dn_{ij} \mid j = 1, 2, \dots, m \right\}$$

$$= \{0,0993; \mathbf{0,0659}; 0,0706; 0,0993\}$$

TOPSIS - Exemplo

4. Solução Ideal Negativa (SI^-) para os critérios C_1 , C_3 e C_4 :



	C_1	C_2	C_3	C_4
S_1	0,0773	0,0906	0,0582	0,0833
S_2	0,0883	0,0824	0,0679	0,0833
S_3	0,0883	0,1187	0,0776	0,0937
S_4	0,0662	0,0709	0,0485	0,0624
S_5	0,0773	0,0659	0,0776	0,0520
S_6	0,0993	0,1071	0,0776	0,0937
S_7	0,0993	0,1351	0,0679	0,0937
S_8	0,0552	0,0808	0,0679	0,0833
S_9	0,0883	0,1236	0,0485	0,0937

$$SI^- = \left\{ \min_j dn_{ij} \mid j = 1, 2, \dots, m \right\}$$

$$= \{0,0552; dn_2^+; dn_3^+; dn_4^+\}$$

TOPSIS - Exemplo

4. Solução Ideal Negativa (SI^-) para os critérios C_1 , C_3 e C_4 :

↓


	C_1	C_2	C_3	C_4
S_1	0,0773	0,0906	0,0582	0,0833
S_2	0,0883	0,0824	0,0679	0,0833
S_3	0,0883	0,1187	0,0776	0,0937
S_4	0,0662	0,0709	0,0485	0,0624
S_5	0,0773	0,0659	0,0776	0,0520
S_6	0,0993	0,1071	0,0776	0,0937
S_7	0,0993	0,1351	0,0679	0,0937
S_8	0,0552	0,0808	0,0679	0,0833
S_9	0,0883	0,1236	0,0485	0,0937

$$SI^- = \left\{ \min_j dn_{ij} \mid j = 1, 2, \dots, m \right\}$$

$$= \{0,0552; dn_2^+; \mathbf{0,0485}; dn_4^+\}$$

TOPSIS - Exemplo

4. Solução Ideal Positiva (SI^+) para os critérios C_1 , C_3 e C_4 :



	C_1	C_2	C_3	C_4
S_1	0,0773	0,0906	0,0582	0,0833
S_2	0,0883	0,0824	0,0679	0,0833
S_3	0,0883	0,1187	0,0776	0,0937
S_4	0,0662	0,0709	0,0485	0,0624
S_5	0,0773	0,0659	0,0776	0,0520
S_6	0,0993	0,1071	0,0776	0,0937
S_7	0,0993	0,1351	0,0679	0,0937
S_8	0,0552	0,0808	0,0679	0,0833
S_9	0,0883	0,1236	0,0485	0,0937

$$SI^- = \left\{ \min_j dn_{ij} \mid j = 1, 2, \dots, m \right\}$$

$$= \{0,0552; dn_2^+; 0,0485; 0,0520\}$$

TOPSIS - Exemplo

4. Solução Ideal Negativa (SI^-) para o critérios C_2 :

↓

	C_1	C_2	C_3	C_4
S_1	0,0773	0,0906	0,0582	0,0833
S_2	0,0883	0,0824	0,0679	0,0833
S_3	0,0883	0,1187	0,0776	0,0937
S_4	0,0662	0,0709	0,0485	0,0624
S_5	0,0773	0,0659	0,0776	0,0520
S_6	0,0993	0,1071	0,0776	0,0937
S_7	0,0993	0,1351	0,0679	0,0937
S_8	0,0552	0,0808	0,0679	0,0833
S_9	0,0883	0,1236	0,0485	0,0937

$$SI^- = \left\{ \max_j dn_{ij} \mid j = 1, 2, \dots, m \right\}$$

$$= \{0,0552; \mathbf{0,1351}; 0,0485; 0,0552\}$$

Algoritmo TOPSIS

5. Distância entre alternativas e Solução Ideal Positiva (S^+) e a Solução Ideal Negativa (S^-)

$$D_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^m (dn_{ij} - dn_j^+)^2}$$

$$D_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^m (dn_{ij} - dn_j^-)^2}$$

TOPSIS - Exemplo

5. Distância entre alternativas e Solução Ideal Positiva (SI^+)

	C_1	C_2	C_3	C_4
S_1	0,0773	0,0906	0,0582	0,0833
S_2	0,0883	0,0824	0,0679	0,0833
S_3	0,0883	0,1187	0,0776	0,0937
S_4	0,0662	0,0709	0,0485	0,0624
S_5	0,0773	0,0659	0,0776	0,0520
S_6	0,0993	0,1071	0,0776	0,0937
S_7	0,0993	0,1351	0,0679	0,0937
S_8	0,0552	0,0808	0,0679	0,0833
S_9	0,0883	0,1236	0,0485	0,0937

$$D_{1j}^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^m (dn_{1j} - dn_j^+)^2}$$

TOPSIS - Exemplo

5. Distância entre alternativas e Solução Ideal Positiva (SI^+)

$$D_1^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^m (dn_{1j} - dn_j^+)^2}$$

$$= \sqrt{(0,0773 - 0,0993)^2 + (0,0906 - 0,0659)^2 + (0,0582 - 0,0776)^2 + (0,0883 - 0,0937)^2} = 0,03979$$

	C_1	C_2	C_3	C_4
S_1	0,0773	0,0906	0,0582	0,0833
S_2	0,0883	0,0824	0,0679	0,0833
S_3	0,0883	0,1187	0,0776	0,0937
S_4	0,0662	0,0709	0,0485	0,0624
S_5	0,0773	0,0659	0,0776	0,0520

TOPSIS - Exemplo

5. Distância entre alternativas e Solução Ideal Negativa (S^-)

	C_1	C_2	C_3	C_4
S_1	0,0773	0,0906	0,0582	0,0833
S_2	0,0883	0,0824	0,0679	0,0833
S_3	0,0883	0,1187	0,0776	0,0937
S_4	0,0662	0,0709	0,0485	0,0624
S_5	0,0773	0,0659	0,0776	0,0520
S_6	0,0993	0,1071	0,0776	0,0937
S_7	0,0993	0,1351	0,0679	0,0937
S_8	0,0552	0,0808	0,0679	0,0833
S_9	0,0883	0,1236	0,0485	0,0937

$$D_{1j}^- = \sqrt{\sum_{j=1}^m (dn_{1j} - dn_j^-)^2}$$

TOPSIS - Exemplo

5. Distância entre alternativas e Solução Ideal Negativa (S^-)

$$D_1^- = \sqrt{\sum_{j=1}^m (dn_{1j} - dn_j^-)^2}$$

$$= \sqrt{(0,0773 - 0,0552)^2 + (0,0906 - 0,1351)^2 + (0,0582 - 0,0485)^2 + (0,0883 - 0,0520)^2} = 0,05947$$

	C_1	C_2	C_3	C_4
S_1	0,0773	0,0906	0,0582	0,0833
S_2	0,0883	0,0824	0,0679	0,0833
S_3	0,0883	0,1187	0,0776	0,0937
S_4	0,0662	0,0709	0,0485	0,0624
S_5	0,0773	0,0659	0,0776	0,0520

TOPSIS - Exemplo

5. Distância entre alternativas e Solução Ideal Positiva (S_i^+) e a Solução Ideal Negativa (S_i^-)

	D_i^+	D_i^-
S1	0,03979	0,05947
S2	0,02441	0,07231
S3	0,05388	0,06284
S4	0,05425	0,06604
S5	0,04712	0,07827
S6	0,04120	0,07290
S7	0,06990	0,06371
S8	0,04870	0,06565
S9	0,06555	0,05443

Algoritmo TOPSIS

6. Calcular o Índice de Proximidade CC_i para cada alternativa

$$CC_i = \frac{D_i^-}{(D_i^+ + D_i^-)}$$

TOPSIS - Exemplo

6. Calcular o Índice de Proximidade CC_i para cada alternativa

$$CC_1 = \frac{D_i^-}{(D_i^+ + D_i^-)} = \frac{0,05947}{(0,03979 + 0,05947)} = 0,60$$

	Di+	Di-
S1	0,03979	0,05947
S2	0,02441	0,07231
S3	0,05388	0,06284
S4	0,05425	0,06604
S5	0,04712	0,07827
S6	0,04120	0,07290
S7	0,06990	0,06371
S8	0,04870	0,06565
S9	0,06555	0,05443

TOPSIS - Exemplo

6. Calcular o Índice de Proximidade CC_i para cada alternativa

$$CC_2 = \frac{D_i^-}{(D_i^+ + D_i^-)} = \frac{0,07231}{(0,02441 + 0,07231)} = 0,747$$

	Di+	Di-
S1	0,03979	0,05947
S2	0,02441	0,07231
S3	0,05388	0,06284
S4	0,05425	0,06604
S5	0,04712	0,07827
S6	0,04120	0,07290
S7	0,06990	0,06371
S8	0,04870	0,06565
S9	0,06555	0,05443

TOPSIS - Exemplo

Índice de Proximidade CC_i para cada alternativa

CC1	0,599
CC2	0,748
CC3	0,538
CC4	0,549
CC5	0,624
CC6	0,639
CC7	0,477
CC8	0,574
CC9	0,454

TOPSIS - Exemplo

Quanto maior Cc_i , maior a preferência:

CC1	0,599	CC2	0,748
CC2	0,748	CC6	0,639
CC3	0,538	CC5	0,624
CC4	0,549	CC1	0,599
CC5	0,624	CC8	0,574
CC6	0,639	CC4	0,549
CC7	0,477	CC3	0,538
CC8	0,574	CC7	0,477
CC9	0,454	CC9	0,454

Ordem de preferência:

$$S_2 > S_6 > S_5 > S_1 > S_8 > S_4 > S_3 > S_7 > S_9$$

TOPSIS – Normalização de escala

- Normalização: transformação de escala de avaliação em todos os critérios no intervalo [0; 1];
- Métodos de normalização:
 - Pela norma (N1):

$$v_{ij} = \left(\frac{d_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n d_{ij}^2}} \right)$$

- Max-Min (N2):

$$v_{ij} = \frac{d_{ij} - d_j^{\min}}{d_j^{\max} - d_j^{\min}}$$

TOPSIS – Normalização de escala

- Métodos de normalização:

- Max(N3):

$$v_{ij} = \frac{d_{ij}}{d_j^{max}}$$

- Soma (N4):

$$v_{ij} = \frac{d_{ij}}{\sum_i d_{ij}}$$

TOPSIS – Normalização de escala

Estudo (*A simulation comparison of normalization procedures for TOPSIS*) avaliou efeito desses métodos em:

- Consistência de ordenação;
- Sensibilidade da variação dos pesos.
- Concluiu que os melhores resultados foram obtidos usando a normalização pela norma, como proposto originalmente.

Referências

- HWANG, C. L.; YOON, K. “Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications”. Springer, 1981;
- Chakraborty, S.; and Chung-Hsing Yeh. "A simulation comparison of normalization procedures for TOPSIS." *2009 International Conference on Computers & Industrial Engineering*. IEEE, 2009.