

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS - EESC

RAFAEL LABAKI PAVARINO

**DESENVOLVIMENTO DE UMA FERRAMENTA  
COMPUTACIONAL BASEADA NA NORMA AGMA PARA  
DIMENSIONAMENTO DE ENGRENAGENS DE DENTES RETOS E  
HELICOIDAIS**

São Carlos  
2018



RAFAEL LABAKI PAVARINO

**DESENVOLVIMENTO DE UMA FERRAMENTA  
COMPUTACIONAL BASEADA NA NORMA AGMA PARA  
DIMENSIONAMENTO DE ENGRENAGENS DE DENTES RETOS E  
HELICOIDAIS**

Trabalho de conclusão de curso apresentado à Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Engenheiro Mecânico.

Área de Concentração: Engenharia Mecânica

Orientador: Prof. Dr. Jonas de Carvalho

São Carlos  
2018



## AGRADECIMENTOS

À minha família, Paulo, Rosângela e Felipe que são minha base e sempre me deram todo o apoio para realizar os meus sonhos.

À minha namorada Andréa pelo amor, incentivo e paciência, durante esse período.

Aos meus amigos e colegas de sala pelos momentos de descontração, experiências e aprendizados durante o curso.

Aos meus colegas de estágio pela contribuição na minha formação e troca de experiências.

Aos docentes e funcionários do Departamento de Engenharia Mecânica, responsáveis por uma imensa contribuição na minha formação.

Ao meu orientador, professor Dr. Jonas de Carvalho, pelos conselhos e suporte no desenvolvimento desse trabalho.



## RESUMO

PAVARINO, R. L. **Desenvolvimento de uma ferramenta computacional baseada na norma AGMA para dimensionamento de engrenagens de dentes retos e helicoidais** - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2018.

Esse trabalho se constitui do desenvolvimento de uma ferramenta computacional programada em Microsoft Excel® para projeto de engrenagens baseada na norma AGMA (*American Gear Manufacturers Association*), de modo a facilitar o complexo e iterativo processo de projeto de engrenagens. O ponto de partida é uma revisão bibliográfica das principais normas para dimensionamento de engrenagens, com foco na norma AGMA, descrita de forma mais detalhada. Também é feita uma breve revisão bibliográfica do desenvolvimento, evolução e influência dos *softwares* em projetos de engenharia, seguida de uma explicação da lógica aplicada à ferramenta. Com a descrição da base teórica, são feitas simulações de projetos de engrenagens, usando duas ferramentas, uma existente baseada na norma DIN e a desenvolvida por esse trabalho, baseada na norma AGMA. Os resultados obtidos das simulações realizadas para cada norma são discutidos, de modo a comparar as duas normas e explicar os motivos da norma DIN apresentar valores mais conservadores de dimensionamento, em relação à norma AGMA.

Palavras chave: Projeto, Dimensionamento, Engrenagens cilíndricas, AGMA, Elementos de Máquinas





## **ABSTRACT**

**PAVARINO, R. L. Development of a computer tool based on AGMA standard for sizing spur and helical gears** - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2018.

This work consists of the development of a computer tool programmed in Microsoft Excel® for gear design based on the AGMA (American Gear Manufacturers Association) standard, in order to facilitate the complex and iterative process of designing gears. The starting point is a bibliographic review of the main standards for gear sizing, focusing on the AGMA standard, described in more detail. A brief bibliographic review of the development, evolution and influence of software in engineering projects is also made, followed by an explanation of the logic applied to the tool. With the description of the theoretical basis, simulations of gear designs are made, using two tools, one based on the DIN standard and the one developed here, based on the AGMA standard. The results obtained in the simulations are discussed, in order to compare both standards and explain the reasons why DIN standard shows more conservative values for sizing, when compared to AGMA standard.

**Keywords:** Design, Sizing, Cylindrical Gears, AGMA, Machine Elements



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Carruagem chinesa que aponta ao sul. ....	15
Figura 2 - Transmissão de movimentos rotatórios .....	19
Figura 3 - Ação conjugada da curva involuta no engrenamento. ....	20
Figura 4 – Engrenagens cilíndricas .....	21
Figura 5 – Engrenagens cônicas.....	22
Figura 6 - Parafuso sem-fim.....	22
Figura 7 - Diferencial automotivo.....	23
Figura 8 - Sistema de transmissão automotivo. ....	23
Figura 9 - Redutor de velocidades. ....	23
Figura 10 - Principais tipos de tratamentos térmicos para engrenagens.....	25
Figura 11 - Nomenclatura padrão de uma engrenagem.....	26
Figura 12 - Relação entre o módulo, tamanho e número de dentes. ....	28
Figura 13 – Perfil de dente de engrenagem. ....	30
Figura 14 - Perfis de dente AGMA para três ângulos de pressão .....	30
Figura 15 – Ângulo de pressão. ....	31
Figura 16 – Forças atuantes em engrenagens helicoidais .....	32
Figura 17 – Analogia de Lewis .....	33
Figura 18 - Fratura por flexão no pé do dente .....	34
Figura 19 - Fratura por tensão superficial de contato .....	35
Figura 20 - Fator geométrico de resistência a flexão.....	38
Figura 21 - Multiplicador do fator geométrico .....	38
Figura 22 - Fatores dinâmicos AGMA .....	39
Figura 23 - Definição das distâncias utilizadas na avaliação de $C_{pm}$ .....	42
Figura 24 - Constantes empíricas para equação 20.....	42
Figura 25 - Fatores de sobrecarga $K_o$ .....	43
Figura 26 - Fator de forma de Lewis .....	44
Figura 27 - Parâmetros para o fator de espessura de borda.....	45
Figura 28 - Fator de ciclagem de tensão para tensão de flexão.....	46
Figura 29 - Fator de vida de ciclagem de tensão .....	49
Figura 30 - Fluxograma geral da ferramenta .....	53
Figura 31 - Fluxograma do dimensionamento .....	54

Figura 32 - Fluxograma do dimensionamento .....	55
Figura 33 - Tabela de Resultados Shigley (2005) x Ferramenta .....	57
Figura 34 - Principais componentes da ponte rolante .....	58
Figura 35 - Componentes que constituem a ponte rolante.....	59
Figura 36 - Resultados das simulações AGMA x DIN .....	60
Figura 37 - Seções críticas.....	61

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>15</b>
<b>2. OBJETIVO.....</b>	<b>17</b>
<b>3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>19</b>
<b>3.1. Transmissões de movimentos rotatórios.....</b>	<b>19</b>
<b>3.2. Transmissão por engrenagens.....</b>	<b>19</b>
<b>3.3. Tipos de engrenagens.....</b>	<b>20</b>
<b>3.4. Aplicações.....</b>	<b>22</b>
<b>3.5. Materiais .....</b>	<b>24</b>
<b>3.6. Nomenclatura.....</b>	<b>25</b>
<b>3.7. Tensões em engrenagens.....</b>	<b>32</b>
<b>3.8. Modos de falha em engrenagens .....</b>	<b>34</b>
<b>3.9. Metodologia baseada na norma DIN .....</b>	<b>35</b>
<b>3.10. Metodologia baseada na norma AGMA .....</b>	<b>36</b>
<b>4. DESENVOLVIMENTO DA FERRAMENTA.....</b>	<b>51</b>
<b>4.1. História .....</b>	<b>51</b>
<b>4.2. Elaboração .....</b>	<b>51</b>
<b>5. RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>57</b>
<b>5.1. Simulação.....</b>	<b>58</b>
<b>5.2. Comparativo DIN x AGMA.....</b>	<b>60</b>
<b>6. CONCLUSÕES .....</b>	<b>63</b>
<b>7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>65</b>
<b>APÊNDICE A - Ferramenta de dimensionamento de engrenagens.....</b>	<b>67</b>



## 1. INTRODUÇÃO

Atualmente, a engrenagem é um dos elementos de máquinas mais importantes e difundidos da mecânica. Não é possível determinar exatamente quando a engrenagem foi criada, mas é sabido que sua história é longa e que ela tem sido usada para transmissão de movimento e potência por mais de 5000 anos (Dudley, 1984).

Uma das referências de engrenagens mais antiga que temos notícia é a “carruagem chinesa que aponta para o sul”, mostrada na Figura 1. Essa relíquia chinesa dos tempos antigos data de aproximadamente 2600 a.C e era supostamente usada para guiar viajantes que atravessavam o deserto de Gobi.

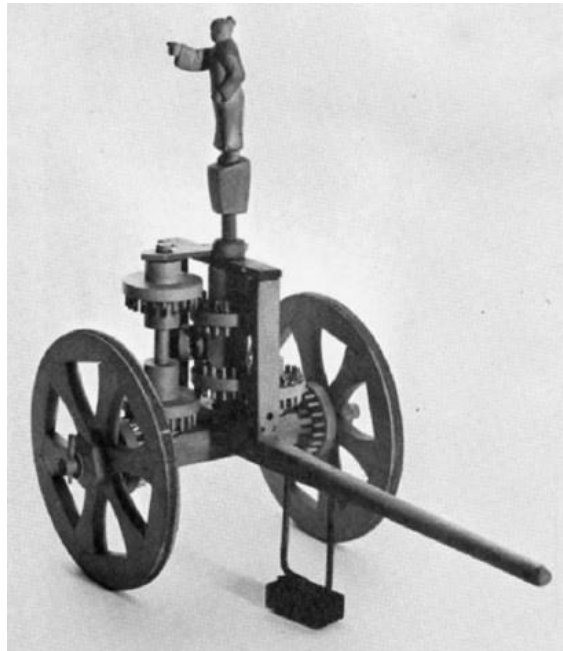


Figura 1 - Carruagem chinesa que aponta ao sul. (Fonte: Smithsonian Institution, Washington, D.C.)

Basicamente, a carruagem consistia em um complexo sistema de engrenagens, montado sobre uma carruagem e conectado a uma figura humana que aponta para uma direção. O dispositivo funcionava de forma semelhante a uma bússola, com o objetivo de indicar uma direção de referência, ou seja, não importa para onde a carruagem se movimentava, ela sempre estaria apontando para o sul.

A história mostra que o uso de engrenagens foi se desenvolvendo com o passar dos séculos e se tornando elemento essencial para a sociedade. Durante a idade média, se usavam engrenagens em moinhos de vento, moinhos de água, entre

outras utilizações. Já na época renascentista, as ilustrações do italiano Leonardo da Vinci apresentam diversos arranjos de engrenagens em seus projetos.

As primeiras engrenagens eram fabricadas de madeira e provavelmente de uma forma rudimentar, sem preocupação com a precisão dos dentes. A partir do século XVIII, com o advento da revolução industrial, elas passaram a ser fabricadas em materiais metálicos e a consequência disso foi um aumento da capacidade de carga e durabilidade (Flores e Gomes, 2014). Ainda nessa época, a invenção da primeira máquina para fabricação de engrenagens possibilitou a obtenção de dentes com maior precisão, assim o uso desse elemento teve um aumento expressivo.

Os estudos na área de engrenagens se desenvolveram muito até os dias atuais graças a nomes como Leonhard Euler<sup>1</sup>, Robert Willis<sup>2</sup>, Wilfred Lewis<sup>3</sup> e continuam em crescente aprimoramento. Segundo Dudley (1984), o projeto de engrenagens se tornou uma arte extremamente complicada. A pressão para construir elementos cada vez mais baratos, leves, silenciosos e eficientes resultou em um grande desenvolvimento da área. Dessa forma, como o projeto tem se tornado cada vez mais complexo, o uso de ferramentas computacionais também se tornou uma necessidade.

---

<sup>1</sup> O matemático, físico e engenheiro suíço sugeriu pela primeira vez, em 1754, que a evolvente de círculo fosse usada como a forma ideal nos dentes de engrenagem.

<sup>2</sup> O engenheiro britânico desenvolveu, em 1832, diversos estudos sobre engrenagens e trens de engrenagens.

<sup>3</sup> O engenheiro americano propôs, em 1892, um modelo simplificado para avaliar as tensões nos dentes de engrenagem.



## 2. OBJETIVO

O projeto e dimensionamento de engrenagens constituem uma habilidade importante na área de Engenharia Mecânica. Por isso, um ensino abrangente e prático se torna essencial para o desenvolvimento do estudante.

Por se tratar de um trabalho complexo e iterativo, o dimensionamento de engrenagens requer o auxílio de ferramentas computacionais para facilitar e otimizar os resultados. Como, os softwares possibilitam um resultado mais preciso de forma mais rápida, o projetista ganha tempo para focar na análise dos resultados e na busca de alternativas para resolver seus problemas.

Existem diferentes abordagens e metodologias para dimensionar engrenagens. Todas têm o mesmo objetivo e apresentam resultados precisos, mas cada uma apresenta suas particularidades, muitas vezes influenciadas por fatores culturais. As principais metodologias são baseadas nas normas AGMA (American Gear Manufacturers Association) e DIN (Deutsches Institut für Normung).

O curso de Elementos de Máquinas incentiva os alunos a projetar sistemas mecânicos. Como grande parte dos sistemas utiliza engrenagens nas aplicações, o dimensionamento de engrenagens é parte importante do processo. Atualmente, para executar esse projeto, os alunos têm a sua disposição ferramentas que usam como base a norma DIN.

Assim, de modo a possibilitar a escolha do aluno pela abordagem de sua preferência, esse trabalho tem como objetivo, desenvolver uma ferramenta usando o software Microsoft Excel® para auxiliar no dimensionamento de engrenagens de dentes retos e helicoidais, usando como base a norma AGMA.

Por meio de simulações de dimensionamento realizadas para as normas DIN e AGMA, o trabalho visa à realização de um comparativo entre elas e gerar uma discussão de suas diferenças e particularidades, explicando os motivos da divergência dos resultados obtidos.



### 3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

#### 3.1. Transmissões de movimentos rotatórios

A transmissão de movimentos rotatórios entre dois eixos pode ser realizada por meio de diferentes elementos. Como ilustrado na Figura 2, destacam-se as transmissões por correias (a), correntes (b) e engrenagens (c).

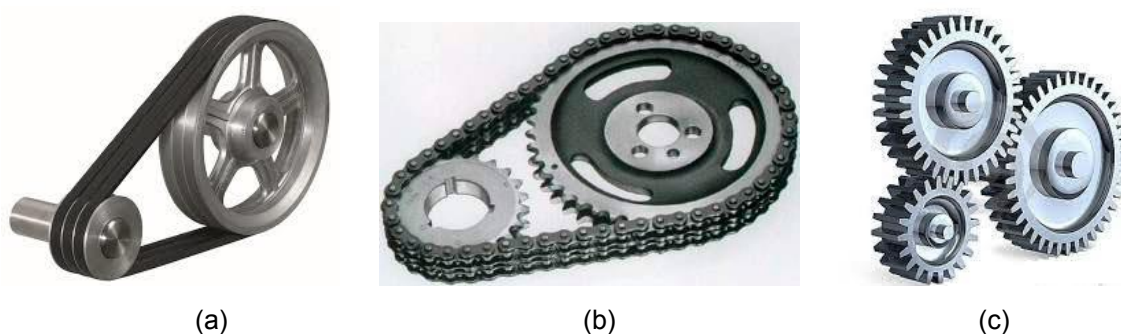


Figura 2 - Transmissão de movimentos rotatórios – (a) correias; (b) correntes; (c) engrenagens

Segundo Niemann (1971), para escolher o tipo de transmissão mais apropriado, requer-se um conhecimento preciso das exigências e das condições de funcionamento do projeto, além de diferentes dados para dimensionamento.

Para esse trabalho, o sistema de transmissão por engrenagens será tratado de forma detalhada, explicando o seu funcionamento, leis e aplicações.

#### 3.2. Transmissão por engrenagens

A transmissão por engrenagens é o tipo mais frequentemente usado, tanto para eixos paralelos, como para eixos reversos ou concorrentes. As engrenagens são usadas para transmitir torque e velocidade angular em uma ampla variedade de aplicações (Norton, 2010).

Segundo Niemann (1971), as vantagens das engrenagens são a transmissão de forças sem deslizamento, segurança de funcionamento, resistência a sobrecargas, pequena manutenção, dimensões reduzidas e alto rendimento.

O fato das engrenagens transmitirem forças sem deslizamento garante que a relação de transmissão seja mantida constante. Isso está de acordo com a “Lei Fundamental do Engrenamento”, que diz que a razão de velocidade angular das

engrenagens de um par de engrenagens deve manter-se constante durante o engrenamento.

$$m_G = \frac{\omega_G}{\omega_P} = \frac{d_{pG}}{d_{pP}} \quad (1)$$

Para que a lei fundamental do engrenamento seja respeitada, o perfil dos dentes das engrenagens deve permitir uma ação conjugada entre si, como ilustrado na Figura 3. Existem infinitas possibilidades de perfil para os dentes, mas apenas algumas curvas têm aplicações práticas. A cicloide e a involuta ou evolvente de um círculo são as mais comuns delas (Shigley, 2005). Segundo Norton (2010), a cicloide é ainda usada como forma de dente, mas a maioria das engrenagens usa a involuta ou evolvente.

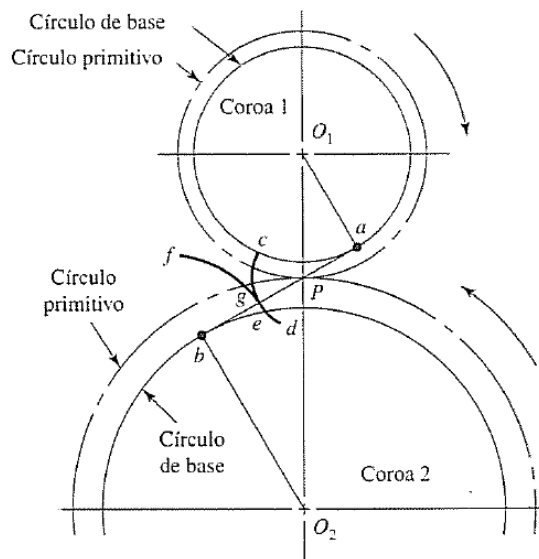


Figura 3 - Ação conjugada da curva involuta no engrenamento. (Fonte: Shigley, 2005)

### 3.3. Tipos de engrenagens

Por se tratar de um elemento muito utilizado e com diversas aplicações, existe uma grande variedade de tipos de engrenagens. A escolha do tipo de engrenagem depende da sua função, aplicação e condições de operação do sistema.

A forma utilizada para classificar engrenagens será de acordo com sua forma construtiva, como descrito por Niemann (1971).

### 3.3.1. Engrenagens cilíndricas

São utilizadas para transmitir movimento entre eixos paralelos. Devido ao formato simples, elas possibilitam uma variação construtiva de serem internas ou externas.

Os dentes dessas engrenagens podem ser retos ou helicoidais. Os dentes retos são a forma mais simples e barata, já os dentes helicoidais permitem um engrenamento mais gradual, tornando a engrenagem mais silenciosa.

A transmissão também pode ser feita de forma planetária, que economiza muito espaço e peso, sendo mais adequadas para potências elevadas.

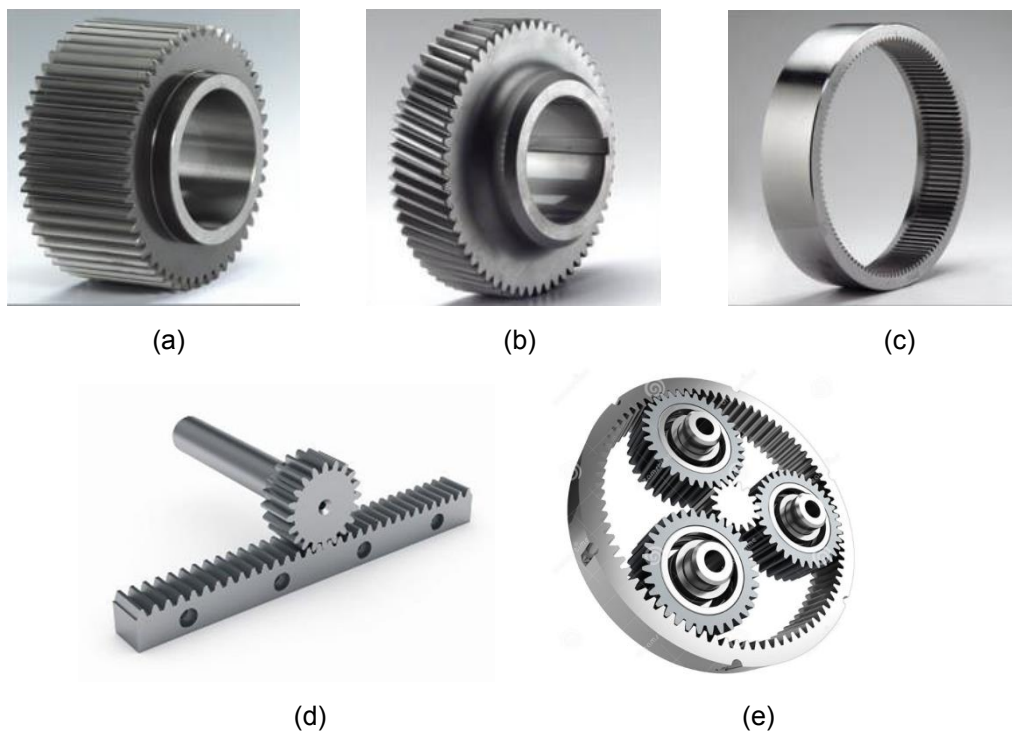


Figura 4 – Engrenagens cilíndricas - (a) dentes retos; (b) dentes helicoidais; (c) engrenagem interna; (d) com cremalheira; (e) planetário

### 3.3.2. Engrenagens cônicas

Têm os dentes formados em superfícies cônicas e são utilizadas para transmitir movimento entre eixos concorrentes. Elas também podem ser descentradas e transmitir movimentos entre eixos reversos com pequena distância entre si. As engrenagens cônicas são, em geral, mais caras que as cilíndricas.



(a)



(b)

Figura 5 – Engrenagens cônicas - (a) dentes helicoidais; (b) engrenagens cônicas descentradas

### 3.3.3. Parafusos sem-fim

São utilizadas para transmitir movimento entre eixos reversos. Podem ser aplicadas em grandes relações de transmissão, são mais silenciosas e amortecem melhor a vibração que qualquer outro tipo de engrenagem.



Figura 6 - Parafuso sem-fim

### 3.4. Aplicações

Engrenagens são elementos de máquinas usados em vários tipos de equipamentos. Sua aplicação é diversa em múltiplas áreas: Industrial (transporte, movimentação de carga, automação, usinagem), mobilidade (automobilística, naval, aeronáutica, etc.), além de componentes eletrônicos, eletrodomésticos, entre outros.

Na indústria automobilística, as engrenagens são elementos fundamentais e relevantes no funcionamento dos equipamentos. Por exemplo, o diferencial (Figura 7) e o sistema de transmissão (Figura 8)

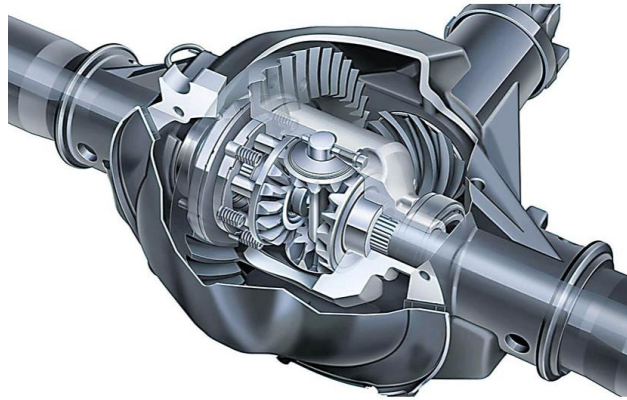


Figura 7 - Diferencial automotivo. (Fonte: [www.razaoautomovel.com](http://www.razaoautomovel.com))

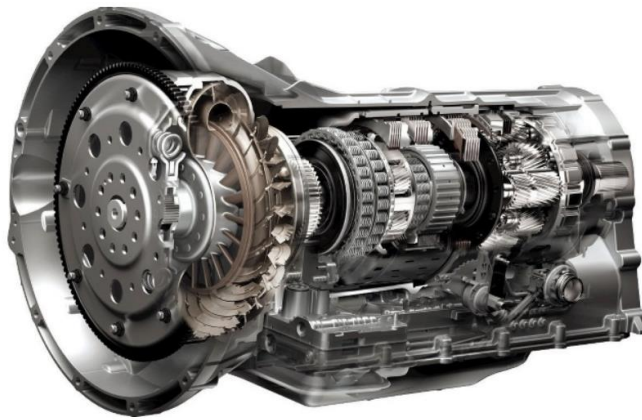


Figura 8 - Sistema de transmissão automotivo. (Fonte: [www.mecanicaindustrial.com.br](http://www.mecanicaindustrial.com.br))

Outro equipamento relevante é o redutor de velocidades (Figura 9), composto por um jogo de engrenagens e com o objetivo de reduzir a rotação e aumentar o torque entre dois eixos.

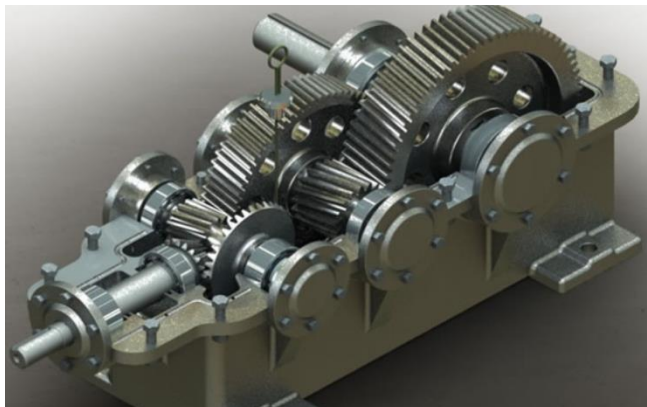


Figura 9 - Redutor de velocidades. (Fonte: [industria hoje.com.br](http://industria hoje.com.br))

### 3.5. Materiais

Existem diversos materiais utilizados para a fabricação de engrenagens e a escolha depende de vários fatores como tipo de aplicação, resistência a tração, corrosão, usinabilidade, dureza superficial, preço, entre outros.

Por esses motivos, apenas alguns metais e ligas são mais apropriados para esse elemento de máquina. Além do material, o tratamento térmico para endurecimento é recomendado para obter resistência suficiente.

Segundo Norton (2010), os materiais mais comuns em engrenagens são:

- **Aços:** muito comum em engrenagens, devido a sua alta resistência a tensão. Apesar dos benefícios, o aço necessita de tratamento térmico para aumentar a dureza superficial para resistir ao desgaste. Por esse motivo, o aço acaba se tornando uma solução mais cara e que dependendo da solução, não se aplica.
- **Ferros fundidos:** também muito comum em engrenagens, devido a sua facilidade de usinagem, resistência ao desgaste e amortecimento interno, o que deixa as engrenagens mais silenciosas que as de aço. Ferro fundido cinzento é mais barato, porém tem baixa resistência a tração, o que implica em dentes maiores. Ferro fundido nodular, apesar de mais caro, possui mais resistência a tensão que o cinzento.
- **Bronze:** dos metais não ferrosos, é o mais usado em engrenagens. Devido ao seu baixo módulo de elasticidade, os dentes possuem uma deflexão menor, o que melhora a divisão de carga entre os dentes.
- **Materiais não metálicos:** Esse material torna as engrenagens muito silenciosas, porém com baixa resistência, o que limita a capacidade de carga. Os materiais mais comuns são os termoplásticos injetados como nylon e poliacetal, e às vezes preenchidas com inorgânicos como vidro ou silicato de magnésio. Para reduzir, o Teflon também pode ser adicionado.

#### 3.5.1. Tratamentos térmicos:

De modo a aprimorar o desempenho das engrenagens, o tratamento térmico é realizado em engrenagens, com o objetivo de aumentar a dureza superficial do material e reduzir o desgaste.



Segundo Otto & Herring (2002), os processos de tratamento térmico são divididos em três categorias (Figura 10): pré-endurecimento, endurecimento e pós-endurecimento. Dentro de cada categoria, a escolha do processo mais adequado, depende do material escolhido.

<b>Categoria</b>	<b>Objetivo principal</b>	<b>Tratamentos térmicos</b>
Pré-endurecimento	Preparar a estrutura do material para usinagem	Normalização
		Recozimento
		Alívio de tensões
Endurecimento	Elevar a dureza da engrenagem para melhorar propriedades em relação aos modos de falha críticos e desgaste	Têmpera seguida de revenimento
		Cementação
		Carbonitreção
		Nitreção
		Nitrocarboneteção
		Endurecimento por chama
		Endurecimento por laser
Endurecimento por indução		
Pós-endurecimento	Trabalhar o material de modo a elevar ainda mais a dureza ou balancear as propriedades mecânicas	Revenimento
		Tratamento criogênico
		Shotpeening

Figura 10 - Principais tipos de tratamentos térmicos para engrenagens. (Fonte: Otto; Herring, 2002).

### 3.6. Nomenclatura

Para fazer cálculos de dimensionamento, é necessário estar familiarizado com a terminologia dos componentes de uma engrenagem. A Figura 11 ilustra a nomenclatura padrão de engrenagens que será descrita detalhadamente em seguida. Como tratamos de par de engrenagens em contato, é costumeiro referir-se à menor das duas engrenagens como um pinhão e a maior como engrenagem. (Norton, 2010). Para análises de par de engrenagens, o pinhão será referenciado pelo índice “P” e a engrenagem, pelo índice “G”.

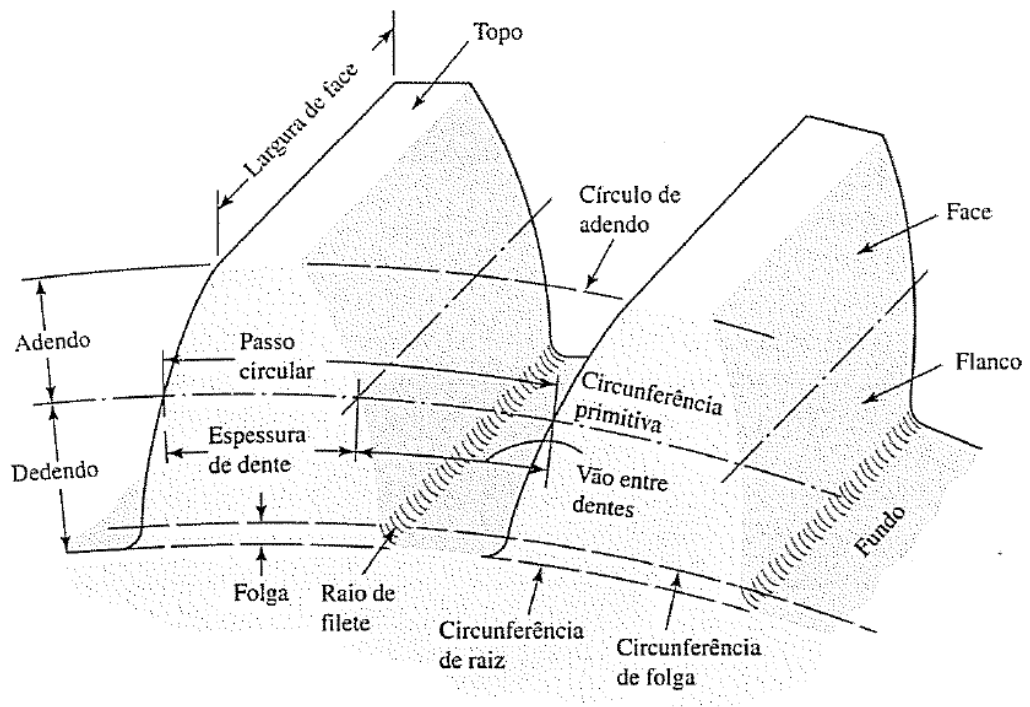


Figura 11 - Nomenclatura padrão de uma engrenagem. (Fonte: Shigley, 2005)

- Circunferência Primitiva

É uma circunferência teórica, onde ocorre o ponto de contato durante o engrenamento. Em um par de engrenagens, as suas circunferências primitivas são tangentes entre si, como mostrado na Figura 3. A circunferência primitiva também pode ser designada de circunferência de passo (Henriot, 1979).

- Diâmetro primitivo –  $d_p$  (mm ou pol)

Diâmetro referente à circunferência primitiva da engrenagem.

- Circunferência de raiz

É a circunferência do cilindro interno da engrenagem, tangente ao pé dos dentes. Sobre ela, o perfil evolvente dos dentes é gerado.

- Diâmetro de raiz –  $d_f$  (mm ou pol)

Diâmetro referente à circunferência de raiz da engrenagem.

- Circunferência de topo:  
É a circunferência do cilindro externo da engrenagem que coincide com o topo dos dentes.

- Diâmetro de topo –  $d_e$  (mm ou pol)  
Diâmetro referente à circunferência de topo da engrenagem.

- Adendo –  $h_a$ (mm ou pol)  
É a distância radial entre a circunferência primitiva e a circunferência de topo, como mostrado na equação 2.

$$h_a = d_e - d_p \quad (2)$$

- Dedendo –  $h_b$  (mm ou pol)  
É a distância radial entre a circunferência de raiz e a circunferência primitiva, como mostrado na equação 3.

$$h_b = d_p - d_f \quad (3)$$

- Altura dos dentes (mm ou pol)  
É definida como a altura total dos dentes, ou seja, é igual a soma do adendo com o dedendo.

- Largura de face –  $b$  (mm ou pol)  
É definida como o comprimento do perfil axial do dente.

- Vão entre dentes –  $v$  (mm ou pol)  
É definido como a medida do arco limitado entre dois dentes adjacentes sobre a circunferência primitiva, é o vazio entre os dentes.

- Espessura do dente –  $e$  (mm ou pol)  
É definida como a medida do arco limitado entre as extremidades do dente sobre a circunferência primitiva

- Folga circunferencial de trabalho ou *backlash* –  $j$  (mm ou pol)  
É definida pela espessura circular dos dentes subtraída do vão entre dentes.

- Passo circular –  $p_c$  (mm ou pol)

É a distância medida na circunferência primitiva entre dois dentes adjacentes. O passo circular corresponde à soma entre a espessura do dente e o vão entre dentes. Ele também pode ser definido como a relação entre o comprimento da circunferência primitiva e o número de dentes da engrenagem, como mostrado na equação 4.

$$p_c = \frac{\pi d_p}{Z} \quad (4)$$

$Z$  = número de dentes da engrenagem

- Módulo –  $m$  (mm)

O módulo de uma engrenagem é a razão entre o diâmetro primitivo e o número de dentes, como mostrado na equação 5. O seu valor equivale ao índice de tamanho de dente no SI (Shigley, 2005).

$$m = \frac{d_p}{Z} \quad (5)$$

O módulo é um parâmetro normalizado que visa uniformizar os perfis adotados para os dentes das engrenagens e facilitar a obtenção de máquinas e ferramentas (Flores e Gomes, 2014). A Figura 12 ilustra a influência do módulo no tamanho e número de dentes para um mesmo diâmetro primitivo.

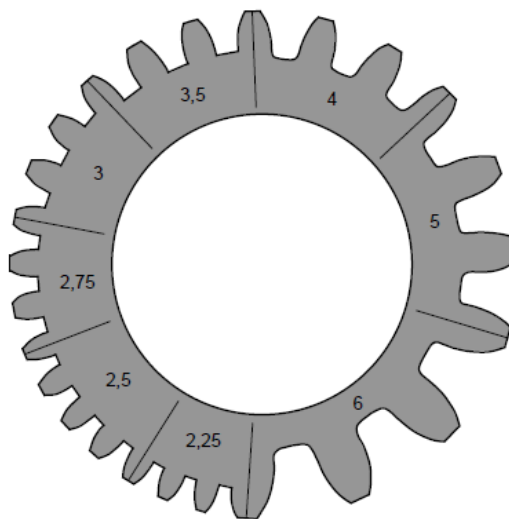


Figura 12 - Relação entre o módulo, tamanho e número de dentes.  
(Fonte: Flores e Gomes, 2014.)

- Passo diametral –  $p_d$  (pol)

O passo diametral é um parâmetro recíproco ao módulo. Ele é definido como a razão entre o número de dentes da engrenagem e o diâmetro primitivo. Porém, ele é calculado com base em unidades americanas, assim é usada somente em especificações de engrenagens nos Estados Unidos. (Norton, 2010)

A conversão de um padrão ao outro é expressa pela equação 6.

$$p_d = \frac{25,4}{m} \quad (6)$$

- Raio de filete –  $r_f$  (mm ou pol)

Raio da superfície que une o flanco do dente e a superfície da circunferência de raiz. O raio do filete é um importante fator na concentração de tensões no pé do dente.

- Circunferência de folga

È definida como a circunferência que passa pelo ponto externo do raio do filete.

- Folga radial –  $c$  (mm ou pol)

È definida como a diferença entre o diâmetro de folga e o diâmetro de raiz da engrenagem.

- Ângulo de pressão –  $\Phi$  (graus)

É definido pelo ângulo entre o perfil do dente e a normal ao círculo primitivo, como mostrado na Figura 13. O ângulo de pressão é o ângulo que define a direção da força que a roda motora exerce sobre a movida (Flores e Gomes, 2014)

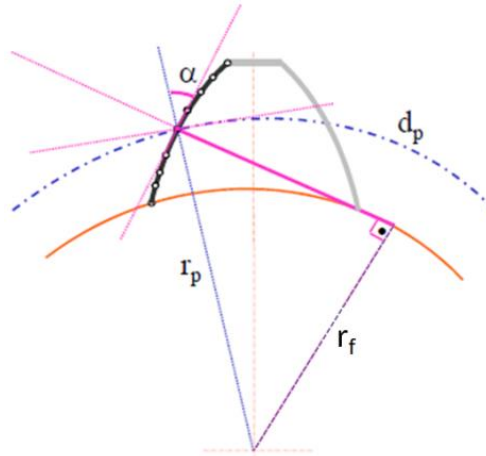


Figura 13 – Perfil de dente de engrenagem. (Fonte: Grupo de Projeto. Aula 2 - Transmissões por Engrenagens)

Os valores de ângulo de pressão são normalmente padronizados. A Figura 14 mostra suas formas para três ângulos de pressão padronizados pela norma AGMA. Nela, é possível observar a influência do ângulo de pressão no perfil do dente.

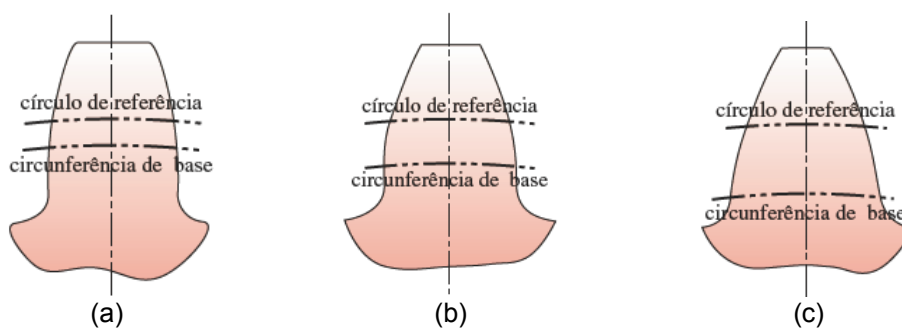


Figura 14 - Perfis de dente AGMA para três ângulos de pressão – (a)  $\Phi = 14,5^\circ$ ; (b)  $\Phi = 20^\circ$ ; (c)  $\Phi = 25^\circ$

- Ângulo de hélice –  $\psi$  (graus)

É definido como o ângulo de inclinação do dente da engrenagem, em relação a direção transversal, como mostrado na Figura 15. Para engrenagens de dentes retos, o ângulo de hélice é nulo.

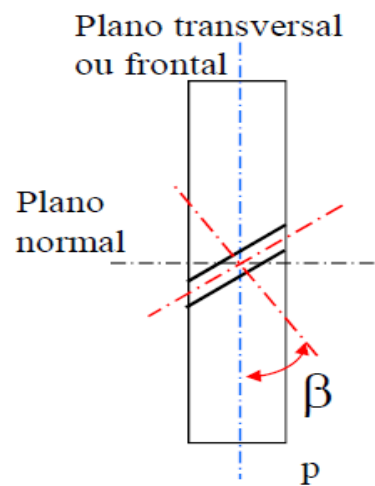


Figura 15 – Ângulo de pressão. (Fonte: Grupo de Projeto. Aula 2 - Transmissões por Engrenagens)

### 3.7. Tensões em engrenagens

#### 3.7.1. Carregamento em engrenagens de dentes retos e helicoidais

A Figura 16 ilustra uma visão tridimensional das forças atuantes nos dentes de uma engrenagem helicoidal, com ponto de aplicação sobre a circunferência primitiva.

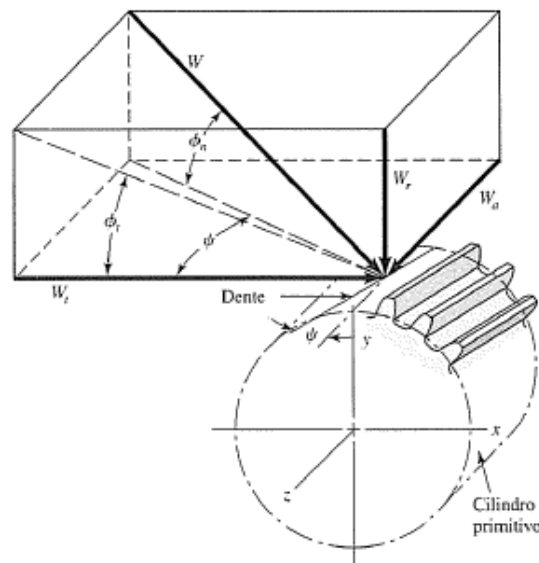


Figura 16 – Forças atuantes em engrenagens helicoidais (Fonte: Shigley, 2005)

A componente tangencial da força ( $W_t$ ) é obtida a partir do torque transmitido ( $T$ ) da engrenagem motora para a engrenagem movida, como mostrado na equação 7. Já as componentes radial ( $W_r$ ) e axial ( $W_a$ ), dependem dos ângulos de pressão ( $\Phi$ ) e de hélice ( $\psi$ ), como descrito pelas equações 8 e 9, respectivamente. Para engrenagens cilíndricas de dentes retos, onde o ângulo de hélice é nulo, a componente axial da força também é nula.

$$W_t = \frac{2T}{d_p} = \frac{2ZT}{m} \quad (7)$$

$$W_r = W_t \cdot \tan\Phi \quad (8)$$

$$W_a = W_t \cdot \tan\psi \quad (9)$$



### 3.7.2. Equação de Lewis

A primeira equação relevante para o estudo de tensões de flexão em uma engrenagem foi desenvolvida por Wilfred Lewis, em 1892. Para fazer esse estudo, ele fez uma analogia do dente de engrenagem com uma viga em balanço, como mostra a Figura 17.

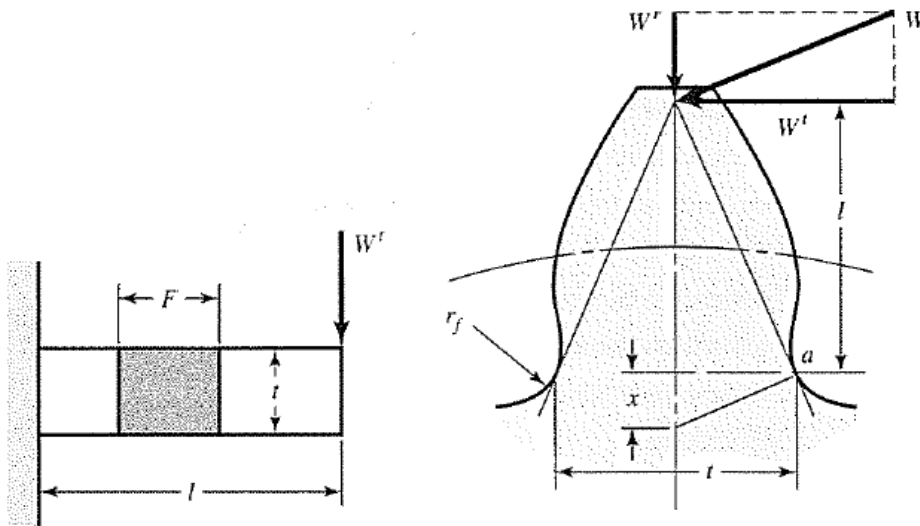


Figura 17 – Analogia de Lewis – dente de engrenagem com viga engastada (Fonte: Shigley, 2005)

A análise desse sistema análogo resultou na equação 10, que descreve a tensão de flexão no pé do dente de engrenagem.

$$\sigma_b = \frac{W_t \cdot p_d}{F \cdot Y} \quad (10)$$

Onde:

$W_t$  - Força tangencial no dente;

$Y$  - Fator de forma de Lewis;

A equação de Lewis não é mais usada em sua forma original. Ela se tornou mais moderna e foi aprimorada com fatores adicionais que levam em conta mecanismos de falha que não eram conhecidos na época (Norton, 2010). Esse aprimoramento é feito de diferentes formas nas normas AGMA e DIN, que serão descritos em seguida.

### 3.8. Modos de falha em engrenagens

Sistemas de engrenagens em contato podem falhar durante sua operação. Por isso, o projeto de engrenagens deve levar as falhas em consideração e verificar esses fatores em seu dimensionamento.

Um par de engrenagens pode falhar basicamente por dois tipos de solicitação: fadiga devido à flexão no pé do dente, fadiga superficial de contato ou “pitting”. A principal diferença entre as duas é que a fadiga superficial de contato é uma função do das tensões hertzianas de contato entre dois cilindros e a fadiga por tensão no pé do dente é medida em relação à tensão de flexão em uma viga engastada.

#### 3.8.1. Falha por fadiga devido à flexão no pé do dente

Essa falha é um fenômeno que está relacionado com a resistência a ruptura no pé do dente e pode ser observada na Figura 18. É a falha mais catastrófica em uma engrenagem, pois a quebra do dente desabilita a máquina (Norton, 2010).

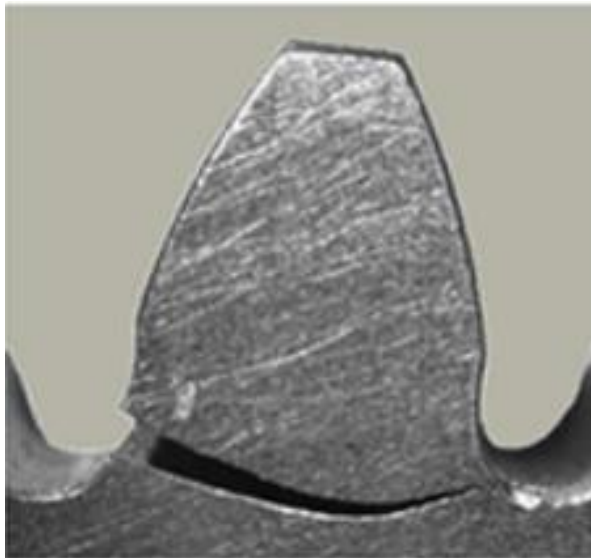


Figura 18 - Fratura por flexão no pé do dente (Fonte: Boiadjiev, 2015)

#### 3.8.2. Falha por fadiga superficial de contato

Essa falha é um fenômeno que ocorre a partir de escoriações no flanco ativo após um determinado número de ciclos (Radzevich, 2012) e pode ser visto na Figura 19. É a falha mais comum em engrenagens, especialmente se as engrenagens não

forem devidamente lubrificadas. A falha vem gradualmente e dá aviso audível e visível (se os dentes puderem ser inspecionados). As engrenagens podem funcionar por algum tempo depois que o “pitting” começa antes que tenham que ser trocadas (Norton, 2010).

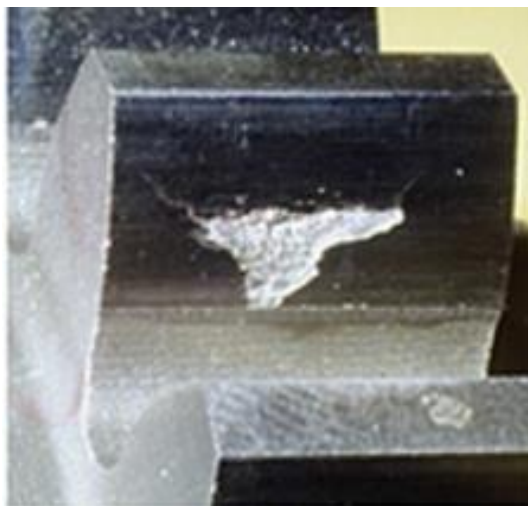


Figura 19 - Fratura por tensão superficial de contato (Fonte: Boiadjiev, 2015)

### 3.9. Metodologia baseada na norma DIN

Como o foco desse trabalho é relativo ao dimensionamento pela norma AGMA, nessa seção será descrito de forma resumida a metodologia de cálculo e as considerações a respeito do projeto de engrenagens, de acordo com as normas DIN. É possível encontrar uma descrição mais detalhada e completa dessa metodologia em literaturas como o Niemann (1971).

A norma DIN que descreve a metodologia de cálculo de engrenagens cilíndricas retas e helicoidais é a DIN 3990. Essa norma pode ser dividida de forma geral em duas partes principais. A primeira apresenta a teoria, tabelas e gráficos utilizados para realizar o cálculo, além dos fatores de correção que são utilizados para corrigir as tensões sobre a influência de fatores geométricos, de operação, etc. Já a segunda parte é composta norma referentes a aplicação das engrenagens, onde são feitas considerações sobre as particularidade de cada tipo de indústria e aplicação de engrenagens.

Segundo Schützer (1988), essa norma permite a verificação das engrenagens cilíndricas com relação à resistência à flexão no pé do dente, à resistência à pressão superficial no flanco do dente e ao engripamento. Porém, a verificação é sempre

feita em engrenagens cuja geometria já esteja definida. Dessa forma, são considerados três fatores de segurança: resistência a fadiga de contato superficial (Pitting)  $S_H$ , flexão no pé do dente  $S_F$  e engripamento (scoring)  $S_S$ , sendo a falha por flexão no pé do dente o mais grave deles. Por isso, fatores de segurança para essa falha são geralmente maiores.

O engripamento ocorre devido ao rompimento da película lubrificante. Com contato o metálico direto sob determinadas condições de carga e temperatura dos dentes, ocorre uma junção por solda que durante o deslizamento dos flancos produz riscos sobre os mesmos. (Schützer, 1988)

Para determinação do fator de engripamento  $S_S$ , tanto a norma DIN, quanto a literatura baseada nela, mencionam diferentes teorias e estimativas. Porém, até os dias atuais, ainda não existem valores precisos e conclusivos, pois eles estão sujeitos a variações de aplicação e operação da engrenagem.

### **3.10. Metodologia baseada na norma AGMA**

Nessa seção, será descrita uma forma de dimensionar e comparar engrenagens teoricamente, de acordo com a norma AGMA. O conhecimento necessário para avaliar os diversos fatores decorre de acumulados anos de experiência em projeto, fabricação e operação de engrenagens.

Apesar de se tratar de uma norma americana, onde os cálculos são feitos com uso de unidades americanas, as equações serão todas descritas usando as unidades no SI.

Essa metodologia não se aplica, caso alguma dessas condições exista:

- Dentes de engrenagem danificados
- O número de dentes de contato está entre 1 e 2;
- Interferência entre a ponta dos dentes e o filete da raiz;
- Dentes pontudos;
- Backlash igual a zero

### 3.10.1. Dimensionamento por fadiga devido à flexão no pé do dente

#### 3.10.1.1. Tensão de flexão no pé do dente

A norma AGMA define a tensão de flexão no pé do dente de engrenagem pela equação 11.

$$\sigma_b = \frac{W_t}{bm} \cdot K_o K_v K_s \frac{K_m K_B}{J} \quad (11)$$

Onde:

J – fator geométrico de resistência de flexão;

$K_v$  – fator dinâmico;

$K_m$  – fator de distribuição de carga;

$K_o$  – fator de sobrecarga;

$K_s$  – fator de tamanho;

$K_B$  – fator de espessura de borda;

A equação 11 possui vários fatores de correção desenvolvidos para melhor dimensionar a tensão de flexão. Por isso, os motivos e influência de cada um deles serão descritos junto com os critérios de escolha dos seus valores.

- Fator geométrico de resistência a flexão – J

O fator geométrico de resistência a flexão avalia a forma do dente, a posição onde a carga mais prejudicial é aplicada e o compartilhamento de cargas entre linhas de contato oblíquas em engrenagens helicoidais. Para definir o fator geométrico, devem ser usadas as Figura 20 e Figura 21.

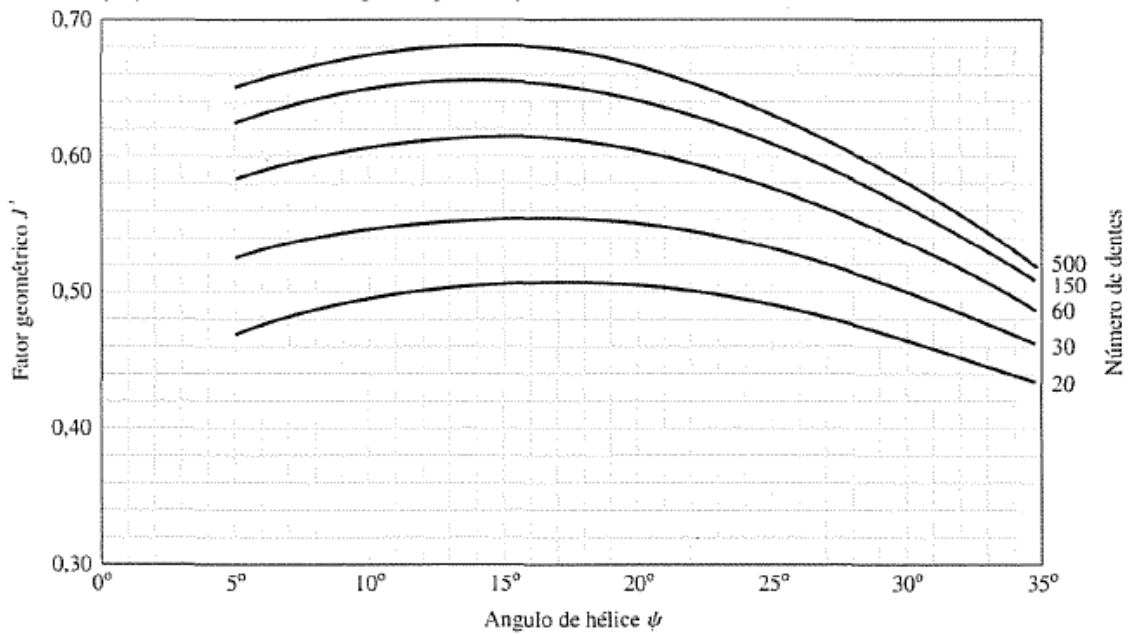


Figura 20 - Fator geométrico de resistência a flexão (Fonte: Shigley, 2005)

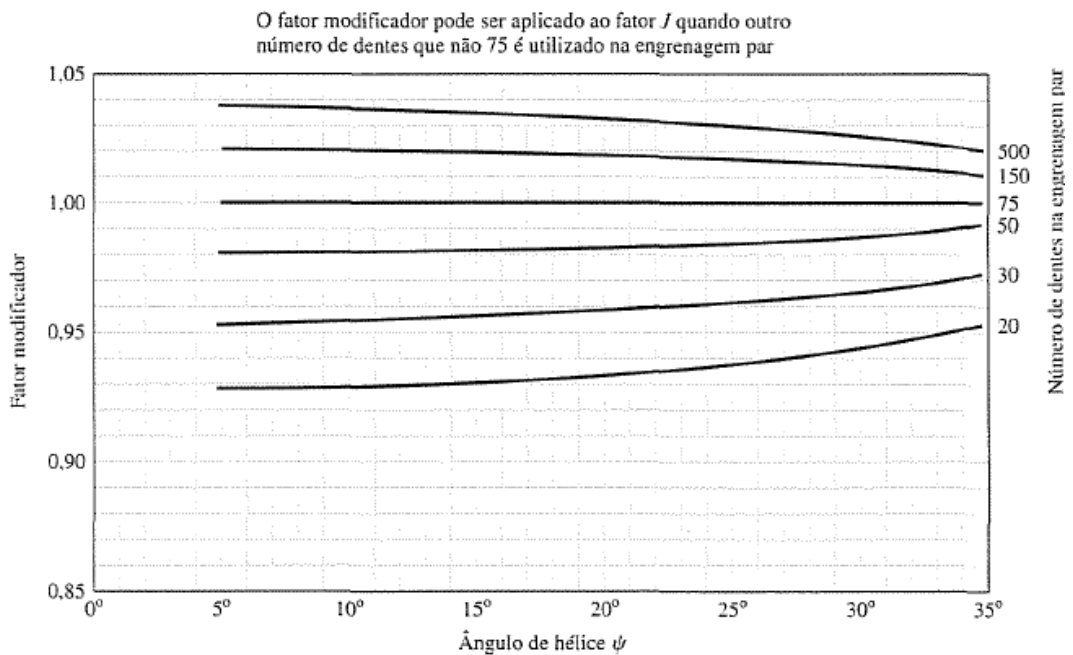


Figura 21 - Multiplicador do fator geométrico (Fonte: Shigley, 2005)

- Fator dinâmico -  $K_v$

O processo de manufatura pode produzir imprecisões no perfil e espaçamento dos dentes de engrenagens. Isso gera cargas internas de vibração pelo impacto entre os dentes, induzido pelo engrenamento não conjugado. Essas cargas são

chamadas erros de transmissão, definidos como o desvio da condição de velocidade angular uniforme do par de engrenagens (Shigley, 2005)

Com o objetivo de controlar esses efeitos, a norma AGMA definiu o grau de precisão de transmissão ( $Q_v$ ), cujos valores estão relacionados com as tolerâncias da engrenagem. Para aplicações comerciais como, por exemplo, maquinário agrícola, prensas e transportadores, o valor de  $Q_v$  varia de 3 a 7. Já para aplicações que requerem uma precisão maior, o valor de  $Q_v$  varia de 8 a 12.

A Figura 22 ilustra curvas empíricas para diferentes valores de  $Q_v$ . O fator dinâmico pode ser definido a partir dos valores de  $Q_v$  e da velocidade tangencial ( $V_t$ ) na circunferência primitiva.

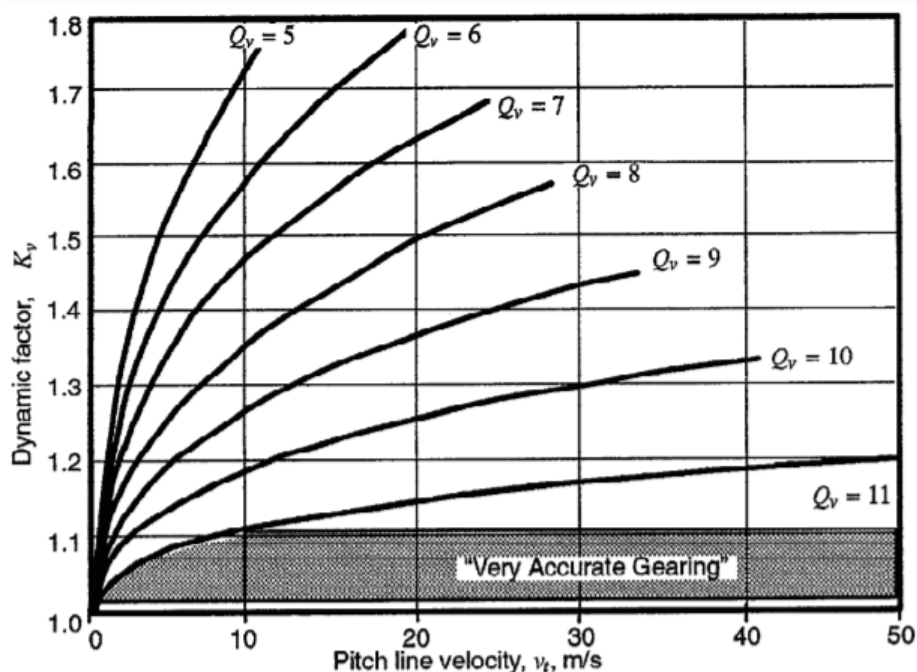


Figura 22 - Fatores dinâmicos AGMA

Para valores de  $Q_v$  entre 6 e 11, o fator dinâmico também pode ser definido a partir das equações 12,13 e 14.

$$K_v = \left( \frac{A + \sqrt{200V_t}}{A} \right)^B \quad (12)$$

$$A = 50 + 56(1 - B) \quad (13)$$

$$B = \frac{(12 - Q_v)^{2/3}}{4} \quad (14)$$

- Fator de distribuição de carga -  $K_m$

O fator de distribuição de carga modifica a equação de tensão para refletir a não-uniformidade de cargas ao longo das linhas de contato. Essas não-uniformidades são causadas por variações na fabricação, variações na montagem, deflexões devido as cargas aplicadas e distorções devido a expansão térmica (AGMA, 2004).

Segundo Shigley (2005), o procedimento empírico para calcular o fator de distribuição de carga possui algumas restrições de aplicação:

- Razão da largura líquida de face para o diâmetro primitivo do pinhão  $F/d < 2$
- Engrenagens montadas entre mancais
- Larguras de face até 40 in
- Contato, quando carregado, ao longo da largura total do membro mais estreito

A equação 15 mostra o procedimento de cálculo do fator.

$$K_m = 1 + C_{mc} (C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e) \quad (15)$$

Onde:

$C_{mc}$  – Fator de correção do filete

$C_{pf}$  - Fator de proporção do pinhão

$C_{pm}$  – Modificador de proporção do pinhão

$C_{ma}$  – Fator de alinhamento do engrenamento

$C_e$  - Fator de correção de alinhamento do engrenamento

- Fator de correção do filete -  $C_{mc}$

O fator de correção do filete modifica a intensidade das cargas de pico, quando são aplicados coroamento ou modificação do filete.

Caso a engrenagem possua modificações no filete ou coroamento, o fator  $C_{mc}$  é igual a 0,8. Caso contrário, considerar  $C_{mc}$  igual a 1,0.



- Fator de proporção do pinhão -  $C_{pf}$

O fator de proporção do pinhão leva em consideração as deflexões devido as cargas. O cálculo do fator de proporção do pinhão pode variar de acordo com a largura da face da engrenagem, como mostrado pelas equações 16, 17 e 18.

Para  $b \leq 25$  mm:

$$C_{pf} = \frac{b}{10d} - 0,025 \quad (16)$$

Para  $25 \text{ mm} < b \leq 432$  mm:

$$C_{pf} = \frac{b}{10d} - 0,0375 + 0,000492b \quad (17)$$

Para  $432 \text{ mm} < b \leq 1020$  mm:

$$C_{pf} = \frac{b}{10d} - 0,1109 + 0,000815b - 0,000000353b^2 \quad (18)$$

Observar que, para caso o valor de  $\frac{b}{10d}$  seja menor que 0,05, considerar  $\frac{b}{10d}$  igual a 0,05.

- Modificador de proporção do pinhão –  $C_{pm}$

O modificador de proporção do pinhão altera o fator de proporção do pinhão ( $C_{pf}$ ), baseado na posição do pinhão relativa ao mancal.

De acordo com as distâncias ilustradas na Figura 23, é possível fazer uma avaliação do valor de  $C_{pm}$ . Caso  $S_1 / S$  seja menor que 0,175, o valor de  $C_{pm}$  é igual a 1,1. Caso contrário, seu valor é igual a 1,0.

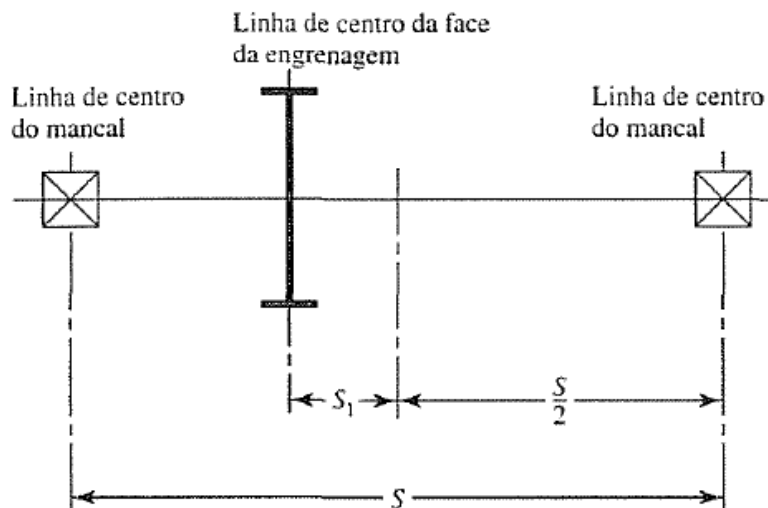


Figura 23 - Definição das distâncias utilizadas na avaliação de  $C_{pm}$  (Fonte: Shigley, 2005)

- Fator de alinhamento do engrenamento -  $C_{ma}$

O fator de alinhamento do engrenamento leva em consideração o desalinhamento dos eixos de rotação do par de engrenagens. Ele é calculado pela equação 19, cujos coeficientes estão ilustrados na Figura 24.

$$C_{ma} = A + B(b) + C(b)^2 \quad (19)$$

Condição	A	B	C
Engrenamento aberto	$2,47 \times 10^{-1}$	$0,657 \times 10^{-3}$	$- 1,186 \times 10^{-7}$
Unidades fechadas, comerciais	$1,27 \times 10^{-1}$	$0,622 \times 10^{-3}$	$- 1,69 \times 10^{-7}$
Unidades fechadas, de precisão	$0,675 \times 10^{-1}$	$0,504 \times 10^{-3}$	$- 1,44 \times 10^{-7}$
Unidades de engrenagens fechadas, extraprecisas	$0,380 \times 10^{-1}$	$0,402 \times 10^{-3}$	$- 1,27 \times 10^{-7}$

Figura 24 - Constantes empíricas para equação 20

- Fator de correção de alinhamento do engrenamento -  $C_e$

O fator de correção modifica o fator de alinhamento do engrenamento, quando as técnicas de fabricação ou montagem aprimoram o alinhamento. Caso as engrenagens tenham sido ajustadas na montagem ou sua compatibilidade melhorada por lapidação,  $C_e$  deve ser considerado igual a 0,8. Caso contrário, o valor de  $C_e$  deve ser igual a 1,0

- Fator de sobrecarga –  $K_o$

O fator de sobrecarga leva em consideração todas as cargas externas que excedem a carga tangencial nominal. A Figura 25 mostra alguns valores de fator de aplicação sugeridos pela AGMA, baseados nos níveis de impacto nas máquinas motora e movida.

Máquina motora	Máquina movida		
	Uniforme	Choque moderado	Choque severo
Uniforme (motor elétrico, turbina)	1,00	1,25	1,75 ou mais
Choque leve (motor multi-cilindros)	1,25	1,50	2,00 ou mais
Choque médio (motor de um único cilindro)	1,50	1,75	2,25 ou mais

Figura 25 - Fatores de sobrecarga  $K_o$  (Fonte: Norton, 2010)

- Fator de tamanho -  $K_s$

O fator de tamanho reflete a não-uniformidade das propriedades do material relacionadas ao tamanho. Ele depende de várias variáveis como o tamanho do dente, diâmetro da peça, largura da peça, tratamento térmico, entre outros.

A norma AGMA ainda não possui valores padronizados para casos, onde ocorra um efeito prejudicial devido ao tamanho. Por isso, é recomendável considerar esse fator igual a 1,0.

Para casos, onde o efeito do tamanho é prejudicial, podemos estimar  $K_s$  usando a equação 20.

$$K_s = 1,192 \left( \frac{bm\sqrt{Y}}{25,4} \right)^{0,0535} \quad (20)$$

Onde:

Y – Fator de forma de Lewis, mostrado na Figura 26.

Número de dentes	Y	Número de dentes	Y
12	0,245	28	0,353
13	0,261	30	0,359
14	0,277	34	0,371
15	0,290	38	0,384
16	0,296	43	0,397
17	0,303	50	0,409
18	0,309	60	0,422
19	0,314	75	0,435
20	0,322	100	0,447
21	0,328	150	0,460
22	0,331	300	0,472
24	0,337	400	0,480
26	0,346	Cremalheira	0,485

Figura 26 - Fator de forma de Lewis (Fonte: Shigley, 2005)

- Fator de espessura de borda -  $K_B$

Quando a espessura da borda não é suficiente para suportar os esforços da engrenagem, a falha pode ocorrer ao longo da borda ao invés de ocorrer no filete. Para esses casos, o fator de espessura de borda é usado para ajustar a tensão de flexão estimada da engrenagem.

Para estimar esse fator, a AGMA define uma razão de recuo ( $m_B$ ), mostrada na equação 21.

$$m_B = \frac{t_R}{h_t} \quad (21)$$

A Figura 27 ilustra os parâmetros usados para calcular a razão de recuo, onde  $t_R$  é igual à espessura de borda abaixo do dente e  $h_t$  é igual à altura do dente.

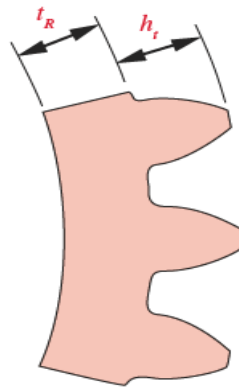


Figura 27 - Parâmetros para o fator de espessura de borda (Fonte: Norton, 2010)

Se o valor de  $m_b$  for maior ou igual a 1,2, o fator de espessura  $K_B$  será igual a 1. Senão, o fator é definido pela equação 23.

$$K_B = 1,6 \ln \frac{2,242}{m_B} \quad (22)$$

### 3.10.1.2. Resistência a fadiga de flexão no pé do dente

$$\sigma_b \leq \frac{S_t}{S_F} \frac{Y_N}{K_T K_R} \quad (23)$$

Onde:

$S_t$  - Tensões admissíveis de flexão ( $N/mm^2$ );

$Y_N$  – Fator de ciclagem de tensão para tensão de flexão;

$K_T$  – Fator de temperatura;

$K_R$  – Fator de confiabilidade;

$S_F$  – Fator AGMA de segurança, uma razão de tensão;

- Fator de ciclagem de tensão para tensão de flexão -  $Y_N$

Esse fator ajusta a tensão admissível, de acordo com o numero de ciclos de operação requerido e pode ser obtido a partir da Figura 28.

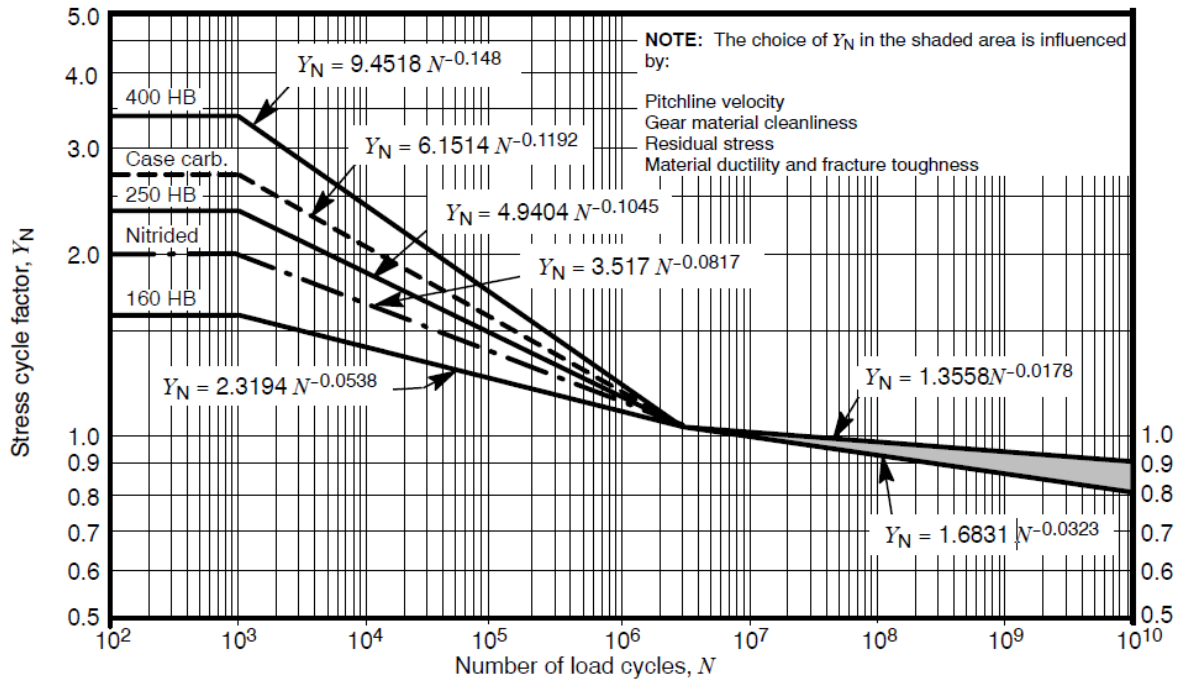


Figura 28 - Fator de ciclagem de tensão para tensão de flexão (Fonte: AGMA)

- Fator de temperatura -  $K_T$

Quando engrenagens operando com temperatura até  $120^\circ\text{C}$ , o fator de temperatura deve ser igual a 1,0. Para temperaturas mais elevadas, deve-se considerar um valor maior que 1,0 para proteger contra os efeitos da temperatura no filme de óleo e na propriedade do material.

- Fator de confiabilidade -  $K_R$

O fator de confiabilidade leva em consideração a estatística de falhas por fadiga encontradas em testes de materiais. As resistências AGMA foram baseadas em uma confiabilidade de 99%, assim o valor de  $K_R$  é igual a 1,0. Para valores diferentes de confiabilidade, o fator é definido pelas equações 24 e 25.

Para  $0,5 < R < 0,99$ :

$$K_R = 0,658 - 0,0759 \ln(1 - R) \quad (24)$$

Para  $0,99 \leq R \leq 0,9999$ :

$$K_R = 0,50 - 0,109 \ln(1 - R) \quad (25)$$

### 3.10.2. Dimensionamento por fadiga superficial de contato

#### 3.10.2.1. Tensão superficial de contato

A AGMA define a tensão superficial de contato pela equação 26.

$$\sigma_c = C_p \sqrt{W_t K_o K_v K_s \frac{K_m C_f}{db} \frac{1}{I}} \quad (26)$$

Onde:

I - Fator geométrico de superfície;

$C_p$  - Coeficiente elástico;

$C_f$  - Fator de condição de superfície;

- Fator geométrico de superfície – I

O fator geométrico avalia o raio de curvatura do perfil dos dentes de contato, baseado na geometria do dente e pode ser calculados pela equação 27. Esse raio é usado para avaliar a tensão Hertziana de contato.

$$I = \frac{\cos \Phi_t \sin \Phi_t}{2 m_N} \frac{m_G}{m_G + 1} \quad (27)$$

Onde:

$m_N$  – razão de compartilhamento de carga;

- Razão de compartilhamento de carga

$$m_N = \frac{m \pi \cos \Phi_n}{0,95 Z} \quad (28)$$

$$Z = \sqrt{(r_p + a_p)^2 - (r_p \cos \Phi)^2} + \sqrt{(r_g + a_g)^2 - (r_g \cos \Phi)^2} - C \sin \Phi \quad (29)$$

Onde:

Z – Comprimento de ação

- Coeficiente elástico -  $C_p$

O coeficiente elástico é uma variável que depende exclusivamente das propriedades dos materiais do pinhão e da engrenagem e pode ser calculado pela equação 30.

$$C_p = \sqrt{\frac{1}{\pi \left[ \left( \frac{1-v_p^2}{E_p} \right) + \left( \frac{1-v_G^2}{E_G} \right) \right]}} \quad (30)$$

Onde:

$v_p$  – Coeficiente de Poisson do pinhão;

$v_G$  – Coeficiente de Poisson da engrenagem;

$E_p$  – Módulo de elasticidade do pinhão;

$E_G$  – Módulo de elasticidade da engrenagem;

- Fator de condição de superfície -  $C_f$

O fator de condição de superfície depende do acabamento superficial aplicado aos dentes, tensões residuais e efeitos plásticos. Como a norma AGMA ainda não estabeleceu valores padronizados para esse fator, ele é considerado igual a 1,0. Caso seja de conhecimento do projetista que o acabamento superficial possa trazer prejuízos, um valor maior que 1,0 pode ser usado.



### 3.10.2.2. Resistência a fadiga pela tensão superficial de contato

$$\sigma_c \leq \frac{S_c}{S_H} \frac{Z_N C_H}{K_T K_R} \quad (31)$$

Onde:

$S_c$  - Tensões admissíveis de contato (N/mm<sup>2</sup>);

$Z_N$  – Fator de vida de ciclagem de tensão;

$C_H$  – Fator de razão de dureza;

$S_H$  - Fator AGMA de segurança, uma razão de tensão;

- Fator de vida de ciclagem de tensão para tensão superficial de contato -  $Z_N$

Esse fator ajusta a tensão admissível, de acordo com o número de ciclos de operação requerido e pode ser obtido a partir da Figura 29.

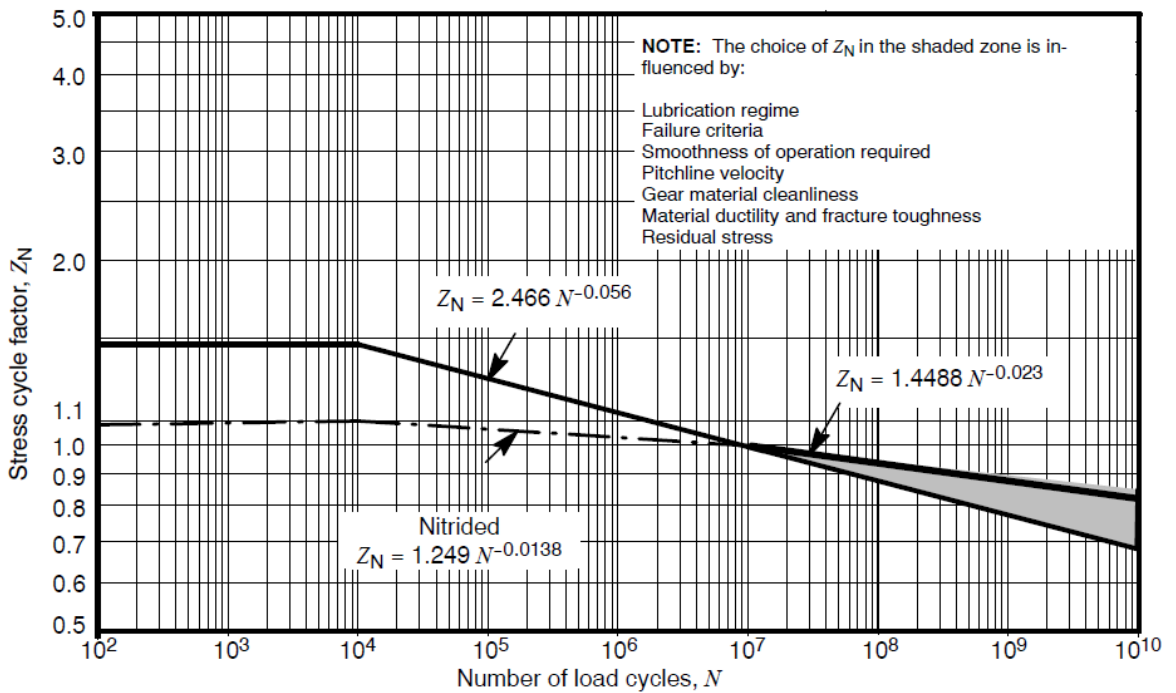


Figura 29 - Fator de vida de ciclagem de tensão para tensão superficial de contato (Fonte: AGMA)

- Fator de razão de dureza -  $C_H$

O fator de dureza depende da razão de velocidades, acabamento superficial do pinhão e dureza do par de engrenagens e pode ser calculado pela equação 32.

$$C_H = 1,0 + A'(m_G - 1,0) \quad (32)$$

Onde:

$m_G$  – Razão de velocidades, definida pela equação 1;

Para  $H_{BP}/H_{BG} < 1,2$

$$A' = 0$$

Para  $H_{BP}/H_{BG} > 1,7$

$$A' = 0,00698$$

Para  $1,2 \leq H_{BP}/H_{BG} \leq 1,7$

$$A' = 8,98(10^{-3}) \left( \frac{H_{BP}}{H_{BG}} \right) - 8,29(10^{-3}) \quad (33)$$

Onde:

$H_{BP}$  – Dureza Brinell do pinhão;

$H_{BG}$  - Dureza Brinell da engrenagem;

## **4. DESENVOLVIMENTO DA FERRAMENTA**

### **4.1. História**

A engenharia mecânica, mais especificamente na área de desenvolvimento de produto, demanda criatividade dos profissionais para desenvolver produtos cada vez mais inovadores para se destacar no mercado. Porém, o trabalho de desenvolver um novo produto não se limita apenas a criatividade, é preciso calcular, dimensionar e elaborar as especificações de todos os elementos. Esse trabalho não é nada criativo e demanda um trabalho muito complexo.

Antigamente, esse processo de desenvolvimento de produto era feito com o uso de calculadoras, normas técnicas e desenhos eram feitos a mão. Isso demandava várias árduas horas de trabalho repetitivo e conseqüentemente, o processo estava muito mais sujeito a erros e o seu custo era elevado.

Com o advento do computador e os softwares de engenharia, esse trabalho passou a ser mais ágil, prático e menos sujeito a erros. O impacto dessa tecnologia foi uma revolução na indústria, com o surgimento de produtos mais complexos e com custo mais baixo.

### **4.2. Elaboração**

Alinhado com essa idéia agilidade e praticidade no projeto de elementos de máquinas, esse trabalho visa auxiliar os alunos de engenharia no dimensionamento de engrenagens.

Para elaboração da ferramenta, o software escolhido foi o Microsoft Excel®, por ser um software muito difundido, simples e de fácil acesso para as pessoas. Outra motivação pela escolha do Excel foi a existência de uma ferramenta semelhante para o dimensionamento de engrenagens baseada na norma DIN. Dessa forma, os alunos podem escolher o uso da norma, de acordo com a sua identificação e não pela falta de alternativa.

Para descrever a lógica usada no desenvolvimento da ferramenta, foram elaborados fluxogramas mostrados nas figuras Figura 30, Figura 31, Figura 32. Neles, é possível observar os dados inseridos, dados calculados, fatores de

correção importantes para melhor dimensionamento do par de engrenagens e os resultados.

De uma forma geral, como observado na Figura 30, a partir dos dados iniciais de projeto (relação de transmissão, rotação de entrada, potência de entrada, módulo normal, ângulo de pressão normal e ângulo de hélice no diâmetro primitivo), a ferramenta calcula o número de dentes do pinhão e engrenagem e conseqüentemente, toda a geometria do par de engrenagens. Com o cálculo desses dados, a força tangencial é calculada e, em conjunto com a escolha dos materiais, são feitas as verificações relativas às tensões de flexão no pé do dente e superficial de contato, obtendo assim, os resultados finais do dimensionamento.

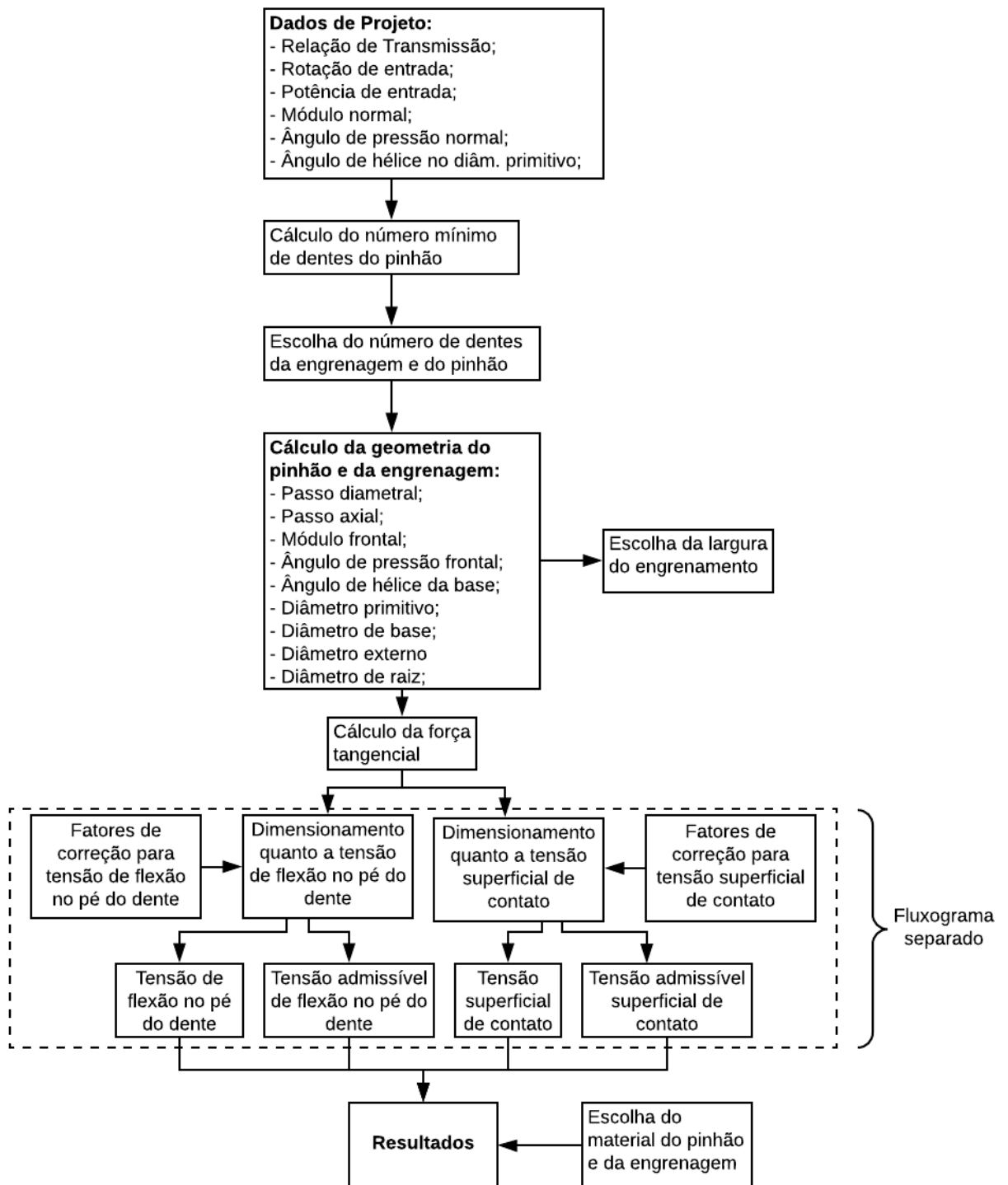


Figura 30 - Fluxograma geral da ferramenta

A Figura 31 ilustra a verificação das engrenagens para a flexão no pé do dente.

Para o cálculo da tensão de flexão no pé do dente, a ferramenta utiliza os dados de força tangencial, largura, módulo e os fatores de correção, que devem ser escolhidos de acordo com a aplicação, operação e precisão do par de engrenagens. Assim, por meio da equação descrita pela norma AGMA, calcula o valor da tensão.

Já a resistência do material para a tensão de flexão no pé do dente é calculada por meio dos dados de tensão admissível de flexão e os fatores de correção, que devem ser escolhidos de acordo com a vida, temperatura e confiabilidade do par de engrenagens. Assim, por meio da equação descrita pela norma AGMA, calcula o valor da tensão admissível.

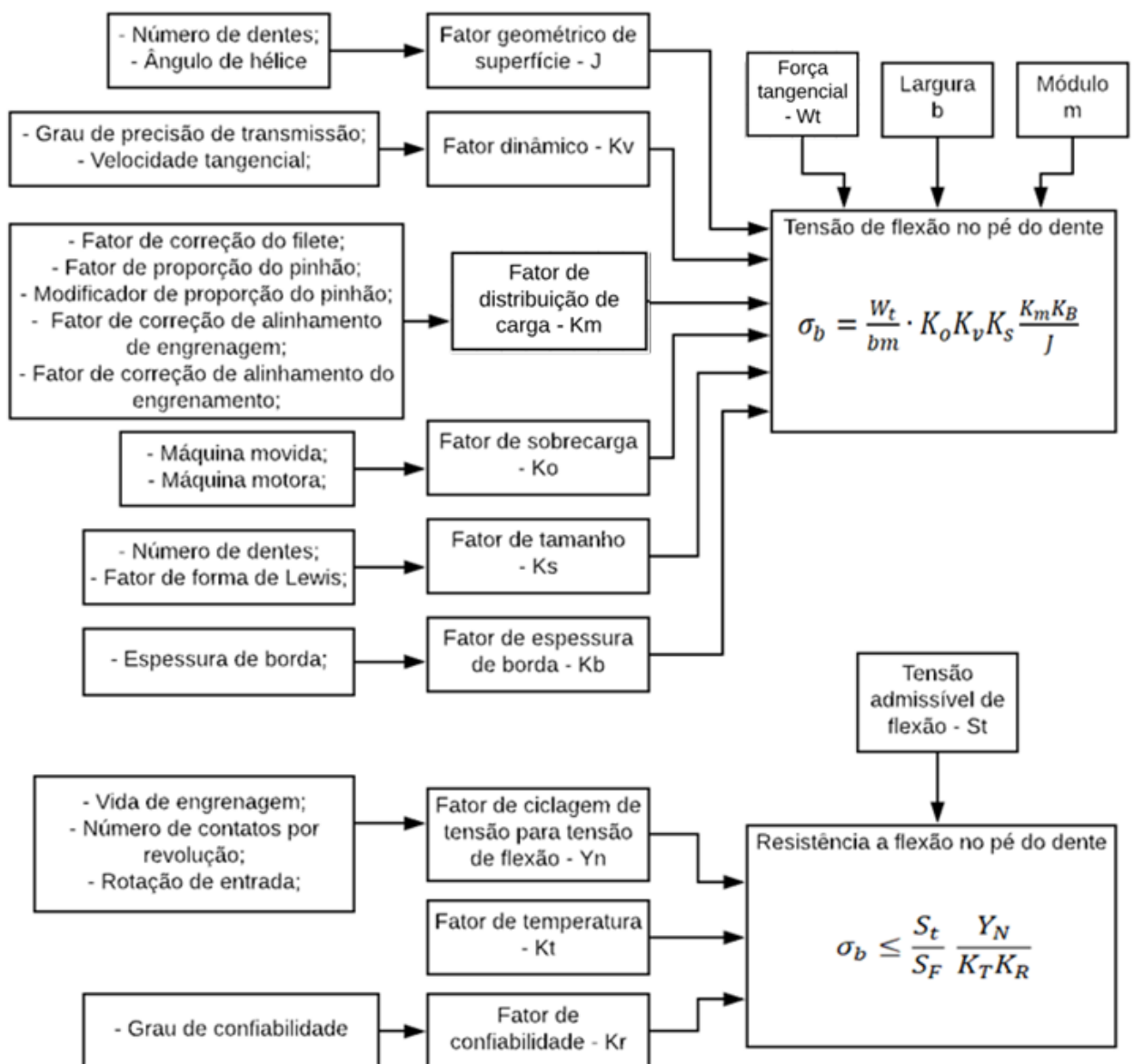


Figura 31 - Fluxograma do dimensionamento pela tensão de flexão no pé do dente

A Figura 32 ilustra a verificação das engrenagens para a tensão superficial de contato.

De forma análoga a realizada na verificação da tensão de flexão do pé do dente, a ferramenta utiliza dados de entrada e a partir da escolha de fatores de correção, determina os valores de tensão superficial de contato e tensão admissível.

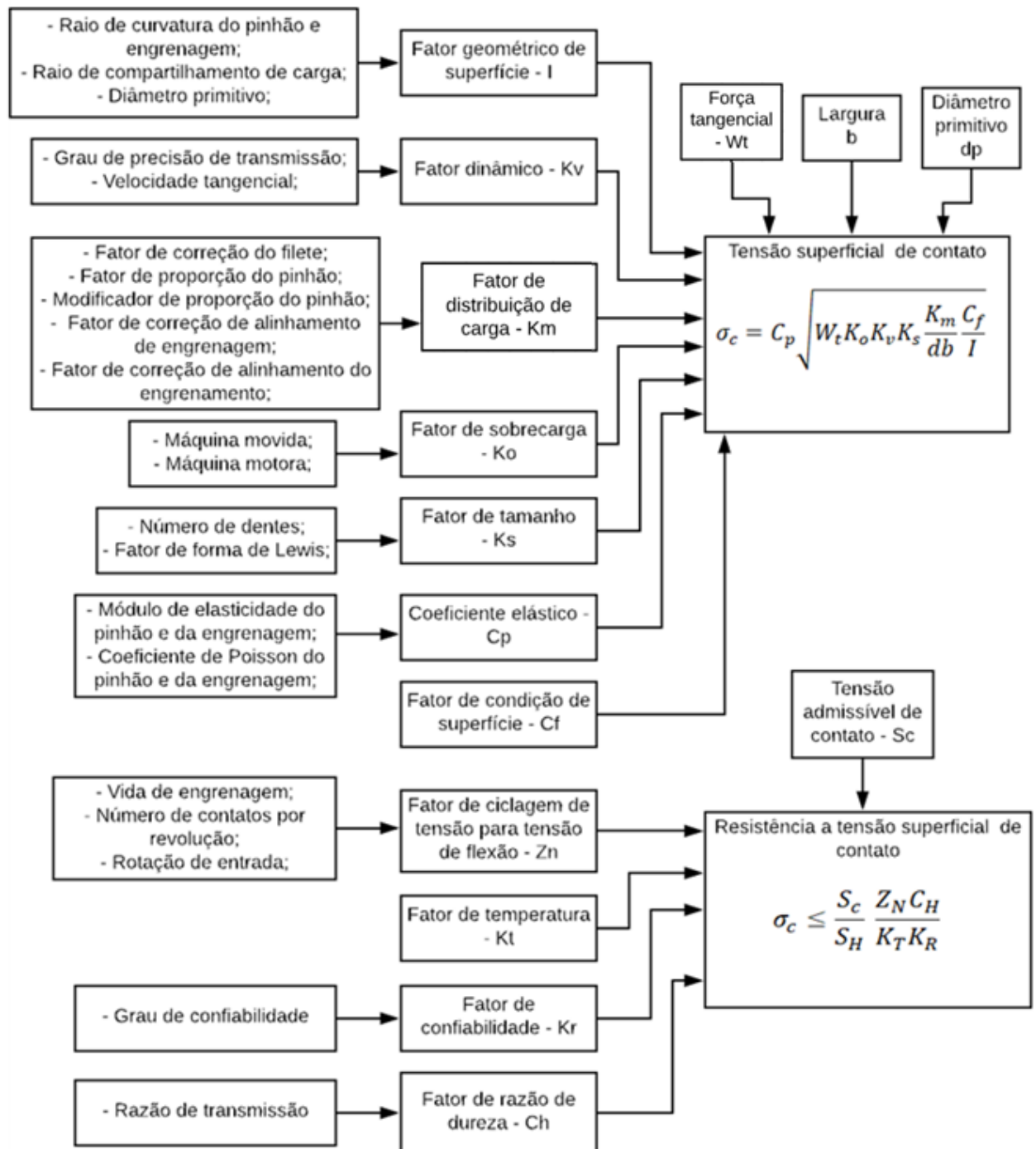


Figura 32 - Fluxograma do dimensionamento pela tensão superficial de contato





## 5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nessa seção, um exemplo de aplicação real de engrenagens será simulado em duas ferramentas diferentes. A primeira simulação será feita na ferramenta baseada na norma AGMA, elaborada nesse trabalho. Já a segunda será feita em uma ferramenta existente e semelhante que usa o método de Niemann, baseado na norma DIN. Por fim, os resultados obtidos serão discutidos, de forma a realizar um comparativo entre as duas normas e suas considerações no dimensionamento de engrenagens.

Antes da realização das simulações, uma verificação foi feita na ferramenta, usando o Exemplo 14-5, p.715 do Shigley (2005). Na Figura 33, são mostrados os resultados de ambos os cálculos.

	Tensão Calculada [Mpa]		Tensão Admissível [Mpa]		Coeficiente de Segurança AGMA	
	Ferramenta	Shigley (2005)	Ferramenta	Shigley (2005)	Ferramenta	Shigley (2005)
<b>Pinhão</b>						
Tensão de flexão no pé do dente	23,82	23,75	248,53	249,38	10,64	10,50
Tensão superficial de contato	331,61	332,53	822,50	818,02	2,55	2,46
<b>Engrenagem</b>						
Tensão de flexão no pé do dente	19,19	19,16	228,39	228,00	11,90	11,90
Tensão superficial de contato	332,97	333,98	741,98	741,44	2,23	2,22

Figura 33 - Tabela de Resultados Shigley (2005) x Ferramenta

É possível observar que os valores são bem próximos e com uma pequena imprecisão. Essa imprecisão se deve às aproximações decimais feitas nos fatores de correção que o livro realiza no decorrer do cálculo, diferentemente da ferramenta que utiliza várias casas decimais depois da vírgula.

Realizada a verificação e com os resultados satisfatórios, é possível dizer que a ferramenta está apta para uso no dimensionamento de engrenagens retas e helicoidais. Assim, próximo passo é iniciar a simulação.

## 5.1. Simulação

Pontes rolantes são máquinas de movimentação de carga de maior aplicação no setor industrial. Este tipo de equipamento permite deslocamentos em todas as direções, proporcionando uma varredura tridimensional. As pontes rolantes foram originalmente criadas para atender a indústria portuária e são projetadas, hoje em dia, para atender diversos tipos de aplicações. Alguns segmentos da indústria são altamente dependentes destas máquinas, como por exemplo, siderurgia, papel e celulose, montagem industrial e indústria metal mecânica. (Langui, 2001)

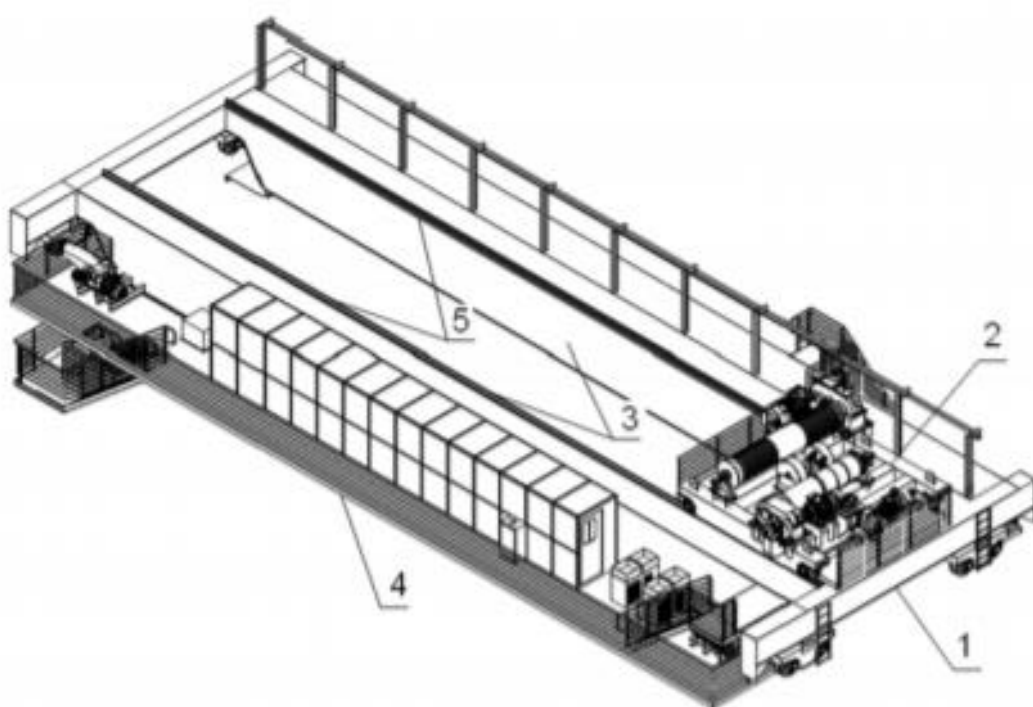


Figura 34 - Principais componentes da ponte rolante: 1- Cabeceira, 2- Carro trolley, 3- Vigas, 4- plataforma de manutenção, 5- trilhos de rolamento do carro trolley (Fonte: Da Costa, 2013)

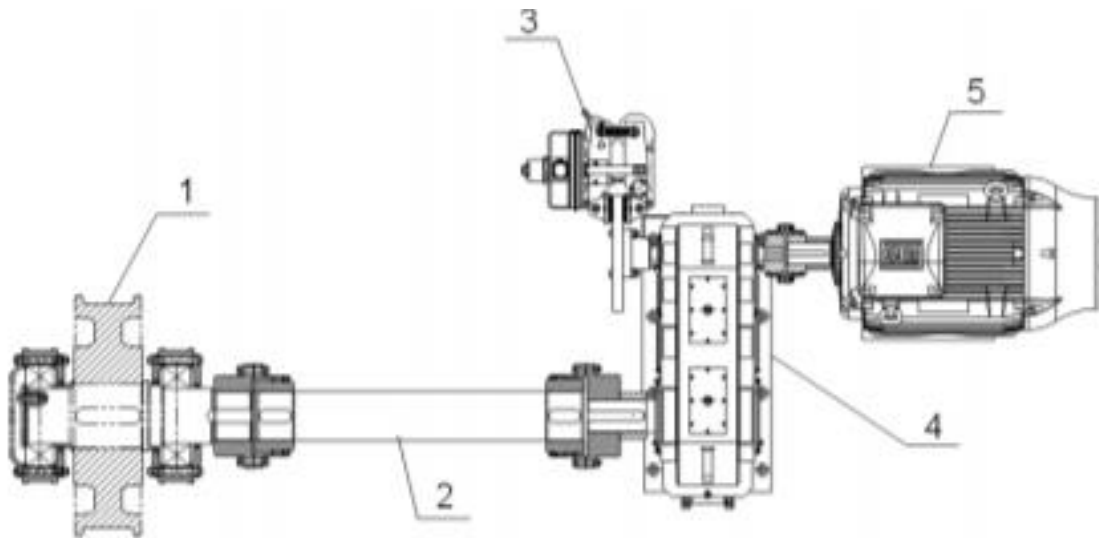


Figura 35 - Componentes que constituem o acionamento da translação longitudinal da ponte rolante: 1- Roda motora, 2- Eixo de transmissão, 3- Freio eletromagnético a disco, 4- redutor de velocidade, 5- Motor de indução do tipo gaiola de esquilo (Fonte: Da Costa, 2013)

Esse exemplo de aplicação prática será usado para dimensionar o primeiro par de engrenagens de um redutor de velocidades com função de reduzir a rotação do motor elétrico para o sistema de movimentação da ponte rolante, esquema que pode ser visto na Figura 35. Para esse exemplo, seguem os seguintes dados de entrada para cálculo:

- Relação de Transmissão: 3,5
- Rotação de entrada: 900 rpm
- Potência de entrada: 30 HP
- Módulo normal: 3
- Ângulo de pressão normal: 20 graus;
- Ângulo de hélice no diâmetro primitivo: 20 graus;
- Orgão acionador: Motor Elétrico CA;
- Orgão acionado: Ponte Rolante;

Para gerar o efeito comparativo esperado, foram escolhidos iguais número de dentes e largura das engrenagens. Porém, se o objetivo não fosse comparar as duas normas e apenas dimensionar engrenagens, seria observado um menor número de dentes para a norma AGMA que calcula o número mínimo de dentes de

uma forma diferente da norma DIN. A Figura 36 mostra os resultados obtidos nas simulações.

	Tensão Calculada [Mpa]		Tensão Admissível [Mpa]		Coeficiente de Segurança	
	AGMA	DIN	AGMA	DIN	AGMA	DIN
<b>Pinhão</b>						
Tensão de flexão no pé do dente	157,16	199,76	297,94	552,51	1,90	2,77
Tensão superficial de contato	756,65	782,79	914,81	873,17	1,21	1,12
<b>Engrenagem</b>						
Tensão de flexão no pé do dente	124,10	161,27	213,11	383,50	1,72	2,38
Tensão superficial de contato	378,33	383,79	703,55	629,38	1,86	1,64

Figura 36 - Resultados das simulações AGMA x DIN

Na Figura 36, é possível observar que as duas normas possuem diferenças no dimensionamento de engrenagens. Apesar de terem o mesmo objetivo, as considerações e fatores de correção divergem, o que resulta em valores distintos para as tensões calculadas e admissíveis. Na seção seguinte, será descrito um comparativo entre as normas e as diferenças entre elas serão discutidas.

## 5.2. Comparativo DIN x AGMA

Nessa seção, serão comparadas as duas normas com base nos principais critérios de falha, tensão de flexão no pé do dente e tensão superficial de contato. O engripamento não é verificado, pois é facilmente contornado com o controle da temperatura e viscosidade do óleo de lubrificação. (Schützer, 1988)

Para calcular as tensões, ambas as normas utilizam as formulações de Hertz como base. Porém, elas possuem uma diferença fundamental em relação a seção crítica considerada. Como pode ser observado na Figura 37, a DIN usa a hipótese de Niemann, que considera que a seção crítica está localizada no ponto onde o raio do pé do dente é tangente a um ângulo de 30° em relação à linha de centro do dente. Já a norma AGMA, usa a hipótese de Lewis, que considera que a seção

crítica está localizada onde a parábola de resistência uniforme tangencia o pé do dente.

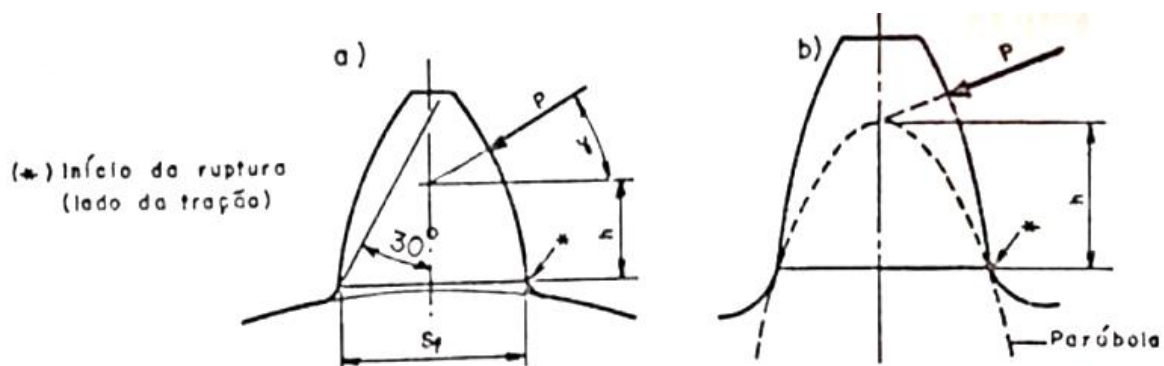


Figura 37 - Seções críticas. (Fonte: Schützer, 1988)  
a) Hipótese de Niemann; b) Hipótese de Lewis

Além das tensões globais, as duas normas também apresentam diferenças em relação a cada um dos fatores de correção considerados no dimensionamento de engrenagens

### 5.2.1. Tensão de flexão no pé do dente

Como visto nas simulações realizadas anteriormente, a norma DIN supervaloriza as tensões calculadas em relação à AGMA (DIN com valores 27% maiores que AGMA no pinhão e 30% maiores que AGMA na engrenagem). Esses valores, apesar de diferentes, no resultado final são pouco divergentes, devido à diferença entre as tensões admissíveis calculadas (DIN com valores 85% menores que AGMA no pinhão e 80% menores que AGMA na engrenagem). De qualquer forma, engrenagens DIN tendem a ser maiores que as AGMA pelo critério de tensão de flexão no pé do dente.

### 5.2.2. Tensão superficial de contato

Como também visto anteriormente, é possível perceber uma aproximação nos resultados de tensão superficial de contato calculadas (DIN com valores 3% maiores que AGMA no pinhão e 1% maiores que AGMA na engrenagem). Aqui, diferentemente da tensão de flexão no pé do dente, não é observada uma

discrepância de valores. Assim, para esse critério, teremos engrenagens com dimensões próximas.

De uma forma geral, apesar de suas diferenças, é possível concluir que as duas normas convergem para valores próximos.

## 6. CONCLUSÕES

Com a elaboração desse trabalho, foi possível ter uma visão detalhada sobre o dimensionamento de engrenagens, usando a metodologia AGMA. Foi possível perceber que a partir das premissas e especificações mínimas de projeto, o projetista pode tomar várias decisões que influenciam as dimensões e materiais das engrenagens. Dessa forma, é possível concluir que o projetista deve ser criterioso nas escolhas de coeficiente para encontrar uma solução viável entre desempenho técnico e preço.

A partir das análises, é possível concluir que não existe uma metodologia melhor ou mais precisa. DIN e AGMA possuem diferenças que são afirmadas nesse trabalho e a escolha por uma delas é uma questão de preferência e familiaridade, pois as duas cumprem muito bem seu papel no dimensionamento de engrenagens. É possível afirmar que a norma DIN é mais conservadora que a norma AGMA e, assim, produz engrenagens de dimensões maiores ou materiais mais resistentes.

A ferramenta desenvolvida nesse trabalho possibilitará aos alunos uma alternativa a norma DIN, atualmente usada no curso. Essa alternativa vem de encontro com o objetivo principal do trabalho que é trazer uma abrangência maior no ensino de engrenagens e desenvolvimento acadêmico dos alunos.

Todo o material usado na elaboração desse trabalho está disponível para consulta e aprofundamento teórico das metodologias descritas. Com a elaboração da ferramenta, será possível realizar simulações de forma mais ágil e gerar discussões a respeito dos materiais escolhidos para engrenagens.





## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DUDLEY, D.W. **The Evolution of the Gear Art**. Washington: American Gear Manufacturers Association, 1969.

NIEMANN, G. **Elementos de Máquinas, v.2**. São Paulo: Blucher, 1971.

NORTON, R.L. **Projeto de Máquinas: uma abordagem integrada**. 4ªed. Porto Alegre: Bookman, 2010.

RADZEVICH, S.P. **Dudley's Handbook of Practical Gear Design and Manufacture**. 2nded. Boca Raton: CRC Press, 2012.

SHIGLEY, J.E.; MISCHKE, C.R.; BUDYNAS, R.G. **Projeto de Engenharia Mecânica**. 7ªed. Porto Alegre: Bookman, 2005.

HENRIOT, G. **Traité Théorique et Pratique des Engrenages**. Editora Dunod, 1979

FLORES, P.; GOMES, J. **Cinemática e Dinâmica de Engrenagens, 1. Aspectos Gerais sobre Engrenagens**. Universidade do Minho - Escola de Engenharia, 2014.

BOIADJIEV, I.; WITZIG, J.; TOBIE, T.; STAHL, K. **Tooth Flank Fracture – Basic Principles and Calculation Model for a Sub-Surface-Initiated Fatigue Failure Mode of Case-Hardened Gears**. Gear Technology : Agosto, 2015.

OTTO, F.J.; HERRING, D.H **Gear Heat Treatment Part 1**. Heat Treating Progress, v.2, p. 01-05, June 2002.

SCHÜTZER, K. **Desenvolvimento de um sistema de projeto de engrenagens auxiliado por computador**. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1988.

GRUPO DE PROJETO - SEM. **Aula 2 - Transmissões por Engrenagens.**  
Complementos de Elementos de Máquinas 2. Escola de Engenharia de São Carlos,  
Universidade de São Paulo.

GRUPO DE PROJETO - SEM. **Aula 3 - Transmissões por Engrenagens.**  
Complementos de Elementos de Máquinas 2. Escola de Engenharia de São Carlos,  
Universidade de São Paulo.

The South-Pointing Chariot: **This Ancient Chinese Invention Led Armies In a Unique and Impressive Way.** <https://www.ancient-origins.net/artifacts-ancient-technology/south-pointing-chariot-ancient-chinese-invention-led-armies-unique-and-021799>

RTC -**Acoplamentos, Correntes, Engrenagens, Motoredutores** .[www.rtc.net.br](http://www.rtc.net.br)

C. A LANGUI, **Pontes rolantes – a Importância do Equipamento nas Áreas de Produção Industrial.** Monografia apresentada ao Departamento de Economia, Contabilidade, Administração e Secretariado da UNITAU, Taubaté, 2001, 54p

DA COSTA, L.J.D. – **Automação de pontes rolantes siderúrgicas.** Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Instituto Nacional de Telecomunicações, 2013.

# Cálculo de engrenagens cilíndricas

## Método AGMA

Rafael Pavarino / Prof. Jonas de Carvalho

USP/Scarlos 11/2018

entrar dados

Dados de entrada

Identificação do projeto

Exemplo dentes helicoidais

Relação de transmissão

$$m_G = \frac{\omega_G}{\omega_P} = \frac{d_{pG}}{d_{pP}} = \frac{N_G}{N_P}$$

3

-

Rotação

n

1800

[rpm]

Potência de entrada

N

4

[HP]

Módulo normal

$m_n$

2,54

-

Ângulo de pressão normal

$\phi_n$

20

[graus]

Ângulo de hélice no diam. primitivo

$\psi$

20

[graus]

Orgão acionador

Motor Elétrico

Orgão acionado

Ponte Rolante

## Cálculos

### a) Número de Dentes

Pinhão

$$N_p = \frac{2k \cos \psi}{(1 + 2m) \sin^2 \phi} \left[ m + \sqrt{m^2 + (1 + 2m) \sin^2 \phi} \right] \quad N_p = 12,65 \quad \text{adotado } N_p = \boxed{17}$$

escolher

Coroa

$$m_G = \frac{N_g}{N_p} \quad N_g = 51 \quad \text{adotado } N_g = \boxed{52}$$

Relação de transmissão efetiva 3,059

Erro em relação à relação de transmissão pedida 1,961 %

### b) Geometria do Engrenamento

Passo diametral

$$p_d = \frac{25,4}{m} \quad p_d = 10,0 \text{ [dentes/in]}$$

Módulo frontal

$$m = \frac{m_n}{\cos \psi} \quad m = 2,703 \text{ [mm]}$$

Ângulo de pressão frontal

$$\phi_t = \tan^{-1} \left( \frac{\tan \phi_n}{\cos \psi} \right) \quad \phi_t = 21,173 \text{ [graus]}$$

Ângulo de hélice da base

$$\psi_b = \cos^{-1} \left( \cos \psi \frac{\cos \phi_n}{\cos \phi} \right) \quad \psi_b = 18,747237 \text{ [graus]}$$

Diâmetro primitivo

$$d_p = mN$$

Pinhão:  $d_{p1} = 45,95$  [mm]

Coroa:  $d_{p2} = 140,56$  [mm]

Diâmetro de base

$$d_b = d_p \cos \phi_t$$

Pinhão:  $d_{b1} = 42,85$  [mm]

Coroa:  $d_{b2} = 131,07$  [mm]

Diâmetro externo

$$d_e = d_p + 2m$$

Pinhão:  $d_{e1} = 51,03$  [mm]

Coroa:  $d_{e2} = 145,64$  [mm]

Diâmetro de raiz

$$d_r = d_p - 2,5m$$

Pinhão:  $d_{r1} = 39,60$  [mm]

Coroa:  $d_{r2} = 134,21$  [mm]

Largura dos dentes

$$4 \cdot \pi \cdot m \approx l \leq d_p$$

$$33,97$$

$$\approx l \leq$$

$$45,95$$

$$l = 40,00 \text{ [mm]}$$

Momento Torçor

$$T = 7120,909 \frac{HP}{n}$$

$$T = 15,82 \text{ [N.m]}$$

Força tangencial

$$W_t = \frac{2T}{d_p}$$

$$W_t = 688,74 \text{ [N]}$$

### c) Dimensionamento quanto à flexão no pé do dente

Tensão de Flexão no pé do dente

$$\sigma_b = \frac{W_t}{bm} \cdot K_o K_v K_s \frac{K_m K_B}{J}$$

Onde:

[Fator de Resistência a Flexão](#)       $J_p = 0,451$        $J_g = 0,613$

[Fator Dinâmico](#)       $K_v = 1,482$

[Fator de Distribuição de Carga](#)       $K_m = 1,221$

[Fator de Sobrecarga](#)       $K_o = 1,000$

[Fator de Tamanho](#)       $K_{Sp} = 1,000$        $K_{Sg} = 1,000$

[Fator de Espessura de Borda](#)       $K_{Bp} = 1,00$        $K_{Bg} = 1,000$

**Obs:** Verificar cada um dos fatores e incluir os dados do material na tabela ao fim da planilha

<b>Pinhão</b>	$\sigma_{bp} =$	25,56746	[N/mm <sup>2</sup> ]
<b>Coroa</b>	$\sigma_{bg} =$	18,80077	[N/mm <sup>2</sup> ]

**Resistência a fadiga de flexão no pé do dente**

$$\sigma_b \leq \frac{S_t}{S_F} \frac{Y_N}{K_T K_R}$$

Onde:

Tensão admissível de flexão do pinhão       $S_t = 225,0$       [N/mm<sup>2</sup>]

Tensão admissível de flexão da coroa       $S_t = 155,0$       [N/mm<sup>2</sup>]

[Fator de Ciclagem de tensão](#)       $Y_N = 1,0$

Fator de Temperatura       $K_T = 1,0$

[Fator de Confiabilidade](#)       $K_R = 1,0$

**Obs:** Verificar cada um dos fatores e incluir os dados do material na tabela ao fim da planilha

<b>Pinhão</b>	$\sigma_{cp} =$	224,5591	[N/mm <sup>2</sup> ]
<b>Coroa</b>	$\sigma_{cg} =$	154,6962	[N/mm <sup>2</sup> ]

#### d) Dimensionamento quanto à tensão superficial de contato

Tensão superficial de contato

$$\sigma_c = C_p \sqrt{W_t K_o K_v K_s \frac{K_m C_f}{db I}}$$

Onde:

[Fator Geométrico de Superfície](#)

$$I = 0,192$$

[Coeficiente Elástico](#)

$$C_p = 190,2$$

Fator de Condição de Superfície

$$C_f = 1,0$$

**Obs:** Verificar cada um dos fatores e incluir os dados do material na tabela ao final da planilha

<b>Pinhão</b>	$\sigma_{cp} =$	357,711	[N/mm <sup>2</sup> ]
<b>Coroa</b>	$\sigma_{cg} =$	357,711	[N/mm <sup>2</sup> ]

**Resistência a fadiga pela tensão superficial de contato**

$$\sigma_c \leq \frac{S_c}{S_H} \frac{Z_N C_H}{K_T K_R}$$

Onde:

Tensão admissível de contato da pinhão

$$S_c = 700,0 \quad [\text{N/mm}^2]$$

Tensão admissível de contato da coroa

$$S_c = 490,0 \quad [\text{N/mm}^2]$$

[Fator de Ciclagem de tensão](#)

$$Z_N = 1,0$$

[Fator de Razão de Dureza](#)

$$C_H = 1,005$$

**Obs:** Verificar cada um dos fatores e incluir os dados do material na tabela ao final da planilha

<b>Pinhão</b>	$\sigma_{cp} =$	702,204	[N/mm <sup>2</sup> ]
<b>Coroa</b>	$\sigma_{cg} =$	491,5428	[N/mm <sup>2</sup> ]

e) Materiais escolhidos e tensões admissíveis

**Pinhão**

Material	Dureza		Tensão admissível de flexão		Tensão admissível de contato	
	240	HB	225	MPa	700	MPa

**Coroa**

Material	Dureza		Tensão admissível de flexão		Tensão admissível de contato	
	200	HB	155	MPa	490	MPa

<b>Tabela de resultados</b>					
	Tensão de Confronto	Tensão Admissível		Coef. Segurança AGMA	
<b>Pinhão</b>					
Tensão de flexão no pé do dente	25,57	224,56	[MPa]	<b>8,78</b>	
Tensão superficial de contato	357,71	702,20	[MPa]	<b>1,96</b>	
<b>Coroa</b>					
Tensão de flexão no pé do dente	18,80	154,70	[MPa]	<b>8,23</b>	
Tensão superficial de contato	357,71	491,54	[MPa]	<b>1,37</b>	