Universidade de São Paulo
Instituto de Física

Física I - 4302111 - Noturno

Informações Gerais

e

Coletânea de Exercícios

Profa. Lucy Vitória Credidio Assali *et al.*

3 Coletânea de exercícios

3.1 Grandezas físicas e análise dimensional

1. **Assumindo que o coração humano bata 60 vezes por minuto, estime o número de vezes que ele bate durante a vida média de 70 anos de um ser humano.**

2. **Engenheiros da força aérea, em 1946, determinaram a distância Terra-Lua usando um radar. Se o feixe do radar levou $2,56$ s para completar a viagem total Terra-Lua-Terra, qual a distância Terra-Lua em km? (A velocidade das ondas do radar é $3,0 \times 10^8$ m/s)**

3. **Um bilionário ofereceu-se para lhe dar R$ 2 bilhões (em notas de R$ 1,00) se você for capaz de contar o dinheiro. Você deveria aceitar a oferta? Assuma que você tem 18 anos e que pode contar uma nota por segundo e que, ainda, necessita de 8 horas por dia para comer e dormir.**

4. **A lei universal da gravitação de Newton é: $F = G\dfrac{Mm}{r^2}$, onde F é a força gravitacional, M e m são as massas dos corpos e r é a distância entre eles. No SI a unidade de força é kg m/s^2. Qual é a unidade da constante G no SI de unidades?**

5. **O volume de um objeto é dado por $V = At^3 + B/t$, onde t é o tempo dado em segundos e V está em metros cúbicos. Determine as dimensões das constantes A e B.**

6. **A aceleração de uma partícula se movendo em um círculo de raio r é proporcional ao raio e à velocidade, tal que $a = kr^p v^q$, onde k é uma constante adimensional. Ache, por análise dimensional os valores de p e q. Com essa análise pode-se obter o valor de k?**

7. **Uma criatura se move com uma velocidade de $5,0$ furlongs por fortnight [1]. Sabendo que $1,0$ furlong ≈ 202 m e 1 fortnight $= 14$ dias, determine a velocidade desta criatura em m/s. (A criatura deve ser, provavelmente, uma lesma)**

8. **Um metro cúbico de alumínio tem uma massa de $2,70 \times 10^3$ kg e um metro cúbico de ferro tem uma massa de $7,86 \times 10^3$ kg. Encontre o raio r de uma esfera sólida de alumínio, em metros, a qual pode ser balanceada por uma esfera de ferro de raio $2,0$ cm em uma balança de braços. (Lembre que o volume de uma esfera é dado por $\frac{4}{3}\pi r^3$)**

[1] O furlong é uma unidade de comprimento do sistema imperial de medidas e equivale a 220 jardas.

9. **Assumindo que existem 50 milhões de carros em um certo país e que o consumo médio de gasolina seja 8 kilometros por litro, quanta gasolina poderia ser poupada, por ano, se o consumo passasse a ser de 10 km/ℓ? Assuma que a distância média percorrida por um carro seja 16.000 km por ano.**

10. **Sabendo que a densidade média da Terra é de $5,5$ g/cm^3 e que seu raio médio é $6,37 \times 10^6$ m, calcule a massa da Terra em kg.**

3.2 Cálculo diferencial e integral

11. **Calcule a derivada das seguintes funções:**

(a) $f(x) = 7x^3 + 3x + 2$; (b) $f(x) = x \cos(x)$;

(c) $f(t) = t + \cos(t)$; (d) $f(z) = 9z^7 + 6z + 8$;

(e) $f(y) = \frac{y}{\cos(y)}$; (f) $f(t) = te^{-t}$.

12. **Calcule as seguintes integrais:**

(a) $\displaystyle\int_1^2 \frac{2}{x^2}\, dx$; (b) $\displaystyle\int \left(x^7 + 7x + 4\right) dx$;

(c) $\displaystyle\int_0^3 \left(x^3 + e^x\right) dx$; (d) $\displaystyle\int (\cos y + y)\, dy$;

(e) $\displaystyle\int_0^{2\pi} \cos\theta \, d\theta$; (f) $\displaystyle\int_0^2 \left(4 - z^2\right) dz$;

(g) $\displaystyle\int_1^4 f(x)\, dx$ **onde** $f(x) = \begin{cases} 2x & \textbf{para} \quad x \leq 2 \\ x^2 & \textbf{para} \quad x \geq 2 \end{cases}$.

3.3 Movimento em uma dimensão

13. **A posição de uma pedra que cai do alto de um rochedo, a partir do repouso, é dada por $x(t) = 5t^2$ (m), medidos para baixo a partir da posição inicial $x_0 = 0$, no instante $t = t_0$ s. Determine:**
    (a) **O deslocamento do corpo para um intervalo de tempo Δt;**
    (b) **A expressão que nos permite calcular a velocidade média em um intervalo de tempo Δt;**

Δt (s)	Δx (m)	$\frac{\Delta x}{\Delta t}$ (m/s)
1,00		
0,50		
0,20		
0,10		
0,05		
0,01		
0,005		
0,001		
0,0001		

(c) O deslocamento (Δx) do corpo e a velocidade média $\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)$ para os intervalos de tempo Δt dados na tabela acima, principiando no instante $t_0 = 2$ s;

(d) O $\lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)$ e avalie este limite em $t = 2$ s;

(e) Calcule $\frac{dx}{dt}$ e avalie esta derivada em $t = 2$ s.

14. A velocidade de uma partícula é dada por $v(t) = 8t - 7$, onde v está em metros por segundo e t em segundos.

(a) Calcular a aceleração média no intervalo de tempo que se inicia em $t = 3$ s e termina em $t = 4$ s;

(b) Determinar a expressão para $a(t)$ e fazer os gráficos de $v(t)$ e $a(t)$;

(c) Determine $x(t)$ (posição da partícula em função do tempo) por integração da expressão de $v(t)$ e use este resultado para determinar o deslocamento da partícula durante o intervalo de tempo entre $t = 2$ s e $t = 6$ s. Qual a velocidade média neste intervalo de tempo?

(d) Qual a distância total percorrida D no intervalo $0 \leq t \leq 2$ s?

15. Um motorista entra em um rua estreita e reta, sem saída, com uma velocidade de 12 km/h. Ao se deparar com o fim da rua, pára, dá marcha a ré e retorna. O gráfico da Figura 1 mostra sua aceleração em função do tempo.

(a) Faça o gráfico da velocidade para $0 \leq t \leq 3$ minutos;

(b) **Determine a distância total percorrida D pelo carro para $0 \leq t \leq 3$ minutos;**

(c) **Determine o comprimento L da rua.**

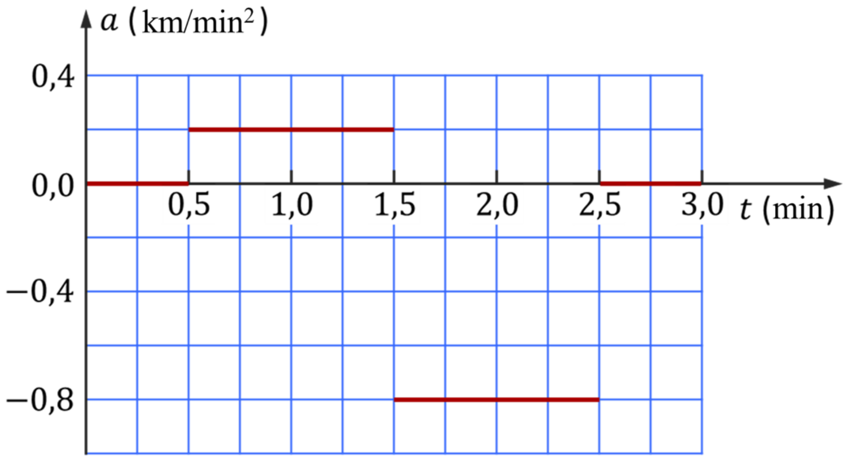

Figura 1: Gráfico de $a \times t$.

16. Um carro A, inicialmente em repouso, parte do início de uma pista retilínea de 1.000 metros de comprimento. No mesmo instante, um carro B, também em repouso, parte do final da mesma pista, no sentido contrário. A tabela abaixo indica a velocidade dos dois carros em alguns instantes.

t (s)	v_A (m/s)	v_B (m/s)
0	0	0
20	16	-9
40	32	-18
60	48	-27
80	64	-36
100	80	-45

(a) **Em uma mesma escala faça os gráficos da velocidade dos carros A e B em função do tempo e calcule suas acelerações no instante $t = 40$ s;**

(b) **Em uma mesma escala, faça os gráficos das posições $x_A(t)$ e $x_B(t)$ dos carros para o intervalo de tempo $0 \leq t \leq 50$ s e determine a distância percorrida pelo carro A do início do movimento até o instante em que ele cruza com o carro B.**

17. O gráfico da velocidade em função do tempo para uma partícula que sai da origem e se move ao longo do eixo x está representado na Figura 2.

(a) Trace o gráfico da aceleração $a(t)$ e da posição $x(t)$ para o intervalo de tempo $0 \leq t \leq 16$ s;

(b) Quantos metros a partícula terá percorrido ao todo, para frente e para três, no fim de 12 segundos? Qual é o valor de x neste instante?

(c) Qual o valor de x em $t = 16$ s? O que isso significa?

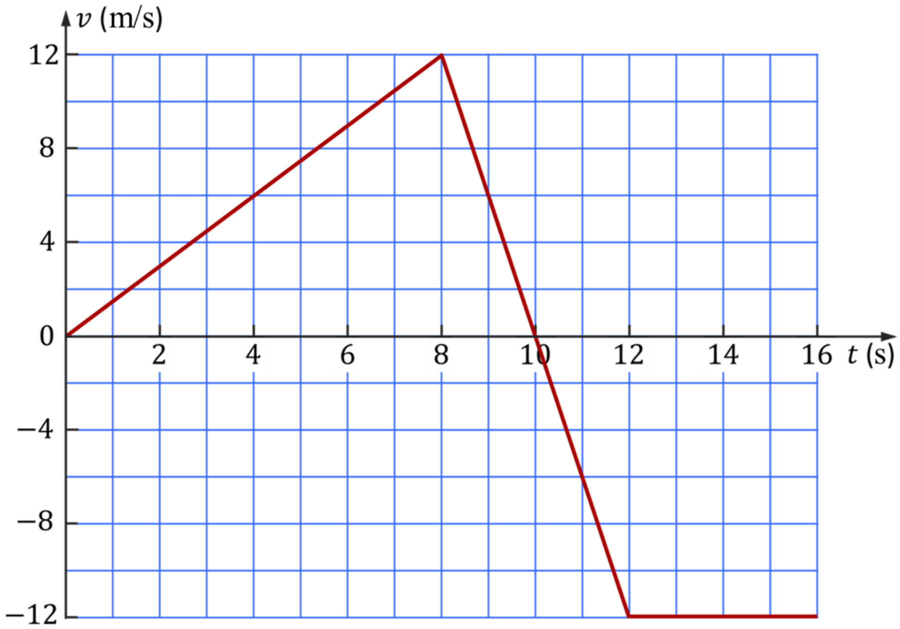

Figura 2: Gráfico de $v \times t$.

18. Um objeto é abandonado, em $t = 0$ s, do alto de um prédio de 80 metros de altura. Sua velocidade é dada por $v_y(t) = 10\,t$ (m/s).

(a) Usando o processo de integração, calcule o deslocamento do objeto para $0 \leq t \leq 2$ s. Quanto vale $y(0)$?

(b) Calcule o deslocamento do objeto para $2 \leq \text{t} \leq 4$ s;

(c) Faça um gráfico de $v_y(t) \times t$ e calcule graficamente o deslocamento do objeto para $2 \leq \text{t} \leq 4$ s, indicando as áreas que foram calculadas.

19. Um objeto é lançado verticalmente, em $t = 0$ s, com uma velocidade de 20 m/s para cima, de uma janela situada a 60 metros do solo.

(a) Determine a expressão de $v_y(t)$ considerando o eixo de referência orientado para cima;

(b) Faça o gráfico de $v_y(t) \times t$;

(c) Calcule o deslocamento do objeto para os intervalos de tempo $0 \leq t \leq 2$ s e $0 \leq t \leq 6$ s;

(d) Determine a distância total D percorrida para o intervalo de tempo $0 \leq t \leq 6$ s;

(e) Determine a altura máxima H que o objeto atinge.

20. Uma bola cai do topo de um edifício. No mesmo instante, outra bola é lançada verticalmente para cima, a partir do solo, com velocidade inicial de 9 m/s. As bolas colidem $1,8$ segundos depois.

(a) Qual é a altura H do prédio?

(b) A que altura do solo a colisão ocorre?

(c) Você é capaz de explicar o que aconteceu?

21. Uma bola é arremessada verticalmente para cima, partindo do chão, com uma velocidade de 30 m/s.

(a) Quanto tempo levará para atingir o ponto mais alto da trajetória?

(b) Que altura a bola atingirá?

(c) Em que instante a bola estará a 30 m do chão?

(d) Quanto tempo leva até a bola retornar ao chão?

(e) Qual a distância total percorrida pela bola?

22. A lebre e a tartaruga iniciam uma corrida de percurso linear de 10 km, no instante $t = 0$ s. A lebre corre com uma velocidade constante de 4 m/s e rapidamente deixa a tartaruga para trás, que corre com uma velocidade constante de 1 m/s. Depois de 5 minutos de corrida, a lebre pára e cai no sono. A soneca dura 135 minutos. Depois a lebre acorda e sai correndo, com a mesma velocidade de 4 m/s.

(a) Esboce os gráficos da posição, em função do tempo, da tartaruga e da lebre, no mesmo sistema de coordenadas. Quem ganha a corrida?

(b) Em que instante a tartaruga alcança a lebre?

(c) A que distância da tartaruga está a lebre quando a vencedora cruza a linha de chegada?

(d) Qual é o tempo máximo que a lebre pode dormir e ainda assim ganhar a corrida?

23. Uma bola de chumbo é largada de um trampolim a $5,5$ metros acima da superfície de uma piscina. Ela atinge a superfície da água com uma certa velocidade, a qual permanece constante até atingir o fundo da piscina. A bola atinge o fundo da piscina 2 segundos após o instante em que é largada.

(a) Quanto tempo a bola leva para atingir a superfície da piscina?

(b) Com que velocidade a bola atinge a superfície da piscina?

(c) Qual é a profundidade h da piscina?

(d) Qual é a velocidade média da bola no intervalo $\Delta t = 2$ s?

(e) Suponha que a piscina seja esvaziada. Qual deve ser a velocidade inicial da bola para que atinja o fundo da piscina nos mesmos 2 s?

24. Um objeto está se deslocando com velocidade de 20 m/s, no sentido positivo do eixo x, quando passa a sofrer, em $t = 0$ s, uma aceleração dada por $a(t) = 2 + 0,2\,t$ (m/s^2), durante 10 segundos.

(a) Qual é o sentido dessa aceleração em relação ao eixo de referência?

(b) Qual a expressão da velocidade $v(t)$ no intervalo $0 \leq \mathrm{t} \leq 10$ s?

(c) Calcule a velocidade deste objeto em $t = 10$ s;

(d) Calcule sua aceleração média durante esses 10 segundos;

(e) Determine a expressão de $x(t)$, sabendo que em $t = 3$ s o corpo está passando pela posição 10 m;

(f) Calcule o deslocamento do corpo nos primeiros 5 segundos do movimento;

(g) Calcule a velocidade média do objeto durante os 10 segundos.

25. Um objeto, partindo do repouso em $t = 0$ s, está se deslocando, ao longo do eixo x, com velocidade $v(t) = t(4 - t)$ m/s. Nestas condições, pede-se:

(a) Faça o gráfico da velocidade em função do tempo para o intervalo de tempo $0 \leq t \leq 6$ s, indicando os instantes em que a velocidade é nula e em que ela é máxima (positiva);

(b) O deslocamento do corpo até ele atingir a velocidade máxima;

(c) O deslocamento do corpo nos intervalos $0 \leq \mathrm{t} \leq 4$ s, $4 \leq t \leq 6$ s e $0 \leq t \leq 6$ s;

(d) O caminho total percorrido nos 6 segundos do movimento;

(e) **O tempo que o objeto leva para voltar à mesma posição, sabendo que partiu, em $t = 0$ s, da posição x_0.**

26. Um trem parte da estação com aceleração constante de $0,40$ m/s^2. Um passageiro chega à estação $6,0$ segundos depois de o trem ter passado pelo mesmo ponto da plataforma. Qual a menor velocidade constante que o passageiro deve correr para pegar o trem? Resolva o problema de duas maneiras:

(a) **Analiticamente;**

(b) **Através dos gráficos dos movimentos do passageiro e do trem.**

27. A posição de uma partícula varia com o tempo de acordo com a expressão $x(t) = \alpha t^2 - \beta t^3$ (m).

(a) **Quais as unidades, no SI, de α e β?**

(b) **Supondo $\alpha = 3$ e $\beta = 1$, determine em que instante a partícula atinge sua posição máxima (positiva);**

(c) **Qual é o deslocamento da partícula nos 3 primeiros segundos do movimento? E o caminho total percorrido D nesse mesmo intervalo de tempo?**

(d) **Qual é a velocidade da partícula no final de cada um dos 4 primeiros segundos?**

(e) **Qual é a aceleração da partícula no final de cada um dos 4 primeiros segundos?**

3.4 Movimento em duas e três dimensões

28. Desenhe os vetores $\vec{A} = \hat{\imath} - 4\hat{\jmath}$ e $\vec{B} = 2\hat{\imath} + 6\hat{\jmath}$, em um sistema de coordenadas cartesianas

29. Dados os vetores $\vec{A} = 4\,\hat{\imath} + 12\,\hat{\jmath}$ e $\vec{B} = 4\,\hat{\imath} - 3\,\hat{\jmath} + 2\,\hat{k}$, encontre:

(a) $\vec{A}/8$;

(b) **A componente y do vetor $\vec{B}$;**

(c) $\vec{A} + \vec{B}$ e $\vec{A} - \vec{B}$;

(d) **Os módulos dos vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$;**

(e) **O produto escalar $\vec{A} \cdot \vec{B}$;**

(f) **O ângulo entre os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$.**

30. Um observador, localizado na origem de um sistema de referência, acompanha o movimento de um automóvel através de uma luneta. O automóvel passa pelo ponto P e se dirige para o ponto Q. As coordenadas cartesianas do ponto P são $(x_P, y_P) = (2, -4)$ km e do ponto Q são $(x_Q, y_Q) = (-2, -6)$ km. Calcule:

(a) A distância d entre os pontos P e Q;

(b) O ângulo θ que a luneta girou acompanhando o movimento do automóvel entre P e Q.

31. Um ponto material caminha, sempre em movimento retilíneo, 10 metros para leste (trecho 1), depois 20 metros para nordeste (trecho 2) e, em seguida, mais 10 metros para o norte (trecho 3), com velocidade uniforme, gastando 5 segundos em cada trecho. Calcule:

(a) O vetor deslocamento total;

(b) A velocidade média em cada trecho;

(c) O vetor velocidade média do movimento total;

(d) A distância total percorrida D e o módulo do vetor deslocamento total.

32. Uma partícula move-se descrevendo a trajetória ABC da Figura 3. A velocidade da partícula tem módulo constante $v = 2$ m/s durante todo o percurso. O início do movimento é em A. Adotando a origem do sistema de referência em 0, determine:

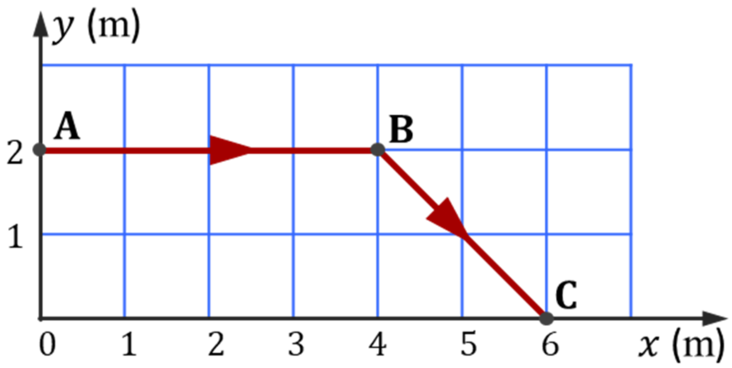

Figura 3: Trajetória da partícula.

(a) O vetor velocidade em função do tempo, no trecho AB da trajetória;

(b) O vetor posição em função do tempo, no trecho AB da trajetória;

(c) O tempo que a partícula leva para sair de A e chegar em B;

(d) O vetor velocidade em função do tempo, no trecho BC da trajetória;

(e) O vetor posição em função do tempo, no trecho BC da trajetória;

(f) **O tempo que a partícula leva para sair de A e chegar em C;**

(g) **O módulo do vetor deslocamento entre A e C;**

(h) **A distância total percorrida pela partícula (D) entre os instantes $t = 0$ e $t = 3$ s.**

33. Um carro percorre uma curva plana de tal modo que suas coordenadas retangulares, em metros, como função do tempo, em segundos, são dadas por:

$$x(t) = 2t^3 - 3t^2 \quad \text{e} \quad y(t) = t^2 - 2t + 1$$

Calcular:

(a) **O vetor posição do carro quando $t = 1$ s;**

(b) **As espressões das componentes retangulares da velocidade, num instante qualquer;**

(c) **O vetor velocidade nos instantes $t = 0$ s e $t = 1$ s;**

(d) **O instante em que a velocidade é nula;**

(e) **As expressões das componentes cartesianas da aceleração, num instante qualquer;**

(f) **O instante que a aceleração é paralela ao eixo y.**

34. Um corpo puntiforme, em movimento retilíneo, vai do ponto A, na posição $\vec{r}_{\mathrm{A}} = \hat{\jmath}$ para o ponto B, na posição $\vec{r}_{\mathrm{B}} = 3\,\hat{\imath} + 5\,\hat{\jmath}$ em 5 segundos (unidades no SI).

(a) **Calcule o vetor deslocamento;**

(b) **Desenhe os vetores $\vec{r}_{\mathrm{A}}$ e $\vec{r}_{\mathrm{B}}$ e o vetor deslocamento calculado no item (a);**

(c) **Calcule o vetor velocidade média e o seu módulo;**

(d) **Se o corpo, partindo do ponto A, estivesse caminhando em sentido oposto, com o mesmo módulo da velocidade média anterior, em que posição estaria após 10 segundos?**

35. Um ponto move-se no plano xy com velocidade $\vec{v}(t) = v_x(t)\,\hat{\imath} + v_y(t)\,\hat{\jmath}$, onde $v_y(t) = 4\,t^3 + 4\,t$ e $v_x(t) = 2$. Sabendo que para $t = 0$, $x = 0$ e $y = 2$ (unidades no SI), obtenha:

(a) **Os vetores posição e aceleração instantâneos;**

(b) **A equação cartesiana da trajetória.**

36. Uma partícula A move-se ao longo da reta $y = D = 30$ m, com uma velocidade constante $\vec{v}_{\mathrm{A}}(t) = 3\,\hat{\imath}$ (m/s). Uma segunda partícula,

B, começa a movimentar-se, a partir da origem, com velocidade inicial nula e com aceleração constante $\vec{a}$, tal que $|\vec{a}| = 0,40$ m/s^2, no mesmo instante em que a partícula A passa pelo eixo y. Qual deve ser o valor do ângulo θ, entre o vetor $\vec{a}$ e o eixo y, para que, nesta situação, ocorra uma colisão entre A e B? Em que posição a colisão ocorre?

3.4.1 Lançamento de projéteis

37. Uma pedra, que se encontra numa elevação de 60 metros sobre uma plataforma horizontal, é arrastada com velocidade de 3 m/s. A que distância horizontal do ponto de projeção ela atinge o solo? Qual é seu vetor velocidade neste instante?

38. Uma mangueira, com o bico localizado $1,5$ metros acima do solo, é apontada para cima, segundo um ângulo de $30°$ com o chão. O jato de água atinge um canteiro a 15 metros de distância (Figura 4).

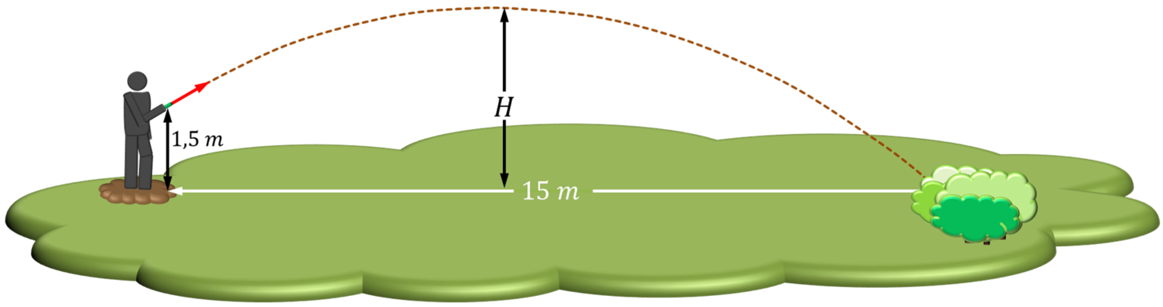

Figura 4: Aguando o canteiro.

(a) Com que velocidade o jato sai da mangueira?

(b) Que altura máxima H ele atinge?

39. Uma pedra cai de um balão que se desloca horizontalmente ao solo, com velocidade constante. A pedra permanece no ar durante 3 segundos e atinge o solo segundo uma direção que faz um ângulo de $30°$ com a vertical.

(a) Qual é a velocidade do balão?

(b) De que altura caiu a pedra?

(c) Que distância a pedra percorreu na horizontal?

(d) Qual o vetor velocidade da pedra quando atinge o solo?

40. Um avião bombardeiro, a 300 metros de altitude, mergulha segundo um ângulo de $30°$ com a horizontal, voando a 180 km/h,

em perseguição a um carro, no solo, que viaja a 90 km/h. A que distância horizontal do carro deve ser lançada uma bomba para que acerte o alvo?

41. Um canhão está instalado na borda de um penhasco o qual, por sua vez, está situado na borda do mar. A boca do canhão está a uma altura de 56,25 metros do pé do penhasco. Observa-se que a bala disparada na direção do mar atinge 101,25 metros no ponto mais alto de sua trajetória e cai no mar a 300 metros do pé do penhasco. Determine:

(a) O vetor velocidade da bala no instante em que abandona o canhão;

(b) O vetor velocidade da bala quando atinge a superfície do mar.

42. Um garoto está 4 metros à frente de uma parede vertical e lança uma bola. A bola deixa a mão do garoto, a uma altura de 2 metros do chão, com velocidade inicial de módulo $v_0 = 10\sqrt{2}$ m/s, fazendo um ângulo de $45°$ com o chão (Figura 5). Quando a bola bate na parede, a componente horizontal de seu vetor velocidade inverte de sentido e a componente vertical permanece inalterada (módulo, direção e sentido se mantém os mesmos).

(a) Onde a bola atinge o solo?

(b) Qual a altura máxima H que ela atinge?

(c) Qual sua velocidade ao atingir o solo?

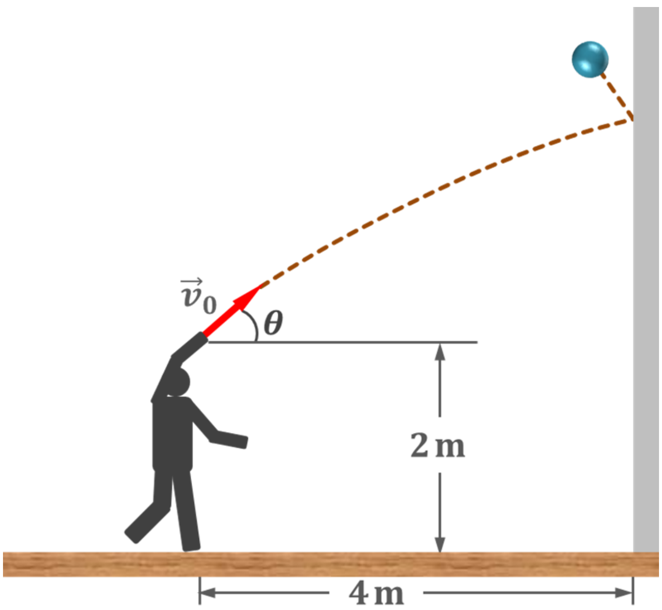

Figura 5: Garoto lançando a bola contra a parede.

43. Um jogador de futebol, a $20,5$ metros do gol adversário, dá um chute na bola, levantando-a do chão com uma velocidade inicial de módulo $= 15$ m/s, passando-a ao centro-avante do time, que está alınnado com ele e o gol, posicionado a $5,5$ metros do gol adversário. O centro-avante, que tem $1,80$ metros de altura, acerta uma cabeçada na bola, imprimindo-lhe um incremento de velocidade somente na direção horizontal, e marca gol. Responda as perguntas a seguir:

(a) **De que ângulo(s) a bola havia sido levantada do chão?**

(b) **Qual foi o incremento de velocidade impresso à bola pela cabeçada? Considere todas as soluções possíveis.**

8 Respostas

8.1 Grandezas físicas e análise dimensional

1. **Bate** $\approx 2 \times 10^9$ **vezes.**
2. $3,84 \times 10^5$ km.
3. **Não, pois levaria cerca de 95 anos para contar o dinheiro, ou seja, você teria 113 anos no final da contagem.**
4. $\dfrac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$.
5. $[A] = \text{m}^3\,\text{s}^{-3}$ **e** $[B] = \text{m}^3\,\text{s}$.
6. $p = -1$ **e** $q = 2$.
7. $v = 8,35 \times 10^{-4}$ **m/s.**
8. $R_{\text{A}\ell} = 2,86 \times 10^{-2}$ **m.**
9. **20 bilhões de litros.**
10. $M_{\text{Terra}} = 5,95 \times 10^{24}$ **kg.**

8.2 Cálculo diferencial e integral

11. **(a)** $21x^2 + 3$; **(b)** $\cos(x) - x\,\text{sen}(x)$; **(c)** $1 - \text{sen}(t)$;
(d) $63z^6 + 6$; **(e)** $\sec(y)[1 + y\,\text{tg}(y)]$; **(f)** $e^{-t}(1-t)$.
12. **(a) 1; (b)** $\dfrac{x^8}{8} + 7\dfrac{x^2}{2} + 4x + x_0$; **(c)** $\approx 39,3$;
(d) $\text{sen}(y) + \dfrac{y^2}{2} + y_0$; **(e) 0; (f)** $\approx 5,3$; **(g)** $\approx 21,7$.

8.3 Movimento em uma dimensão

13. **(a)** $\Delta x = x_f - x_0 = 5\Delta t^2 + 10 t_0 \Delta t$, **onde** $\Delta t = t_f - t_0$;
(b) $v_m = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = 5\Delta t + 10 t_0$;
(c)
(d) $\lim_{\Delta t \to 0}\left(\dfrac{\Delta x}{\Delta t}\right) = 10\,t_0$, **que para** $t_0 = 2$ s $\Rightarrow 20$ **m/s;**
(e) $x(t) = 5\,t^2$, **então** $v(t) = \dfrac{dx}{dt} = 10\,t \to v(2) = 20$ **m/s.**

Δt (s)	Δx (m)	$\frac{\Delta x}{\Delta t}$ (m/s)
1,00	25,00	25,00
0,50	11,25	22,50
0,20	4,20	21,00
0,10	2,05	20,50
0,05	1,01	20,25
0,01	0,20	20,05
0,005	0,100	20,025
0,001	0,020	20,005
0,0001	0,0020	20,0005

14. **(a)** $a_m = 8$ **m/s²;**

(b) $a(t) = a_m = 8$ **m/s²;**

(c) $x(t) = 4t^2 - 7t + x_0$**;** $\Delta x_{2\to 6} = 100$ **m e** $v_m = 25$ **m/s;**

(d) $D = 8,125$ **m.**

15. **(a)** $0,0 \leq t \leq 0,5$ **min** $\Rightarrow v(t) = 0,2$ **(km/min)**

$0,5 \leq t \leq 1,5$ **min** $\Rightarrow v(t) = 0,2t + 0,1$ **(km/min)**

$1,5 \leq t \leq 2,5$ **min** $\Rightarrow v(t) = -0,8t + 1,6$ **(km/min)**

$2,5 \leq t \leq 3,0$ **min** $\Rightarrow v(t) = -0,4$ **(km/min);**

(b) $D = 800$ **m;**

(c) $L = 500$ **m.**

16. **(a)** **Façam graficamente!**

Analiticamente: os carros A e B, para intervalos de tempo iguais, apresentam valores iguais de Δv, ou seja,

$$\Delta v_{\mathrm{A}_{0\to 20}} = \Delta v_{\mathrm{A}_{20\to 40}} = \cdots = \Delta v_{\mathrm{A}_{80\to 100}} = 16 \text{ m/s}$$

$$\Delta v_{\mathrm{B}_{0\to 20}} = \Delta v_{\mathrm{B}_{20\to 40}} = \cdots = \Delta v_{\mathrm{B}_{80\to 100}} = -9 \text{ m/s.}$$

Assim, suas acelerações são constantes, ou seja,

$$a_{\mathrm{A}}(t) = a_m = \frac{\Delta v_{\mathrm{A}}}{\Delta t} = \frac{4}{5} \text{ m/s}^2$$

$$a_{\mathrm{B}}(t) = a_m = \frac{\Delta v_{\mathrm{B}}}{\Delta t} = -\frac{9}{20} \text{ m/s}^2.$$

Sabendo que $v_{\mathrm{A}}(0) = v_{\mathrm{B}}(0) = 0$ e assumindo o eixo das posições com origem no início da pista, de onde parte o carro A, então as posições iniciais dos carros A e B serão, respectivamente, no instante $t = 0$, $x_{\mathrm{A}}(0) = 0$ e $x_{\mathrm{B}}(0) = 1000$ m e, pelo processo de integração, encontramos:

Carro **A**	Carro **B**
$a_A(t) = (4/5)$ (m/s^2)	$a_B(t) = -(9/20)$ (m/s^2)
$v_A(t) = (4/5)t$ (m/s)	$v_B(t) = -(9/20)t$ (m/s)
$x_A(t) = (4/10)t^2$ (m)	$x_B(t) = -(9/40)t^2 + 1000$ (m)

(b) $x_A = 640$ **m.**

17. **(a)** $0 \le t \le 8 \text{ s} \Rightarrow \begin{cases} a(t) = \frac{3}{2} \ (\text{m/s}^2) \\ x(t) = \frac{3}{4}t^2 \ (\text{m}) \end{cases}$

$8 \le t \le 12 \text{ s} \Rightarrow \begin{cases} a(t) = -6 \ (\text{m/s}^2) \\ x(t) = -3t^2 + 60t - 240 \ (\text{m}) \end{cases}$

$12 \le \text{t} \le 16 \text{ s} \Rightarrow \begin{cases} a(t) = 0 \ (\text{m/s}^2) \\ x(t) = -12t + 192 \ (\text{m}); \end{cases}$

(b) $D = 72$ **m e** $x(12) = 48$ **m;**

(c) $x(16) = 0$. **Após 16 segundos de movimento, a partícula está novamente na origem (posição inicial).**

18. **(a)** $\Delta y = 20$ **m e** $y(0) = 0$ **(origem no alto do prédio);**

(b) $\Delta y_{2\to 4} = 60$ **m .**

19. **(a)** $v_y(t) = -10t + 20$ **m/s;**

(b) **Gráfico;**

(c) $\Delta y_{0\to 2} = 20$ **m e** $\Delta y_{0\to 6} = -60$ **m;**

(d) $D = 100$ **m;**

(e) $H = 80$ **m.**

20. **(a)** $H = 16,2$ **m;**

(b) **A colisão ocorre no solo, ou seja, em** $y = 0$**;**

(c) **No instante em que a bola, que saiu do chão, retorna ao chão, ela colide com a bola que caiu do topo do edifício.**

21. **(a)** **3 segundos;**

(b) **45 metros;**

(c) $t = \dfrac{6 \pm \sqrt{12}}{2} = 4,7$ **s ou** $1,3$ **s;**

(d) **6 segundos;**

(e) **90 metros.**

22. (a) **Façam graficamente!**

Analiticamente: utilizando a unidade de comprimento em km e de tempo em minutos, as posições da tartaruga e da lebre, em função do tempo são :

Tartaruga: $x_t(t) = (6,0 \times 10^{-2})\,t$

Lebre: $0 \leq t \leq 5$ min $\Rightarrow x_\ell(t) = 0,24\,t$

$5 \leq t \leq 140$ min $\Rightarrow x_\ell(t) = 1,2$

$t \geq 140$ min $\Rightarrow x_\ell(t) = 0,24\,t - 32,4$

A tartaruga alcança a linha de chegada, após deslocar-se 10 km, em $t = 166,7$ **min. Para este tempo, a posição da lebre é** $x_\ell = 7,6$ **km. Portanto, a tartaruga vence a corrida.**

(b) $t = 20$ **min;**

(c) **A lebre está** $\approx 2,4$ **km atrês da tartaruga, depois de 10 km de pista.**

(d) **Se a lebre tirar uma soneca de 125 minutos ela chega junto com a tartaruga. Portanto, o tempo máximo da soneca deve ser um pouco menor que 125 minutos.**

23. **Adotando o eixo** y **com sentido para cima:**

(a) $t = 1,05$ **s;**

(b) $v = -10,5$ **m/s;**

(c) $h \approx 10$ **m;**

(d) $v_m \approx -7,7$ **m/s;**

(e) $v \approx 2,3$ **m/s**

24. (a) **No mesmo sentido do movimento;**

(b) $v(t) = 2t + 0,1t^2 + 20$ **(m/s);**

(c) $v(10) = 50$ **m/s;**

(d) $a_m = 3$ **m/s²;**

(e) $x(t) = -60 + 20t + t^2 + \frac{1}{30}t^3$ **(m);**

(f) $\Delta x_{0\to5} = 129,2$ **m;**

(g) $v_m = 33,3$ **m/s.**

25. (a) **Raízes:** $t = 0$ **s e** $t = 4$ **s (velocidade nula)**

Máximo: $t = 2$ **s (velocidade máxima** $\Rightarrow$ **aceleração nula);**

(b) $\Delta x_{0\to2} = 16/3 = 5,3$ **m;**

(c) $\Delta x_{0\to4} = 32/3 = 10,7$ **m,** $\Delta x_{4\to6} = -32/3 = -10,7$ **m e** $\Delta x_{0\to6} = 0$

(d) $t = 6$ **s.**

26. (a) $v_{\text{mín}} = 4,8$ **m/s**

Trem	Passageiro
$a_T(t) = 0,40$ (m/s^2)	$a_P(t) = 0$ (m/s^2)
$v_T(t) = 0,40t$ (m/s)	$v_P(t) = v_0$ (m/s)
$x_T(t) = 0,20t^2$ (m)	$x_P(t) = v_0(t-6)$ (m)

(b) **Façam o gráfico!**

27. (a) $[\alpha] = \mathrm{L\,T^{-2}} = \mathrm{m\,s^{-2}}$ **e** $[\beta] = \mathrm{L\,T^{-3}} = \mathrm{m\,s^{-3}}$**;**

(b) $t = 2$ **s;**

(c) $\Delta x_{0\to3} = 0$ **e** $D = 8$ **m;**

(d) **e** (e)

Velocidade (m/s)	Aceleração (m/s^2)
$v(1) = 3$	$a(1) = 0$
$v(2) = 0$	$a(2) = -6$
$v(3) = -9$	$a(3) = -12$
$v(4) = -24$	$a(4) = -18$

8.4 Movimento em duas e três dimensões

28. Aprendendo a trabalhar com vetores: Façam!

29. Aprendendo a trabalhar com vetores: Façam!

30. (a) $d = 2\sqrt{5}$ **m;**

(b) $\theta = 45°$**.**

31. (a) $\Delta\vec{r} = 10(1+\sqrt{2})\,(\hat{\imath}+\hat{\jmath})$ **(m);**

(b) $\vec{v}_1 = 2\,\hat{\imath}\,;\quad \vec{v}_2 = 2\sqrt{2}(\hat{\imath}+\hat{\jmath})\,;\quad \vec{v}_3 = 2\,\hat{\jmath}$ **(m/s);**

(c) $\vec{v}_m = \dfrac{2}{3}\,(1+\sqrt{2})\,(\hat{\imath}+\hat{\jmath})$ **(m/s);**

(d) $D = 40$ **m;** $|\Delta\vec{r}| = 10\,(2+\sqrt{2}) = 34,1$ **m.**

32. **(a)** $\vec{v}_{\text{AB}} = 2\,\hat{\imath}$ **(m/s);**

(b) $\vec{r}_{\text{AB}} = 2\,t\,\hat{\imath} + 2\,\hat{\jmath}$ **(m);**

(c) $t = 2$ **s;**

(d) $\vec{v}_{\text{BC}} = \sqrt{2}(\hat{\imath} - \hat{\jmath})$ **(m/s);**

(e) $\vec{r}_{\text{BC}} = \sqrt{2}\left[(2\sqrt{2} - 2 + t)\,\hat{\imath} + (\sqrt{2} + 2 - t)\,\hat{\jmath}\right]$ **(m);**

(f) $t = \sqrt{2} + 2 = 3,41$ **s;**

(g) $|\Delta\vec{r}_{\text{total}}| = 2\sqrt{10} = 6,33$ **m;**

(h) $D = 6$ **m.**

33. **(a)** $\vec{r}(1) = -\hat{\imath}$ (m);

(b) $v_x(t) = 6t(t-1)$ **(m/s) e** $v_y(t) = 2(t-1)$ **(m/s);**

(c) $\vec{v}(0) = -2\hat{\jmath}$ **(m/s) e** $\vec{v}(1) = 0$ **(m/s);**

(d) $t = 1$ **s;**

(e) $a_x(t) = 6(2t-1)$ **(m/s²) e** $a_y(t) = 2$ **(m/s²);**

(f) $t = 0,5$ **s.**

34. **(a)** $\Delta\vec{r} = 3\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}$ **(m);**

(b) **Desenho: façam**

(c) $\vec{v}_{\text{m}} = \dfrac{1}{5}\left(3\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}\right)$ **(m/s)** **e** $|\vec{v}_{\text{m}}| = 1$ **(m/s);**

(d) $\vec{r}(10) = -6\hat{\imath} - 7\hat{\jmath}$ **(m).**

35. **(a)** $\vec{a}(t) = (12t^2 + 4)\hat{\jmath}$ **(m/s²) e** $\vec{r}(t) = 2t\hat{\imath} + (t^4 + 2t^2 + 2)\hat{\jmath}$ **(m/s);**

(b) $y(x) = \dfrac{1}{16}\left(x^4 + 8x^2 + 32\right)$ **(m).**

36. $\theta = 60^\circ$ **e** $\vec{r} = 30(\sqrt{3}\,\hat{\imath} + \hat{\jmath})$ **(m).**

8.4.1 Lançamento de projéteis

37. $d = 6\sqrt{3}$ **m;** $\vec{v} = 3\,\hat{\imath} - 20\sqrt{3}\,\hat{\jmath}$ **(m/s).**

38. **(a)** $v_0 = 12,2$ **m/s;**

(b) $h = 3,4$ **m.**

39. **(a)** $\vec{v} = 10\sqrt{3}\,\hat{\imath}$ **(m/s);**

(b) $h = 45$ **m;**

(c) $d = 30\sqrt{3}$ **m;**

(d) $\vec{v} = 10\sqrt{3}\,\hat{\imath} - 30\,\hat{\jmath}$ **(m/s).**

40. $x = 102,5$ **m.**

41. **(a)** $\vec{v} = 40\,\hat{\imath} + 30\,\hat{\jmath}$ **(m/s);**

(b) $\vec{v} = 40\,\hat{\imath} - 45\,\hat{\jmath}$ **(m/s)**

42. **Atinge o solo a 17,8 m da parede;** $H = 7,0$ **m e** $v_{\text{solo}} = 15,5$ **m/s.**

43. **(a)** $\theta = 67,7°$ **ou** $\theta = 29,1°$**;**

(b) $v_x = 33,6$ **m/s (**$= 121$ **km/h) se** $\theta = 67,7°$**;**

$v_x = 4,1$ **m/s (**$= 15$ **km/h) se** $\theta = 29,1°$**.**