

## C2: MÁQUINAS DE TRANSFORMAÇÃO DE ENERGIA

Considero próprio investigar a razão de ser de todas as coisas - como são, não como aparentam ser - e rejeitar todas as opiniões sem explicações.

Atribuído a Sócrates

2.1.	Introdução .....	28
2.2.	Quadro temporal .....	28
2.3.	Tipos de máquinas de transformação de energia.....	28
2.3.1	Introdução.....	28
2.3.2	Segundo a iteração com o fluido .....	29
2.3.3	Segundo o princípio de operação.....	29
2.4.	Grandezas associadas às máquinas de fluxo .....	32
2.5.	Análise energética.....	33
2.5.1	Introdução.....	33
2.5.2	Energia específica do escoamento .....	33
2.5.3	Trabalho, carga e potência em máquinas de fluxo .....	35
2.6.	Modelo para as máquinas de fluxo .....	36
2.6.1	Trabalho e potência ideais .....	37
2.6.2	Trabalho específico para fluidos admitidos incompressíveis .....	38
2.6.3	Rendimentos.....	39
2.6.4	Trabalho específico para fluidos compressíveis .....	40
2.6.4.1.	Energia interna .....	41
2.6.4.2.	Expressão para o trabalho específico .....	42
2.6.4.3.	Expressões literais para gases ideais .....	43
2.6.4.4.	Trabalho específico para pequenas variações de volume específico .....	45
2.6.4.5.	Inserção da influência da energia cinética .....	46
2.7.	Características das máquinas de fluxo .....	47
2.7.1	Características construtivas e operacionais.....	47
2.7.2	Características relativas à realização de trabalho .....	48
2.8.	Parâmetros de definição das máquinas de fluxo.....	49
2.8.1	Rotações específicas .....	49
2.8.2	Rotações específicas para rotores associados .....	51
2.8.2.1.	Associação em série de rotores .....	51
2.8.2.2.	Associação em paralelo de rotores.....	52
2.8.3	Seleção de turbinas hidráulicas .....	53
2.8.4	Seleção de bombas hidráulicas de fluxo .....	56
2.8.5	Seleção de bombas-turbina .....	57
2.8.6	Seleção das demais máquinas de fluxo .....	58
2.8.6.1.	Formas construtivas .....	59
2.8.7	Pré-cálculo da rotação específica para máquinas hidráulicas .....	60
2.8.8	Pré-cálculo da rotação nominal para turbinas.....	61
2.9.	Representação das características de operação de máquinas de fluxo .....	62
2.9.1	Bombas hidráulicas de fluxo.....	62
2.9.2	Turbinas hidráulicas .....	64
2.9.3	Ventiladores e compressores (máquinas de fluxo) .....	65
2.9.4	Turbinas a vapor e a gás .....	66
2.10.	Máquina de fluxo associada à instalação .....	67
2.10.1	Bombas ou geradores .....	67

2.10.2	Turbinas ou motores	69
2.11.	Equação fundamental das máquinas de fluxo	71
2.11.1	Condições de Operação	71
2.11.1.1.	Ponto de máximo rendimento ou ponto ótimo	72
2.11.1.2.	Operação em carga parcial	72
2.11.1.3.	Operação em sobrecarga	72
2.11.2	Triângulos de velocidade de uma máquina de fluxo	72
2.11.3	Revisão de conceitos	74
2.11.3.1.	Equações para sistemas e referencial inercial	75
2.11.3.2.	Equações para volume de controle e referencial não inercial	75
2.11.4	Equação do momento torçor para turbinas	78
2.11.4.1.	Momentos torçores externos	80
2.11.5	Equação do momento torçor para bombas	82
2.11.6	Equação fundamental das máquinas de fluxo	83
2.11.7	Trabalho específico líquido nas pás da máquina	84
2.11.7.1.	Máquina ideal e máquina real	84
2.11.7.2.	Rendimento hidráulico	85
2.11.8	Uma segunda forma de obtenção da equação fundamental	86
2.12.	Equacionamento complementar	87
2.12.1	Equação da continuidade	87
2.13.	Teoria de semelhança aplicada às máquinas de fluxo	89
2.13.1	Filosofia de abordagem	89
2.13.2	Premissas	89
2.13.3	Proporcionalidade entre triângulos de velocidade	90
2.13.3.1.	Face de sucção	90
2.13.3.2.	Face de pressão	90
2.13.3.3.	Relações de proporcionalidade	93
2.13.3.4.	Trabalho específico e cargas	93
2.13.3.5.	Vazão em volume	93
2.13.3.6.	Vazão em massa	93
2.13.3.7.	Potência fluida para quaisquer fluidos	94
2.13.3.8.	Potência fluida para fluidos incompressíveis	94
2.13.4	Parâmetros de interesse	94
2.13.4.1.	Parâmetros dimensionais representativos de famílias de máquinas	95
2.13.4.2.	Parâmetros adimensionais	98
2.13.5	Diagrama de Cordier	98
2.13.6	Relação modelo protótipo	100
2.13.6.1.	Turbinas hidráulicas	100
2.13.6.2.	Bombas hidráulicas de fluxo	100
2.14.	Problemas	101
2.15.	Bibliografia	113

## 2.1. Introdução

Neste capítulo serão discutidos os aspectos gerais pertinentes às máquinas de transformação de energia, sejam elas hidráulicas ou térmicas, de fluxo, volumétricas ou especiais. A temática em questão envolverá a evolução e os períodos de desenvolvimento das formas de aproveitamento energético e o equacionamento básico associado àquelas máquinas. No equacionamento serão apresentadas e discutidas as equações do momento torçor e a equação fundamental das máquinas de fluxo, conhecida também por equação de Euler, além do equacionamento específico às várias máquinas de fluxo existentes. A análise energética e os conceitos gerais sobre operação das máquinas e análise dimensional aplicada também serão abordados, preparando-se assim o leitor para a análise dos sistemas termo fluidos a serem abordados nos capítulos seguintes.

## 2.2. Quadro temporal

O quadro 2.2.1 relaciona a fonte de energia aproveitada com a técnica disponível, a forma social de aproveitamento da energia e a época em que tal ocorreu. Observe-se que a evolução da técnica de aproveitamento está diretamente ligada com a evolução socioeconômica da humanidade.

FORTE	TÉCNICA	FORMA SOCIAL	ÉPOCA
MUSCULAR	Levantamento, tração, trabalho manual da terra	Escravidura	Pré-história História antiga
HIDRÁULICA EÓLICA	Rodas d'água Moinhos de Vento	Artesãos nas cidades	História antiga Do século 8 ao século 17
QUÍMICA	Máquina a vapor (WATT) Motor a combustão interna	Industrialização Desenvolvimento da sociedade industrializada	Séculos 18 e 19 Século 20
ATÔMICA	Usinas Térmicas	Grupos empresariais	A partir de 1960

Quadro 2.2.1. Quadro temporal de aproveitamento energético

## 2.3. Tipos de máquinas de transformação de energia

### 2.3.1 Introdução

A partir da definição de máquina como **“um equipamento que modifica forças e movimentos”**<sup>1</sup> pode-se subdividir as máquinas de transformação de energia em máquinas de fluxo, máquinas volumétricas e máquinas especiais. A definição do tipo mais adequado de máquina de transformação de energia para cada aproveitamento é feita pelo parâmetro de referência denominado rotação específica, a ser apresentado ainda neste capítulo e que se apoia na vazão volumétrica, no trabalho a ser realizado pelo fluido ou sobre ele e na velocidade angular da máquina.

<sup>1</sup> Norton, R. L. *Machine Design, An integrated approach* Prentice-Hall, NJ, 1998

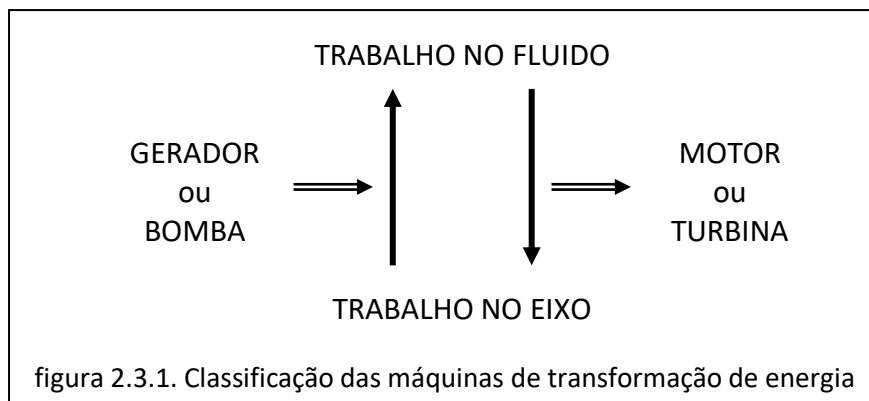
### 2.3.2 Segundo a iteração com o fluido

A aplicação destas máquinas está relacionada com a forma de energia e as condições operacionais desejadas, isto é, com o que se pretende obter com ela. A partir desta constatação pode-se separar as máquinas de transformação de energia em apenas dois grupos:

Geradores ou BOMBAS são máquinas que transformam em energia mecânica a energia recebida através de um eixo de uma fonte externa (elétrica, explosão), por sua vez transferida a um fluido por intermédio de um rotor (ou pistão) para consequente realização de trabalho ou transporte. A aplicação mais comum de bombas concentra-se na movimentação de fluidos.

Motores ou TURBINAS são máquinas que transformam a energia mecânica (potencial e/ou cinética) fornecida por fluido em escoamento a um rotor, que por sua vez transfere-a a um eixo com o objetivo de realização de trabalho. A aplicação mais comum ocorre na geração de energia elétrica.

A figura 2.3.1 mostra um esquema da classificação, enquanto o quadro 2.3.1 exemplifica-o.



### 2.3.3 Segundo o princípio de operação

A classificação pelo princípio de operação caracteriza cada um dos tipos de máquinas de transformação de energia; gerador ou motor; em três subdivisões distintas condicionadas à forma com que se dá a realização de trabalho. Estas são as máquinas de fluxo, as máquinas volumétricas e as máquinas especiais. O quadro 2.3.1 apresenta exemplos de máquinas motoras e geradoras, de fluxo, volumétricas e especiais.

TIPO	FLUXO	VOLUMÉTRICAS	ESPECIAIS
MOTOR (turbina)	Turbinas Hidráulicas; a vapor; a gás; eólicas	Motores de automóvel	Rodas d'água
GERADOR (bomba)	Bombas Centrífugas	Bombas Alternativas	Ejetores

quadro 2.3.1 Exemplos de máquinas de transformação de energia

Na máquina de fluxo o trabalho envolvido, recebido ou cedido, é consequente à variação de direção do escoamento relativo provocada por pás adequadamente posicionadas no rotor da máquina, o que implica na variação do momento da quantidade de movimento.

Os exemplos mais simples para esclarecimento da definição acima são dados pelas máquinas cuja ação fluida restringe-se a um jato, como as turbinas Pelton e os aspersores de jardim. Neste caso a ação do jato sobre as pás Pelton ou a reação à saída do jato do aspersor, agindo a uma determinada distância do centro de rotação induz um momento torçor e, assim, a realização de trabalho.

No caso de máquinas onde o fluido atua sobre toda a superfície das pás o princípio se mantém, porém, devendo a determinação do momento torçor ser feita a partir de uma superfície infinitesimal para posterior integração ao longo de toda a pá.

A figura 2.3.2 esquematiza o princípio de operação das máquinas de fluxo, estando nela representada um aspersor de jardim. Note-se que as forças consequentes aos jatos e que produzem o momento torçor responsável pela rotação do aspersor são viabilizadas pela variação da direção da velocidade relativa; de radial para tangencial; nos bicos aspersores. Inexistindo a curva de 90° dos tubos as forças devidas ao jato seriam radiais, inexistindo rotação ou trabalho realizado e tampouco transformação de energia.

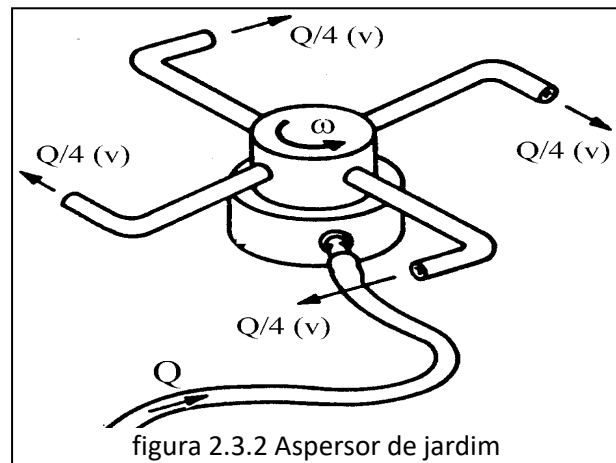


figura 2.3.2 Aspersor de jardim

Uma máquina volumétrica caracteriza-se por realizar ou receber trabalho de um volume definido de fluido, sem a ocorrência de escoamento em seu interior. No exemplo de uma máquina alternativa, o movimento do pistão é consequente a uma pressão acima da atmosférica (motor de combustão interna) ou a uma fonte externa (elétrica, explosão) no caso de uma bomba. O trabalho será recebido do fluido após a explosão (motor a combustão interna) ou cedido a ele a partir da movimentação longitudinal deste mesmo pistão (bomba). Assim, não havendo variação de direção do escoamento relativo, a máquina não será de fluxo. A figura 2.3.3 mostra uma máquina volumétrica a pistão. Nela pode-se observar que o trabalho é realizado sobre volumes definidos de fluido correspondentes ao volume admitido no êmbolo da máquina.

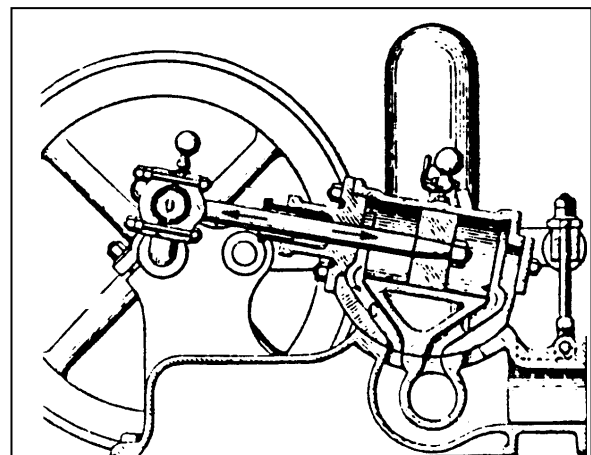


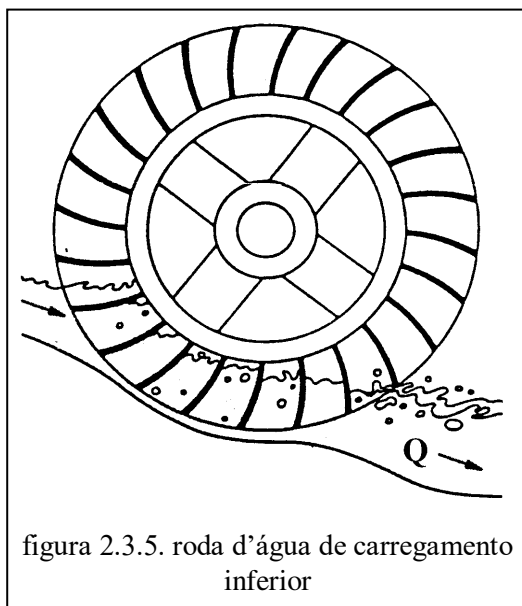
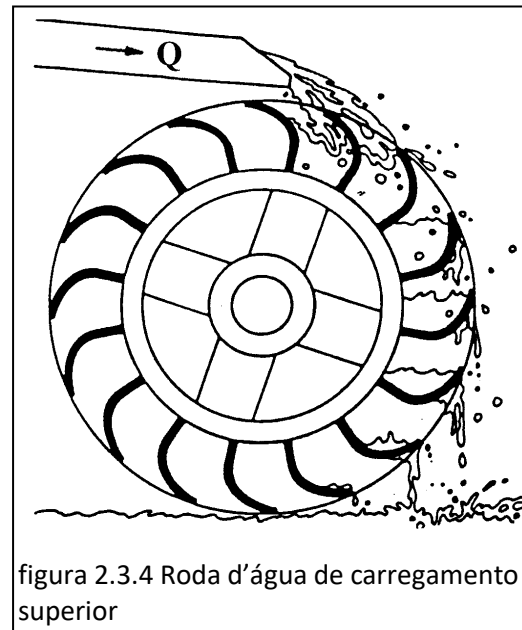
figura 2.3.3 bomba a pistão como exemplo de máquina volumétrica

Este trabalho corresponde à compressão do fluido, não estando associada a esta operação a variação do escoamento relativo, ou ainda mais, inexistente um escoamento relativo neste tipo de máquina.

A figura 2.3.3 pode representar tanto um motor quanto um gerador. No caso de o pistão ser acionado pelo fluido (motor a combustão interna) e, com isso, movimentar o volante, tem-se um motor. Sendo o pistão movido pelo volante, tem-se um gerador. Em ambos os casos o trabalho realizado pela força axial aplicada no êmbolo é de compressão ou expansão, sem qualquer escoamento no interior da máquina durante a realização do trabalho.

Máquinas especiais são aquelas que não se adequam às definições anteriores das máquinas de fluxo ou volumétricas.

A figura 2.3.4 apresenta uma máquina especial. Nela o trabalho do fluido sobre o rotor é obtido a partir do enchimento dos recipientes fixos ao cubo pela água a eles guiada pela calha postada acima do rotor. O momento torçor é viabilizado pela força peso da água nos recipientes. A baixa velocidade da água na calha conduz às baixas rotação e potência, principais características destas máquinas, que podem apresentar rendimentos máximos da ordem de 80%.



A figura 2.3.5 apresenta uma roda d'água de carregamento inferior. Devido à curvatura única das pás, conforme figura, a realização de trabalho fica prejudicada, pois elas são movidas pelo fluido em contato com a sua face frontal enquanto têm seu movimento dificultado pela água em contato com sua face posterior. Isto conduz a rendimentos máximos de cerca de 30%.

A importância do escoamento nas máquinas de fluxo pode ser identificada se for considerado que máquinas de fluxo podem apresentar até 96% de rendimento, caso das turbinas hidráulicas Francis.

## 2.4. Grandezas associadas às máquinas de fluxo

O projeto das máquinas de fluxo parte das condições de trabalho ou energia, vazão em volume ou vazão mássica de escoamento e velocidade angular ou rotação para obter o seu dimensionamento.

Por isso as principais grandezas a elas associadas referem-se às suas condições de operação.

	Grandeza	Símbolo	Equação dimensional	Unidade			Aplicação
				Nome	Símbolo	Sistema	
<b>Unidades de base</b>	Massa	$m$	$[M]$	quilograma	$kg$	SI	
	Comprimento	$L$	$[L]$	metro	$m$	SI	
	Tempo	$t$	$[T]$	segundo	$s$	SI	
	Temperatura termodinâmica	$T$	$[\Theta]$	kelvin	$K$	SI	
<b>Grandezas principais</b>	Trabalho específico	$Y$	$\frac{[L^2]}{[T^2]}$		$\frac{J}{kg}$	SI	quaisquer fluidos
	Carga	$H$	$[L]$		$m$	SI	fluidos incompressíveis
	Pressão	$p$	$\frac{[M]}{[LT^2]}$	Pascal	$\frac{kg}{ms^2}$	SI	quaisquer fluidos
	Entalpia	$h$	$\frac{[L^2]}{[T^2]}$		$\frac{J}{kg}$	SI	quaisquer fluidos (reservada para máquinas térmicas)
	Vazão mássica	$\dot{m}$	$\frac{[M]}{[T]}$		$\frac{kg}{s}$	SI	quaisquer fluidos
	Vazão em volume	$Q$	$\frac{[L^3]}{[T]}$		$\frac{m^3}{s}$	SI	fluidos incompressíveis
	Velocidade angular	$\omega$	$\frac{1}{[T]}$		$\frac{rd}{s}$	SI	
	Rotação (por minuto)	$n$	$\frac{1}{[T]}$	rpm	$\frac{rot}{min}$		

quadro 2.4.1 Unidades de base e principais grandezas para máquinas de fluxo

## 2.5. Análise energética

### 2.5.1 Introdução

O projeto, escolha e consequente aplicação de uma máquina de transformação de energia estão diretamente relacionados com as condições energéticas. No caso de motores, cuja função é transformar a energia primária ou secundária numa forma mais conveniente de aproveitamento, em especial com relação a transporte e armazenamento, esta afirmação é óbvia. Um gerador, por sua vez, tem como função principal fornecer energia ao fluido que será de alguma forma, aproveitada por máquinas, ou para iluminação, aquecimento ou ainda para o próprio transporte do fluido.

A impossibilidade de caracterizar um sistema e sua massa faz com que sejam usadas grandezas intensivas, que independem da massa, e que são chamadas de específicas. Este procedimento leva a se trabalhar com volumes de controle ao invés de sistemas fechados.

O objetivo da análise será o de determinar o máximo trabalho recebido do fluido, no caso de turbinas ou o mínimo fornecido ao fluido por bombas. Esta determinação é sempre exata, pois serão consideradas condições ideais de escoamento nas máquinas e no volume de controle que as engloba, estas também consideradas ideais. A passagem dos valores teóricos, exatos, para os valores reais será feita lançando-se mão de dados empíricos médios, os rendimentos, que conduzirão a resultados aproximados. Tal prática prende-se à incapacidade de se determinar com precisão as condições genéricas de dissipação ocorrente em escoamentos complexos.

### 2.5.2 Energia específica do escoamento

Aplicada a primeira lei da termodinâmica a um escoamento qualquer, é obtida para a energia específica a expressão:

$$Y = \frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2} + gz + u \quad (2.5.1)$$

onde :

l : energia específica do escoamento	(J/kg) ou (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )
p : pressão	(Pa) ou (N/m <sup>2</sup> ) ou [kg/(m s <sup>2</sup> )]
c : velocidade média do escoamento	(m/s)
ρ : massa específica	(kg/m <sup>3</sup> )
g : aceleração da gravidade	(m/s <sup>2</sup> )
h : carga	(m)
u : energia interna	(J/kg) ou (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )

A energia específica do escoamento pode ainda ser expressa como a relação entre grandezas significativas das máquinas de fluxo:



$$I = \frac{\text{energia do escoamento}}{\text{massa do fluido}} = \frac{\text{potência do escoamento}}{\text{vazão mássica}}$$

A energia específica do escoamento é uma grandeza intensiva, independente da massa, e que corresponde à relação entre uma grandeza extensiva, dependente da massa fluida, e a própria massa fluida. Na equação (2.5.1) podem ser identificadas as parcelas componentes da energia total do escoamento, quais sejam;

$$\frac{p}{\rho} : \text{trabalho de deslocamento ou energia de pressão}$$

Esta parcela corresponde ao trabalho realizado por uma determinada massa fluida com o objetivo de introduzi-la ou retirá-la do volume de controle em estudo.

$$\frac{c^2}{2} : \text{energia cinética específica do escoamento absoluto}$$

$gh$  : energia potencial específica

Esta parcela é função do desnível  $h$  e comparece apenas para campo gravitacional não nulo.

$u$  : energia interna

A energia interna é um artifício aplicado pela Termodinâmica com o objetivo de introduzir os efeitos da temperatura na energia total. Por esta razão a energia interna não pode ser medida e somente pode ser determinada indiretamente, a partir da definição de entalpia.

Ressalte-se que o trabalho de deslocamento, a energia potencial e a energia interna são grandezas relativas, dependentes da prévia definição de um referencial para cada uma delas.

Na equação (2.5.1) pode-se ainda identificar duas expressões importantes; a energia mecânica específica  $E$  e a já citada entalpia  $h$ .

$$E = \frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2} + gz \quad (2.5.2)$$

A letra  $h$  é a representação convencional para a entalpia, assim como para altura e para carga. Mantida a simbologia convencional, para evitar desacertos será usado para entalpia o índice inferior  $u$ .

$$h_u = \frac{p}{\rho} + u \quad (2.5.3)$$

A energia mecânica definida em (2.5.1) corresponde à equação de Bernoulli, que impõe ser “a energia mantida constante ao longo de uma linha de corrente de um escoamento permanente, incompressível, de um fluido ideal”. Neste caso o escoamento é de um fluido sem viscosidade.

Definida como sendo energia por unidade de peso da partícula fluida, a carga  $H$  oferece a vantagem de exprimir energia numa dimensão de fácil e imediata avaliação, metros, ao invés de  $m^2/s^2$  ou J/kg. Apresenta, porém, a desvantagem de mascarar a influência do campo gravitacional,

$$H = \frac{E}{g} = \frac{p}{\rho g} + \frac{c^2}{2g} + z \quad (2.5.4)$$

Observada a equação (2.5.4) pode-se concluir erroneamente que o campo gravitacional influencia a energia cinética e o trabalho de deslocamento e não é significativo para a energia potencial, quando verdadeiro é o oposto.

### 2.5.3 Trabalho, carga e potência em máquinas de fluxo

Para um motor ou turbina o trabalho específico  $Y$  é definido como a relação entre o máximo trabalho ou potência, por unidade de massa de fluido ou vazão mássica, recebido do fluido em escoamento por uma máquina ideal, sem perdas, sob condições de contorno definidas.

Em motores ou turbinas o trabalho é realizado pelo fluido sobre a máquina. Admitidas condições ideais de escoamento, este trabalho será o máximo. Em caso de admissão de perdas no escoamento a energia disponibilizada pelo fluido será menor, implicando num trabalho inferior ao máximo.

$$Y = \frac{\textit{máximo trabalho}}{\textit{massa do fluido}} = \frac{\textit{máxima potência}}{\textit{vazão mássica}}$$

Para um gerador ou bomba o trabalho específico  $Y$  é definido como a relação entre o mínimo trabalho ou potência, por unidade de massa de fluido ou vazão mássica, transferido ao fluido em escoamento por uma máquina ideal, sem perdas, sob condições de contorno definidas.

Em geradores ou bombas o trabalho é realizado pela máquina sobre o fluido. Admitidas condições ideais de escoamento, este trabalho será o mínimo. Em caso de admissão de perdas no escoamento a energia a ser fornecida deve ser maior, implicando num trabalho superior ao mínimo.

$$Y = \frac{\textit{mínimo trabalho}}{\textit{massa do fluido}} = \frac{\textit{mínima potência}}{\textit{vazão mássica}}$$

O trabalho específico confunde-se com a energia específica do escoamento, sendo ambos representados pela mesma expressão:

$$Y = \frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2} + gz + u \quad (2.5.5)$$

A altura de queda de uma turbina ou altura total de elevação de uma bomba é definida de forma semelhante ao trabalho específico, com a diferença de que o trabalho, ou a potência, é tomado por unidade de peso do fluido.

$$H = \frac{Y}{g} \quad (2.5.6)$$

Aplicada a equação da Energia a um escoamento permanente de um fluido incompressível, cujo volume de controle engloba uma máquina adiabática, ou da definição de trabalho específico, obtém-se para a potência fluida as expressões (2.5.7.a,b,c).

$$P_f = \dot{m} Y \quad ; \quad P_f = \rho Q Y \quad ; \quad P_f = \rho Q g H \quad (2.5.7 \text{ a,b,c})$$

Onde  $\dot{m} = \rho Q \quad ; \quad Y = gH \quad (2.5.8 \text{ a, b})$

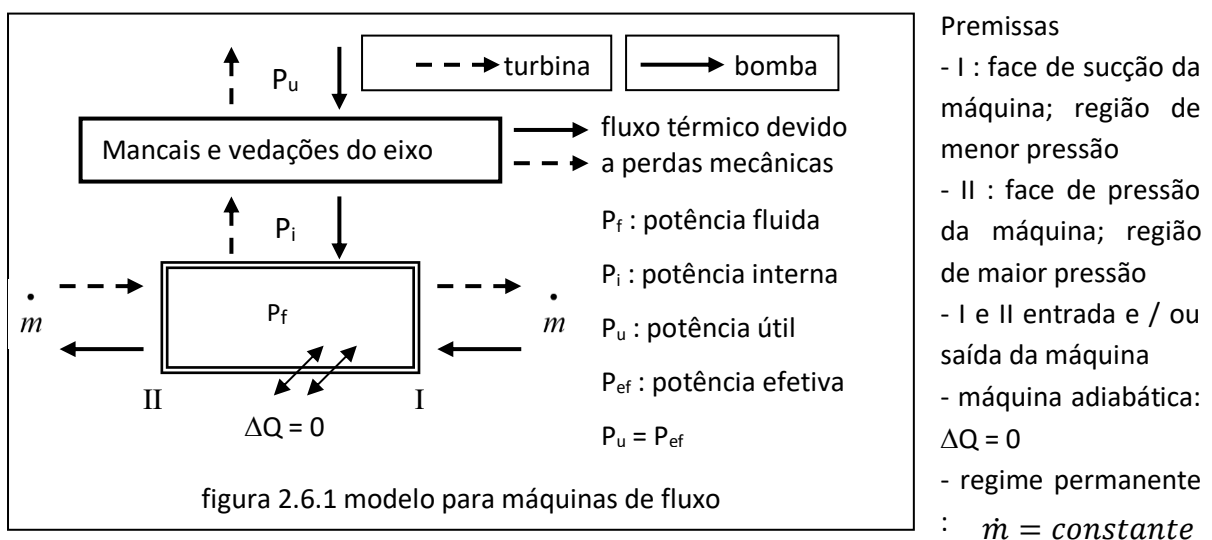
A primeira expressão para a potência fluida pode ser aplicada para qualquer tipo de escoamento enquanto que as duas outras, por usarem a vazão em volume e a massa específica como variáveis podem ser usadas apenas em escoamentos de fluidos admitidos incompressíveis.

## 2.6. Modelo para as máquinas de fluxo

Para se estudar o comportamento de qualquer fenômeno físico complexo deve-se criar modelos físico e/ou matemático que o represente da forma mais real possível. Esta necessidade está ligada à dificuldade de entendimento do fenômeno em sua plenitude ou à incapacidade de se equacionar corretamente o fenômeno ou ainda à impossibilidade de se obter soluções para o equacionamento obtido.

No caso de máquinas de fluxo, o modelo comumente usado é o de um sistema aberto, melhor conhecido por volume de controle, submetido a um regime de escoamento permanente e adiabático. Esta modelagem pode ser aplicada tanto em máquinas hidráulicas simples quanto em estágios de compressores refrigerados por sistemas específicos. A precisão maior ou menor dos resultados finais será definida pelo grau de simplificação dos modelos físico e/ou matemático com relação à realidade.

A figura 2. 6.1 mostra o modelo em discussão, válido tanto para motores quanto para geradores. Os sentidos dos fluxos de fluido e de energia irão permitir identificar cada tipo de máquina.



As superfícies de controle permeáveis II e I são mantidas com índices fixos para quaisquer máquinas, dependendo apenas das condições de pressão ou energia local e independentemente do sentido de escoamento. Com este critério de indicação obtêm-se equações idênticas tanto para bombas quanto para turbinas. Note-se que para uma bomba a face de sucção corresponde à sua entrada, região de menor nível de energia, enquanto que para uma turbina a região de entrada corresponde à face de pressão, com maior nível de energia.

O trabalho extremo, máximo ou mínimo, é obtido a partir de hipóteses simplificadoras, conforme visto em 2.5.3 e que viabilizam este cálculo. Aplicadas ao modelo de máquina de fluxo definido, tem-se a máquina admitida adiabática, isto é, isolada termicamente do meio externo e submetida a um processo reversível e adiabático. A partir destas premissas torna-se simples a determinação do trabalho e da potência ideais.

### 2.6.1 Trabalho e potência ideais

O trabalho  $Y_m$  corresponde ao trabalho específico externo, definido entre as faces de pressão e de sucção da máquina conforme pode ser visto na figura 2.6.1 e é expresso pela equação (2.6.1).

$$Y_m = [I_{II} - I_I]_{rev.ad.} \quad (2.6.1)$$

A definição do processo reversível adiabático passa pelo conhecimento das condições de escoamento nas faces de pressão e de sucção da máquina. Usualmente são conhecidas as condições de entrada da máquina, ficando a caracterização do processo para as condições de saída da mesma.

Conhecido o trabalho externo  $Y_m$  determina-se a potência fluida, recebida ou transferida pelo fluido.

$$P_f = \dot{m} [I_{II} - I_I]_{rev.ad.} = \dot{m} Y_m \quad (2.6.2)$$

Determinados o trabalho e a potência, estão praticamente definidas as condições de operação da máquina sob o aspecto ideal.

Consideradas as potências conforme a figura 2.6.1., tem-se para máquinas ideais, bombas ou turbinas, admitidos os mancais e vedações como ideais, a igualdade:

$$P_f = P_i = P_u \quad (2.6.3)$$

Tomada a máquina como sendo uma bomba real, tem-se a desigualdade seguinte, visto ser o fluxo de potência do exterior da máquina para o fluido:

$$P_f < P_i < P_u \quad (2.6.4)$$

Tomada a máquina como sendo uma turbina real, tem-se a desigualdade seguinte, visto ser o fluxo de potência do fluido para a máquina e desta para o exterior:

$$P_f > P_i > P_u \quad (2.6.5)$$

Sob o aspecto matemático formal a passagem do caso ideal para o real é bastante simples, bastando ser retirada a ressalva reversível adiabático da equação (2.6.2):

$$P_f = \dot{m} [I_{II} - I_I]. \quad (2.6.6)$$

A diferença entre as potências real e ideal é consequência de os processos na máquina ocorrerem com variação de energia interna, isto é, provocarem variação de temperatura. Isto significa que o escoamento no interior da máquina impõe uma variação de energia interna entre as suas faces de pressão e de sucção, consequente à viscosidade do fluido. O atrito entre as partes girantes e estacionárias da máquina provoca variação semelhante em suas regiões de influência.

Por estar diretamente relacionada com a dissipação do sistema, as condições reais de operação da máquina somente podem ser estimadas. Cada máquina terá suas próprias características operacionais, devido às condições de projeto, construção e operação, sendo possível a sua determinação aproximada por simulações numéricas e valores corretos apenas a partir de medidas.

### 2.6.2 Trabalho específico para fluidos admitidos incompressíveis

Todos os fluidos sofrem variação de volume quando submetidos a variações de pressão, porém, na maioria das aplicações industriais e laboratoriais os líquidos podem ser admitidos incompressíveis. Isto significa desprezar a reduzida variação de volume imposta pelas variações de pressão comuns às máquinas. As consequências de tal simplificação podem ser avaliadas a partir da aplicação da primeira lei da Termodinâmica:

$$du = dq - p dv \quad (2.6.7)$$

onde:  $u$  = energia interna;  $q$  : troca de calor;  $p$  : pressão e  $V$  ; volume

Da expressão (2.6.6) conclui-se que a variação da energia interna ocorre apenas em casos de troca de calor com o meio externo ou de variação de volume do fluido durante o processo.

Desprezada a compressibilidade do fluido, a variação de volume é igual a zero;  $dV = 0$ . Admitido o sistema como adiabático, não há troca de calor com o meio, tal que  $dq = 0$ . Nestas condições:

$$dq = 0 \quad (2.6.8)$$

Conclui-se que para máquinas operando com fluidos cuja compressibilidade pode ser desprezada o trabalho específico  $Y$  é igual à energia mecânica específica  $E$ , seja o caso real ou ideal.

$$Y = g H = [E_{II} - E_I] \quad (2.6.9)$$

$$H = \frac{Y}{g} = [H_{II} - H_I] \quad (2.6.10)$$

$$H = \frac{Y}{g} = \frac{[E_{II} - E_I]}{g} \quad (2.6.11)$$

A partir das equações acima, por (2.6.11) pode ser determinada a potência fluida, já apresentada em (2.5.7):

$$P_f = \dot{m} g H \quad ; \quad P_f = \rho Q g H \quad (2.6.12)$$

### 2.6.3 Rendimentos

Uma forma simples de ser obtida uma avaliação das condições operacionais das máquinas passa pelo uso dos rendimentos, valores experimentais médios específicos encontrados na literatura para máquinas e situações operacionais também específicas. Esta nova forma é mais precisa que a admissão de condições ideais de operação, pois considera as características de máquinas semelhantes àquela em análise, admitido que máquinas semelhantes tenham comportamentos também semelhantes.

Define-se inicialmente três rendimentos, indicados na figura 2.6.1:  $\eta_u$  : rendimento útil;  $\eta_i$  : rendimento interno;  $\eta_m$  : rendimento mecânico, sendo a sua participação na definição das potências encontrada nas expressões (2.6.13. a,b,c) e (2.6.14. a,b,c).

Para turbinas

$$\eta_i = \frac{P_i}{P_f} \quad ; \quad \eta_u = \frac{P_u}{P_f} \quad ; \quad \eta_m = \frac{P_u}{P_i} \quad (2.6.13. \text{ a, b, c})$$

Para bombas

$$\eta_i = \frac{P_f}{P_i} \quad ; \quad \eta_u = \frac{P_f}{P_u} \quad ; \quad \eta_m = \frac{P_i}{P_u} \quad (2.6.14. \text{ a, b, c})$$

### 2.6.4 Trabalho específico para fluidos compressíveis

A avaliação das condições de deformabilidade de um fluido pode ser feita a partir da aplicação da lei de Hooke, conhecida da Resistência dos Materiais, aos fluidos.

$$|\varepsilon_v| = \frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta p}{E_L} \quad (2.6.15)$$

Com  $\varepsilon_v$  : deformação volumétrica  $E_L$  : módulo de elasticidade volumétrica do fluido  
 $E_L = 2 \cdot 10^9$  Pa; para água fria  $v$  : volume específico ( $\text{m}^3/\text{kg}$ )  $\rho$  : massa específica ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )

Admitida a variação de volume de um fluido,  $dV \neq 0$ , pela primeira lei da Termodinâmica:

$$(2.6.7) \quad du = dq - p \, dv$$

$$du \neq 0 \quad (2.6.16)$$

A variação de energia interna independe de o processo ser modelado ou não como adiabático.

Além disso sabe-se que em se tratando de fluidos não líquidos, na maioria dos casos é possível desprezar a participação da energia cinética e da energia potencial no processo. A partir destas conclusões, a equação do trabalho específico para um processo reversível adiabático pode ser obtida.

$$(2.5.5) \quad Y_m = \frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2} + gz + u \quad \text{simplifica-se para :}$$

$$Y_m = \frac{p}{\rho} + u \quad (2.6.17)$$

Aplicada entre as faces de pressão e de sucção de uma máquina tem-se:

$$Y_m = \left[ \left( \frac{p_{II}}{\rho_{II}} - \frac{p_I}{\rho_I} \right) + (u_{II} - u_I) \right]_{rev.ad.} \quad (2.6.18)$$

Comparadas as expressões (2.6.18) e (2.5.3) conclui-se que em máquinas submetidas a processos reversíveis e adiabáticos o trabalho específico corresponde à diferença entre as entalpias nas faces de pressão e de sucção da máquina.

$$Y_m = (h_{uII} - h_{uI})_{rev.ad.} \quad (2.6.19)$$

A determinação do trabalho específico pode ser feita pelas expressões (2.6.18) ou (2.6.19).

A equação (2.6.19) exige apenas o conhecimento da entalpia nas duas faces da máquina, o que pressupõe o conhecimento das temperaturas e a posse de tabelas ou expressões para a obtenção daqueles valores.

A equação (2.6.18) exige a determinação do trabalho de deslocamento líquido e da energia interna líquida para as faces da máquina.

O trabalho de deslocamento líquido, diferença entre os trabalhos de introdução e de retirada do fluido no volume de controle, é de fácil determinação, pois envolve grandezas de fácil identificação e mensuração. A energia interna líquida exige um maior detalhamento.

#### 2.6.4.1. Energia interna

Sendo o processo em estudo reversível e adiabático pressupõe-se a inexistência de troca de calor com o meio externo, adiabático; assim como a inexistência de dissipação ao longo do processo ou que o processo ocorre muito lentamente, de forma quase estática, reversível.

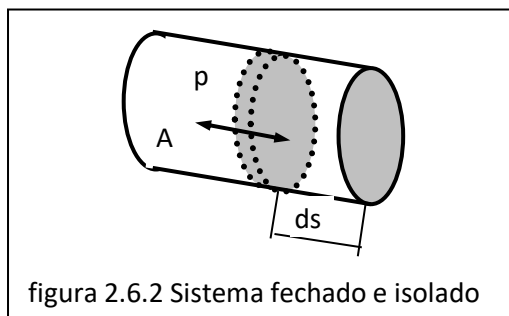
Isto posto e aplicada a primeira lei da Termodinâmica tem-se que:

$$(2.6.7) \quad du = dq - p dv$$

$$dq = 0 \quad (2.6.20)$$

$$du = -p dv \quad (2.6.21)$$

A figura 2.6.2 permite analisar as implicações da variação de volume sobre a variação da energia interna. Nela é encontrado um sistema fechado admitido isolado termicamente do meio externo e podendo sofrer um trabalho de compressão ou de expansão em função da pressão agente sobre a área da seção transversal de um êmbolo.



$$|dV| = A |ds| \quad (2.6.22)$$

O trabalho realizado pela força  $p A$  será  $p A ds$ , ou

$$T = p |dV| \quad (2.6.23)$$



O trabalho de compressão implicará numa redução de volume e num conseqüente aumento de temperatura do fluido contido no sistema. Isto significa que para uma redução de volume há um correspondente aumento de energia interna. A expansão do fluido no interior do sistema implicará numa redução de temperatura e conseqüente redução de energia interna.

A partir destas duas conclusões é estabelecida a convenção para definição de valores positivos e negativos das variações de volume e de energia interna, conforme:

$$dV < 0 \Rightarrow du > 0 \quad (2.6.24)$$

$$dV > 0 \Rightarrow du < 0 \quad (2.6.25)$$

A energia interna líquida para as condições de processo adiabático e reversível pode ser obtida a partir da integração da expressão (2.6.21), levando a:

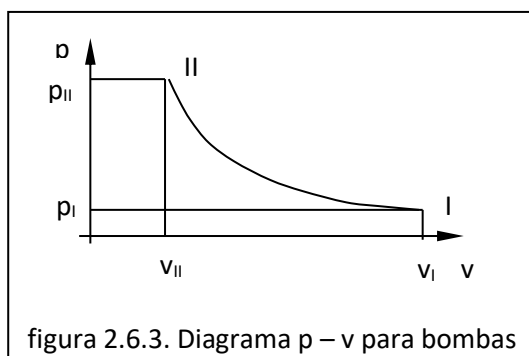
$$(u_{II} - u_I)_{rev.ad.} = \left( - \int_I^{II} p dV \right)_{rev.ad.} \quad (2.6.26)$$

#### 2.6.4.2. Expressão para o trabalho específico

Retornando à expressão para cálculo do trabalho específico para fluidos compressíveis (2.6.18) e aplicando (2.6.26):

$$Y_m = \left[ \left( \frac{p_{II}}{\rho_{II}} - \frac{p_I}{\rho_I} \right) + \left( - \int_I^{II} p dV \right) \right]_{rev.ad.} \quad (2.6.27)$$

O trabalho a ser realizado por uma máquina de fluxo sobre o fluido, no caso de bombas, ou pelo fluido sobre a máquina, no caso de turbinas, é composto por duas parcelas, como indicado em (2.6.26). Um trabalho de deslocamento líquido conseqüente à introdução e retirada de fluido do volume de controle somado a um trabalho de variação de volume do fluido, a ser realizado no interior do volume de controle. Bombas realizam um trabalho de compressão sobre o fluido, enquanto que em turbinas o fluido realiza um trabalho de expansão sobre o rotor da máquina.

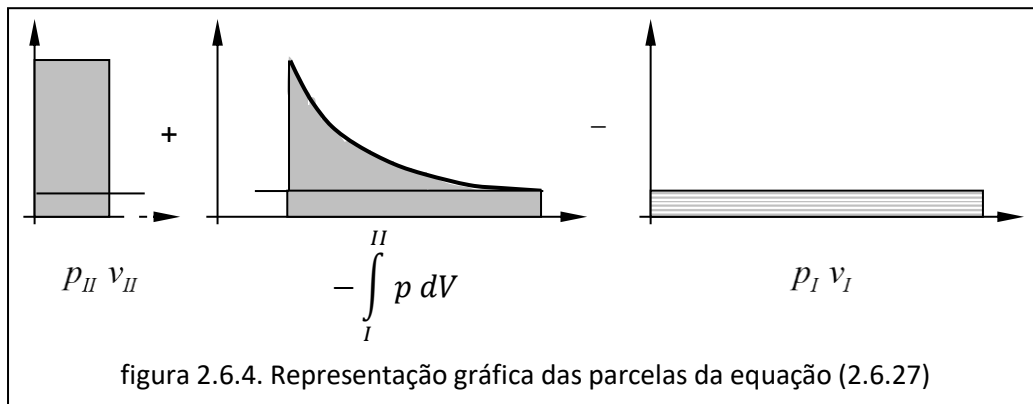


No caso de uma bomba, pode-se exprimir (2.6.27) num diagrama  $p v$  conforme a figura 2.6.3.

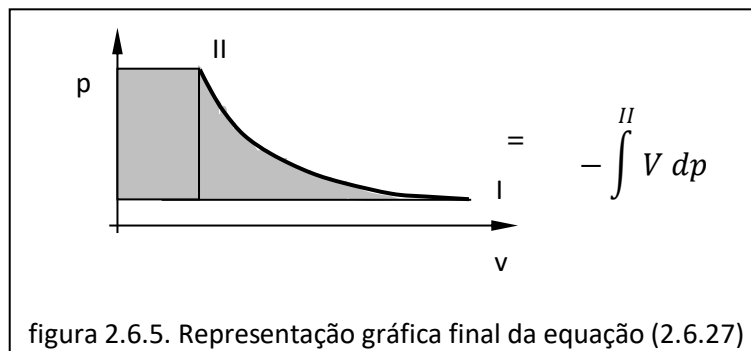
O processo desenvolve-se do estado I para o estado II, com a compressão do fluido da condição  $(v_I, p_I)$  para a condição  $(v_{II}, p_{II})$ .

Comparando o diagrama com (2.6.27) podem ser identificadas as parcelas componentes da equação.

As parcelas correspondentes aos trabalhos de deslocamento nas faces II e I são representadas por retângulos, enquanto que a integral é dada pela área sob a curva de transformação até o segmento correspondente a  $p_I$ . De forma gráfica as parcelas podem ser representadas pela figura 2.6.4.



A soma algébrica das áreas indicadas na figura 2.6.4 leva à figura 2.6.5.



Desta forma o trabalho específico entre as faces de pressão e de sucção de uma máquina submetida a processo reversível e adiabático pode ser determinado de duas maneiras distintas:

$$(2.6.27) \quad Y_m = \left[ \left( \frac{p_{II}}{\rho_{II}} - \frac{p_I}{\rho_I} \right) + \left( - \int_I^{II} p \, dV \right) \right]_{rev.ad.}$$

$$Y_m = \left( - \int_I^{II} v \, dp \right)_{rev.ad.} \quad (2.6.28)$$

### 2.6.4.3. Expressões literais para gases ideais

Admitido o fluido em escoamento pela máquina como sendo um gás ideal e com  $\alpha$  como o coeficiente isentrópico do gás, o processo é expresso por:

$$p v^\alpha = C \quad (2.6.29)$$

$$p_I v_I^\alpha = p_{II} v_{II}^\alpha = C \quad (2.6.30)$$

$$v = \frac{1}{\rho} \quad (2.6.31)$$

Aplicadas as equações (2.6.30) e (2.6.31) a (2.6.28) tem-se:

$$Y_m = \left( \int_I^{II} \frac{C}{p} dp \right)_{rev.ad.} \quad (2.6.32)$$

Expressos os resultados finais na forma mais comumente usada, tem-se:

$$Y_m = \frac{\alpha}{\alpha - 1} p_I v_I \left[ \left( \frac{p_{II}}{p_I} \right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1 \right] \quad (2.6.33)$$

$$Y_m = \frac{\alpha}{\alpha - 1} p_{II} v_{II} \left[ 1 - \left( \frac{p_I}{p_{II}} \right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} \right] \quad (2.6.34)$$

Tomando o gás ideal como perfeito, onde:

$$p v = R T \quad (2.6.35)$$

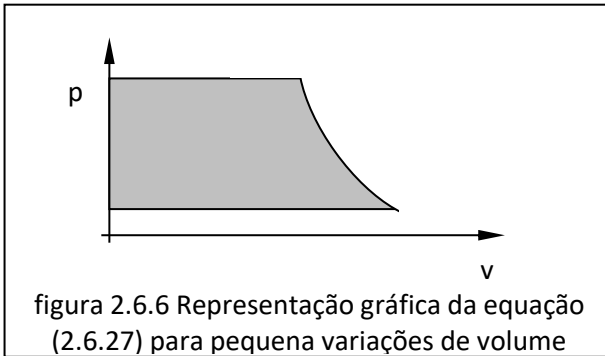
com **R** sendo a constante universal dos gases perfeitos e **T** a temperatura em graus Kelvin, as equações para o trabalho específico passam a ser expressas por:

$$Y_m = \frac{\alpha}{\alpha - 1} R T_I \left[ (R T_{II})^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - 1 \right] \quad (2.6.36)$$

$$Y_m = \frac{\alpha}{\alpha - 1} R T_{II} \left[ 1 - (R T_I)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} \right] \quad (2.6.37)$$

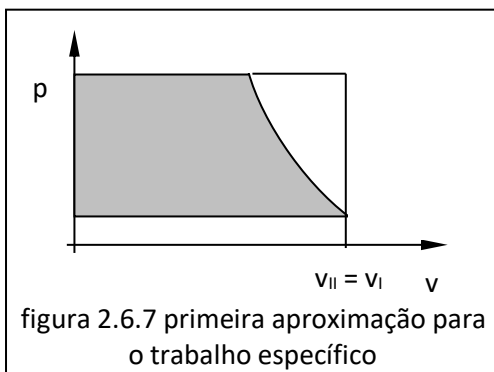
#### 2.6.4.4. Trabalho específico para pequenas variações de volume específico

Já foram analisados os dois casos extremos de influência da compressibilidade dos fluidos, fluidos admitidos incompressíveis e fluidos compressíveis. Será analisada agora a situação intermediária, em que a compressibilidade do fluido é reduzida. Situações em que a variação do volume específico é pequena são encontradas quando fluidos compressíveis são submetidos a pequenas variações de pressão, caso de ventiladores ou quando fluidos admitidos incompressíveis são submetidos a elevadas pressões.



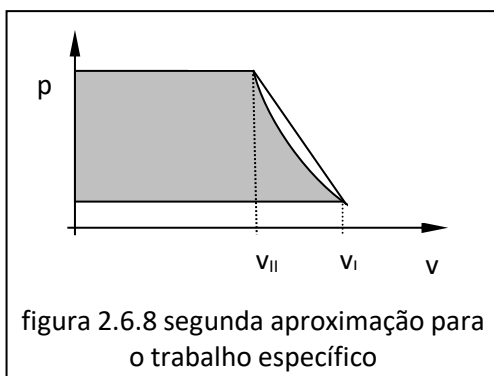
Sendo a variação de volume específico pequena, a curva da transformação apresenta uma curvatura reduzida, o que viabiliza a associação da curva da figura 2.6.6.a um segmento de reta, tracejado.

A partir desta constatação pode-se praticar duas aproximações.



A simplificação mais radical associa a área da figura 2.6.6. a um retângulo, conforme a figura 2.6.7., o que significa admitir o fluido como incompressível. Isto impõe que  $v_{II} = v_I$  e o trabalho específico restringe-se ao cálculo da área do retângulo. O erro no cálculo corresponde à área entre o segmento vertical dado por  $v_{II} = v_I$  e a curva da transformação. O trabalho específico será dado por (2.6.38).

$$Y_m = \left( - \int_I^{II} v dp \right) = (p_{II} - p_I) v_{II} = (p_{II} - p_I) v_I \quad (2.6.38)$$



A aproximação mais precisa passa pelo cálculo do trabalho associado à área de um trapézio, em que se acrescenta a área compreendida entre a curva e o segmento de reta, que a substitui. Da própria observação das duas figuras conclui-se pela maior precisão da segunda aproximação. O trabalho específico será dado por (2.6.38).

$$Y_m = \left( - \int_I^{II} v dp \right) = (p_{II} - p_I) \left( \frac{v_{II} + v_I}{2} \right) \quad (2.6.39)$$

#### 2.6.4.5. Inserção da influência da energia cinética

Existem situações em que a energia cinética do escoamento deve ser inserida nos cálculos do trabalho específico. Para tanto se lança mão da definição de estado de equilíbrio.

Este estado corresponde a uma situação hipotética de equilíbrio obtida com a desaceleração do escoamento até o repouso por meio de um processo reversível e adiabático. Tal desaceleração do fluido implica na elevação da temperatura e da pressão do fluido, visto a energia cinética transformar-se em calor e em aumento de pressão. Os valores finais de temperatura e de pressão, chamados de estagnação, serão então maiores do que aqueles quando se tem o fluido em escoamento.

Os valores da pressão e da temperatura de estagnação podem ser determinados a partir das expressões (2.6.40) e (2.6.41), correspondendo à situação energética real desde que o processo seja quase estático.

$$T = t + \frac{c^2}{2 c_p} \quad (2.6.40)$$

$$P = p \left( \frac{T}{t} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} \quad (2.6.41)$$

onde : t : temperatura; p : pressão; T : temperatura de estagnação; P : pressão de estagnação;  
c: velocidade de escoamento;  $c_p$  : calor específico a pressão constante

## 2.7. Características das máquinas de fluxo

As principais características positivas das máquinas de fluxo podem ser relacionadas aos aspectos construtivos e operacionais e aos aspectos relativos à realização de trabalho. Tais características fazem com que a instalação de máquinas de fluxo seja sempre a primeira hipótese aventada para qualquer instalação. A impossibilidade de sua instalação levará à análise das outras máquinas de transformação de energia como alternativa ao processo desejado.

### 2.7.1 Características construtivas e operacionais

Sob o ponto de vista construtivo se evidencia o pequeno número de partes componentes da máquina, o que simplifica a sua produção; a clara separação entre partes rotativas e estacionárias, inexistindo atrito entre os componentes metálicos destas duas partes. Máquinas de pequeno porte podem ser executadas com precisão dimensional reduzida e conseqüente baixo custo e mesmo assim apresentam rendimentos superiores às máquinas concorrentes. Máquinas de grande porte exigem precisão e acabamento superiores e, assim, implicam em custos e rendimentos também superiores. Os aspectos operacionais das máquinas de fluxo passam pela realização de trabalho concentrada num único órgão, o rotor, na maioria dos casos único na máquina, o que simplifica a operação. Além disso, deve-se ressaltar a ampla faixa de operação possível para uma máquina de fluxo assim como a certeza de um valor máximo de trabalho realizável, o que em bombas hidráulicas de fluxo oferece segurança com relação a elevadas pressões nas linhas de recalque sob operações em vazões reduzidas.

Ressalte-se ainda os aspectos de manutenção das máquinas de fluxo que, devido à sua simplicidade e pequeno número de órgãos componentes torna-se também simples. Note-se que máquinas de grande porte, turbinas na maioria dos casos, oferecem dificuldades de manutenção devido ao seu porte, pois podem chegar a 10 metros de diâmetro e mais de 400 toneladas de peso.

A figura 2.7.1 mostra a seção transversal de um dos vinte conjuntos turbo geradores equipados com turbinas Francis e que compõem a usina de Ilha Solteira. Esta usina, é operada pela CESP, Companhia Energética de São Paulo, no Rio Paraná desde 1975. Nela podem ser observados alguns órgãos da turbina, assim como o seu reduzido número de componentes.

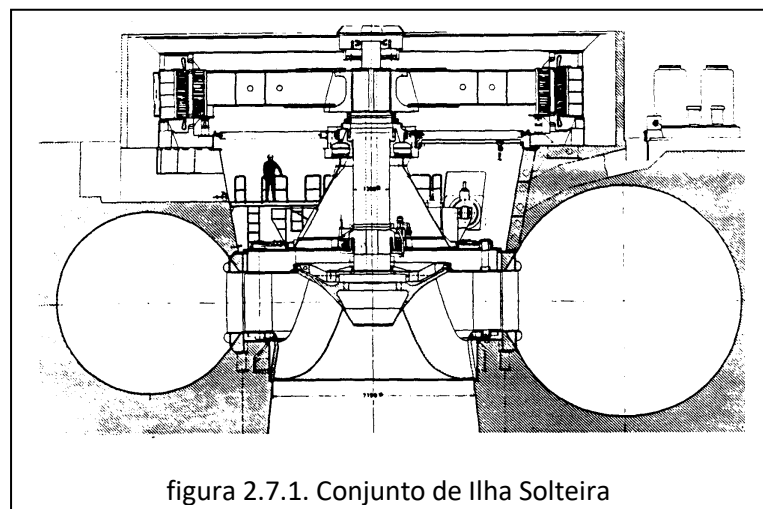


figura 2.7.1. Conjunto de Ilha Solteira

Maiores detalhes sobre usinas hidrelétricas são encontrados no capítulo 4.

### 2.7.2 Características relativas à realização de trabalho

Os dados apresentados a seguir referem-se às grandezas relativas à realização de trabalho; potência, vazão e rotação.

Máquinas de fluxo, térmicas ou hidráulicas, caracterizam-se por elevada potência específica, o que significa poder ser concentrada uma elevada potência por unidade de massa da máquina. Tomada a usina de Itaipu como referência, que a partir de 2005 possui vinte turbinas hidráulicas com 300 toneladas de massa e potência máxima de 725 MW cada, tem-se uma potência específica unitária de:

$$P_{esp} = \frac{P}{m} = \frac{725 * 10^6}{3 * 10^5} \quad P_{esp} = 2420 \frac{W}{kg} .$$

A potência está relacionada com a vazão mássica, ou em volume, conforme

$$(2.6.12) \quad P_f = \dot{m} g H \quad ; \quad P_f = \rho Q g H$$

A vazão em volume de cada rotor de Itaipu é de 700 m<sup>3</sup>/s, e a vazão mássica igual a 700 10<sup>3</sup> kg/s. Assim como a vazão, a rotação das máquinas está relacionada com a potência conforme:

$$P_f = M \omega \quad (2.7.1)$$

onde  $M$ : momento torçor ou torque (N m) e  $\omega$ : velocidade angular (rd/s).

Por ser um empreendimento binacional, Itaipu foi projetada para operar nas frequências de rede elétrica do Brasil e do Paraguai. Com isso 10 turbinas operam na rotação de 94,7 rpm para viabilizar os 60 Hz para o Brasil e as outras dez operam a 92,1 rpm para fornecer os 50 Hz paraguaios.

O quadro 2.7.1 apresenta uma comparação entre alguns dados operacionais e dimensionais de uma máquina especial, roda d'água de carregamento superior, operada até o início do século 20 na Alemanha e uma turbina Francis da terceira usina norte americana do complexo Grand Coulee, em operação desde 1980, e cujos diâmetros externos são praticamente iguais. A usina Grand Coulee foi escolhida por possuir hoje, ano 2005, as maiores potências unitárias instaladas do mundo.

	Roda d'água de carregamento superior (1900)	Turbina Francis de Grand Coulee (1976)
Diâmetro do rotor (m)	10	9,9
Potência (kW)	18	805.000
Vazão em volume (m <sup>3</sup> /s)	0,22	1.000
Rotação (rpm)	2	86,7
Massa do rotor (t)	11	450
Quadro 2.7.1. Comparação entre máquina de fluxo e máquina especial		

A pequena vazão da roda d'água está condicionada à limitação imposta pela adução por gravidade, enquanto que a baixa rotação está relacionada com a forma de ação da água sobre as pás.

## 2.8. Parâmetros de definição das máquinas de fluxo

### 2.8.1 Rotações específicas

A necessidade de as máquinas hidráulicas serem identificadas de forma clara fez com que, ao redor de 1914, Rudolf Camerer, professor na Universidade Técnica de Munique, propusesse um parâmetro de referência para tanto. Tal parâmetro deveria englobar as grandezas principais de uma máquina de fluxo e, se adotado por todos os que trabalhassem na área, viabilizaria uma uniformização de procedimentos. A tal parâmetro deu-se o nome de rotação específica e, com ele, podem ser identificadas as características dimensionais e operacionais de uma determinada família de máquinas.

Definida inicialmente para turbinas hidráulicas e depois estendida para as bombas hidráulicas de fluxo, nascia assim a rotação específica referida à potência, ou número de forma ou ainda "shape number", como a rotação de uma máquina de referência, geometricamente semelhante a outras, porém que opera submetida a uma potência de 1,0 cavalo vapor e uma altura de queda de 1,0 m. Para o seu cálculo aplica-se (2.8.1).

$$n_s = \frac{n \sqrt{P}}{H^{5/4}} \quad (2.8.1)$$

com:  $n$  : rotação em rpm;  $P$  : potência fluida em cv;  $H$  : altura de queda ou altura manométrica total em m.

Com o aumento das faixas de aplicação das máquinas hidráulicas e a operação de bombas com fluidos variados, notou-se o inconveniente de se usar como referência uma grandeza extensiva, a potência, que depende da massa específica do fluido. Variando-se o fluido em escoamento altera-se a potência envolvida e com isso a rotação específica. Nestas condições o parâmetro deixa de definir a máquina, passando a caracterizar a máquina associada ao fluido com o qual ela opera. Tal fato tem levado ao abandono crescente do parâmetro.

A busca por grandezas intensivas levou à definição de uma rotação específica referida à vazão, que corresponde à rotação de uma máquina de referência, geometricamente semelhante a outras, porém que opera submetida a uma vazão em volume de 1,0 m<sup>3</sup>/s e uma altura de queda de 1,0 m e é expressa por:

$$n_q = \frac{n \sqrt{Q}}{H^{3/4}} \quad (2.8.2)$$

com:  $n$  : rotação em rpm;  $Q$  : vazão em volume em m<sup>3</sup>/s;  $H$  : altura de queda (turbinas) / alt. manométrica total (bombas) em m.



Assim, a rotação específica referida à vazão representa a rotação de uma máquina definida, bomba ou turbina, de forma construtiva definida, bomba radial ou turbina Kaplan por exemplo, operando sob vazão e carga unitárias. Desta forma todas as máquinas com os valores de carga e vazão diferentes da unidade, mas com a mesma rotação específica referida à vazão, formarão no mesmo grupo ou família de máquinas, o que significa terem características semelhantes de operação e serem geometricamente semelhantes. O mesmo ocorre com a rotação específica referida à potência.

A definição das máquinas passa pelo cálculo da rotação específica e sua comparação com diagramas ou tabelas pré-definidas. Tal procedimento exige o uso dos valores numéricos nas mesmas dimensões daquelas que geraram as referências, produzidas com as respectivas equações.

A rotação específica referida à potência foi abandonada em virtude da propriedade extensiva potência, com a rotação específica referida à vazão tomando o seu lugar. A procura mundial por condições dimensionais e de unidade únicas, e que levou a ser adotado quase universalmente o Sistema Internacional de Unidades (SI), impôs a definição de uma rotação específica adequada ao sistema SI, já que as duas grandezas então conhecidas não ofereciam coerência dimensional. A norma ABNT 10131 referente à nomenclatura de bombas hidráulicas de fluxo define a grandeza número-tipo,  $K$ , e que nada mais é do que uma nova rotação específica referida à vazão, porém em unidades coerentes do SI.

$$K = \frac{2\pi}{60} \frac{n\sqrt{Q}}{(gH)^{3/4}} = \frac{\omega\sqrt{Q}}{Y^{3/4}} \quad (2.8.3)$$

Tanto sob o aspecto dimensional quanto sob o aspecto conceitual o número-tipo é uma grandeza mais coerente que a rotação específica referida à vazão. Conceitualmente o número-tipo corresponde à velocidade angular de uma máquina geometricamente semelhante a outras, porém operando sob vazão unitária igual a  $1,0 \text{ m}^3/\text{s}$  e realizando um trabalho correspondente a  $1,0 \text{ J}$ .

Apesar de uma aplicação ainda elevada da rotação específica referida à vazão para a definição de máquinas hidráulicas, o número-tipo tende a substituí-la, enquanto que a rotação específica referida à potência não é, nem deve ser utilizada.

Por serem compostos por grandezas inter-relacionadas, há uma proporcionalidade entre os três parâmetros em estudo. O fator de proporcionalidade entre o número-tipo e a rotação específica referida à vazão é dado por (2.8.4).

$$K = 1,82 * 10^{-2} n_q \quad (2.8.4)$$

O fator de proporcionalidade entre a rotação específica referida à vazão, que a partir de agora será tratada apenas por rotação específica e a rotação específica referida à potência é dado por (2.8.5).

$$n_s = \gamma^{0,5} n_q \quad (2.8.5)$$

Onde  $\gamma$ : peso específico do fluido em escoamento na máquina.

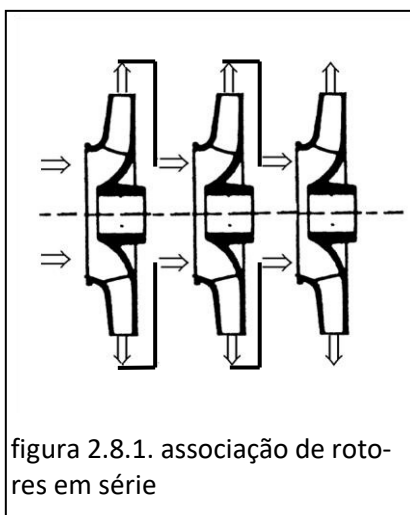
## 2.8.2 Rotações específicas para rotores associados

As grandezas que compõe as expressões para definição do tipo de máquinas de fluxo são características dos rotores destas máquinas, onde o trabalho é realizado. Máquinas de fluxo podem ter um ou mais rotores associados, isto é, montados no mesmo eixo, em função do desempenho e das dimensões desejadas para os rotores e conseqüentemente para a máquina de fluxo. Quando rotores estão associados no interior de uma única carcaça, pode-se definir, dependendo da forma de associação, uma vazão para cada rotor e uma vazão para a máquina, esta igual à soma da vazão de todos os rotores. O mesmo pode acontecer com a carga e há casos em que as condições operacionais da associação exigem uma carga para cada rotor, com a carga da máquina sendo igual à soma das cargas de todos os rotores e o mesmo se repete com a vazão.

A forma de associação de rotores, em série ou em paralelo, é definida pela forma com que o fluxo de fluido ocorre em seu interior. Caso o escoamento seja dirigido da saída de um rotor à entrada do próximo, isto é, a mesma vazão atravessa todos os rotores, tem-se uma associação em série. Caso cada rotor seja atravessado por vazões diferentes e suas saídas estejam interligadas, a associação é em paralelo. Pode-se ter associações em série e em paralelo com rotores montados sobre um mesmo eixo.

Associações em paralelo são comuns em bombas e turbinas de qualquer tipo, enquanto que as associações em série são específicas de bombas, compressores e turbinas a gás. Bombas-turbina para alturas de queda superiores a mil metros podem também ter associações em série de rotores. Esta mesma forma de raciocínio pode ser aplicada em associações de bombas com rotor único.

### 2.8.2.1. Associação em série de rotores



A figura 2.8.1 mostra a mais comum das associações em série de rotores. Como pode nela ser visto, esta forma de associação em série induz um esforço axial sobre os mancais da máquina.

Para obtenção da rotação específica de uma associação em série deve-se analisar o comportamento dos parâmetros envolvidos no cálculo. A vazão da associação mantém-se constante em todos os rotores. A carga, ou o trabalho específico, cresce com a passagem do escoamento através de cada rotor. Para  $j$  rotores iguais associados em série, a carga no conjunto de rotores será igual à de um rotor multiplicada pelo número de rotores.

$$Q_1 = Q_2 = \dots = Q_j = Q_{ass} \quad (2.8.5)$$

$$H_1 = H_2 = \dots = H_j \quad H_{ass} = j * H_j \quad (2.8.6 a,b)$$

A substituição das expressões acima na equação da rotação específica (2.8.2) conduz a :

$$(2.8.2) \quad n_{q1} = \frac{n \sqrt{Q_1}}{H_1^{3/4}} \quad n_{q_{ass}} = \frac{n \sqrt{Q_{ass}}}{H_{ass}^{3/4}} \quad (2.8.7 \text{ a,b})$$

Com (2.8.5), a relação entre as duas rotações específicas leva a :

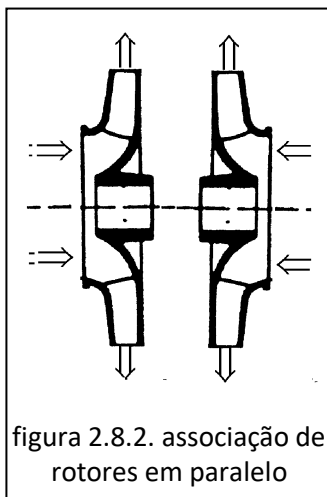
$$\frac{n_{q1}}{n_{q_{ass}}} = \frac{H_{ass}^{0,75}}{H_1^{0,75}} \quad (2.8.8)$$

Com (2.8.6 b) em (2.8.8),

$$\frac{n_{q1}}{n_{q_{ass}}} = j^{0,75} \quad ; \quad n_{q1} = j^{0,75} * n_{q_{ass}} \quad (2.8.9)$$

A equação (2.8.9) indica que numa associação em série de rotores a rotação específica de um único rotor é maior que a rotação específica de todos os rotores associados.

### 2.8.2.2. Associação em paralelo de rotores



A figura 2.8.2 mostra a associação em paralelo de dois rotores. O seu posicionamento na associação em paralelo conforme a figura implica na minimização dos esforços axiais sobre os mancais.

A caracterização da rotação específica de uma associação em paralelo deve ser analisada a partir do comportamento dos parâmetros que participam do seu cálculo. A carga, ou o trabalho específico, da associação mantém-se constante em todos os rotores. A vazão do conjunto cresce com a passagem do escoamento através de cada rotor. Assim, para  $i$  rotores iguais associados em paralelo, a vazão no conjunto será igual à vazão de um rotor multiplicada pelo número de rotores:

$$H_1 = H_2 = \dots = H_i = H_{ass} \quad (2.8.10)$$

$$Q_1 = Q_2 = \dots = Q_i \quad Q_{ass} = i * Q_j \quad (2.8.11 \text{ a,b})$$

Repetindo os mesmos procedimentos da associação em série de rotores, obtém-se :

$$\frac{n_{q1}}{n_{q_{ass}}} = i^{-0,5} \quad ; \quad n_{q1} = i^{-0,5} * n_{q_{ass}} \quad (2.8.12)$$

A equação (2.8.12) indica que numa associação em paralelo de rotores a rotação específica de um único rotor é menor que a rotação específica de todos os rotores associados.

### 2.8.3 Seleção de turbinas hidráulicas

A seleção de turbinas hidráulicas baseia-se, como visto anteriormente, na determinação da rotação específica da máquina em análise e a comparação do valor numérico obtido com os valores numéricos de referência disponíveis na literatura. Apesar de em alguns casos a definição poder ser restrita à altura de queda, o parâmetro de definição final e definitiva é a rotação específica. Para evitar problemas maiores deve-se cuidar para que as dimensões das grandezas envolvidas no cálculo sejam as mesmas daquelas que geraram as referências, conforme § 2.8.1.

A figura 2.8.3 mostra o diagrama  $H \times n_q$  -altura de queda da turbina  $\times$  rotação específica-, a partir do qual é determinada a forma construtiva da turbina para um determinado aproveitamento.

As informações contidas no diagrama referem-se às várias formas construtivas de cada uma das turbinas viáveis para grandes aproveitamentos. O diagrama pode ser dividido em três faixas de clara identificação,  $0 < n_q \leq 20$ ;  $20 < n_q \leq 110$ ;  $90 < n_q$ , o que leva a uma região de superposição entre as duas últimas faixas. A faixa da esquerda apresenta quatro curvas para definição do número de jatos de uma turbina Pelton e sua imprecisão dificulta qualquer conclusão mais precisa. A superposição entre a aplicação de turbinas Pelton e Francis é melhor evidenciada na figura 2.8.7. As áreas hachuradas identificam as regiões do diagrama em que as turbinas devem ser especificadas, pois naquelas condições apresentarão seu melhor desempenho. As figuras inseridas no diagrama correspondem a algumas das formas construtivas possíveis para cada máquina e indica a faixa de rotação específica correspondente.

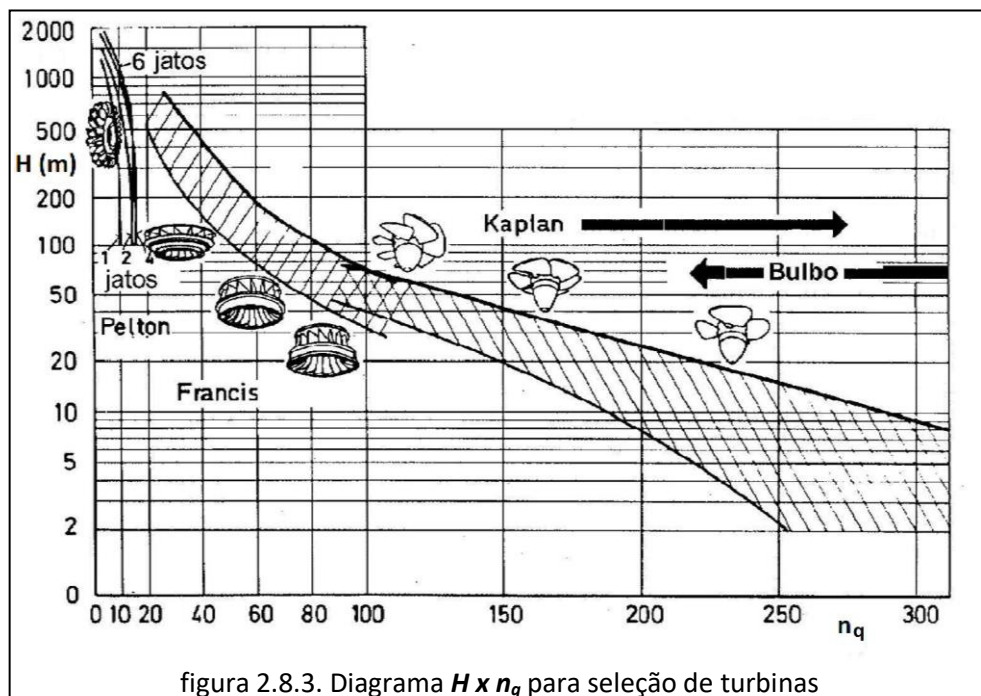


figura 2.8.3. Diagrama  $H \times n_q$  para seleção de turbinas

Importante ressaltar que as faixas fixas de variação de rotação específica são um recurso didático. Como a própria fig. 2.8.3 indica, com exceção do limite de  $n_q > 0$  para máquinas Pelton, os demais limites devem ser vistos como valores aproximados.

A alternativa de escolha de mais de uma turbina para um mesmo aproveitamento é encontrada na figura 2.8.7. A decisão sobre a turbina a ser escolhida em caso de superposição não é determinística e depende de características operacionais, do local de instalação do aproveitamento hidrelétrico e dos custos associados a cada uma das alternativas de usina, como será visto no capítulo 4.

Turbinas Pelton, viáveis para aproveitamentos com altas quedas,  $H > 300$  m, têm sua faixa de rotações específicas limitada a  $0 < n_q \leq 20$ , e seus rotores configuram-se sempre como na figura 2.8.4.

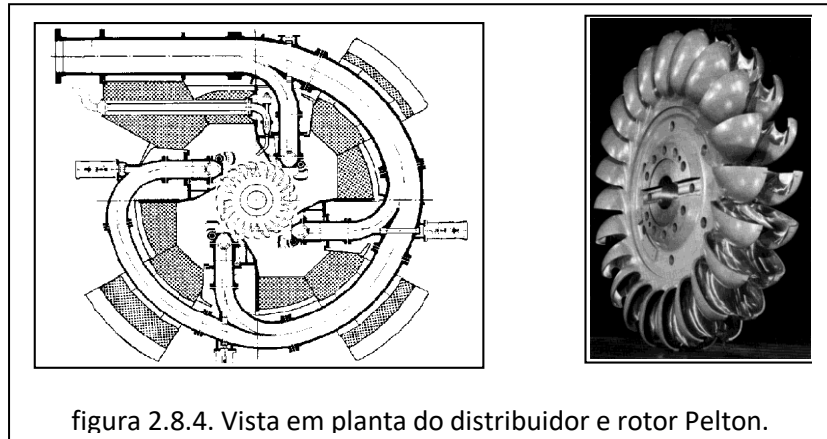


figura 2.8.4. Vista em planta do distribuidor e rotor Pelton.

Turbinas Francis, com faixa de alturas de queda compreendida entre  $45 \text{ m} \leq H \leq 700$  m e faixa de rotações específicas entre  $20 \leq n_q \leq 110$ , apresentam variações sensíveis entre as formas construtivas possíveis para seus rotores. A figura 2.8.5 mostra uma destas formas construtivas.

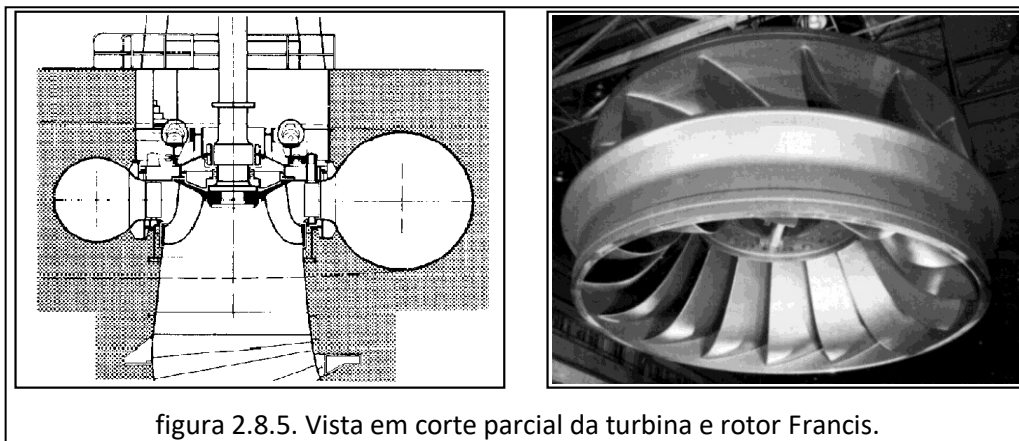


figura 2.8.5. Vista em corte parcial da turbina e rotor Francis.

Turbinas Kaplan são aplicáveis para aproveitamentos com alturas de queda abaixo de cerca de 60 m, com rotações específicas superiores a 90. A forma construtiva mantém-se inalterada, exceção feita ao número de pás, variável entre quatro e oito. A figura 2.8.6 caracteriza as turbinas Kaplan.

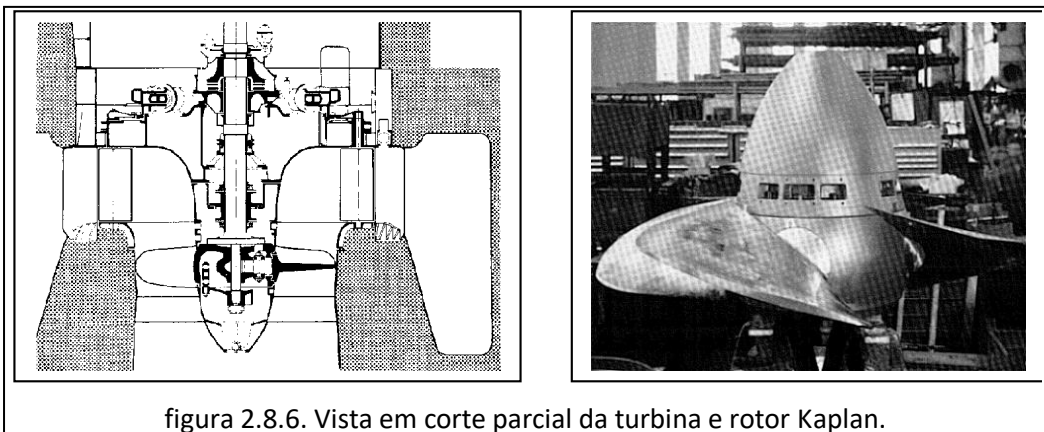
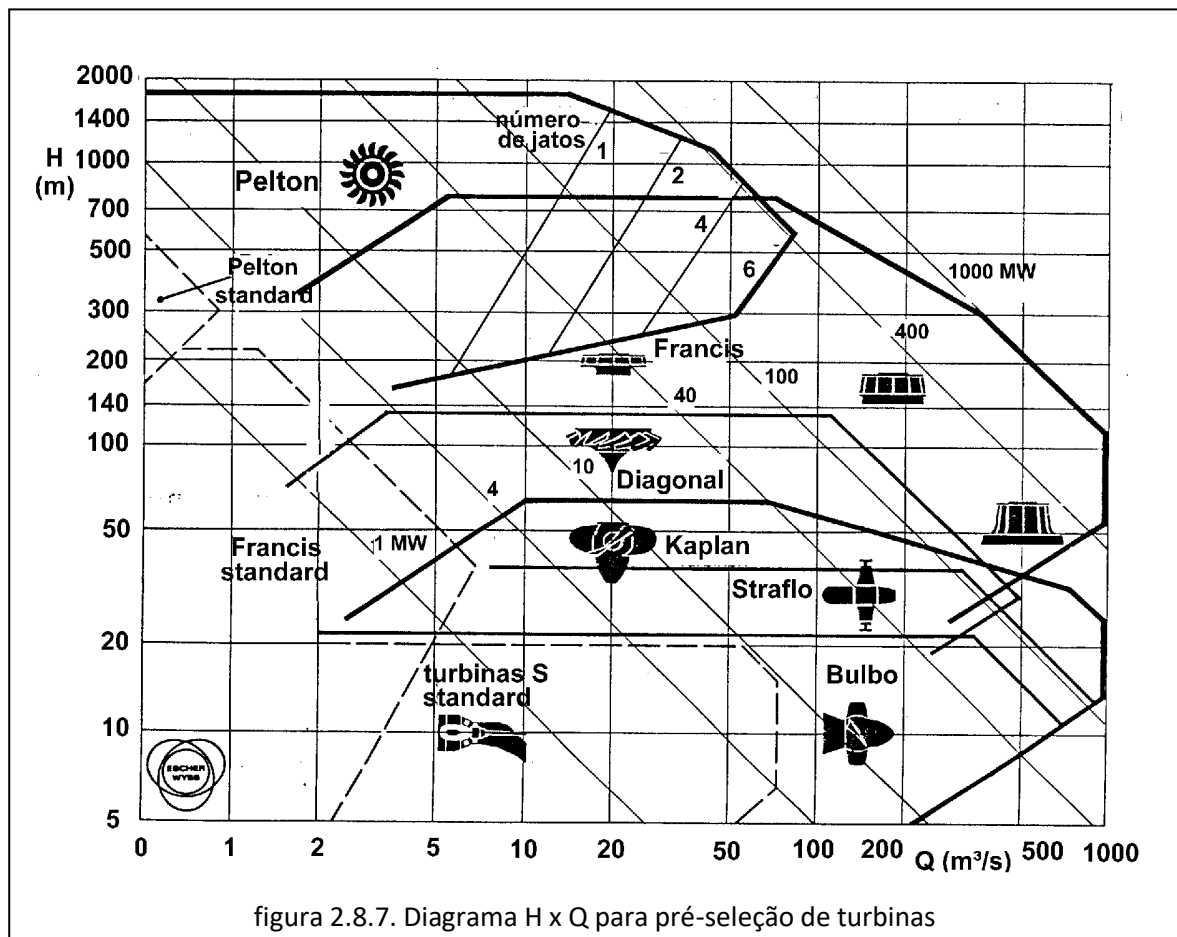


figura 2.8.6. Vista em corte parcial da turbina e rotor Kaplan.

A predefinição das turbinas pode ser feita a partir do diagrama da figura 2.8.7, que relaciona a altura de queda com a vazão, tendo a potência como parâmetro dos segmentos de reta de inclinação negativa. O diagrama mostra ainda as áreas indicativas das faixas de aplicação das várias formas construtivas de turbinas e seus limites correspondem aos valores numéricos máximos possíveis de se encontrar em uma única máquina.

Além das formas já citadas anteriormente são indicadas na figura 2.8.7 as turbinas diagonais, Straflo - Escher Wyss- e Bulbo, além das formas Standard, a serem abordadas com mais detalhes no capítulo 4. Na figura 2.8.3 e com mais clareza na figura 2.8.7 podem ser observadas superposições das áreas de aplicação de algumas turbinas. Tais superposições indicam ser possível a escolha de qualquer uma das turbinas concorrentes para a aplicação. A escolha definitiva irá depender de características operacionais específicas, critérios técnicos e econômicos adicionais que serão apresentados no capítulo 4.



### 2.8.4 Seleção de bombas hidráulicas de fluxo

Também para bombas a rotação específica e o número-tipo são os parâmetros de referência para determinação de sua forma construtiva. Encontra-se para bombas apenas tabelas indicativas das faixas dos parâmetros para definição do tipo de máquina, como a da tabela 2.8.1. Na tabela, além das faixas de rotação específica e de número-tipo, são encontrados também os perfis de cada tipo de rotor com a indicação da relação entre os seus diâmetros nas faces de sucção e de pressão, seus triângulos de velocidade e curvas de potência e de altura manométrica total em função da vazão.

Maiores relações de diâmetros levam a maiores diferenças entre as velocidades tangenciais de entrada e de saída e a maiores níveis de energia cinética na face de pressão dos rotores. A comparação entre os triângulos de velocidade para bombas radiais e axiais, onde  $u_2$  é a velocidade tangencial na face de pressão do rotor leva à conclusão que os maiores níveis de energia ocorrem nas bombas radiais.

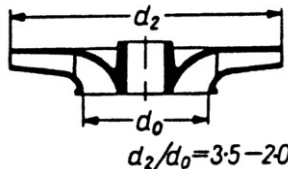
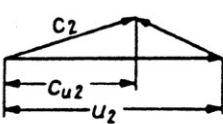
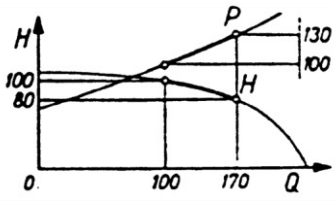
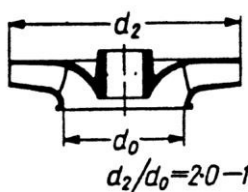
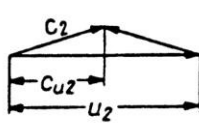
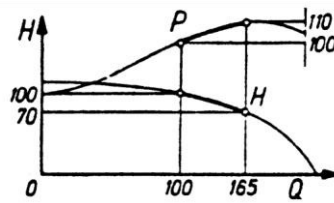
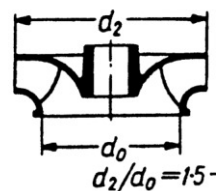
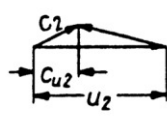
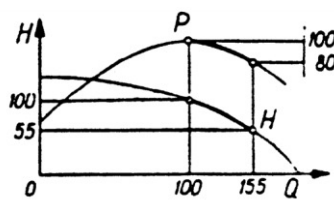
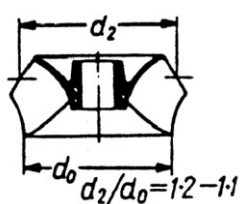
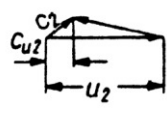
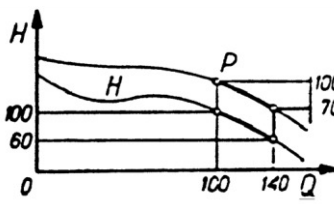
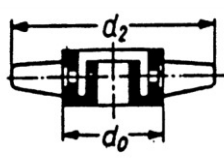
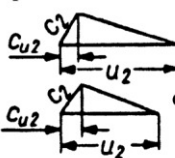
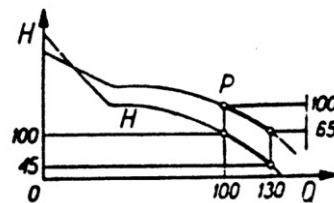
Rotações específicas	Perfis dos rotores	Triângulos de velocidades à saída	Esquemas das curvas $H = H \times Q$ ; $P = P(Q)$
$10 \leq n_q \leq 30$ rotor / bomba radial $0,19 \leq K \leq 0,57$	 <p><math>d_2/d_0 = 3.5 - 20</math></p>		
$30 \leq n_q \leq 50$ rotor / bomba radial $0,57 \leq K \leq 0,95$	 <p><math>d_2/d_0 = 2.0 - 1.5</math></p>		
$50 \leq n_q \leq 80$ rotor / bomba mista fechada $0,95 \leq K \leq 1,52$	 <p><math>d_2/d_0 = 1.5 - 1.3</math></p>		
$80 \leq n_q \leq 160$ rotor / bomba mista aberta $1,52 \leq K \leq 3,04$	 <p><math>d_2/d_0 = 1.2 - 1.1</math></p>		
$140 \leq n_q \leq 400$ rotor / bomba axial $2,66 \leq K \leq 7,60$		perímetro externo  cubo	

tabela 2.8.. Tabela para escolha de bombas hidráulicas de fluxo [Lazarkiewicz e Trosololanski]

Os esquemas de curvas características encontrados na coluna da direita da tabela 2.8.1 não devem ser vistos ou usados como representativos de curvas específicas de bombas hidráulicas. As curvas de cada bomba são função específica de seu projeto, construção e desenvolvimento experimental/numérico.

Nos esquemas de curvas características da tabela 2.8.1 observa-se que o nível de energia transferido ao fluido é decrescente em função da vazão para qualquer tipo de bomba, enquanto que a potência útil ou efetiva tem comportamento variável com a vazão para as várias formas construtivas. Enquanto a potência útil cresce com a vazão para bombas radiais de maior relação de diâmetros o mesmo não ocorre com as outras radiais. Nestas e nas mistas fechadas a curva de potência passa por um ponto de máximo para então decrescer. Nas bombas mistas abertas e axiais a potência decresce com a vazão.

Os valores numéricos encontrados nos gráficos definem a faixa de vazão de operação recomendada e sua correspondência com a altura manométrica e com a potência. Os números nelas encontrados devem ser tomados como valores indicativos relativos e não como valores absolutos. Isto significa que a faixa 1,00 – 1,70 para a vazão nas bombas radiais mostra ser a máxima vazão recomendada para este tipo de rotor 70% superior à vazão mínima. Este aumento de vazão corresponde a uma variação de potência de 30% para maior e uma variação de altura manométrica de 20% para menor. Por serem valores médios eles devem ser utilizados com cuidado, pois tais correspondências podem variar entre máquinas similares de fabricantes diferentes. Mais detalhes são encontrados no capítulo 6.

Rotações específicas inferiores a cerca de 10 (dez) desaconselham a aplicação de bombas hidráulicas de fluxo, devendo-se escolher as volumétricas.

A ser observado ainda que o elemento definidor do tipo de máquina de fluxo é o seu rotor, ao qual está diretamente ligada a determinação da rotação específica ou do número-tipo. Isto viabiliza a aplicação de bombas de fluxo em situações em que a rotação específica da instalação seja menor que dez ou maior do que 400.

Para rotações específicas inferiores a dez, basta associar rotores em série, como visto no § 2.8.2.1. Numa associação em série de rotores a rotação específica do rotor é maior que dos rotores associados.

No caso de rotações específicas superiores a 400, basta associar rotores em paralelo; vide § 2.8.2.2. Em associações em paralelo, a rotação específica do rotor é menor que a dos rotores associados.

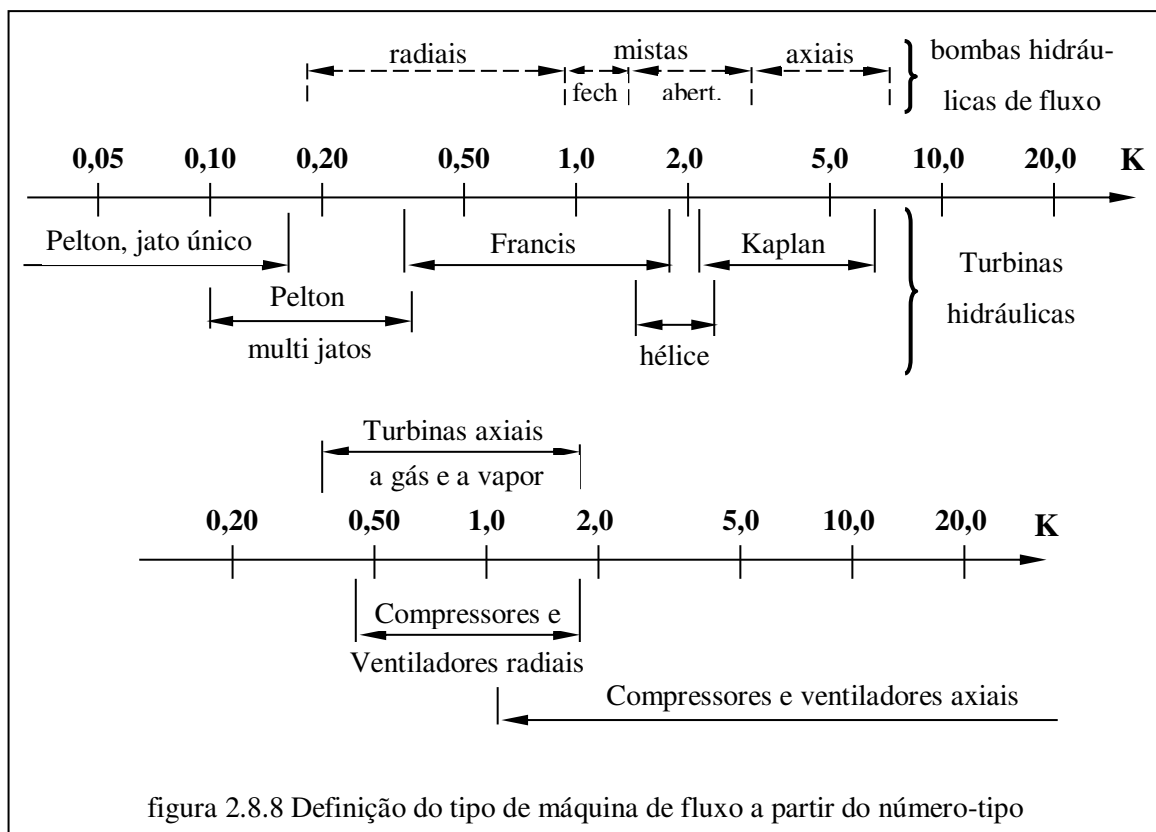
### **2.8.5 Seleção de bombas-turbina**

Sendo projetadas como bombas, os critérios de seleção destas máquinas correspondem aos das bombas hidráulicas de fluxo. A definição final, porém, é sempre dada pela rotação específica ou número-tipo. O compromisso deste tipo de máquina de operar com elevado desempenho tanto como bomba quanto como turbina faz com que a menor rotação específica possível seja de cerca de 25 (vinte e cinco) e não 10 (dez) como nas bombas hidráulicas de fluxo convencionais.



### 2.8.6 Seleção das demais máquinas de fluxo

Uma das características dos rotores das máquinas de fluxo não hidráulicas, em contrapartida às hidráulicas, é terem aquelas um elevado número de rotores associados em série e, por sua vez, munidos de um elevado número de pás. Por isso, a forma construtiva das pás dos rotores das máquinas de fluxo não hidráulicas é sempre axial, não sofrendo variação de forma em função das aplicações, como as máquinas hidráulicas. Assim, torna-se de menor interesse a definição de um critério para a escolha dos rotores destas turbinas. Tomado o número tipo como referência, têm-se seus valores encontrados no diagrama da figura 2.8.8, onde são apresentadas também as faixas para as demais máquinas de fluxo. Visando oferecer um apanhado geral de todas as máquinas de fluxo, foram incluídas nesta figura também as máquinas hidráulicas. Como sempre, devem ser considerados com reservas os valores limites extremos em função da superposição que ali ocorre com máquinas concorrentes.



### 2.8.6.1. Formas construtivas

Serão apresentadas a seguir formas construtivas específicas de máquinas de fluxo que operam com gases ou vapores. O objetivo das fotos dos equipamentos a seguir é mostrar e familiarizar o leitor com as formas construtivas destas máquinas, sem entrar em maiores detalhes, os quais serão mostrados oportunamente no capítulo 5.

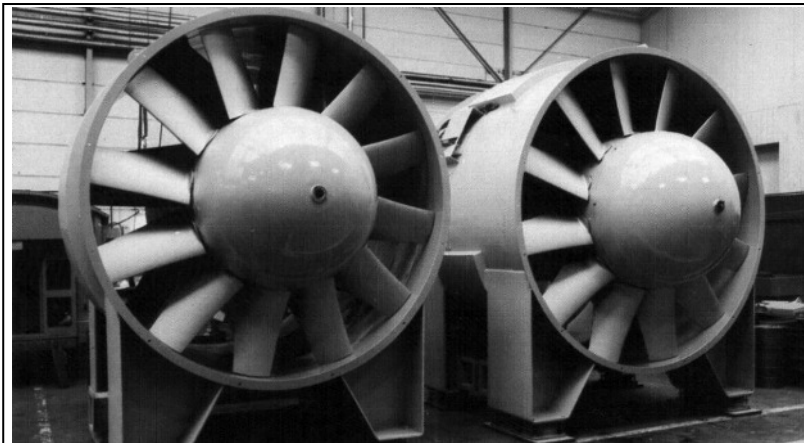


figura 2.8.10. Ventiladores axiais - Voith Druck G 990 – 6.86

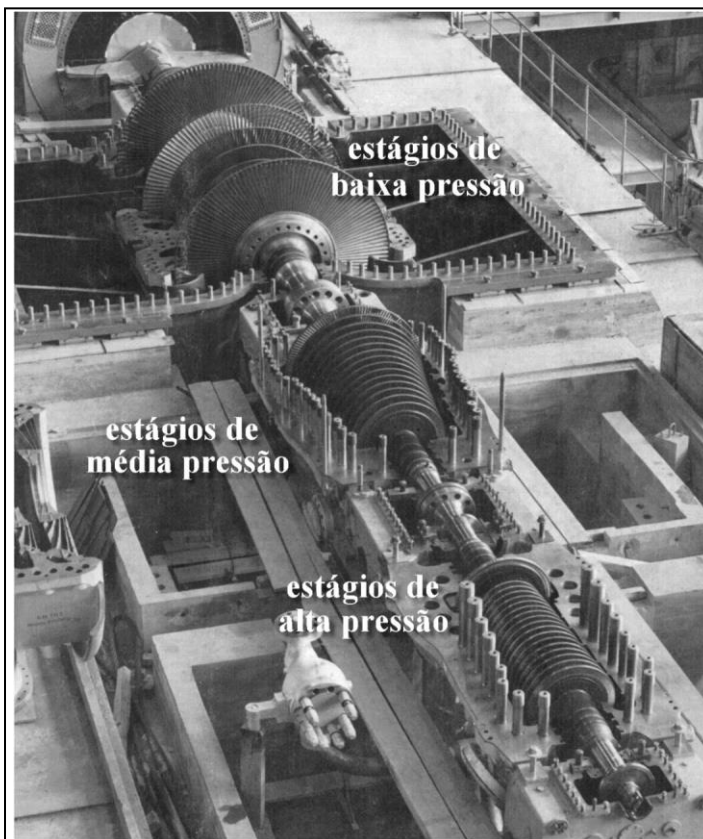


figura 2.8.11. Turbina a vapor de 160 MW  
temperatura do vapor  $T = 530^{\circ}\text{C}$

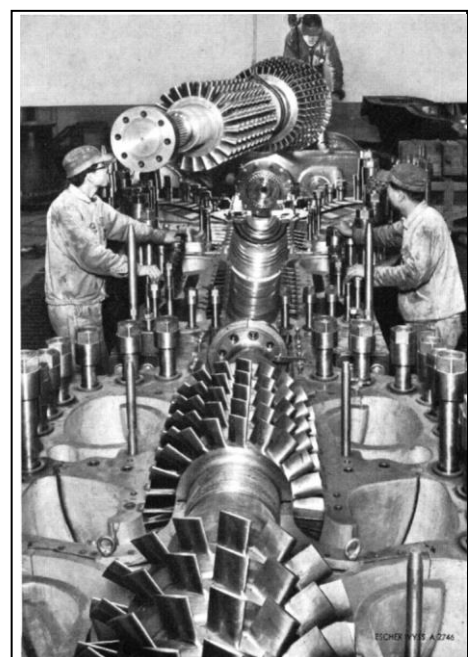


figura 2.8.12. Estágios de um rotor de turbina a gás de 12 MW

### 2.8.7 Pré-cálculo da rotação específica para máquinas hidráulicas

A definição do tipo de máquina de fluxo é significativa apenas para as máquinas hidráulicas, como visto anteriormente. Esta definição é feita a partir do número-tipo ou da rotação específica (referida à vazão) calculados no ponto de máximo rendimento, equação (2.8.2).

$$(2.8.2) \quad n_q = \frac{n \sqrt{Q}}{H^{3/4}}$$

Para uma bomba hidráulica de fluxo os três parâmetros são de fácil definição. Deseja-se uma máquina que, em seu ponto de máximo rendimento ofereça uma determinada vazão e uma determinada altura manométrica total, e estes serão os parâmetros hidráulicos. A rotação é escolhida pelo projetista, a partir do número de par de polos do motor elétrico. Assim, a rotação específica está definida e também a forma construtiva do equipamento.

Para turbinas, os parâmetros hidráulicos são definidos a partir das análises hidrológicas e hidrográficas e topográficas. Conhecidos vazão e altura de queda para o ponto ótimo, resta a determinação da rotação do equipamento gerador. A rotação da turbina, determinante para a sua definição, torna-se dependente de fatores como o número de pares de polos do gerador e o diâmetro do rotor, entre outros, e inviabilizam a solução do problema.

A partir das turbinas em operação iniciou-se há muito um trabalho de predeterminação da rotação específica das máquinas, tomada como referência uma das duas grandezas de fácil conhecimento para turbinas, vazão e altura de queda. A escolha recaiu sobre a altura de queda por ser este um parâmetro mantido pouco variável quando da operação das turbinas, enquanto a vazão varia significativamente. Trabalhos mais antigos, ainda encontrados na literatura, propõem para a predeterminação da rotação específica de turbinas expressões como (2.8.13).

$$n_q = \frac{C}{H^{0,5}} \quad (2.8.13)$$

A constante **C** foi inicialmente estabelecida como função apenas do tipo de turbina em análise. Com o aumento de máquinas construídas e a ampliação da faixa de abrangência das várias turbinas, a constante passou a depender também da altura de queda. A aplicação de (2.8.13) deixou de ser interessante com o número crescente de unidades em operação e o número crescente de faixas de constantes. Partiu-se, então para a substituição de tais expressões.

A partir de curvas de regressão obtidas da análise estatística de um número elevado de máquinas de mesma forma construtiva, foi possível chegar a expressões simples que viabilizam o pré-cálculo da rotação específica de uma turbina ou bomba-turbina de grande porte, isto é, cuja potência unitária seja superior a 10 MW, limite este definido pela norma NBR 9969.

Os trabalhos estatísticos iniciais foram publicados entre 1977 e 1982 e aconteceram algumas atualizações ao longo do tempo. Por serem levantamentos estatísticos é necessário cuidado com a sua utilização, devendo isto ser feito com as equações a seguir apenas quando não se dispuser de informações mais precisas para cálculo da rotação específica de um determinado projeto,.

$$\text{Pelton} \quad n_{qj} = 196,2 H^{-0,5} \quad j: \text{ para um único jato} \quad (2.8.14)$$

$$\text{Francis} \quad n_q = 1303,7 H^{-0,654} \quad (2.8.15)$$

$$\text{Bomba-turbina} \quad n_{qb} = 579,9 H^{-0,496} \quad b: \text{ para operação como bomba} \quad (2.8.16)$$

$$\text{Kaplan} \quad n_q = 791,7 H^{-0,486} \quad (2.8.17)$$

$$\text{Bulbo} \quad n_q = 1059,2 H^{-0,625} \quad (2.8.18)$$

Ressalvas devem ser feitas para o índice  $j$  encontrado em (2.8.14), que indica ser a rotação específica calculada para Pelton com apenas um jato e  $b$  encontrado em (2.8.16), referente à condição de operação como bomba.

### 2.8.8 Pré-cálculo da rotação nominal para turbinas

Com o valor aproximado da rotação específica da máquina pode-se obter o valor da sua rotação nominal. Tal rotação será um valor numérico qualquer. Como na maioria dos casos as turbinas devem operar em sua rotação síncrona, que define a frequência da geração em corrente alternada, a rotação nominal calculada deve ser comparada com os valores síncronos de rotação exigidos pelo gerador para viabilizar a referida frequência e que será mantida para a rede de distribuição de energia. Em caso de a rotação calculada inicialmente não corresponder à síncrona, deve-se tomar a rotação síncrona mais próxima como correta e recalcular a rotação específica.

A rotação síncrona de uma máquina elétrica é determinada pela expressão (2.8.19):

$$n_{sin} = \frac{f}{p} \quad (2.8.19)$$

onde  $f$  = frequência da rede elétrica (Hz) ;  $p$  = número de pares de polos da máquina elétrica (-);

$n$  = rotação (1/s) ou rotações por segundo. Para a rotação por minutos, rpm:

$$n_{sin} = \frac{60 * f}{p} \quad (2.8.20)$$

As redes de distribuição domiciliar e industrial nos diversos países operam em apenas dois valores de frequência. A Europa tem sua rede com frequência de 50 Hz enquanto que na América do Sul o Brasil tem 60 Hz e os demais países 50 Hz. A América do Norte tem redes em 60 Hz.

Bombas são operadas normalmente por motores assíncronos, que se caracterizam por uma diferença de rotação entre os campos eletromagnéticos do estator e do rotor do motor. Esta assincronia viabiliza o torque imposto pelo motor elétrico e, assim, a operação do motor. A diferença de rotação entre os campos, chamada de escorregamento,  $e$ , é função da fabricação do motor elétrico e varia entre 2% e 5% para menor com relação à rotação síncrona. A rotação assíncrona do rotor do motor elétrico é calculada por (2.8.21).

$$n_{assin} = (1 - e) * n_{sin} \quad (2.8.21)$$

## 2.9. Representação das características de operação de máquinas de fluxo

### 2.9.1 Bombas hidráulicas de fluxo

No § 2.4 verificou-se que as características operacionais de maior significado para as máquinas de fluxo são a vazão  $Q$ , a altura de queda ou altura manométrica total  $H$ , a rotação  $n$ , e o rendimento útil  $\eta_u$ . Bombas hidráulicas de fluxo têm seu desempenho representados suficientemente por estes parâmetros. Outros parâmetros de interesse indicativos tanto da geometria quanto de condições operacionais específicas são o diâmetro externo  $D_2$ , que define a geometria do rotor; os parâmetros de cavitação como  $NPSH$  para bombas ou  $\sigma$  para turbinas, a potência útil ou efetiva  $P_u$ , e a abertura das palhetas diretrizes de turbinas,  $\alpha_3$ .

Bombas de fluxo têm suas características  $(Q, H)$  representadas graficamente por  $H = f(Q)$ . Os demais parâmetros de interesse são apresentados em curvas ou figuras independentes, sempre em função da vazão, conforme figuras 2.9.1 a, b e c. A figura 2.9.1 apresenta as curvas da bomba Sulzer 200-400, em operação a 3550 rpm. Na parte superior da figura são encontradas três curvas características diferentes  $H = f(Q)$  para rotores de três diâmetros diferentes, com as curvas de rendimento também ali apresentadas. A semelhança deste conjunto de curvas com as curvas de nível da topografia dá a elas o nome de curvas topográficas da bomba. A parte central da figura permite determinar o parâmetro de cavitação  $NPSH$ , em função da vazão, enquanto a sua parte inferior apresenta a variação de potência útil  $P_u$  para cada rotor, também função da vazão.

Na parte central da figura 2.9.1 é constatada a presença de uma única curva representativa do parâmetro de cavitação  $NPSH$  para os três rotores comercializados. Devido ao custo de ensaio as bombas fabricadas em série normalmente têm suas curvas de  $NPSH$  limitadas àquela correspondente à pior condição, o maior diâmetro. O uso destes valores para rotores de diâmetros menores irá contribuir

para um aumento da segurança relativa à cavitação, por serem os seus valores de **NPSH** inferiores aos referentes de maior diâmetro. Bombas de grande porte ou de projeto e fabricação específicos devem ter suas curvas de **NPSH** fornecidas pelo fabricante. Mais detalhes sobre cavitação no capítulo 3.

Ressalte-se que apesar de não ser compatível com o SI, a unidade de vazão, m<sup>3</sup>/hora, encontrada na figura 2.9.1 é tolerada pela norma brasileira NBR 10131 que trata da nomenclatura de bombas. Tal tolerância prende-se à maior facilidade de trabalho com esta unidade se comparada com m<sup>3</sup>/s.

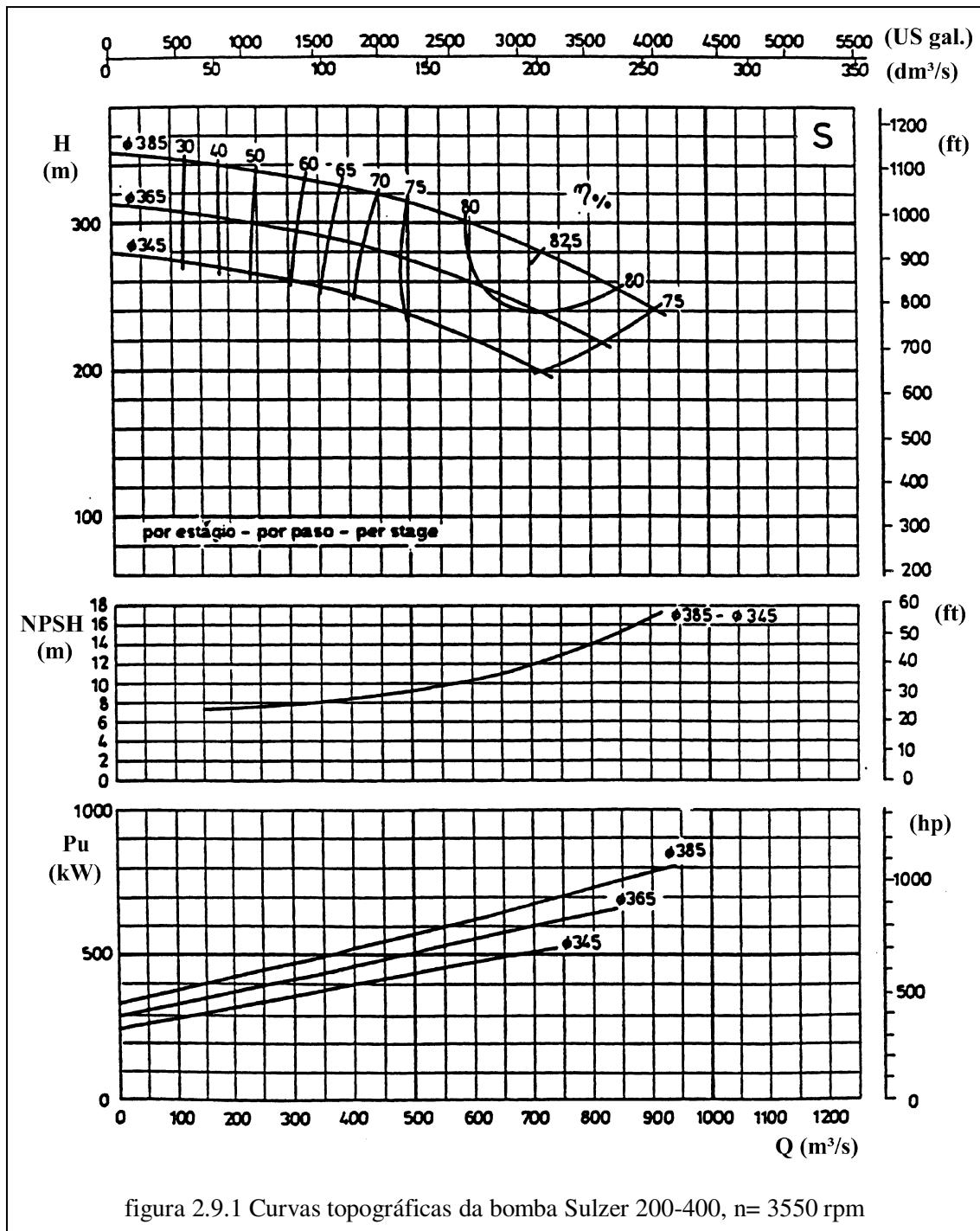
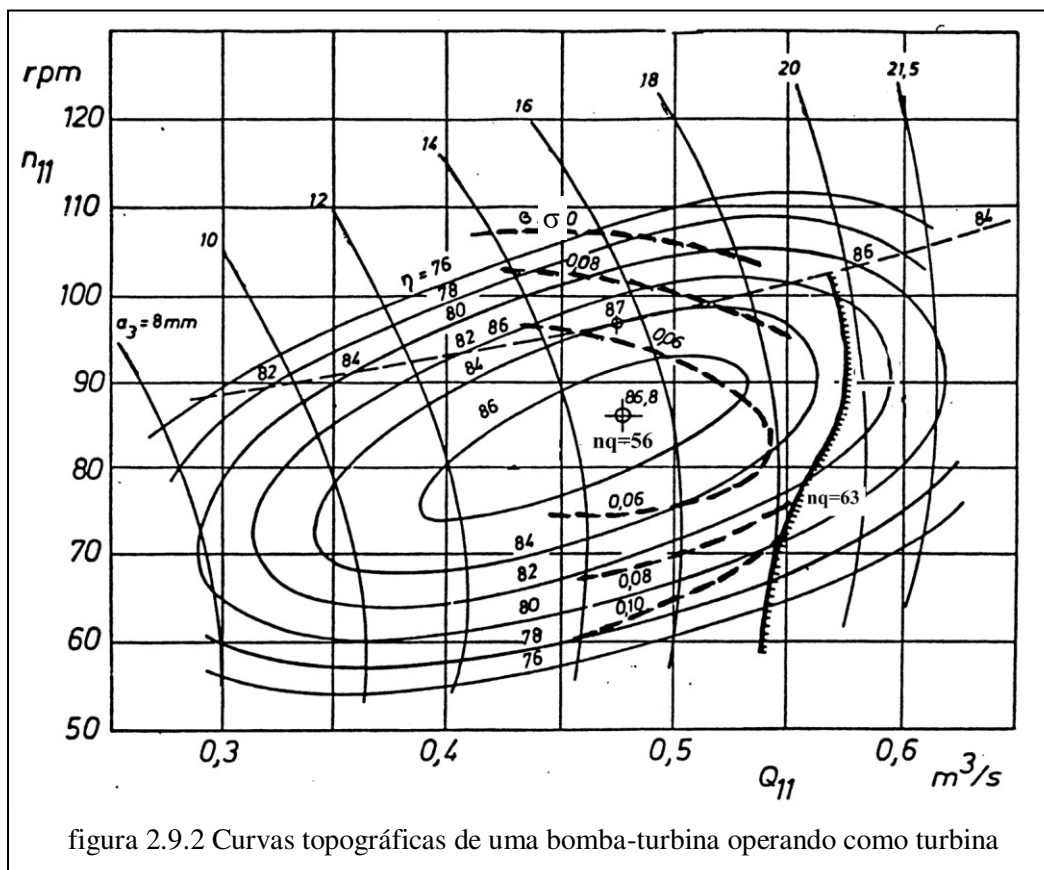


figura 2.9.1 Curvas topográficas da bomba Sulzer 200-400, n= 3550 rpm

### 2.9.2 Turbinas hidráulicas

Com o objetivo de universalizar valores para famílias de turbinas, trabalha-se com parâmetros semelhantes à rotação específica. A altura de queda pouco varia em turbinas, e por esta razão não é usada como referência. Assim, as curvas topográficas de modelos de turbinas apresentam numa única figura todos os parâmetros de interesse, tendo ainda como variável independente um parâmetro associado à vazão em volume, no caso a vazão unitária  $Q_{11}$ . Como variáveis dependentes tem-se a rotação unitária  $n_{11}$ , o coeficiente de Thoma  $\sigma$  de cavitação, a abertura das palhetas diretrizes  $a_3$  e o rendimento útil  $\eta_u$ . As curvas dos modelos são completas e usadas como referência para o protótipo. Uma análise completa como a feita em modelos não é possível com os protótipos devido às suas dimensões elevadas e às dificuldades de se instrumentar devidamente a instalação.

A figura 2.9.2 mostra a curva topográfica de uma bomba-turbina em operação como turbina na China.



As grandezas apresentadas na figura 2.9.2 são:

$a_3$  : abertura das palhetas diretrizes da turbina (controle de vazão)

$\eta$  : rendimento útil da BT operando como turbina

$\sigma$  : coeficiente de Thoma (indicativo de cavitação)

$n_{11}$  : rotação unitária; rotação de uma turbina de referência operando sob carga unitária e com diâmetro externo unitário.

$Q_{11}$  : vazão unitária; vazão de uma turbina de referência operando sob carga unitária e com diâmetro externo unitário.

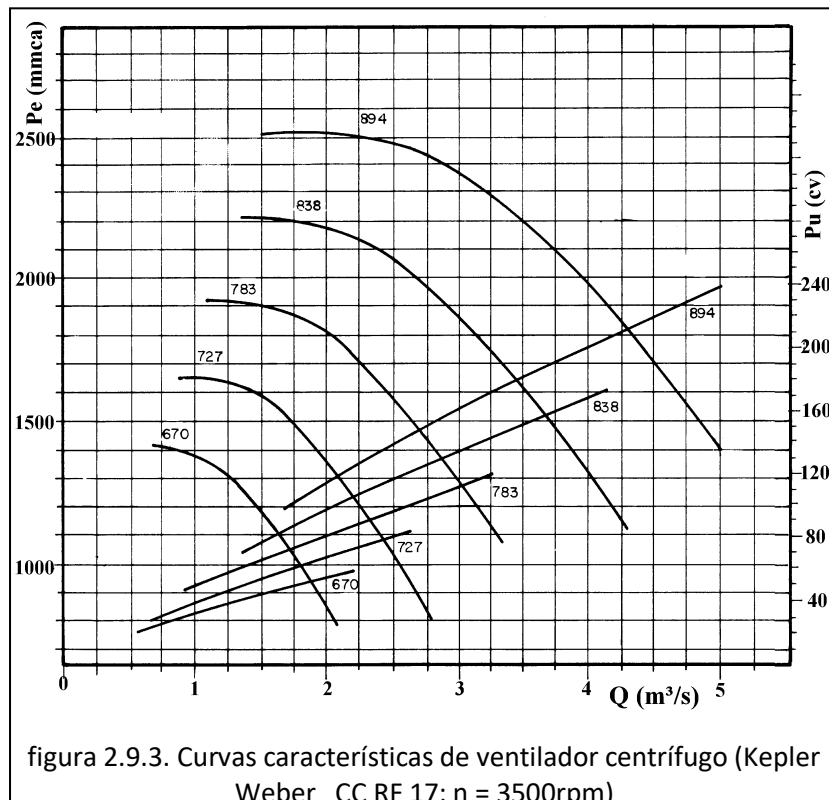
$$n_{11} = \frac{n D}{H^{0,5}} \quad (2.9.1)$$

$$Q_{11} = \frac{Q}{H^{0,5} * D^2} \quad (2.9.2)$$

Na figura 2.9.2 são encontrados dois valores diferentes de rotação específica. No ponto de máximo rendimento da máquina,  $\eta = 86,8\%$ , é encontrado  $n_q = 56$ , valor que identifica a máquina. O segundo valor de rotação específica,  $n_q = 63$ , identifica a curva hachurada que expressa o limite de cavitação da máquina. Valores de rotação específica superiores a 63 garantem operação inevitável sob cavitação. A abertura das palhetas diretrizes varia no gráfico entre 8 e 21,5 milímetros. As palhetas controlam a vazão através da máquina e devem operar a partir do fechamento completo,  $a_3 = 0$ , assim como deve ser possível uma abertura superior aos 21,5mm. A faixa de abertura encontrada na figura indica os limites de abertura para a faixa de operação possível ensaiada da máquina.

### 2.9.3 Ventiladores e compressores (máquinas de fluxo)

A figura 2.9.3 mostra uma curva de ventilador centrífugo. Estas curvas são muito parecidas com as curvas topográficas de uma bomba. Diferenças transparecem apenas nos parâmetros. Ventiladores e compressores operam com gases e vapores e usam a pressão como parâmetro indicativo do trabalho realizado, não carga. As variações de pressão impostas são pequenas o suficiente para o fluido movimentado ser admitido como incompressível. Com isso, a vazão em volume,  $Q$ , pode ser mantida como a grandeza representativa do fluxo. Pode-se ou não apresentar as curvas de rendimento.

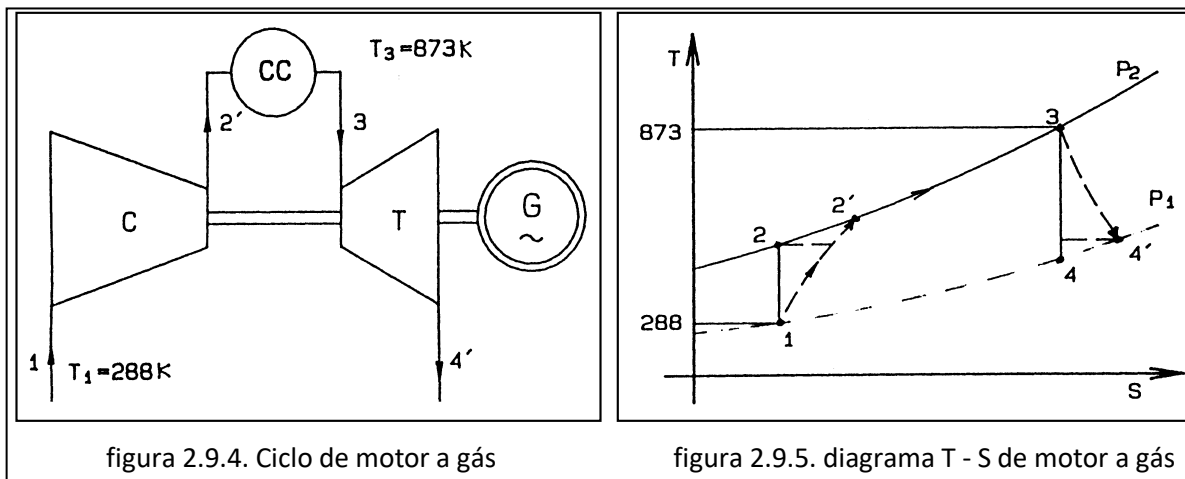




Assim como a bombas hidráulicas de fluxo, ventiladores apresentam a possibilidade de variação de rotação ao longo da operação. Na curva da figura 2.9.3, para uma rotação nominal de 3500 rpm, o ventilador CC RF 17 pode ser fornecido com diâmetros de rotor variando entre 670 e 894 milímetros, vazões na faixa compreendida entre 0,75 e 5,00 m<sup>3</sup>/s e potências entre 20 e 240 cv. A faixa de pressões estáticas varia entre 750 e 2500 milímetros de coluna de água.

#### 2.9.4 Turbinas a vapor e a gás

A figura 2.9.4 mostra o esquema básico de um motor a gás, composto por um compressor, C, uma câmara de combustão, CC, a turbina, T, e o gerador elétrico, G. A operação do ciclo é bastante simples; o compressor admite o ar e o comprime para a câmara de combustão, onde ocorre a mistura do ar comprimido com o combustível nela injetado. O gás produzido pela combustão é dirigido à turbina onde a trabalho mecânico é transferido às suas pás em função da variação de pressão e da energia cinética entre a entrada e a saída dos vários estágios da turbina. O trabalho obtido pela expansão dos gases de combustão nos estágios da turbina a gás é transferido pelo eixo tanto para a compressão de ar no compressor, C, quanto para o gerador elétrico, onde será transformado em energia elétrica. Ciclos semelhantes são realizados por motores de aviação, excetuada a presença do gerador elétrico.



As grandezas de interesse estão representadas no diagrama T - S da figura 2.9.5. São de interesse a temperatura absoluta de entrada, no caso admitida em 288 K (15° C); a temperatura de saída da câmara de combustão, 873 K (600° C), determinada a partir das condições de liberação de energia da combustão no interior da câmara. A construção do diagrama T - S irá exigir o conhecimento das pressões de entrada no compressor,  $p_1$ , e a pressão de saída do mesmo,  $p_2$ .

Apesar de os ciclos de turbinas a vapor serem diferentes daqueles de turbinas a gás, as grandezas envolvidas e a forma de análise são semelhantes.

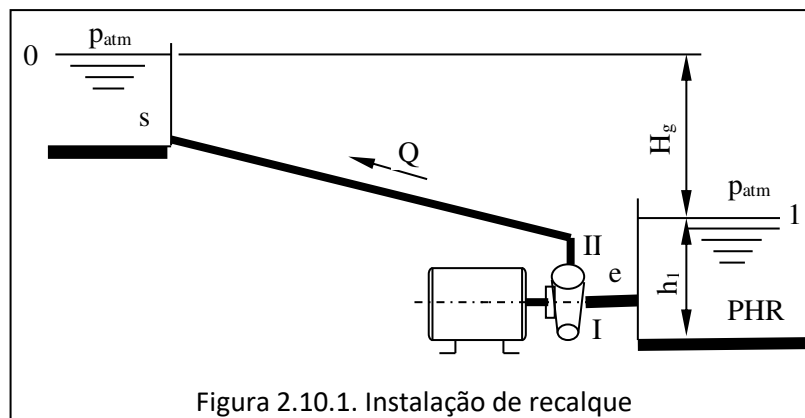
## 2.10. Máquina de fluxo associada à instalação

Máquinas hidráulicas serão tomadas como exemplo para analisar o fluxo de energia através de um sistema composto por uma máquina de transformação de energia. Apesar de o fluido em escoamento variar nas várias máquinas de fluxo, as iterações energéticas são semelhantes e, por isso, a análise nas máquinas hidráulicas, mais simples, pode, com cuidado, ser estendida às demais.

Esta análise visa relacionar o desnível geométrico  $H_g$  com a altura de queda e a altura manométrica total. Nas figuras 2.10.1 e 2.10.3 as máquinas operam instalações compostas por dois reservatórios, superior e inferior, com o escoamento acontecendo entre eles por meio de condutos forçados de interligação.

### 2.10.1 Bombas ou geradores

A figura 2.10.1 mostra o esquema de uma instalação de recalque. A operação mais comum de bombas hidráulicas de fluxo consiste em recalcar líquidos do nível 1 para o nível 0. Elas podem ainda recalcar líquidos do nível 0 para o nível 1, quando se deseja vazões superiores à máxima viabilizada pela ação da gravidade. Nesta análise será considerado apenas o escoamento do reservatório de sucção, inferior, para o de recalque, superior. A operação da bomba viabiliza o escoamento através dos condutos de sucção e de recalque. A face de sucção da bomba corresponde à sua entrada, enquanto que a face de pressão à sua saída.



e : entrada do conduto de sucção;      I : face de sucção da bomba, entrada;

II : face de pressão da bomba, saída;      s : saída do conduto de recalque;

0 : nível da superfície livre do reservatório de recalque;

1 : nível da superfície livre do reservatório de sucção;

$H_g$  : desnível geométrico, corresponde à energia potencial a ser transferida ao fluido para deslocá-lo do reservatório de sucção para o de recalque e é igual à diferença entre as cotas dos reservatórios.

$h_1$  : altura da superfície livre do reservatório de sucção com relação ao plano horizontal de referência, PHR.

A energia cinética será admitida desprezível no interior dos dois reservatórios.

No esquema da figura 2.10.1 tem-se:

$$H_1 = h_1 + \frac{P_{atm}}{\rho g} \quad (2.10.1)$$

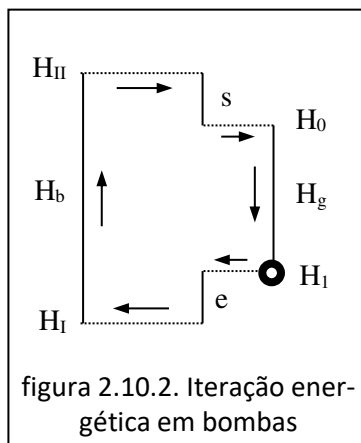
$$H_0 = h_1 + H_g + \frac{P_{atm}}{\rho g} \quad (2.10.2)$$

Subtraindo entre si as equações (2.10.1) e (2.10.2):

$$H_g = H_0 - H_1 \quad (2.10.3)$$

O acompanhamento de uma partícula fluida no seu trajeto entre os dois reservatórios permite identificar as suas condições de energia ao longo do escoamento, definindo-se assim a iteração entre o fluido e a máquina.

O esquema da figura 2.10.2 deve ser visto como uma análise gráfica dos níveis de energia da partícula fluida ao longo do escoamento entre o reservatório de sucção e o de recalque da figura 2.10.1. Desta forma interessa apenas os desníveis entre as seções de análise, isto é, as variações na horizontal do esquema não têm valor algum.



superfície livre do reservatório de sucção, início da análise

$H_1 - H_I$  : perdas de carga na entrada e ao longo do conduto de sucção;  $H_I$  : menor nível de energia no sistema;

$H_{II} - H_I = H_b$  nível de energia por unidade de peso do fluido transferido pela bomba;  $H_{II}$  : maior nível de energia no sistema;

$H_{II} - H_0$  : perdas de carga ao longo e na saída do conduto de recalque;

$H_0 - H_1$  :  $H_g$  desnível geométrico.

Do esquema da figura 2.10.2 pode-se identificar a função de máquinas de transformação de energia que devem transferir energia ao fluido. Estas máquinas sejam bombas hidráulicas de fluxo, compressores, ventiladores ou quaisquer outras, realizam trabalho sobre o fluido com o intuito de vencer o desnível geométrico, isto é, a energia potencial, e as perdas consequentes ao seu movimento. Isto corresponde a:

$$H_b = H_g + \sum \Delta h_r \quad (2.10.4)$$

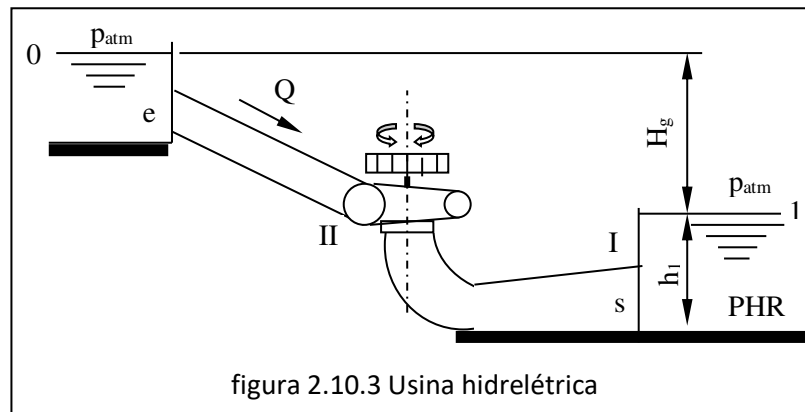
Onde:

$H_b$ : carga da bomba (m);  $H_g$ : desnível geométrico (m);  $\sum \Delta h_r$  : perda de carga total na instalação.

Deve-se ter sempre em mente que a energia potencial associada a um sistema qualquer pode ou não ocorrer, neste caso para campo gravitacional nulo, enquanto as perdas de energia associadas ao escoamento sempre existirão.

### 2.10.2 Turbinas ou motores

A figura 2.10.3 mostra o esquema de uma usina hidrelétrica. Neste caso o único escoamento possível se dá do reservatório superior para o inferior, escoamento este viabilizado pela ação da gravidade através da adutora até a máquina e do tubo de sucção até o reservatório inferior. A face de pressão da turbina corresponde à entrada da máquina ou final da adutora, enquanto que a face de sucção corresponde à saída do tubo de sucção. Note-se que diferentemente das bombas, a sucção da turbina é admitida como parte de seu conjunto.



e : entrada da adutora; II : face de pressão da turbina, entrada;

I : face de sucção da turbina; saída do tubo de sucção; s : saída do tubo de sucção;

0 : nível da superfície livre do reservatório superior;

1 : nível da superfície livre do reservatório inferior

$H_g$  : desnível geométrico; corresponde à energia potencial máxima a ser transferida pelo fluido à turbina para ser transformada em energia elétrica no gerador, igual à diferença entre as cotas dos reservatórios;

$h_1$  : altura da superfície livre do reservatório de sucção com relação ao plano horizontal de referência, PHR.

A energia cinética será admitida desprezível no interior dos dois reservatórios.

No esquema da figura 2.10.3 repete-se:

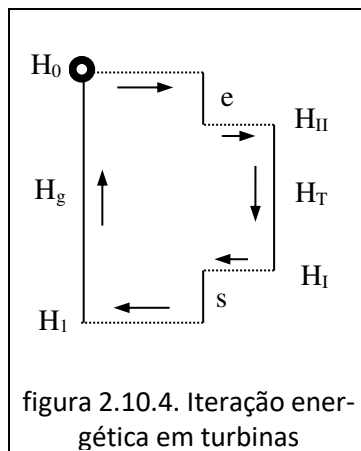
$$(2.10.1) \quad H_1 = h_1 + \frac{p_{atm}}{\rho g}$$

$$(2.10.2) \quad H_0 = h_1 + H_g + \frac{p_{atm}}{\rho g}$$

Subtraindo entre si as equações (2.10.1) e (2.10.2):

$$(2.10.3) \quad H_g = H_0 - H_1$$

Como na análise para geradores ou bombas, o esquema da figura 2.10.4 deve ser visto como uma análise gráfica dos níveis de energia da partícula fluida ao longo do escoamento interessando-nos do esquema apenas as variações na vertical.



superfície livre do reservatório superior, início da análise;

$H_0$  : maior nível de energia no sistema;

$H_0 - H_{II}$  : perdas de carga na entrada e ao longo da adutora;

$H_{II} - H_I = H_T$  nível de energia por unidade de peso do fluido transferido pelo fluido à turbina;

$H_I - H_1$  : perdas de carga na saída do tubo de sucção;

$H_1$  : menor nível de energia no sistema

$H_0 - H_1 = H_g$  desnível geométrico

Do esquema da figura 2.10.4 pode-se concluir a forma com que a transferência de energia ocorre em máquinas que recebem energia do fluido. Nestas máquinas, sejam turbinas hidráulicas ou quaisquer outras, o trabalho realizado pelo fluido é consequente à diferença entre a energia potencial ou outra forma de energia disponível e as perdas que ocorrem ao longo do trajeto entre os reservatórios. Isto corresponde a:

$$H_T = H_g - \sum \Delta h_T \quad (2.10.5)$$

Deve-se ter sempre em mente que a energia potencial associada a um sistema qualquer pode ou não ocorrer, neste caso para campo gravitacional nulo, enquanto que as perdas de energia associadas ao escoamento sempre existirão. Por isso não há sentido em se pensar na instalação de turbinas hidráulicas em gravidade nula, enquanto que as demais, cuja realização de trabalho apoia-se na compressão e expansão do vapor ou na queima do gás independem do campo gravitacional.

## 2.11. Equação fundamental das máquinas de fluxo

A equação fundamental das máquinas de fluxo expressa a relação entre o trabalho específico realizado pelo fluido sobre a máquina ou pela máquina sobre o fluido, em função de grandezas físicas características do escoamento. A abordagem a ser aqui desenvolvida seguirá as etapas para a obtenção daquela equação, apresentando todos os passos necessários, sem detalhá-los.

O desenvolvimento apresentado neste parágrafo corresponde ao equacionamento básico a ser aplicado no pré-projeto de máquinas de fluxo e que conduzirá ao dimensionamento dos órgãos relacionados com o escoamento para posterior análise e melhoria, experimental ou numérica.

### 2.11.1 Condições de Operação

Máquinas de fluxo caracterizam-se por apresentar condições operacionais variáveis com relação ao rendimento, como visto nas curvas do § 2.9. Isto significa que a definição da condição de operação depende da instalação onde a máquina está interligada, o que impede uma abordagem genérica destas condições de operação. Por esta impossibilidade de análise genérica e por a curva de rendimento das máquinas de fluxo apresentar um ponto de máximo muito bem definido, são tomados os dados do ponto de máximo rendimento como referência para a análise genérica e o projeto da máquina. Este procedimento já foi usado anteriormente quando da definição de rotação específica, que, para identificar o tipo de máquina, deve ser calculada no ponto ótimo ou de máximo rendimento.

A máquina hidráulica pode assim operar sob diversas condições. Para bombas estas condições são definidas pelo par  $(Q, H)$  de sua curva característica, conforme figura 2.9.1. Turbinas hidráulicas têm as suas condições operacionais dadas pelo par  $(Q_{11}, n_{11})$ , conforme figura 2.9.2.

As curvas topográficas das máquinas podem ser divididas em três partes de fácil identificação, tomado o rendimento máximo como parâmetro de referência. A figura 2.11.1 mostra a curva característica  $(Q, H)$  e a curva de rendimento  $(Q, \eta)$  de uma bomba. Nela estão identificadas as três regiões de operação carga parcial,  $Q \leq Q_{ot}$ ;

máximo rendimento,  $Q = Q_{ot}$  e

sobrecarga,  $Q > Q_{ot}$ .

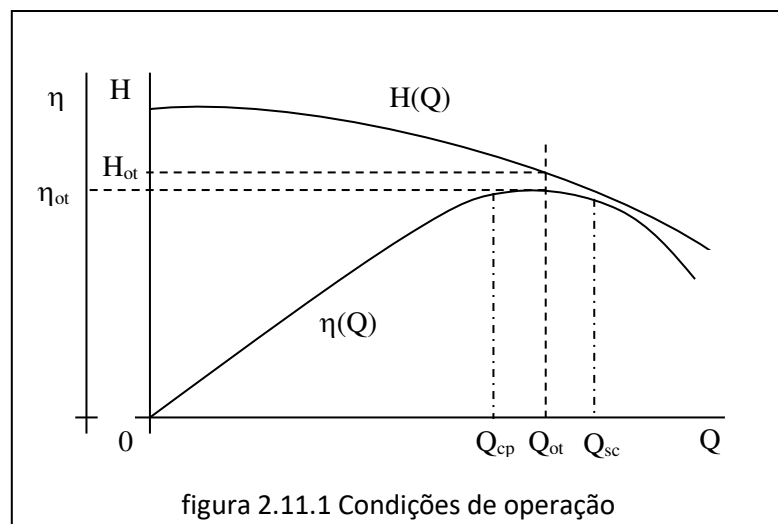


figura 2.11.1 Condições de operação

### 2.11.1.1. Ponto de máximo rendimento ou ponto ótimo

Corresponde à melhor condição de operação das máquinas, sendo referência para o seu projeto ( $Q_{ot}$ ,  $H_{ot}$ ). Apesar da existência de um único ponto efetivo de máximo, admite-se a faixa compreendida entre os valores de vazão  $Q_{cp}$  e  $Q_{sc}$  ( $Q_{cp} < Q < Q_{sc}$ ), indicados na figura 2.11.1 como máximo rendimento para análise operacional, transformando-se o ponto em uma faixa ao seu redor.

### 2.11.1.2. Operação em carga parcial

A faixa de vazão compreendida entre a vazão nula e o limite inferior da faixa admitida de máximo rendimento,  $Q_{cp}$  ( $0 < Q < Q_{cp}$ ), equivale à região de operação em carga parcial da máquina.

### 2.11.1.3. Operação em sobrecarga

A faixa de vazão compreendida entre o limite superior da faixa de máximo rendimento,  $Q_{sc}$  ( $Q_{sc} < Q < Q_{máx}$ ) e a vazão máxima da bomba equivale à região de operação em sobrecarga da máquina.

## 2.11.2 Triângulos de velocidade de uma máquina de fluxo

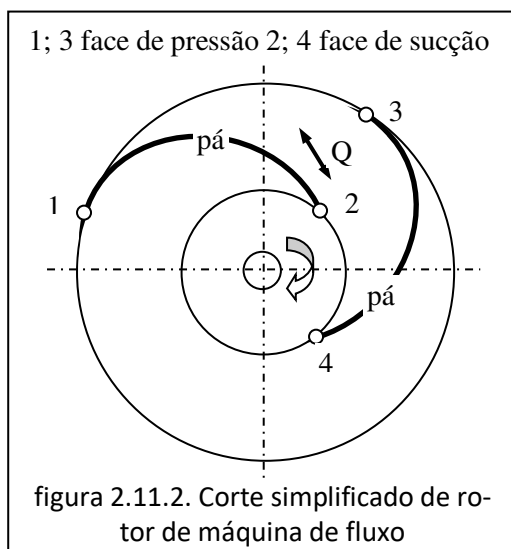
A rotação de um elemento qualquer impõe o aparecimento de uma velocidade tangencial associada a ela, determinada pela equação:

$$\vec{u} = \vec{\omega} \wedge \vec{r} \quad (2.11.1)$$

onde  $\vec{u}$  : velocidade tangencial (m/s);  $\vec{\omega}$  : velocidade angular (1/s ou rad/s);  $\vec{r}$  : vetor posição (m).

Quando o elemento rotativo em análise é vazado no sentido radial e se estabelece um escoamento neste sentido, figura 2.11.2., pode ser identificado um movimento do fluido com relação às paredes da área vazada. A velocidade do fluido com relação ao componente ao longo do qual ele escoa, chamado de pá, ou com relação a um referencial não inercial, que gira acoplado ao elemento rotativo em discussão é denominada velocidade relativa.

A soma vetorial das velocidades tangencial e relativa é igual à velocidade absoluta.



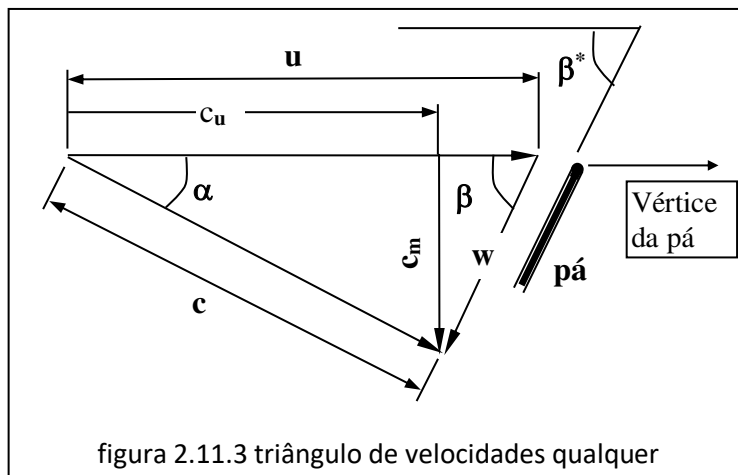
$\vec{u}$  : velocidade tangencial (m/s);  $\vec{w}$  : velocidade relativa (m/s);  $\vec{c}$  : velocidade absoluta (m/s)

$$\vec{c} = \vec{u} + \vec{w} \quad (2.11.2)$$

Em cada um dos raios do rotor podem ser definidas velocidades tangenciais e relativas diferentes e, com isso, um novo triângulo de velocidades. Obtém-se assim um número infinito de triângulos de velocidade diferentes ao longo de uma pá, entre os extremos 1 e 2 ou 3 e 4 da figura 2.11.2.

O desenvolvimento busca obter a equação fundamental para as máquinas de fluxo e para tanto interessam apenas os triângulos de velocidade nas faces de pressão e de sucção das pás dos rotores, isto é, nos vértices de entrada e saída das pás.

O triângulo de velocidades numa das duas faces de uma máquina de fluxo genérica está desenhado na figura 2.11.3. Apesar de a pá ter um comprimento definido, o triângulo refere-se apenas ao seu vértice. Os triângulos de velocidade ao longo das pás serão semelhantes ao desenhado na figura 2.11.3 e são usados para o projeto da sua geometria, o que não se objetiva no momento.



Como visto acima, a soma vetorial das velocidades relativa e tangencial fornece a velocidade absoluta do fluido com relação a um referencial inercial ou fixo.

$$(2.11.2) \quad \vec{c} = \vec{u} + \vec{w}$$

onde  $\vec{c}$  : velocidade absoluta;  $\vec{w}$  : velocidade relativa

Na figura 2.11.3 são encontradas ainda as seguintes grandezas:

$\vec{c}_m$  : velocidade meridiana, projeção da velocidade absoluta perpendicularmente à velocidade tangencial e, por consequência, perpendicular à face do rotor.

$\vec{c}_u$  : projeção da velocidade absoluta paralelamente à velocidade tangencial (sem nome específico);

$\alpha$  : ângulo formado pelas velocidades tangencial e absoluta, variável em função do ponto de operação;

$\beta$  : ângulo formado pelas velocidades tangencial e relativa, variável em função do ponto de operação;

$\beta^*$  : ângulo formado pela direção da velocidade tangencial e a face da pá, constante;

A velocidade absoluta, além de ser a soma vetorial das velocidades tangencial e relativa, conforme a equação (2.11.2), também pode ser representada por:

$$\vec{c} = \vec{c}_u + \vec{c}_m \quad (2.11.3)$$

Perpendicular à face do rotor, a velocidade meridiana é diretamente proporcional à vazão. Aplicada a equação da continuidade para quaisquer fluidos em regime permanente de escoamento:

$$\dot{m} = \rho V A \quad (2.11.4)$$



Se fluidos admitidos incompressíveis:

$$Q = V A \quad (2.11.5)$$

onde a  $V$  é a velocidade média, perpendicular à seção transversal de escoamento.

Desta forma:

$$\dot{m} = \rho c_m A \quad (2.11.6)$$

$$Q = c_m A \quad (2.11.7)$$

Máquinas de fluxo operam em condições variáveis, tendo como parâmetro indicativo desta variação a vazão, em massa ou volume. O módulo da velocidade meridiana variando com a vazão irá provocar a alteração das velocidades absoluta e relativa e, com isso, os ângulos que as mesmas definem. Desta forma os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$ , que dependem daquelas velocidades apresentarão valores variáveis dentro de uma determinada faixa. O ângulo  $\beta^*$  formado pela direção da velocidade tangencial e a face da pá terá sempre um valor constante.

### 2.11.3 Revisão de conceitos

Do parágrafo 2.5.3 sabe-se que o trabalho específico pode ser escrito como a relação entre a potência e a vazão mássica do fluido, ou a relação entre o trabalho e a massa de fluido.

Da Mecânica sabe-se que a potência pode ser expressa pelo produto do momento torçor ou torque pela velocidade angular. Sendo a velocidade angular um dado inerente às máquinas de fluxo, resta a determinação do torque na máquina para que seja possível o cálculo da potência e, dela, o cálculo do trabalho específico. Sendo os rotores os elementos que realizam trabalho numa máquina de fluxo, deve-se obter a expressão para cálculo do seu momento torçor líquido. A Mecânica dos Fluidos oferece duas equações para viabilizar tal cálculo.

Com a equação da Quantidade de Movimento pode ser calculada a força imposta pelo escoamento sobre as pás, ou vice-versa, e pela multiplicação desta força pela sua distância ao centro de rotação do rotor tem-se o momento torçor desejado. A equação do Momento da Quantidade de Movimento expressa diretamente o torque nas pás do rotor consequente ao escoamento.

A revisão a ser feita visa reapresentar estes conceitos, sem o detalhamento comum aos cursos de Mecânica dos Fluidos.

### 2.11.3.1. Equações para sistemas e referencial inercial

As equações da quantidade de movimento, momento da quantidade de movimento e conservação da massa para sistema fechado e referencial inercial são:

$$\text{Conservação da massa :} \quad m = \int_V \rho \, dV \quad (2.11.8)$$

$$\text{Quantidade de movimento :} \quad \vec{P} = \int_V \rho \, \vec{c} \, dV \quad (2.11.9)$$

$$\text{Momento da quantidade de movimento:} \quad \vec{L}_o = \int_V \rho \left( \vec{r} \wedge \vec{c} \right) dV \quad (2.11.10)$$

Atuando forças externas sobre o sistema fechado tem-se:

$$\sum \vec{F}_{exi} = \frac{d\vec{P}}{dt} \quad (2.11.11)$$

(2.11.11) indica que a somatória das  $i$  forças externas aplicadas sobre o sistema é igual à taxa de variação da quantidade de movimento do sistema.

$$\boxed{\sum M_{exoi} = \frac{d\vec{L}_o}{dt}} \quad (2.11.12)$$

(2.11.12) indica que a somatória dos  $i$  torques externos com relação ao centro de rotação  $o$ , aplicados sobre o sistema é igual à taxa de variação do seu momento da quantidade de movimento.

### 2.11.3.2. Equações para volume de controle e referencial não inercial

O procedimento para a obtenção das equações para volumes de controle -“sistema abertos”- será apresentado de forma sucinta, indicados apenas os passos necessários, sem detalhamento e que corresponde ao desenvolvimento do teorema de transporte de Reynolds, visto de forma detalhada nos cursos de Mecânica dos Fluidos. Estes passos serão aplicados a uma propriedade genérica visando obter expressões gerais para as várias equações de interesse. A seguir, pela substituição dessa propriedade genérica por aquelas de interesse, serão obtidas as equações desejadas.

Passo 1. Definir uma propriedade intensiva genérica  $\lambda$  tal que a propriedade extensiva do sistema fechado possa ser expressa por (2.11.8).

$$(2.11.13) \quad N_{sist.fechado} = \int_V \lambda \rho \, dV$$

Por comparação com as equações para sistemas obtém-se:

$$\text{massa: para } N = m \quad \text{então } \lambda = 1 \quad (2.11.14)$$

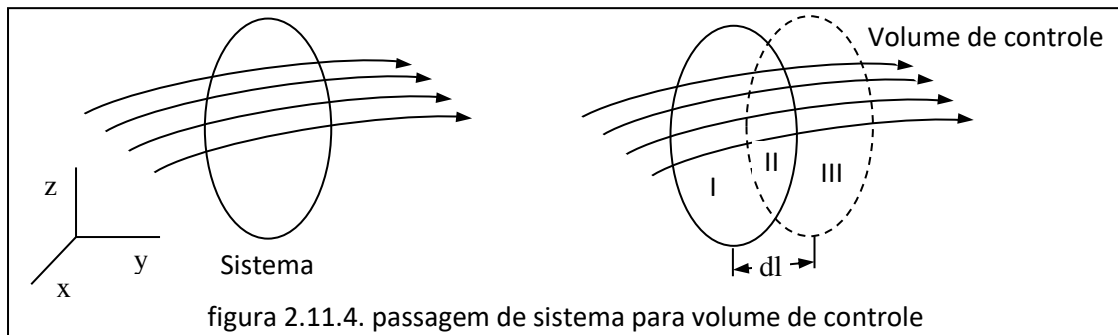
$$\text{quantidade de movimento: para } N = \vec{P} \quad \text{então } \lambda = \vec{c} \quad (2.11.15)$$

$$\text{momento da quantidade de movimento: para } N = \vec{L}_o \quad \text{então } \lambda = \vec{r} \wedge \vec{c} \quad (2.11.16)$$

Passo 2: Calcular a taxa de variação de  $N$ :

$$\left. \frac{dN}{dt} \right|_{\text{sist.fechado}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{(N_S)_{t+\Delta t} - (N_S)_t}{\Delta t} \quad (2.11.17)$$

Passo 3: Movimentar o sistema caracterizando um volume de controle



Passo 4: Desmembrar a equação (2.11.17) para as regiões da figura 2.11.4, identificadas por I, superfície permeável de entrada do volume de controle; II, interior do volume de controle e III, superfície permeável de saída do volume de controle e, a seguir, operar algebricamente os membros:

O resultado final será dado pelo cálculo da taxa de variação da propriedade  $N$ .

Passo 5: Calcular a taxa de variação de  $N$

$$\underbrace{\left. \frac{dN}{dt} \right|_{\text{sist.fechado}}}_{\text{Taxa total de variação da propriedade extensiva } N} = \underbrace{\int_{sc} \rho \lambda (\vec{c} \times \vec{n}) dS}_{\text{Fluxo da propriedade extensiva } N \text{ através das superfícies permeáveis do volume de controle}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \rho \lambda dV}_{\text{Taxa de variação no tempo da propriedade extensiva } N \text{ no interior do volume de controle}} \quad (2.11.18)$$

onde :  $\vec{n}$  : versor de superfície, positivo quando orientado para fora do volume de controle.

A aplicação dos resultados anteriores em (2.11.18) conduz a:

$$\sum_i \vec{F}_{ei} = \int_{sc} \rho \vec{c} (\vec{c} \times \vec{n}) dS + \frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \rho \vec{c} dV \quad (2.11.19)$$

$$\sum_i \vec{M}_{eoi} = \int_{sc} \rho \left( \vec{r} \wedge \vec{c} \right) \left( \vec{c} \times \vec{n} \right) dS + \frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \rho \left( \vec{r} \wedge \vec{c} \right) dV \quad (2.11.20)$$

As duas equações (2.11.19) e (2.11.20) permitem a determinação da somatória das forças externas ou dos torques externos ao volume de controle para quaisquer condições de escoamento.

O desenvolvimento das equações para máquinas de fluxo é feito para escoamento permanente no ponto ótimo, o que implica em algumas simplificações.

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0 \quad (2.11.21)$$

$$\sum_i \vec{F}_{ei} = \int_{sc} \rho \vec{c} \left( \vec{c} \times \vec{n} \right) dS \quad (2.11.22)$$

$$\sum_i \vec{M}_{eoi} = \int_{sc} \rho \left( \vec{r} \wedge \vec{c} \right) \left( \vec{c} \times \vec{n} \right) dS \quad (2.11.23)$$

A vazão mássica é expressa por:

$$d\dot{m} = \rho \left( \vec{c} \times \vec{n} \right) dS \quad (2.11.24)$$

com (2.11.24) submetida à convenção seguinte:

$d\dot{m} > 0$  se o escoamento ocorrer para fora do volume de controle

$d\dot{m} < 0$  se o escoamento ocorrer para dentro do volume de controle

$$\boxed{\sum_i \vec{F}_{ei} = \int_{sc} \vec{c} d\dot{m}} \quad (2.11.25)$$

$$\boxed{\sum_i \vec{M}_{eoi} = \int_{sc} \left( \vec{r} \wedge \vec{c} \right) d\dot{m}} \quad (2.11.26)$$

A complexidade dos rotores da maioria das máquinas de fluxo sugere o cálculo direto do torque fluido com a equação do momento da quantidade de movimento, evitando-se assim as dificuldades geradas pelo cálculo da força e seu posterior produto vetorial pelo vetor posição.

Abandonada a equação da quantidade de movimento verifica-se que as equações (2.11.23) e (2.11.26) permitem o cálculo da somatória dos torques externos ao volume de controle em função das condições de escoamento. Resta agora analisar os volumes de controle para identificar os momentos torçores agentes sobre ele.

### 2.11.4 Equação do momento torçor para turbinas

O momento torçor atuante sobre pás de turbinas é consequente à variação de direção do escoamento relativo nas suas pás. O desenvolvimento será feito da forma mais genérica possível, deixadas as simplificações para o final. Para tanto são necessárias as velocidades absolutas nas faces de pressão e de sucção do rotor da máquina e de um volume de controle conveniente, definido por duas pás consecutivas e pelos diâmetros interno e externo do rotor.

A figura 2.11.5 mostra parte da vista em planta de um rotor de turbina, indicadas duas pás e a decomposição da velocidade absoluta nas componentes perpendicular e paralela à velocidade tangencial. Na figura ainda é apresentada reduzida em elevação apenas meia máquina, devido à simetria do rotor.

A indicação usada na figura mantém a proposição do modelo para as máquinas de fluxo, onde o índice *I* corresponde à face de sucção e o índice *II* corresponde à face de pressão da máquina. Na figura 2.11.5 o índice **1** corresponde à face de sucção e o índice **2** corresponde à face de pressão do rotor.

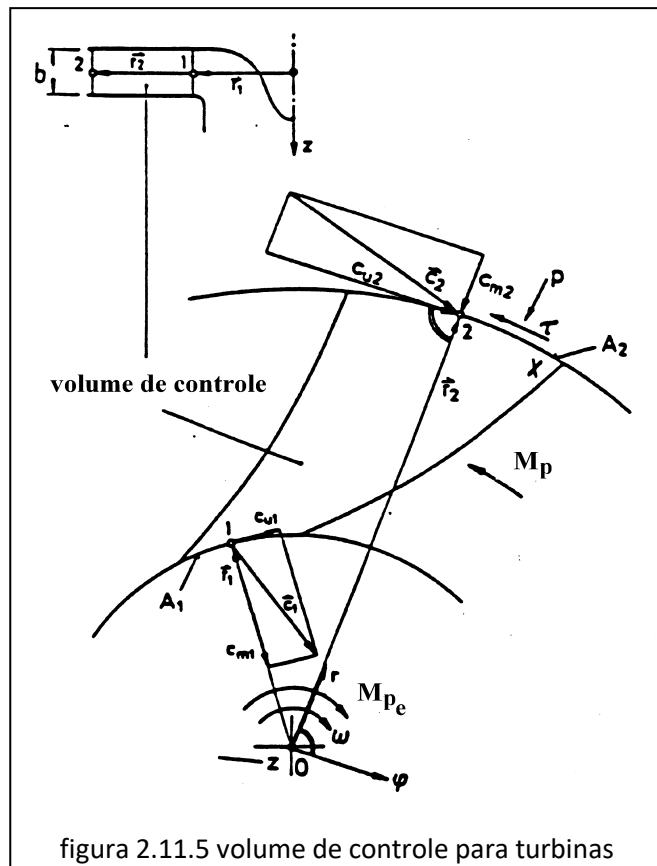


figura 2.11.5 volume de controle para turbinas

O sistema de coordenadas polares usado,  $(r, \varphi, z)$  está indicado na figura 2.11.5, onde:

$\tau$  : tensão de cisalhamento;

$p$  : pressão local;

$A_1$  e  $A_2$  : área do canal (espaço por onde ocorre o escoamento entre duas pás consecutivas), respectivamente nas faces de sucção e de pressão do rotor;

$M_p$  : momento torçor nas pás;

$M_{pe}$  : momento torçor externo às pás;

$b$  : largura do canal.

A análise da figura 2.11.5 indica que o único eixo de rotação de turbinas é aquele dado por  $z \vec{k}$ , com relação ao qual deve ser calculado o momento torçor.

O produto vetorial  $(\vec{r} \wedge \vec{c})$  conduz aos resultados

$$\left[ -z c_u \vec{r}; (r c_z - z c_r) \vec{\varphi}; r c_u \vec{k} \right] \quad (2.11.27)$$

Os torques relativos aos versores  $\vec{r}$  e  $\vec{\varphi}$  são resistidos pelos mancais do rotor e não contribuem para a realização de trabalho; eles são de interesse para o dimensionamento dos mancais.

O momento torçor com relação a  $\vec{k}$  conduz à equação:

$$\sum_i \vec{M}_{eoi} = \sum_i \vec{M}_{eok} = \int_{sc2} \rho (-c_{m2})(r_2 c_{u2}) \vec{k} dS_2 + \int_{sc1} \rho c_{m1}(r_1 c_{u1}) \vec{k} dS_1 \quad (2.11.28)$$

A integração da equação (2.11.28) somente será possível se for conhecido o comportamento das variáveis  $c_u$ ,  $c_m$  e  $\rho$  sobre as superfícies  $dS_1$  e  $dS_2$ . Tal conhecimento, porém, não está disponível genericamente podendo-se chegar a ele através de medidas locais, o que particulariza a informação à máquina medida. Visando poder integrar a equação são repetidos aqui procedimentos anteriores, tomando-se a condição ideal para então aproximá-la da real.

Para viabilizar a integração desejada é admitido que as turbinas possuem um número infinito de pás e que a largura do canal,  $b$ , seja suficientemente pequena. Estas simplificações, propostas por Euler, conduzem a áreas de escoamento nas faces de pressão e de sucção do rotor suficientemente pequenas para ser admitida a constância das grandezas  $c_u$ ,  $c_m$ ,  $\rho$  ao longo das superfícies, e, com isso, viabiliza-se a integração de (2.11.28).

A expressão, antes impossível, reduz-se à integral de um elemento de área, levando a:

$$\sum_i \vec{M}_{eok} = -\rho_2 r_2 c_{m2} c_{u2} A_2 + \rho_1 r_1 c_{m1} c_{u1} A_1 \quad (2.11.29)$$

Introduzindo a definição de vazão mássica encontrada em (2.11.24):

$$\sum_i \vec{M}_{eok} = \dot{m} (-r_2 c_{u2} + r_1 c_{u1}) \quad (2.11.30)$$

O torque imposto pelo escoamento é conhecido a partir de (2.11.30). Deve-se determinar agora a contribuição dos torques externos.

### 2.11.4.1. Momentos torçores externos

Na figura 2.11.6 estão indicados os momentos torçores externos aplicados sobre o volume de controle ali encontrado.

Os momentos torçores externos gerados por forças de contato ou de superfície são:

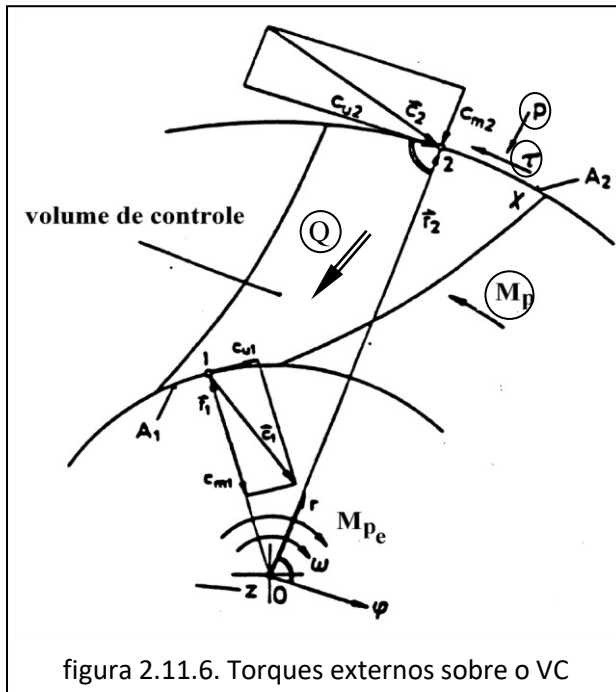


figura 2.11.6. Torques externos sobre o VC

- sobre as superfícies sólidas do VC

Este momento é chamado de momento nas pás,  $M_p$ , sendo imposto por tensões normais e de cisalhamento consequentes ao escoamento no interior do canal.

- sobre as superfícies permeáveis do VC

As tensões normais não realizam trabalho, pois atuam radialmente sobre a superfície.

Verifica-se experimentalmente que as tensões de cisalhamento não realizam trabalho significativo de oposição ao movimento de rotação em quaisquer condições de operação de turbinas.

Os momentos torçores externos gerados por forças campo dependem da posição do eixo.

Para eixo vertical da máquina, a força gravitacional não realiza trabalho por atuar paralela ao eixo de rotação. Para eixo horizontal, a média temporal do torque devido ao peso do líquido é nula. Para gases ou vapor o peso do fluido é desprezível, além de apresentar média temporal nula.

Após a análise dos momentos torçores externos ao VC chega-se à conclusão de que apenas o momento nas pás é significativo, podendo-se então escrever a equação simplificada do torque num rotor de turbina.

$$\left| \sum_i \vec{M}_{ok} \right| = \left| \vec{M}_p \right| \quad (2.11.31)$$

Convencionado como sendo positivo o **momento torçor natural à máquina**, conclui-se que em turbinas o momento torçor externo é negativo. Isto ocorre porque sendo o rotor de uma turbina movido pelo fluido, o momento natural é o interno, do fluido para as pás do rotor.

$$\sum_i \vec{M}_{ok} = - \vec{M}_p \quad (2.11.32)$$

Retornando com (2.11.30) em (2.11.28)

$$-M_p = \dot{m}(-r_2 c_{u2} + r_1 c_{u1}) \quad (2.11.33)$$

$$M_p = \dot{m}(r_2 c_{u2} - r_1 c_{u1}) \quad (2.11.34)$$

A equação (2.11.34) foi obtida a partir da análise de um volume de controle envolvendo duas pás e um único canal. O momento torçor consequente ao escoamento em todo o rotor será calculado tomando-se na mesma equação a vazão mássica total.

Além do valor positivo do momento torçor convencionou-se ainda que a velocidade  $c_u$  é positiva quando no mesmo sentido da velocidade tangencial.

A partir de (2.11.34) é possível expressar o momento torçor específico; ou torque por unidade de vazão mássica, pela equação:

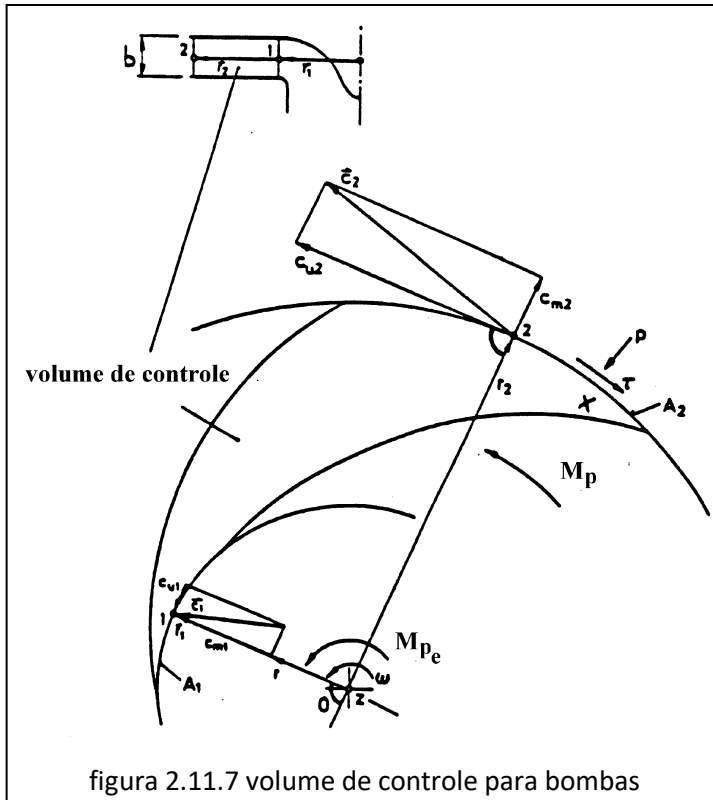
$$m_p = \frac{M_p}{\dot{m}} = (r_2 c_{u2} - r_1 c_{u1}) \quad (2.11.35)$$

O produto  $r c_u$  é o torque específico com relação ao eixo da máquina. A partir desta constatação pode ser afirmado que uma máquina de fluxo é aquela em que o escoamento ao longo das pás impõe uma variação de momento torçor entre entrada e saída do rotor.



### 2.11.5 Equação do momento torçor para bombas

Ao ser convencionada a indicação para máquinas de fluxo foi justificada a manutenção de uma mesma sequência de índices para qualquer tipo de máquina sob a argumentação de ser obter um mesmo equacionamento para qualquer máquina. Tal procedimento impõe que sejam identificadas as superfícies permeáveis dos volumes de controle por face de pressão e face de sucção, imutáveis, ao invés de entrada e saída, que dependem do tipo de máquina. Com o auxílio da figura 2.11.7 será verificada aquela afirmação.



As definições aplicadas para as turbinas permanecem válidas para bombas em virtude da indicação adotada. O detalhamento do tópico anterior não será repetido aqui, restringindo-se o desenvolvimento às premissas lá aplicadas.

- ✓ Rotor com número infinito de pás;
- ✓ Largura  $b$  do canal pequena;
- ✓ Desprezado o momento torçor devido às tensões de cisalhamento;
- ✓ Escoamento em regime permanente.

O momento torçor para bombas será descrito por:

$$\sum_i \vec{M}_{eok} = \rho_2 r_2 c_{m2} c_{u2} A_2 - \rho_1 r_1 c_{m1} c_{u1} A_1 \quad (2.11.36)$$

Introduzida a definição de vazão mássica encontrada em (2.11.24):

$$\sum_i \vec{M}_{eok} = \dot{m} (r_2 c_{u2} - r_1 c_{u1}) \quad (2.11.37)$$

A convenção adotada para o momento torçor impõe ser ele positivo quando natural à máquina. Tomado o fluido como referência, o momento externo às bombas será positivo, já que o fluxo de trabalho numa bomba ocorre do exterior para o seu interior.

Assim,

$$\sum_i \vec{M}_{ok} = \vec{M}_p \quad (2.11.38)$$

e

$$M_p = \dot{m} (r_2 c_{u2} - r_1 c_{u1}) \quad (\text{bombas}) \quad (2.11.39)$$

$$M_p = \dot{m} (r_2 c_{u2} - r_1 c_{u1}) \quad (\text{turbinas}) \quad (2.11.35)$$

### 2.11.6 Equação fundamental das máquinas de fluxo

A potência de uma máquina girante pode ser calculada pelo produto do momento torçor pela velocidade angular do rotor da máquina.

$$P_p = M_p \omega = \dot{m} \omega (r_2 c_{u2} - r_1 c_{u1}) \quad (2.11.40)$$

Sabendo-se que  $\mathbf{u} = \boldsymbol{\omega} \mathbf{r} e$ ,

$$P_p = \dot{m} (u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1}) \quad (2.11.41)$$

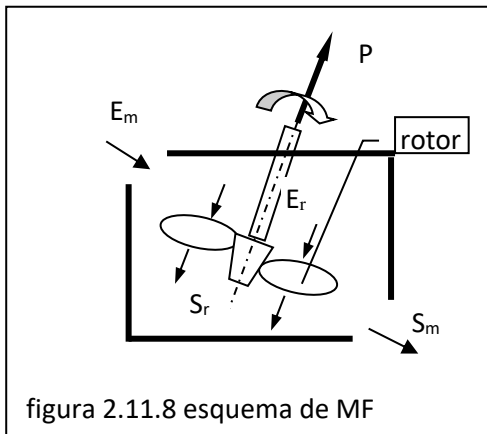
Análogo ao trabalho específico definido pelas condições nas faces de pressão e sucção da máquina, define-se aqui o trabalho específico nas pás,  $Y_{th}$ , como a relação entre a potência nas pás e a vazão mássica. Este trabalho recebe o índice  $th$  para identificar as condições impostas ao longo do equacionamento; número infinito de pás, largura pequena do canal e escoamento sem perdas.

$$Y_{th} = \frac{P_p}{\dot{m}} = (u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1}) \quad (2.11.42)$$

(2.11.42) é a equação fundamental das máquinas de fluxo, também chamada de equação de Euler, por ter sido apresentada pela primeira vez por Leonhard Euler em 1752.

A equação de Euler mostra que o trabalho específico teórico nas pás de uma máquina de fluxo, isto é, o trabalho realizado pelo fluido sobre as pás ou pelas pás sobre o fluido, depende apenas de duas velocidades dos triângulos de velocidades, paralelas entre si, nas faces de pressão e de sucção.

### 2.11.7 Trabalho específico líquido nas pás da máquina



Na figura 2.11.8 está esquematizada uma máquina de fluxo, onde:

$E_m$ : entrada da máquina – face de pressão de turbinas ou face de sucção de bombas.

$E_r$ : entrada do rotor – face de pressão de rotores de turbinas ou face de sucção de rotores de bombas.

$S_r$ : saída do rotor – face de sucção de rotores de turbinas ou face de pressão de rotores de bombas.

$S_m$ : saída da máquina – face de sucção de turbinas ou face de pressão de bombas.

O fluxo de massa adentra a máquina em  $E_m$ ; atravessa o rotor entrando nele por  $E_r$  e saindo dele por  $S_r$  para deixar a máquina em  $S_m$ . A análise da figura 2.11.8 permitirá estabelecer a relação entre o trabalho específico líquido na máquina e o trabalho específico líquido no rotor, consideradas as suas condições ideais e reais de operação.

#### 2.11.7.1. Máquina ideal e máquina real

As máquinas são consideradas ideais quando desprezadas as dissipações que ocorrem em seu interior, o que implica em valores iguais entre os trabalhos específicos líquidos nas pás e na máquina.

Em máquinas reais a transformação de parte da energia do escoamento em calor, com consequente redução do montante de energia a ser transferida ou recebida do fluido, impõe que os trabalhos específicos líquidos nas pás e na máquina sejam diferentes. Cada tipo de máquina, motora (turbina) ou geradora (bomba) terá um comportamento diferente com relação a estas perdas.

##### ✓ Motor ou turbina real

O trabalho específico líquido nas pás é menor que o trabalho específico líquido na máquina visto as pás receberem trabalho do fluido.

Em escoamentos de fluidos compressíveis a elevação de temperatura devida à dissipação implica no aumento do volume específico do fluido, caracterizando a sua expansão. Numa turbina a realização de trabalho está relacionada com a expansão do fluido no interior dos rotores. Assim, pode-se concluir que parte da energia dissipada no escoamento é recuperada devido ao consequente aumento do volume específico do fluido. Devido ao fluxo contínuo de fluido através da máquina, a variação de temperatura provocada pela dissipação é pequena, fazendo com que a recuperação analisada também o seja.

##### ✓ Gerador (bomba) real

O trabalho específico líquido nas pás é maior que o trabalho específico líquido na máquina visto as pás realizarem trabalho sobre o fluido

Em escoamentos de fluidos compressíveis a elevação de temperatura devida à dissipação implica no aumento do volume específico do fluido, caracterizando a sua expansão. Numa bomba a realização de trabalho está relacionada com a compressão do fluido no interior dos rotores. Assim pode-se concluir que a energia dissipada no escoamento deve ser fornecida pela bomba devido ao conseqüente aumento do volume específico do fluido. Devido ao fluxo contínuo de fluido através da máquina a variação de temperatura provocada pela dissipação é pequena, fazendo com que o adicional a ser suprido pela bomba também o seja.

### 2.11.7.2. Rendimento hidráulico

Como sempre, resta o problema de se determinar a dissipação associada à diferença entre os trabalhos líquidos na máquina e nas pás. Devido à impossibilidade da determinação genérica dessa dissipação, é definido um rendimento associado a ela.

Por ser o trabalho nas pás função apenas de velocidades orientadas na direção tangencial, ou circunferencial, este rendimento pode ser chamado genericamente de tangencial ou circunferencial. Ele é mais comumente chamado de hidráulico, representando as perdas conseqüentes ao contato do escoamento com as superfícies sólidas do rotor.

Conhecido o rendimento hidráulico ou circunferencial da máquina, e que receberá sempre o índice  $h$  pode-se determinar o trabalho específico  $Y_t$ . Este trabalho específico será ainda teórico, pois são mantidas as características de número infinito de pás e largura pequena do canal.

$$Y_t \eta_h^{\pm 1} = (u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1}) \quad (2.11.43)$$

Em escoamentos admitidos incompressíveis costuma-se trabalhar com a energia por unidade de peso ao invés da energia por unidade de massa, o que implica numa equação fundamental dada por:

$$H_t \eta_h^{\pm 1} = \frac{1}{g} (u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1}) \quad (2.11.44)$$

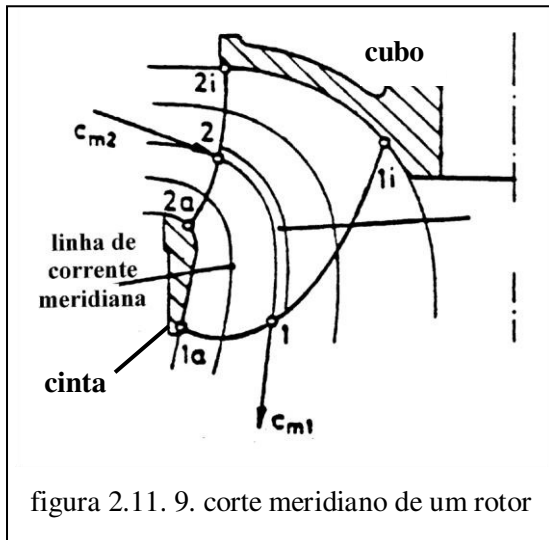
Como os demais rendimentos definidos anteriormente, o rendimento hidráulico, conseqüente à dissipação provocada pelo escoamento no interior dos canais do rotor, é expresso na forma:

$$\eta_h = \left( \frac{Y_t}{Y_f} \right)^{\pm 1} = \left( \frac{H_t}{H_f} \right)^{\pm 1} = \left( \frac{P_t}{P_f} \right)^{\pm 1} \quad (2.11.45 \text{ a, b, c})$$

onde o índice  $f$  indica fluido e  $t$  teórico -número infinito de pás e largura pequena do canal-. O índice positivo aplica-se a turbinas enquanto o negativo a bombas.

### 2.11.8 Uma segunda forma de obtenção da equação fundamental

Esta nova abordagem corresponde a uma forma mais precisa e fundamentada das simplificações praticadas para efeito de integração da equação do momento da quantidade de movimento.



A análise do corte de um canal de máquina de fluxo, encontrado na figura 2.11.9 levará à proposta do parágrafo.

As superfícies axi-simétricas de escoamento, com relação ao eixo de rotação da máquina, são definidas por linhas de corrente meridianas de posição definida. Com isso, as superfícies externas **1i – 2i** e **1a – 2a** correspondem aos contornos interno e externo do escoamento, respectivamente ao cubo e à cinta da máquina e definem um tubo de corrente único para todo o canal. Pode-se dividir este tubo de corrente

único em vários tubos menores, definidos pelas superfícies internas, **1 2**, por exemplo. Os tubos menores podem ser calculados admitida vazão constante em cada um deles. Esta vazão é determinada a partir da divisão da vazão pelo canal pelo número de tubos.

Tomado um número muito grande de tubos, a integração da equação (2.11.28) é praticada, pois as grandezas podem ser admitidas constantes ao longo de suas reduzidas superfícies permeáveis.

Com o resultado de um tubo e sendo por definição do procedimento a vazão igual em todos eles, basta multiplicar o resultado da integração em um tubo pelo número de tubos e será obtida a equação do momento no canal. Multiplicado este resultado pelo número de canais, obrigatoriamente iguais, tem-se o momento no rotor.

## 2.12. Equacionamento complementar

Além da equação do momento da quantidade de movimento interessa ainda analisar a equação da continuidade. A partir da formulação geral serão obtidas equações específicas para algumas das formas construtivas de máquinas de fluxo.

### 2.12.1 Equação da continuidade

Na sua forma integral, a equação da continuidade para fluidos admitidos incompressíveis é expressa na por:

$$0 = \int_{sc} \rho (\vec{c} \times \vec{n}) dS + \frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \rho dV \quad (2.12.1)$$

Para fluidos compressíveis, considerada a vazão mássica, obtêm-se:

$$0 = \int_{sc} \dot{d}m + \frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \dot{d}m \quad (2.12.2)$$

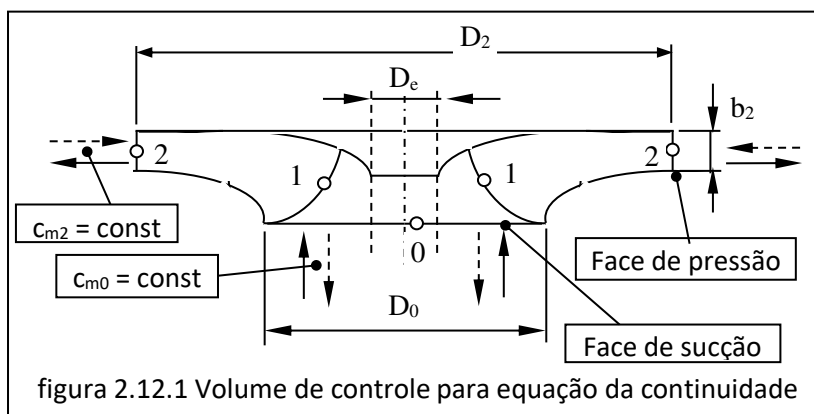
A equação da continuidade impõe que o fluxo de massa, ou a vazão mássica, através das superfícies permeáveis do volume de controle somado à variação no tempo da massa no interior do volume de controle mantém-se constante. Isto significa não ser possível criar ou destruir massa.

Para fluidos incompressíveis em regime permanente tem-se:

$$Q = cte \quad (2.12.3)$$

Para fluidos compressíveis usa-se a vazão mássica, obtendo-se:

$$\dot{m} = cte \quad (2.12.4)$$



A figura 2.12.1 mostra o volume de controle representado pelo contorno externo de um rotor de máquina de fluxo submetido à indicação convencional. Note-se que o índice 0 corresponde à face de sucção do rotor que, na figura,

coincide com a superfície de índice 1 apenas no diâmetro externo  $D_0$ .

Admitidas as velocidades meridianas nas faces de pressão e de sucção como valores médios constantes calculáveis pelas expressões (2.12.3) ou (2.12.4), ao aplicar a equação (2.12.3) ao volume de controle da figura 2.12.1 tem-se para a face de pressão:

$$Q = c_{m2} \pi D_2 b_2 \varphi_2 \quad (2.12.5)$$

onde a área lateral de escoamento na face de pressão, desprezadas as pás, é dada por :

$$A = \pi D_2 b_2 \quad (2.12.6)$$

e o coeficiente  $\varphi_2$  é um fator de correção que introduz o efeito da presença das pás na secção de escoamento. Os valores do fator distribuem-se na faixa  $0,92 \leq \varphi_2 \leq 1,0$ .

Na face de sucção do rotor da máquina da figura 2.12.1 nota-se que as pás terminam antes da superfície inferior do rotor, o que significa não haver coincidência entre as faces de sucção do rotor,  $0$ , e das pás,  $1$ , exceto no maior diâmetro. Esta forma de pá apresenta melhores desempenhos em máquinas radiais e mistas.

Observando-se que a seção de escoamento sofre uma redução devido à presença de uma obstrução central de dimensão  $D_e$ , admitido o campo de velocidades constante na superfície  $0$  e velocidades iguais em  $1$  e em  $0$ , obtém-se:

$$c_{m0} = c_{m1ext} \quad ; \quad D_0 = D_{1ext} \quad (2.12.7 \text{ a,b})$$

$$Q = c_{m0} \frac{\pi}{4} (D_0^2 - D_e^2) \quad (2.12.8)$$

Definindo por relação de ogiva  $N$  a relação entre diâmetros tal que:

$$N = \frac{D_e}{D_0} \quad (2.12.9 \text{ a,b})$$

$$Q = c_{m0} \frac{\pi D_0^2}{4} (1 - N^2) \quad (2.12.10)$$

A determinação da equação da continuidade para as demais formas construtivas de máquinas segue os procedimentos aqui desenvolvidos e não será apresentada.

## 2.13. Teoria de semelhança aplicada às máquinas de fluxo

### 2.13.1 Filosofia de abordagem

Foi visto ao longo deste capítulo que a previsão de desempenho das máquinas de fluxo não pode ser feita analiticamente. Cada caso particular exige, depois do projeto, testes e ensaios para determinação das características de operação de cada máquina. Tais testes e ensaios foram conduzidos até recentemente em modelos instalados e operados em bancadas. Desde cerca de 1980 tem se intensificado o uso de simulação numérica para a avaliação de desempenho das máquinas de fluxo. Os experimentos reais tendem a se reduzir mais e mais com a evolução dos recursos computacionais de simulação, porém não se vislumbra a possibilidade de seu abandono, ao menos para fornecer elementos para a modelagem físico-matemática dos problemas a serem simulados.

O fato de as máquinas de fluxo apresentarem grandes dimensões exige a confecção de modelos de pequeno porte para ensaios em laboratório e posterior transferência de resultados para os seus protótipos, a partir de algum recurso matemático validado por experimentos. Uma vantagem adicional da aplicação de semelhança reside na possibilidade de se estudar a influência de parâmetros de interesse num determinado modelo e transferir os resultados a toda a família de máquinas a que ele pertence e não apenas ao protótipo. Esta família será definida pela rotação específica no ponto ótimo.

A aplicação da teoria da semelhança vista em cursos anteriores baseia-se no teorema de Buckingham, ou teorema  $\pi$ , onde, identificadas as  $p$  grandezas físicas que representam o fenômeno e o número  $n$  de dimensões independentes presentes naquelas grandezas, são obtidos os  $p - n$  parâmetros adimensionais a partir de cálculos matemáticos simples. Este procedimento será aqui trocado em favor de uma análise física e intuitiva, no sentido de se obter relações de proporcionalidade entre as grandezas físicas e, então, os referidos parâmetros adimensionais.

### 2.13.2 Premissas

Para que máquinas de fluxo possam ter suas características de desempenho relacionadas devem ser verificadas duas premissas:

As máquinas a serem relacionadas, modelo e protótipo, devem ser geometricamente semelhantes, pelo menos no tocante aos órgãos em contato com o escoamento.

A transferência de dados entre modelo e protótipo somente poderá relacionar pontos análogos<sup>2</sup> de funcionamento, isto é, mesmas condições de operação.

A partir destas duas premissas é possível afirmar que "máquinas semelhantes operando em pontos análogos têm seus respectivos triângulos de velocidade também semelhantes".

---

<sup>2</sup> Alguns autores também chamam de pontos homólogos.



### 2.13.3 Proporcionalidade entre triângulos de velocidade

Com o objetivo de confirmar a afirmação do parágrafo anterior relativa à semelhança dos triângulos de velocidade serão aqui analisadas as condições de proporcionalidade dos triângulos de velocidade das máquinas de fluxo.

A análise será restrita aos triângulos das faces de pressão e de sucção do rotor, que, como visto anteriormente, fornecem subsídios suficientes para o cálculo do desempenho das máquinas.

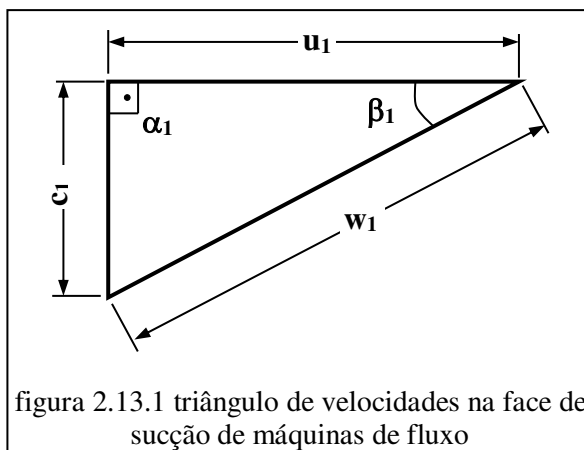
#### 2.13.3.1.Face de sucção

A semelhança geométrica impõe que:

- a direção da velocidade absoluta definida pelo ângulo  $\alpha_1$  mantém-se constante em bombas;
- a direção da velocidade relativa, definida pelo ângulo  $\beta_1$  mantém-se constante em turbinas.

A operação em pontos análogos permite concluir que:

- a direção da velocidade relativa, definida pelo ângulo  $\beta_1$  é a mesma em bombas;
- a direção da velocidade absoluta, definida pelo ângulo  $\alpha_1$  é a mesma em turbinas.



face de sucção de bombas ou motores

- $\alpha_1 = 90^\circ$  (entrada irrotacional)
- $\beta_1 = \beta_1^*$  (entrada sem choque)

face de sucção de turbinas ou geradores

- $\alpha_1 = 90^\circ$  (saída irrotacional)
- $\beta_1 = \beta_1^*$  (saída paralela às pás)

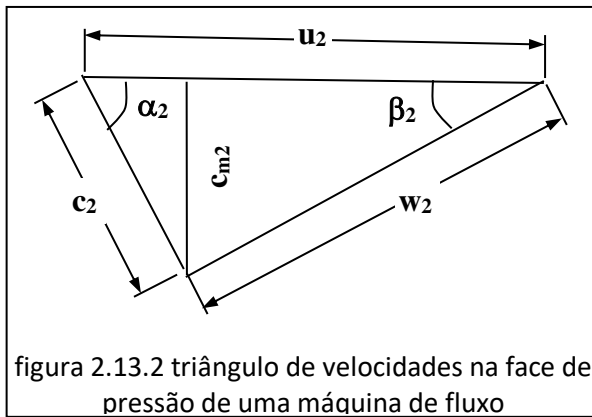
$\beta_1^*$  : ângulo entre a pá e a direção tangencial

Dois triângulos que tenham dois de seus três ângulos iguais, terão o terceiro também igual, o que implica na semelhança entre eles. Com isso confirma-se que os triângulos da face de sucção de duas máquinas de fluxo semelhantes, operando em condições análogas, são semelhantes.

#### 2.13.3.2.Face de pressão

A condição de semelhança geométrica permite concluir que a direção da velocidade relativa, dada pelo ângulo  $\beta_2$  não se altera à saída de bombas.

A operação das máquinas em condições análogas impõe que a direção da velocidade absoluta,  $\alpha_2$ , à entrada de turbinas, não se altera.



Outra condição de igualdade entre ângulos, que permita afirmar a semelhança entre os triângulos na face de pressão, não é encontrada. Desta forma deve ser buscada uma relação entre lados dos triângulos para ser possível verificar a semelhança entre estes mesmos triângulos.

Ao invés de se trabalhar com lados isolados, será usada aqui a relação entre duas velocidades convinentes do triângulo de velocidades. O procedimento a ser seguido apoia-se ainda na análise física do problema, verificando as condições em que a semelhança desejada pode ser alcançada.

Será estudada a relação  $u_2/c_{m2}$  que, se semelhante nos triângulos de velocidade de modelo e protótipo, permitirá concluir pela semelhança dos triângulos. A escolha destas duas velocidades está ligada à facilidade de sua determinação e análise.

A semelhança dos triângulos de velocidade na face de sucção permite afirmar que:

$$(2.13.1) \quad \left( \frac{u_1}{c_{m1}} \right)_m = \left( \frac{u_1}{c_{m1}} \right)_p$$

A análise será feita com o objetivo de determinar em quais condições a equação (2.13.2) é verdadeira. Por esta razão será sempre usado um ponto de interrogação sobre a igualdade, até a verificação final.

$$\left( \frac{u_2}{c_{m2}} \right)_m \stackrel{?}{=} \left( \frac{u_2}{c_{m2}} \right)_p \quad (2.13.2)$$

Relacionando (2.13.1) e (2.13.2) pode-se estabelecer em quais condições (2.10.8) é verificada.

$$\left( \frac{\frac{u_2}{c_{m2}}}{\frac{u_1}{c_{m1}}} \right)_m \stackrel{?}{=} \left( \frac{\frac{u_2}{c_{m2}}}{\frac{u_1}{c_{m1}}} \right)_p \quad (2.13.3)$$

ou

$$\left( \frac{u_2}{u_1} \frac{c_{m1}}{c_{m2}} \right)_m \stackrel{?}{=} \left( \frac{u_2}{u_1} \frac{c_{m1}}{c_{m2}} \right)_p \quad (2.13.4)$$

A relação entre as velocidades tangenciais de modelo e protótipo depende apenas da semelhança geométrica existente entre os seus respectivos rotores. Isto sempre irá acontecer, pois semelhança geométrica é uma das premissas necessárias para se desenvolver o procedimento em curso. Assim:

$$\begin{pmatrix} u_2 \\ u_1 \end{pmatrix}_m = \begin{pmatrix} u_2 \\ u_1 \end{pmatrix}_p \quad (2.13.5)$$

A análise da relação entre as velocidades meridianas conduz a:

$$\begin{pmatrix} \frac{c_{m2}}{c_{m1}} \end{pmatrix}_m = \begin{pmatrix} \frac{\dot{m}_2}{\rho_2 A_2} \\ \frac{\dot{m}_1}{\rho_1 A_1} \end{pmatrix}_m ; \quad \begin{pmatrix} \frac{c_{m2}}{c_{m1}} \end{pmatrix}_p = \begin{pmatrix} \frac{\dot{m}_2}{\rho_2 A_2} \\ \frac{\dot{m}_1}{\rho_1 A_1} \end{pmatrix}_p \quad (2.13.6 \text{ a, b})$$

Para escoamentos em regime permanente através da máquina, a vazão mássica permanece constante,

$\dot{m}_1 = \dot{m}_2$ . Com isso:

$$\begin{pmatrix} \frac{c_{m2}}{c_{m1}} \end{pmatrix}_m = \begin{pmatrix} \rho_1 A_1 \\ \rho_2 A_2 \end{pmatrix}_m ; \quad \begin{pmatrix} \frac{c_{m2}}{c_{m1}} \end{pmatrix}_p = \begin{pmatrix} \rho_1 A_1 \\ \rho_2 A_2 \end{pmatrix}_p \quad (2.13.7 \text{ a, b})$$

Admitido o fluido em escoamento como sendo incompressível,  $\rho_1 = \rho_2$ :

$$\begin{pmatrix} \frac{c_{m2}}{c_{m1}} \end{pmatrix}_m = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix}_m ; \quad \begin{pmatrix} \frac{c_{m2}}{c_{m1}} \end{pmatrix}_p = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix}_p \quad (2.13.8 \text{ a, b})$$

A equação (2.13.8) permite concluir ser a relação entre as velocidades meridianas nas faces de pressão e de sucção de uma máquina de fluxo submetida a escoamento incompressível dependente apenas das relações de semelhança.

Para escoamentos compressíveis apenas a semelhança geométrica é insuficiente, pois devem ser analisadas as condições de variação de massa específica, conforme (2.13.7 a, b). Nesta situação deve ser verificada a condição de igualdade entre os números de Mach nas faces de pressão e de sucção de cada máquina. Esta igualdade leva à proporcionalidade desejada entre as massas específicas.

$$\text{número de Mach} \quad M = \frac{v}{c} \quad (2.13.9)$$

onde  $v$ : velocidade do escoamento e  $c$ : velocidade do som no meio fluido.

Está mostrado assim que existe semelhança entre os triângulos de velocidade na face de pressão de máquinas de fluxo submetidas a quaisquer escoamentos, desde que em regime permanente. A afirmação de que "máquinas semelhantes operando em pontos análogos têm seus respectivos triângulos de velocidade também semelhantes" está verificada.

### 2.13.3.3. Relações de proporcionalidade

Comprovada a condição de semelhança, pode ser afirmado que todas as velocidades dos triângulos de velocidade de máquinas de fluxo semelhantes são proporcionais a uma das velocidades dos triângulos. Por facilidade de cálculo e simplicidade é escolhida a velocidade tangencial  $u$  como referência. Desta forma, uma velocidade genérica  $V_i$  dos triângulos de velocidade pode ser expressa como proporcional a  $u$  conforme:

$$V_i \propto u \quad (2.13.10)$$

A letra  $\alpha$  na equação (2.13.10) expressa uma proporcionalidade e não uma igualdade e, por não expressar uma igualdade, não pode ser usada para cálculos.

$$\text{De:} \quad u = \omega r \quad (2.13.11)$$

$$\text{então} \quad u \propto n D \quad (2.13.12)$$

onde  $\omega$ : velocidade angular;  $n$ : rotação e  $D$ : diâmetro do rotor na face em estudo.

### 2.13.3.4. Trabalho específico e cargas

$$\text{Da equação de Euler} \quad Y_t \propto u c_u \quad (2.13.13)$$

$$Y_t \propto (n D)(n D) \quad (2.13.14)$$

$$Y_t \propto (n D)^2 \quad (2.13.15)$$

$$Y_t = g H_t \quad (2.13.16)$$

então, para mesmo campo gravitacional,

$$H_t \propto (n D)^2 \quad (2.13.17)$$

### 2.13.3.5. Vazão em volume

Da equação da continuidade, para fluidos incompressíveis em escoamento permanente:

$$Q = V A \quad (2.13.18)$$

A área de escoamento é proporcional ao quadrado do diâmetro na face em estudo e a velocidade do triângulo é proporcional à velocidade tangencial, conforme visto anteriormente. Assim:

$$Q \propto (n D) D^2 \quad , \quad Q \propto n D^3 \quad (2.13.19)$$

### 2.13.3.6. Vazão em massa

Da mesma equação da continuidade para regime permanente:

$$\dot{m} = \rho V A \quad (2.13.20)$$

$$\dot{m} \propto \rho n D^3 \quad (2.13.21)$$

### 2.13.3.7. Potência fluida para quaisquer fluidos

$$\text{De} \quad P_f = \rho g Q H \quad (2.13.22)$$

$$P_f \propto \rho Q H \quad (2.13.23)$$

$$P_f \propto \rho n^3 D^5 \quad (2.13.24)$$

### 2.13.3.8. Potência fluida para fluidos incompressíveis

$$P_f \propto Q H \quad (2.13.25)$$

$$P_f \propto n D^3 (n D)^2 \quad ; \quad P_f \propto n^3 D^5 \quad (2.13.26)$$

Das proporcionalidades expressas por (2.13.17) e (2.13.19), pode ser escrito que:

$$H_m \propto (n D)_m^2 \quad ; \quad H_p \propto (n D)_p^2 \quad (2.13.27)$$

$$Q_m \propto (n D^3)_m \quad ; \quad Q_p \propto (n D^3)_p \quad (2.13.28)$$

Se as máquinas de fluxo cujas grandezas estão expressas nas relações anteriores forem geometricamente semelhantes e operarem em pontos análogos, então as relações entre grandezas correspondentes transformam-se em igualdades, visto serem iguais os fatores de proporcionalidade.

$$\frac{H_m}{H_p} = \frac{(n D)_m^2}{(n D)_p^2} \quad (2.13.29)$$

$$\frac{Q_m}{Q_p} = \frac{(n D^3)_m}{(n D^3)_p} \quad (2.13.30)$$

A partir das equações (2.13.29) e (2.13.30) podem ser obtidos os adimensionais clássicos para máquinas hidráulicas de fluxo.

$$\Pi_1 = \frac{g H_m}{(n D)_m^2} = \frac{g H_p}{(n D)_p^2} \quad (2.13.31)$$

$$\Pi_2 = \frac{Q_m}{(n D^3)_m} = \frac{Q_p}{(n D^3)_p} \quad (2.13.32)$$

### 2.13.4 Parâmetros de interesse

A análise dimensional de problemas conhecidos objetiva a definição de parâmetros convenientes para o seu estudo sistemático. No caso de máquinas de fluxo pretende-se obter parâmetros que permitam tanto classificar como expressar características de famílias de máquinas.

Convenciona-se que os índices, inferior *m* ou superior \*, correspondam ao modelo, e o índice inferior *p* ou nenhum índice, correspondam ao protótipo. Para efeito de análise devem ser impostas as condições de semelhança geométrica e pontos análogos de funcionamento das máquinas.

Conforme já citado, as grandezas de interesse nas máquinas de fluxo são  $n$ : rotação,  $Q$ : vazão em volume;  $H$ : carga;  $D$ : diâmetro e  $P$ : potência, ou, para determinados tipos de abordagem, suas grandezas equivalentes tais como velocidade angular, vazão em massa e trabalho específico.

A pesquisa de parâmetros de interesse segue duas linhas distintas, abordadas separadamente a partir das relações já expostas.

#### 2.13.4.1. Parâmetros dimensionais representativos de famílias de máquinas

Nesta condição são buscados parâmetros característicos de máquinas que operam sob condições pré-definidas quando duas das grandezas do modelo (referência)  $n^*$ ;  $Q^*$ ;  $H^*$ ;  $D^*$ ;  $P^*$  tomam o valor unitário.

- rotação específica referida à vazão,  $n_q$

A rotação específica referida à vazão corresponde à rotação de uma máquina de referência, modelo, geometricamente semelhante a outras conhecidas e que opera sob vazão unitária e carga -altura de queda / altura manométrica total- unitária.

Para a máquina de referência: rotação :  $n^*$  ; vazão,  $Q^* = 1,0 \text{ m}^3/\text{s}$ ; altura de queda / alt. manométrica total,  $H^* = 1,0 \text{ m}$

A máquina genérica conhecida apresenta rotação:  $n$ ; vazão ;  $Q$ ; altura de queda :  $H$

Aplicadas as relações de proporcionalidade (2.13.17) e (2.13.19) e operando-as, tem-se:

$$D \propto \frac{H^{0,5}}{n} \quad (2.13.33)$$

$$(2.13.19) \quad Q \propto (n D^3)$$

$$\text{Com (2.13.33) em (2.13.19)} \quad Q \propto \frac{H^{1,5}}{n^2} \quad (2.13.34)$$

$$\text{De (2.13.31)} \quad n \propto \frac{H^{0,75}}{Q^{0,5}} \quad (2.13.35)$$

A expressão (2.13.35) é aplicável tanto ao modelo quanto ao protótipo da máquina em análise. Sendo os fatores de proporcionalidade os mesmos, como visto no § 2.13.3, obtemos a igualdade:

$$\left( \frac{n Q^{0,5}}{H^{0,75}} \right)_m = \left( \frac{n Q^{0,5}}{H^{0,75}} \right)_p \quad (2.13.36)$$

onde  $n_m = n^*$  ;  $Q_m = Q^* = 1,0 \text{ m}^3/\text{s}$ ;  $H_m = H^* = 1,0 \text{ m}$  e  $n_p = n$  ;  $Q_p = Q$ ;  $H_p = H$

$$n^* = \frac{n Q^{0,5}}{H^{0,75}} \quad (2.13.37)$$

Adotada a simbologia  $n^* = n_q$  para a rotação da máquina que opera nas condições definidas anteriormente, a expressão para a rotação específica é encontrada na equação (2.13.38).

$$n_q = \frac{n Q^{0,5}}{H^{0,75}} \quad (2.13.38)$$

A obtenção do número tipo K segue o mesmo procedimento, devendo ser apenas usadas as grandezas velocidade angular e trabalho específico ao invés de rotação e carga, mantida a vazão em volume.

- rotação específica referida à potência,  $n_s$

A rotação específica referida à potência corresponde à rotação de uma máquina de referência, modelo, geometricamente semelhante a outras conhecidas e que opera sob carga unitária e potência unitária.

Para a máquina de referência tem-se: rotação:  $n^*$ ; vazão,  $H^* = 1,0$  m; potência,  $P^* = 1,0$  cv

A máquina genérica conhecida apresenta rotação:  $n$ ; carga:  $H$ ; potência:  $P$

Aplicadas as relações de proporcionalidade (2.13.17) e (2.13.19) e realizando operações semelhantes às praticadas para a rotação específica referida à vazão, tem-se:

$$n_s = \frac{n P^{0,5}}{H^{1,25}} \quad (2.13.39)$$

- rotação específica referida à cavitação,  $n_{qc}$

A rotação específica referida à cavitação corresponde à rotação de uma máquina de referência, modelo, geometricamente semelhante a outras conhecidas e que opera sob vazão unitária e NPSH unitário.

A grandeza NPSH corresponde à carga absoluta líquida na face de sucção de uma máquina hidráulica de fluxo, sendo o principal parâmetro para análise de cavitação.

Para a máquina de referência tem-se: rotação:  $n^*$ ; vazão,  $Q^* = 1,0$  m<sup>3</sup>/s; NPSH\* = 1,0 m

A máquina genérica conhecida apresenta rotação:  $n$ ; vazão:  $Q$ ; NPSH

Aplicadas as relações de proporcionalidade (2.13.17) e (2.13.19) e realizando operações semelhantes às praticadas para a rotação específica referida à vazão:

$$n_{qc} = \frac{n Q^{0,5}}{(NPSH)^{0,75}} \quad (2.13.40)$$

- vazão unitária,  $Q_{11}$

A vazão unitária é definida como a vazão de uma máquina de referência, modelo, geometricamente semelhante a outras conhecidas e que opera sob carga unitária e possui diâmetro unitário.

Para a máquina de referência tem-se: vazão :  $Q_{11}^*$  ; carga:  $H^* = 1,0$  m; diâmetro  $D^* = 1,0$  m

A máquina genérica conhecida apresenta diâmetro:  $D$  ; vazão ;  $Q$ ; carga :  $H$

Aplicadas as relações de proporcionalidade (2.13.17) e (2.13.19) e realizando operações semelhantes às praticadas para a rotação específica referida à vazão, tem-se:

$$Q_{11} = \frac{Q}{H^{0,5} D^2} \quad (2.13.41)$$

- diâmetro unitário,  $D_{11}$

O diâmetro unitário é definido como o diâmetro de uma máquina de referência, modelo, geometricamente semelhante a outras conhecidas e que opera sob vazão unitária e carga unitária.

Para a máquina de referência tem-se:

diâmetro:  $D_{11}^*$  ; vazão ;  $Q^* = 1,0$  m<sup>3</sup>/s; carga:  $H^* = 1,0$  m

A máquina genérica conhecida apresenta diâmetro:  $D$  ; vazão ;  $Q$ ; carga :  $H$

Aplicadas as relações de proporcionalidade (2.13.17) e (2.13.19) e realizando operações semelhantes às praticadas para a rotação específica referida à vazão, tem-se:

$$D^* = \frac{D H^{0,25}}{Q^{0,5}} \quad (2.13.42)$$

Usado o trabalho específico ao invés da carga chega-se à expressão do diâmetro específico.

$$D_{11} = \frac{D Y^{0,25}}{Q^{0,5}} \quad ; \quad D_{11} = \frac{D (g H)^{0,25}}{Q^{0,5}} \quad (2.13.43 \text{ a,b})$$

- rotação unitária,  $n_{11}$

A rotação unitária é definida como a rotação de uma máquina de referência, modelo, geometricamente semelhante a outras conhecidas e que opera sob carga unitária e possui diâmetro unitário.

Para a máquina de referência: rotação:  $n_{11}^*$  ; carga:  $H^* = 1,0$  m; diâmetro  $D^* = 1,0$  m

A máquina genérica conhecida apresenta diâmetro:  $D$  ; rotação :  $n$ ; carga :  $H$

Aplicadas as relações de proporcionalidade (2.13.17) e (2.13.19) e realizando operações semelhantes às praticadas para a rotação específica referida à vazão, tem-se:

$$n_{11} = \frac{n D}{H^{0,5}} \quad (2.13.44)$$



#### 2.13.4.2. Parâmetros adimensionais

Busca-se agora parâmetros adimensionais representativos de famílias de máquinas, porém definidos por relações entre grandezas mantidas constantes para estas máquinas.

- Velocidade ideal ou coeficiente de velocidade,  $V_{id}$  ou  $K_v$

A velocidade ideal é definida como a relação entre uma velocidade do triângulo de velocidades de uma máquina de fluxo e a velocidade de Torricelli,  $V_t$ . Tem-se então tantas velocidades ideais quantas velocidades existem nos triângulos de velocidades das máquinas de fluxo. Assim, o triângulo de velocidades é adimensionalizado e passa de específico para genérico para uma família de máquinas.

A velocidade de Torricelli é obtida igualando-se a energia potencial de um escoamento ao final de um conduto com a energia cinética na mesma seção, desprezadas as perdas no escoamento.

$$V_t = \sqrt{2 g H} \quad (2.13.45)$$

$$V_{id} = K_v = \frac{V_j}{\sqrt{2 g H}} \quad (2.13.46)$$

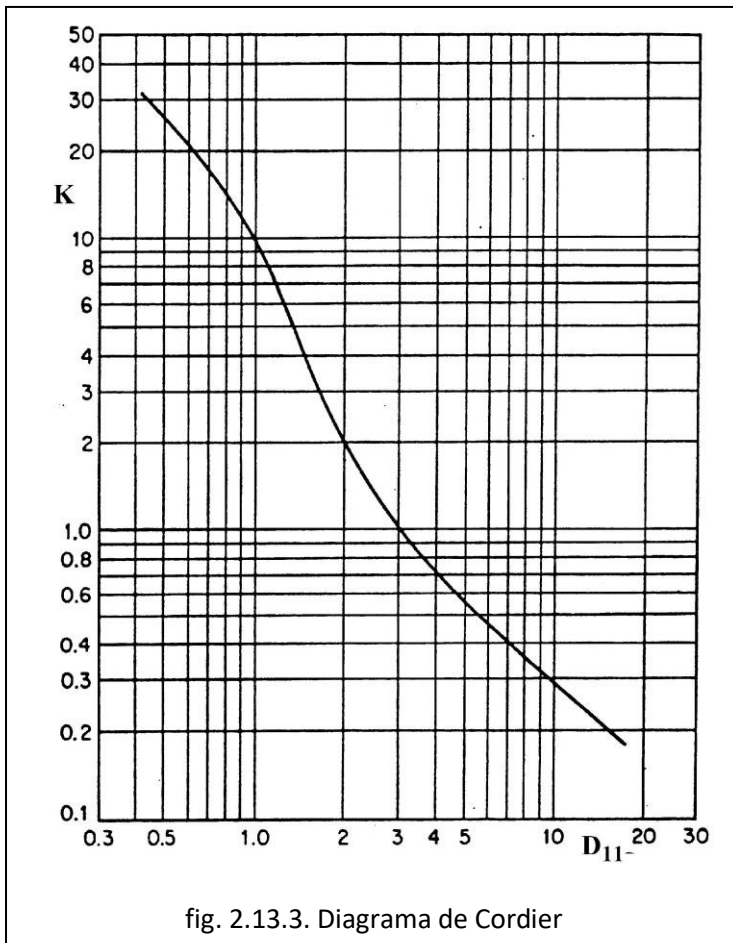
H : altura manométrica total ou altura de queda no ponto ótimo (máximo rendimento) da máquina.

$V_j$ : Qualquer uma das velocidades do triângulo de velocidades de uma máquina de fluxo (m/s)

Os parâmetros aqui expostos devem sempre estar referidos a valores numéricos correspondentes ao ponto ótimo. Podem ser utilizados alguns deles para análise de comportamento de máquinas fora do ponto ótimo, desde que este fato seja explicitado. Se por um lado é muito fácil caracterizar o ponto ótimo das máquinas e, assim, relacionar modelo e protótipo, por outro é muito difícil caracterizar claramente pontos diferentes do ótimo, o que dificulta análises nestas condições de operação.

#### 2.13.5 Diagrama de Cordier

O diagrama de Cordier, encontrado na figura 2.13.3, é um exemplo da aplicação dos parâmetros dimensionais vistos no § 2.13.6.1 para universalização de resultados. No caso estão relacionados o número-tipo,  $K$ , e o diâmetro específico  $D_{11}$ , para todas as máquinas de fluxo existentes. A função  $K = K(D_{11})$  obtida conduz ao diagrama da figura 2.13.3, que permite a definição das condições ideais de operação de quaisquer máquinas de fluxo, classificadas a partir do número-tipo. Os dois parâmetros usados no diagrama de Cordier envolvem as cinco grandezas principais das máquinas de fluxo, velocidade angular, vazão, trabalho específico e diâmetro, grandezas estas que adequadamente associadas entre si permitem definir as características operacionais das máquinas.

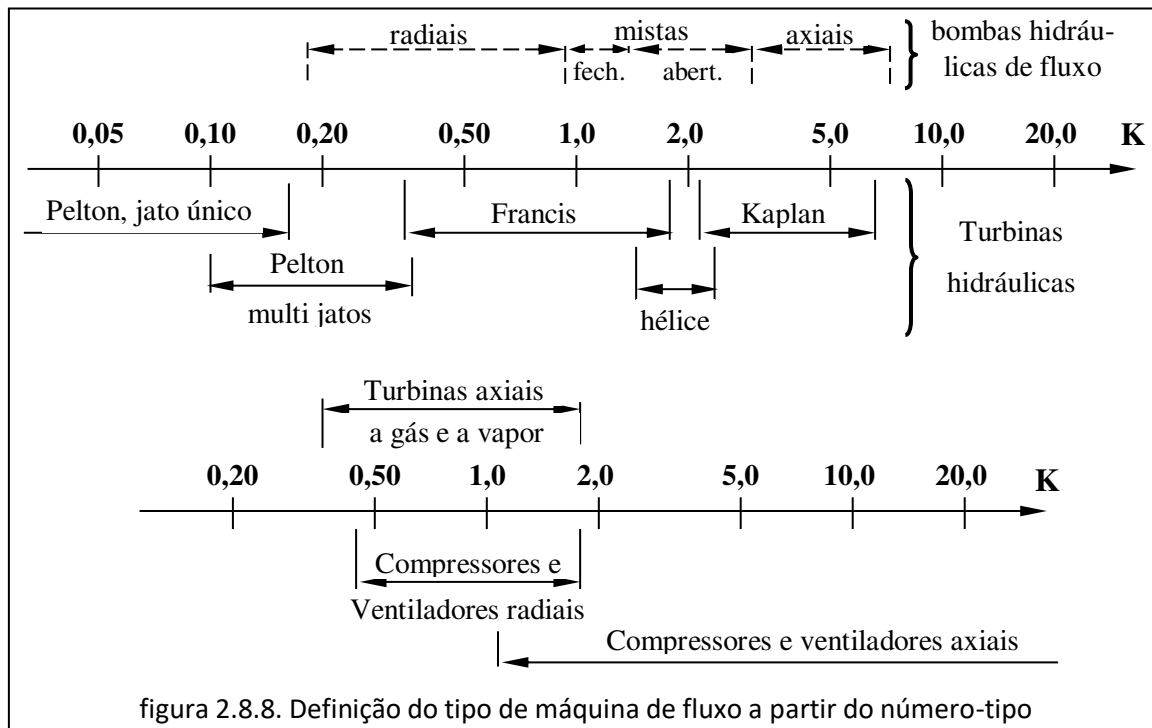


As condições ideais correspondem sempre ao máximo rendimento da máquina, visto serem  $K$  e  $D_{11}$  referidos a ele. Obtido a partir de condições operacionais de máquinas reais, o diagrama de Cordier pode ser usado para a escolha, pré-projeto, verificação de exequibilidade de projetos e adequação de condições operacionais de máquinas e ainda para a avaliação dos diâmetros externos,  $D_2$ , dos seus rotores.

$$(2.13.43) \quad D_{11} = \frac{D (g H)^{0.25}}{Q^{0.5}}$$

$$(2.8.3) \quad K = \frac{2 \pi n Q^{0.5}}{60 (g H)^{0.75}}$$

A classificação das máquinas de fluxo é feita a partir da figura 2.8.8, representada abaixo.



## 2.13.6 Relação modelo protótipo

### 2.13.6.1. Turbinas hidráulicas

A admissão de mesmo rendimento tanto no modelo quanto no protótipo não se revela correta. Condições diferentes de execução e de escoamento e impossibilidade de satisfazer a condição de semelhança completa, levam máquinas de maior porte, normalmente chamadas de protótipos, a apresentar rendimentos superiores àqueles de máquinas de porte menor, normalmente chamadas modelos. Esta diferença de rendimentos está relacionada com condições diferentes de execução, assim como canais de rotores maiores, o que reduz as influências viscosas no escoamento e acabam se revelando inversamente proporcionais às dimensões do rotor.

A correção dos rendimentos dos modelos é apoiada em levantamentos experimentais e apresentada em expressões empíricas. Cada fabricante tem a sua própria formulação, baseada em ensaios próprios, e mantida como segredo.

Alguns pesquisadores independentes têm desenvolvido fórmulas empíricas para turbinas hidráulicas visando a determinação do rendimento do protótipo a partir daquele do modelo. Estas fórmulas assemelham-se à apresentada a seguir, já compondo normas internacionais.

$$\Delta\eta = (1 - \eta_m) (1,064 - 0,54 K) \left[ 1 - \left( \frac{Re_m}{Re_p} \right)^{0,2} \right] \quad (2.13.45)$$

$$\Delta\eta = \eta_p - \eta_m \quad (2.13.46)$$

$$Re = \frac{\omega D_2^2}{\nu} \quad (2.13.47)$$

onde :  $K$  : número-tipo;  $Re_m$  : número de Reynolds do modelo;  $Re_p$  : número de Reynolds do protótipo;  $\eta_m$  : rendimento do modelo;  $\omega$  : velocidade angular;  $\nu$  : viscosidade cinemática ( $m^2/s$ );  $D_2$  : diâmetro de referência (face de pressão).

### 2.13.6.2. Bombas hidráulicas de fluxo

No tangente a bombas o volume de informações disponível é muito reduzido, não permitindo formulações teóricas confiáveis. Esta dificuldade é consequência de ser encontrado no mercado um número muito grande de bombas, de poucas formas construtivas diferentes, porém com uma enorme variedade de fabricantes e de níveis de qualidade. Tal discrepância justifica-se por serem bombas equipamentos de aplicação comum, com níveis de exigência de qualidade variáveis. Por esta razão não serão apresentadas aqui quaisquer referências que objetivem associar rendimento de bombas ou qualquer outra relação semelhante entre de modelo e protótipo.

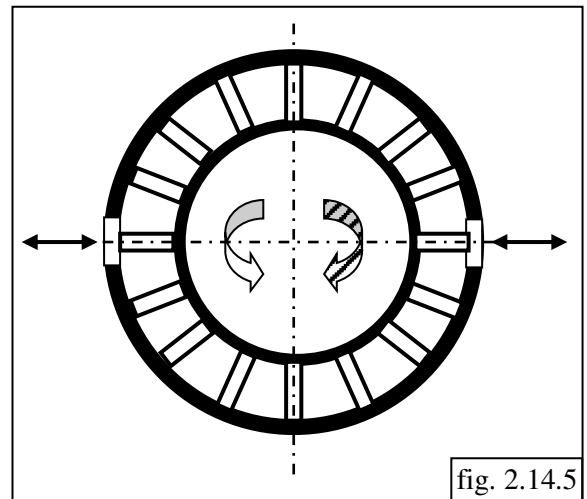
## 2.14. Problemas

**2.14.1** Explicar, usando esboços, se necessário, o escoamento em aspersores de jardim, justificando assim a sua caracterização como máquinas de fluxo.

**2.14.2** Um inventor solicitou patente de uma máquina de transformação de energia. Afirma ele que, "a máquina interage com o fluido de forma tal a não poder ser considerada gerador nem motor". Você(s) concederia(m) a patente requerida? Justificar a decisão.

**2.14.3** O rotor da máquina da figura 2.14.1 pode girar em qualquer sentido com relação ao seu eixo. As pás são planas e perpendiculares ao plano de desenho. A entrada e a saída, radiais, independem do sentido de rotação, conforme a figura 2.14.5.

- .1. Discutir o princípio de operação, não a viabilidade, e caracterizar a máquina em questão dentre os tipos: fluxo, volumétrica e especial.
- .2. Discutir a viabilidade de operação como bomba da máquina volumétrica da figura 2.14.1, se construída conforme o desenho.



- .3. Propor uma alternativa para viabilizar a operação da máquina como bomba, mantida a forma das pás.

**2.14.4** O rotor da máquina da figura 2.14.5 pode girar em qualquer sentido com relação ao seu eixo. Discutir as alterações a serem praticadas com relação às características de escoamento à entrada, saída, ao longo das pás e a forma destas pás para que se possa considerar a bomba gerada pelas modificações como uma máquina de fluxo.

**2.14.5** Máquinas de fluxo são modeladas admitindo-se as máquinas adiabáticas e os escoamentos incompressíveis, o que corresponde à manutenção da energia interna constante ao longo do processo de transformação de energia em seu interior.

- .1. Para uma máquina real suficientemente isolada ser considerada adiabática, discutir a possibilidade de o escoamento ser admitido incompressível.
- .2. Para uma máquina real não adiabática, discutir as consequências de o escoamento ser admitido incompressível.

**2.14.6** Determinado aproveitamento hidrelétrico brasileiro opera no ponto ótimo sob vazão  $Q_{ot} = 277,0 \text{ m}^3/\text{s}$  e potência  $P_{ot} = 137,0 \text{ MW}$ .

- .1. Estimar o tipo, ou forma construtiva da máquina instalada e a altura de queda do aproveitamento.

- .2. Sabendo que o número de pares de polos do gerador elétrico é igual a 36, calcular a rotação síncrona,  $n$  (rpm), do conjunto e a altura de queda,  $H_{ot}$ , da usina.
- .3. A partir dos valores obtidos na questão anterior, definir o tipo de turbina instalada na usina.

**2.14.7** Determinar o tipo de turbina e a potência efetiva ou útil  $P_{ef}$  ou  $P_u$  e os valores em falta na tabela para os dados abaixo, referidos ao ponto ótimo e onde  $p$  = número de pares de pólos.

	H (m)	Q (m <sup>3</sup> /s)	n (rpm)	p	$\eta_{ef}$ (%)	turbina	$P_{ef}$ (kW)
15.1	300,0	25,0	360,0		90,0		
15.2	21,3	535,0		46	92,0		
15.3	640,0	3,8	360,0		90,0		
15.4	60,0	180,0	150,0		90,0		

**2.14.8** Determinar o tipo de bomba, a potência efetiva ou útil  $P_{ef}$  ou  $P_u$  e os valores em falta da tabela para os dados abaixo, referidos ao ponto ótimo, onde  $p$  = número de pares de pólos.

	H (m)	Q (m <sup>3</sup> /h)	n (rpm)	p	$\eta_{ef}$ (%)	bomba	$P_{ef}$ (kW)
16.1	40,0	1,0	3500,0		45,0		
16.2	35,0	50,0	1750,0		73,0		
16.3	30,0	1000,0	1750,0		85,0		
16.4	11,5	1200,0	1150,0		83,0		
16.5	4,3	2880,0	880,0		79,0		

**2.14.9** Determinar a expressão para a rotação específica de um único rotor quando vários rotores iguais são associados em série; em paralelo e de forma mista, isto é, em série e em paralelo.

**2.14.10** Duas bombas hidráulicas de fluxo têm rotações específicas iguais a  $n_{q1}$  e  $n_{q2}$ . As bombas são constituídas por  $j$  rotores iguais e de rotação específica igual a  $n_{qr}$ , com  $n_{q1} < n_{qr} < n_{q2}$ .

- .1. Identificar a bomba com rotores em série e a bomba com rotores em paralelo. Justificar a resposta.
- .2. Obter a expressão que permite determinar o número de rotores de cada uma delas.

**2.14.11** Duas bombas hidráulicas de fluxo têm rotações específicas iguais a 8,8 e 35,0 rpm. As bombas são constituídas por  $j$  rotores iguais e de rotação específica igual a 25,0 rpm.

- .1. Identificar a bomba com rotores em série e a bomba com rotores em paralelo. Justificar a resposta.
- .2. Determinar o número de rotores de cada uma delas.

**2.14.12** Pretende-se instalar uma bomba hidráulica de fluxo radial na fonte Padim Ciço em Juazeiro do Norte. A vazão de operação da bomba deve ser igual a  $Q = 360,0$  m<sup>3</sup>/h, a altura de recalque  $H = 50,0$  m e o escorregamento do motor elétrico é 3,0 %.

- .1. Escolher a rotação específica conveniente para a BHF.
- .2. Analisar a relevância da inserção do escorregamento do motor elétrico nesta escolha.

**2.14.13** Um projeto hidrelétrico apresenta para o ponto de máximo rendimento uma vazão  $Q = 1680,0 \text{ m}^3/\text{s}$  e uma altura de queda  $H = 63,0 \text{ m}$ . Pretende-se instalar turbinas Francis de eixo vertical com rotação específica igual a  $80,0 \text{ rpm}$ , rotação síncrona igual a  $100,0 \text{ rpm}$  e rendimento útil igual a  $92,0\%$ . Determinar o número de grupos a serem instalados e as potências fluida e útil de cada máquina.

**2.14.14** Num empreendimento hidrelétrico deseja-se instalar turbinas Pelton com 4 jatos cada, rotação síncrona de  $300,0 \text{ rpm}$ , rendimento efetivo de  $90,0 \%$  para aproveitamento de uma vazão total de  $85,0 \text{ m}^3/\text{s}$  e uma altura de queda de  $645,0 \text{ m}$ . Determinar o número de grupos turbo geradores e a potência efetiva de cada um, sabendo-se que a rotação específica de cada jato é igual a  $4,6 \text{ rpm}$ .

**2.14.15** Uma usina hidrelétrica apresenta os seguintes valores para a melhor condição operacional de suas máquinas hidráulicas: vazão  $Q = 10675,0 \text{ m}^3/\text{s}$  e a altura de queda  $H = 32,0 \text{ m}$ . Devem ser ali instaladas turbinas Kaplan de eixo vertical com rotação específica igual a  $166,0 \text{ rpm}$ , rotação síncrona igual a  $87,8 \text{ rpm}$  e rendimento útil igual a  $95,0 \%$ . Determinar o número de grupos a serem instalados na usina e a potência útil de cada um deles.

**2.14.16** Pretende-se usinar o rotor de uma bomba hidráulica de fluxo, reduzindo o seu diâmetro em cerca de  $10\%$ . As novas curvas da bomba, conseqüentes à redução de diâmetro, devem ser obtidas pela aplicação da teoria da semelhança. Discutir o procedimento exposto anteriormente, aceitando-o ou rejeitando-o, sob a luz do teorema de Buckingham. Justificar a resposta.

**2.14.17** Admitir que o diâmetro do rotor da BT cujas curvas são encontradas na fig. 2.14.18 tenha  $300,0 \text{ mm}$  de diâmetro e opere sob vazão de  $Q = 0,15 \text{ m}^3/\text{s}$ . Determinar a carga e a vazão do protótipo, a carga e a rotação do modelo, sendo o protótipo uma BT operando como turbina que apresenta  $\eta_q = 56$ , rotação  $n = 225 \text{ rpm}$  e  $D = 1700,0 \text{ mm}$ . Justificar a resposta.

**2.14.18** Admitir que o diâmetro do rotor da BT cujas curvas são encontradas na fig. 2.14.18 tenha  $300,0 \text{ mm}$  de diâmetro e opere sob vazão de  $Q = 0,1 \text{ m}^3/\text{s}$ . Determinar a carga e a vazão do protótipo, a carga e a rotação do modelo, sendo o protótipo uma BT operando como turbina que apresenta  $\eta_q = 56$ , rotação  $n = 144 \text{ rpm}$  e  $D = 2300,0 \text{ mm}$ . Justificar a resposta.

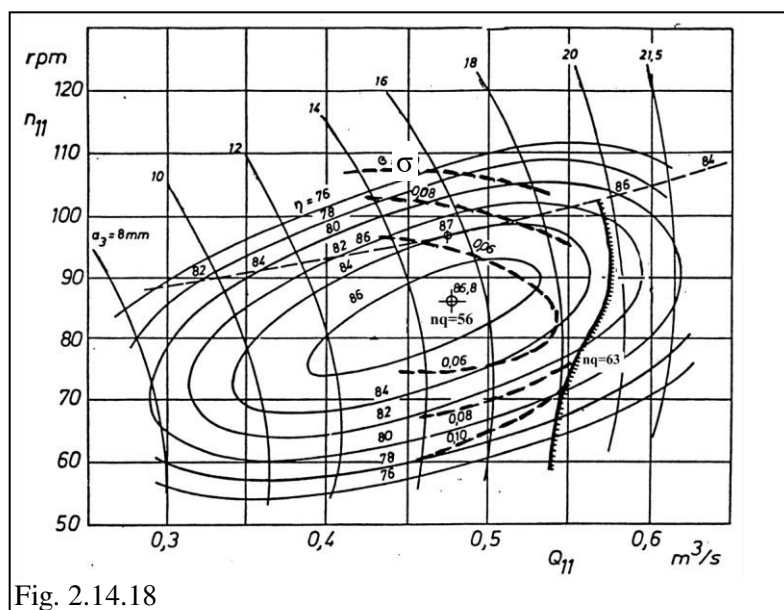


Fig. 2.14.18

**2.14.19** Admitir que o diâmetro do rotor da BT cujas curvas são encontradas na fig. 2.14.18 tenha 300,0 mm de diâmetro e opere sob vazão de  $0,15 \text{ m}^3/\text{s}$ . Determinar as aberturas máxima e mínima das paletas diretrizes,  $a_3$ , para uma BT operando como turbina que apresenta no ponto ótimo  $n_q = 56$  e  $D = 1700,0 \text{ mm}$ . Justificar a resposta.

**2.14.20** Admitir que o diâmetro do rotor da BT cujas curvas são encontradas na fig. 2.14.19 tenha 300,0 mm de diâmetro e opere sob vazão de  $0,096 \text{ m}^3/\text{s}$  e rotação de 720,0 rpm. O protótipo é uma BT operando como turbina e que apresenta  $n_q = 56$  e  $D = 1750,0 \text{ mm}$ . Determinar as funções  $H_p = H_p(n_m, H_m, D_m, D_p, n_p)$  e  $Q_p = Q_p(n_m, Q_m, D_m, D_p, n_p)$ . Traçar a curva dessas funções entre 1 e 32 pares e polos tanto para 50Hz quanto para 60Hz. Analisar a viabilidade dos resultados obtidos.

**2.14.21** Determinar a carga  $H$ ; o rendimento  $\eta$ , o coeficiente de cavitação  $\sigma$ , e a potência útil para a bomba-turbina de diâmetro  $D=1500,0 \text{ mm}$  e rotação  $n = 276,9 \text{ rpm}$  cujas curvas se encontram na fig. 2.14.19, operando sob  $Q_{11} = 0,5 \text{ m}^3/\text{s}$  e  $n_{11} = 75,0 \text{ rpm}$ .

**2.14.22** Analisar a condição de operação e caso esta seja recomendável, determinar a carga  $H$ ; o rendimento  $\eta$ , e a potência útil para a bomba-turbina cujas curvas se encontram na fig. 2.14.19, operando sob  $n_{11} = 120,0 \text{ rpm}$ .

**2.14.23** Analisar a condição de operação e caso esta seja recomendável, determinar a carga  $H$ ; o rendimento  $\eta$ , e a potência útil para a bomba-turbina cujas curvas se encontram na fig. 2.14.19., operando sob  $Q_{11} = 0,6 \text{ m}^3/\text{s}$ .

**2.14.24** Determinar a carga  $H$ ; o rendimento  $\eta$ , o coeficiente de cavitação  $\sigma$ , e a potência útil para a bomba-turbina de diâmetro  $D=1900,0 \text{ mm}$  e rotação  $n = 257,1 \text{ rpm}$  cujas curvas se encontram na fig. 2.14.19, operando no ponto de máximo rendimento.

**2.14.25** Determinar as relações entre as grandezas físicas  $P$ ;  $H$ ;  $Q$ ;  $n$  e  $D$  em máquinas de fluxo quaisquer e semelhantes.

**2.14.26** Determinar analiticamente os adimensionais  $n_q$ ;  $n_s$ ;  $n_{11}$ ;  $Q_{11}$ ;  $v_{id}$  a partir das premissas associadas à aplicação da teoria de semelhança.

**2.14.27** Uma bomba hidráulica de fluxo opera à rotação de  $n$  (rpm), fornecendo a carga  $H$  e a vazão  $Q$ , sob rendimento efetivo conhecido. Definir as novas condições de operação da bomba para:

- .1. Alteração de rotação para  $X \times n$ .
- .2. Variação de diâmetro para  $Y \times D$ .

**2.14.28** Uma bomba hidráulica de fluxo opera sob  $H = 25,7 \text{ m}$ ;  $Q = 75,0 \text{ l/s}$ ;  $n = 1750 \text{ rpm}$ ;  $\eta_{ef} = 75,0\%$ . Definir as novas condições de operação da bomba para:

- .1. Alteração de rotação para  $0,70 n$ .
- .2. Alteração de rotação para  $1,30 n$ .

**.3.** Variação de diâmetro para 0,90 D

**.4.** Variação de diâmetro para 0,95 D.

**2.14.29** Uma bomba hidráulica de fluxo tem um rotor de 250,0 mm de diâmetro, opera a 1800,0 rpm e fornece a vazão de  $Q = 6,4$  l/s sob carga de  $H = 12,0$  m. Calcular o novo diâmetro  $D_2$  e a nova rotação  $n_2$  de uma bomba centrífuga semelhante que fornece  $H = 18,0$  m e  $Q = 10,0$  l/s. O processo matemático usado para a solução do problema está correto face ao Teorema de Buckingham? Justificar.

**2.14.30** Uma bomba hidráulica de fluxo opera recalçando água sob as seguintes condições:  $H = 12,0$  m;  $Q = 6,4$  l/s;  $n = 1800$  rpm;  $\eta_{ef} = 60,0$  %. O diâmetro externo do rotor é igual a 250,0 mm. O motor elétrico que a aciona tem uma potência instalada de 1,0 kW e apresenta problemas de superaquecimento. Mantido o motor elétrico e desconhecida a curva da instalação, assim como quaisquer outras informações sobre o sistema, atuar sobre o conjunto para eliminar o superaquecimento. Indicar as novas condições de operação da bomba. O processo matemático usado para a solução do problema está correto face ao Teorema de Buckingham? Justificar.

**2.14.31** Uma bomba hidráulica de fluxo opera a 3000,0 rpm, fornece  $H = 20,0$  m e  $Q = 10,0$  l/s e é acionada por um motor elétrico de 5,0 kW de potência. Esta bomba é substituída por outra semelhante que fornece uma vazão maior, consome 5,0 kW mas opera à rotação de 2700,0 rpm. Determinar a nova altura manométrica total e a nova vazão, sabendo-se que o rendimento útil (ou efetivo) de ambos é de 60,0 %. O processo matemático usado para a solução do problema está correto face ao Teorema de Buckingham? Justificar.

**2.14.32** Uma fábrica de turbinas recebeu a encomenda de uma máquina para  $H = 650,0$  m e para tanto construiu um modelo na escala 1:10. Este, sob altura de queda de 65,0 m forneceu uma potência de 10,0 kW, sob rotação de 950,0 rpm. Admitido o mesmo rendimento efetivo, de 0,9 para ambas as máquinas, determinar as vazões, a rotação do protótipo e a forma construtiva da turbina.

**2.14.33** Deseja-se construir um modelo de turbina na escala 1:6 para operar sob  $H = 12,0$  m. O protótipo deve operar no ponto ótimo sob:  $H = 120,0$  m;  $Q = 6,83$  m<sup>3</sup>/s;  $n_q = 26$ ;  $D = 1800,0$  mm. Para ambas as turbinas o rendimento efetivo é igual a 82,0 %. Determinar a rotação, vazão, potência e diâmetro do modelo.

**2.14.34** Obter os adimensionais para uma hélice de embarcação onde as variáveis dependentes são o empuxo (força), torque e potência. Utilizar relações de proporcionalidade para a solução desejada.

**2.14.35** As turbinas hidráulicas de Usina Saint Lawrence, no Canadá, operam no ponto ótimo sob carga  $H = 25,0$  m; potência  $P = 57,6$  MW; rotação  $n = 94,7$  rpm e diâmetro do rotor igual a 6100,0 mm. Um modelo de 315,0 mm de diâmetro é ensaiado em laboratório sob a mesma altura de queda de 25,0 m. Determinar a rotação, potência e vazão do modelo e a vazão do protótipo.



**2.14.36** Um hélice de embarcação de 305,0 mm de diâmetro tem uma relação de deslocamento  $V/nD$  igual a 0,8 e uma eficiência de 65,0 %. Nestas condições ele desenvolve um empuxo de 900,0 N sobre o barco que trafega a 4,5 km/h. O protótipo, de 1520,0 mm de diâmetro, será instalado num navio de velocidade de cruzeiro de 54,0 km/h. Calcular a rotação do eixo, a potência e o empuxo do protótipo.

**2.14.37** Um vendedor técnico promete fornecer uma bomba de fluxo cujo rotor tem 150,0 mm de diâmetro, gira a 980 rpm, fornece vazão de 270,0 dm<sup>3</sup>/s e carga de 9,0 m com rendimento de 85,0 %. Você compraria esta máquina? Justificar.

**2.14.38** Um vendedor técnico especificou uma bomba hidráulica de fluxo para operar sob carga  $H = 30,0$  m e vazão  $Q = 3,5$  m<sup>3</sup>/h, acionada por um motor elétrico assíncrono trifásico de 2 (dois) polos, operando sob frequência de 60 Hz e com escorregamento de 3 %. Ao analisar a proposta, você a rejeitou, alegando desperdício de energia e sacrifício inútil do equipamento.

- .1. Fundamentar tecnicamente a sua decisão, se necessário calculando valores.
- .2. O que deve ser feito para que a bomba especificada opere adequadamente? De que forma isto pode ser conseguido na instalação?
- .3. Não sendo possível alterar a carga e a vazão de operação da máquina, qual deve ser a configuração física da nova bomba hidráulica de fluxo para operar o sistema?
- .4. Esquematizar a disposição dos rotores no eixo e indicar por setas o fluxo através deles. Desenhar o número exato de rotores.

**2.14.39** Deseja-se substituir uma bomba volumétrica por uma bomba hidráulica de fluxo para operar sob os mesmos valores de carga  $H$ ; vazão  $Q$  e rotação  $n$ .

- .1. Indicar o valor limite máximo para a rotação específica da bomba volumétrica. Justificar a resposta.
- .2. Obter a expressão literal que permite determinar o número de rotores associados da BHF. Justificar a razão de apenas uma única forma de associação de rotores poder ser escolhida.
- .3. Admitir a bomba operando sob  $H = 20,0$  m;  $Q = 4,5 \cdot 10^{-4}$  m<sup>3</sup>/s e rotação  $n = 3600,0$  rpm e calcular a rotação específica da bomba hidráulica de fluxo, a rotação específica da bomba volumétrica e o número mínimo de rotores associados.

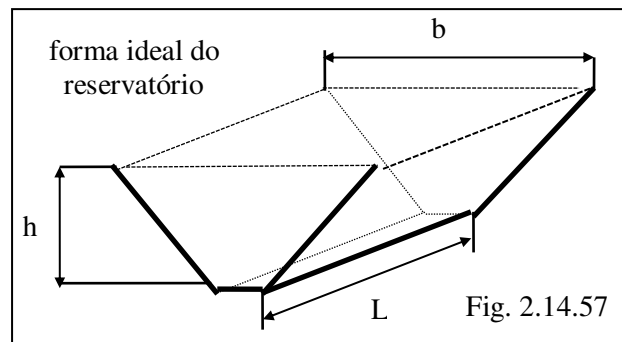
**2.14.40** Estudos revelaram o sítio E, localizado a 300 km de um complexo industrial e conhecido há mais de 30 (trinta) anos como a melhor alternativa para uma usina hidrelétrica. A tabela 2.14.58 mostra as opções para definição da altura de queda da usina.

H (m)	A/A <sub>m</sub>	V/V <sub>m</sub>
50	10	7
60	12	12

Tabela 2.14.57

H : altura de queda do reservatório;  
 A : área inundada; V : volume inundado;  
 $A_m$  e  $V_m$  : valores mínimos

.1. Escolher uma das alturas de queda indicadas na tabela acima. Justificar a escolha. Para tanto basta analisar os valores numéricos da tabela e associá-los com a localização do empreendimento.



.2. Avaliar o(s) tipo(s) de turbina que pode(m) ser instalado(s) no aproveitamento em questão, para a altura de queda escolhida no sub item anterior. Justificar as respostas.

.3. Escolher a forma construtiva do rotor da turbina. Justificar.

A vazão anual média de alimentação do reservatório é igual a  $Q = 4.000 \text{ m}^3/\text{s}$  e a rotação das máquinas deve estar entre 100 e 135 rpm.

.4. Escolher a rotação aproximada da turbina. Justificar a escolha.

.5. Determinar o número de pares de polos  $p$  e a rotação  $n$  da máquina elétrica. Justificar as respostas.

.6. Determinar o número de máquinas,  $z$ , a instalar na usina.

**2.14.41** Considerar o modelo termodinâmico adotado para as máquinas de fluxo. Partindo da equação  $du = dq - pdv$  mostrar que fluidos admitidos incompressíveis mantêm a energia interna constante ao escoar por aquelas máquinas de fluxo.

**2.14.42** Expor as premissas que permitem integrar a equação do momento da quantidade de movimento aplicada ao volume de controle correspondente a um canal de máquina hidráulica de fluxo. Esta integração conduz à equação de EULER. Justificar a resposta.

**2.14.43** Um hélice de embarcação pode ser associado à forma construtiva de um rotor de bomba hidráulica de fluxo. A diferença entre ambas reside no fato de o rotor da bomba operar confinado e o hélice não.

.1. Qual a forma construtiva em questão?

.2. Quais premissas devem ser respeitadas para que possam ser aplicados os conceitos de semelhança a duas hélices, por exemplo, modelo e protótipo?

.3. Tomando-se  $E$  (empuxo);  $M$  (torque / momento torçor) e  $P$  (potência) como variáveis dependentes e usando relações de proporcionalidade; obter os adimensionais para a hélice.

**2.14.44** Um engenheiro propôs à sua empresa o desenvolvimento de um ventilador de elevado desempenho. A “grande sacada” do engenheiro estava na proposição de triângulos de velocidade convenientes para o rotor e é resumida nas duas afirmações abaixo:

- a. Basta conhecer os triângulos de velocidade das faces de sucção e de pressão do rotor para determinar (aproximadamente) o desempenho - trabalho específico, potência e vazão - da máquina;
- b. Triângulos de velocidade, na forma de triângulos retângulos nos ângulos  $\alpha$ , revelam-se mais convenientes pois correspondem às condições de menor dissipação, seja na face de sucção, seja na face de pressão.

- .1. Esboçar os triângulos de velocidade propostos pelo engenheiro para o seu rotor. Identificar cada velocidade, indicando o seu sentido nos triângulos.
- .2. Analisar crítica e detalhadamente a afirmação a .
- .3. Analisar crítica e detalhadamente a afirmação b.
- .4. Estimar o rendimento do rotor proposto pelo engenheiro, fundamentando a estimativa.

**2.14.45** Uma bomba-turbina opera como turbina e apresenta as seguintes características:  $H_{ot} = 103,5$  m;  $Q_{ot} = 127,0$  m<sup>3</sup>/s;  $D = 5,18$  m;  $p = 18$  pares de polos;  $f = 50$  Hz.

Admitir uma incerteza de 2 unidades para o cálculo da rotação específica.

- .1. Justificar a utilização do gráfico da figura 2.14.47 como referência para a obtenção de valores numéricos necessários à solução.
- .2. Determinar a condição limite de operação sem cavitação da máquina, representada pela relação  $Q/H^{1.5}$ . Justificar.
- .3. Determinar o rendimento da máquina operando sob  $H = 104,0$  m e  $Q = 150,0$  m<sup>3</sup>/s. Justificar.
- .4. Determinar o coeficiente de cavitação para as condições de 3. Justificar.

**2.14.46** Para melhor analisar propostas de venda de várias máquinas de fluxo, foi organizada a tabela 1.45.1.

- .1. Determinar o tipo de máquina para cada um dos dados expostos nas linhas 1, 2, 3 e 4, indicando o seu nome na coluna “A. tipo de máquina”. Justificar.
- .2. Verificar a viabilidade de execução de cada máquina, marcando sim ou não na coluna “B. viabilidade da máquina”. Justificar.

tabela 62				A. tipo de máquina	D (m)	B. viabilidade da máquina		
	H (m)	Q	n (rpm)			sim	não	?? <input type="checkbox"/>
1	345,0	43,0 m <sup>3</sup> /s	257,2	T	6,0	sim	não	?? <input type="checkbox"/>
2	43,0	350,0 m <sup>3</sup> /s	94,7	T	5,0	sim	não	?? <input type="checkbox"/>
3	45,0	82,0 m <sup>3</sup> /hora	1800,0	B	0,15	sim	não	?? <input type="checkbox"/>
4	210,0	16,0 m <sup>3</sup> /hora	3600,0	B	???	sim	não	?? <input type="checkbox"/>

**2.14.47** Uma bomba-turbina opera como turbina e dela são conhecidos para o ponto ótimo  $H = 155,0 \text{ m}$ ;  $Q = 159,5 \text{ m}^3/\text{s}$ ;  $n = 200,0 \text{ rpm}$ . O diâmetro externo é  $D_2 = 5,25 \text{ m}$ . A fig. 2.14.47 apresenta as curvas de uma bomba-turbina operando como turbina e cujo diâmetro é igual a  $350,0 \text{ mm}$ . Admitir para a rotação específica uma incerteza de duas unidades se  $n_q \geq 20$ , e de uma unidade se  $n_q \leq 20$ .

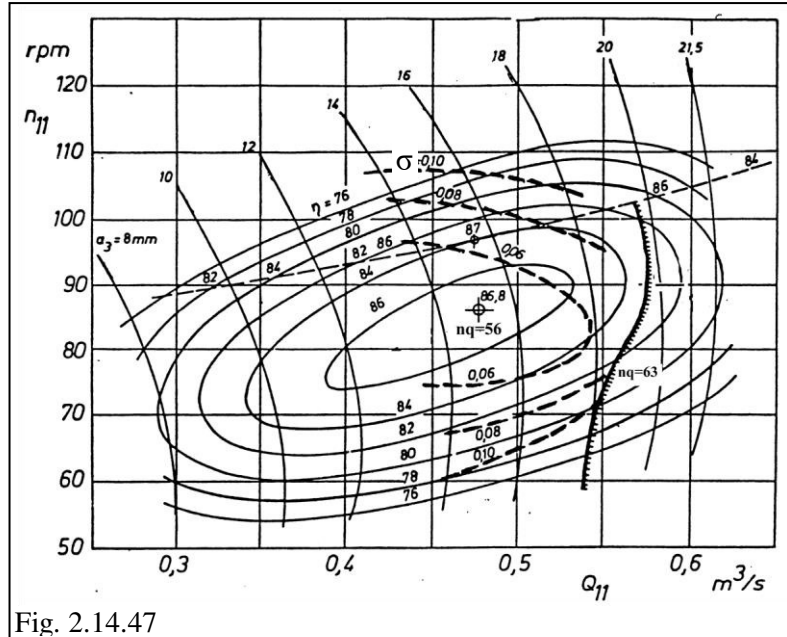


Fig. 2.14.47

- .1. Justificar tecnicamente a utilização da curva topográfica da fig. 2.14.47.
- .2. Mantida a carga constante, determinar o limite de vazão para cavitação inevitável da máquina.
- .3. Determinar as aberturas mínima e máxima das palhetas diretrizes do protótipo.
- .4. Considerando-se que o diâmetro do eixo do rotor do modelo seja  $50,0 \text{ mm}$ , o diâmetro do eixo do rotor do protótipo deve ser calculado pela relação de escala modelo / protótipo? Porque?

**2.14.48** (65) A usina Euclides da Cunha opera desde 1960 no Rio Pardo, SP, com quatro turbinas a  $327 \text{ rpm}$ . A figura 2.14.48 mostra as suas curvas originais de rendimento para quatro alturas de queda e em função da potência útil.

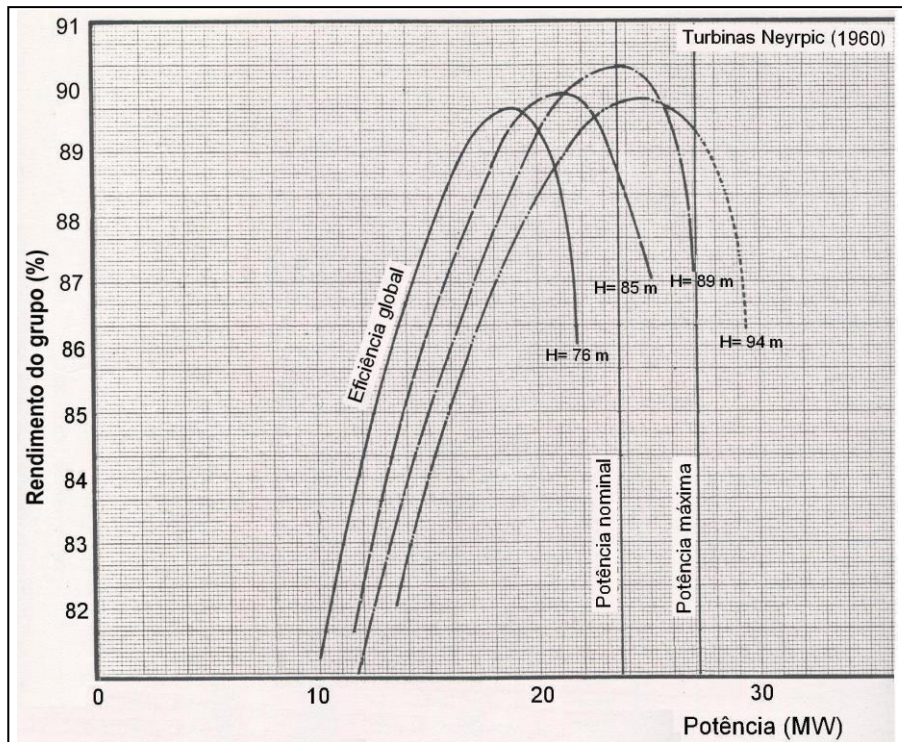


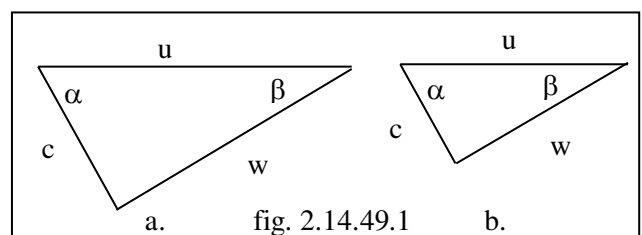
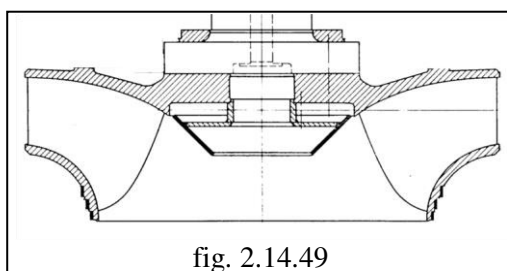
fig. 2.14.48. Curvas de rendimento das turbinas da usina Euclides da Cunha

- .1. Indicar na figura 2.14.48 o ponto A, indicador da condição ótima de operação da turbina.

- .2. Determinar a altura de queda, a potência e o rendimento das turbinas no ponto ótimo de operação. Justificar os valores obtidos.
- .3. Determinar o número de pares de polos do gerador elétrico.
- .4. Determinar a vazão de operação das turbinas no ponto ótimo de operação. Justificar o procedimento usado.
- .5. Determinar a forma construtiva das turbinas. Justificar o procedimento usado.
- .6. Discutir a razão pela qual o trecho inicial da curva de rendimento para  $H=94$  m é apresentada por linha cheia, como as demais curvas, e o trecho final é apresentado tracejado.
- .7. Discutir qual a melhor condição operacional das turbinas da figura 2.14.48,  $H=89$  m e  $H=94$  m, quando submetidas à potência máxima.

**2.14.49** Os triângulos de velocidade nas faces de sucção e de pressão do rotor hidráulico da turbina da figura 2.14.49, para um determinado ponto de funcionamento, estão indicados de forma qualitativa nas figuras 2.14.49.1.a e b.

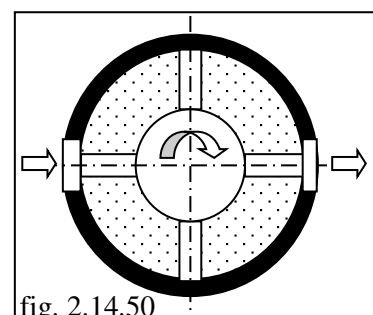
- .1. Identificar claramente na figura 2.14.49 as faces de pressão e de sucção do rotor da turbina.
- .2. Justificar ser o triângulo de velocidades da figura 2.14.49.1.a. o triângulo da face de pressão do rotor.



- .3. Comparar (maior, menor ou igual) o rendimento do ponto de funcionamento expresso pelos triângulos da figura 2.14.49 com o rendimento máximo da máquina. Para tanto se apoiar no triângulo de velocidades da face de sucção do rotor da figura 2.14.49 e na equação de Euler. Justificar a resposta.

**2.14.50** O ramal do sistema de adução alimenta um processo químico e é submetido às seguintes restrições: a) vazão constante durante o processo, dentro de uma precisão impossível de se garantir com bombas hidráulicas de fluxo; b) pressão constante impossível de se garantir com bombas volumétricas.

- .1. Analisar a instalação de um dosador volumétrico rotativo semelhante ao da figura 2.14.50, porém com sua rotação controlada apenas pelo fluxo advindo da bomba escolhida.



- .2. Analisar a instalação de um dosador volumétrico rotativo semelhante ao da figura 2.14.50, porém com sua rotação controlada por motor elétrico de rotação variável.

**2.14.51** Deve-se instalar um sistema de transporte de água acionado por uma única bomba para um determinado processo industrial de empresa do pólo petroquímico de Cubatão, SP. A vazão de água depende do produto a ser fabricado e varia entre  $Q_1 = 0,75 \text{ dm}^3/\text{s}$  e  $Q_2 = 1,5 \text{ dm}^3/\text{s}$ . A bomba a ser instalada para movimentar o sistema é alimentada por um motor elétrico de 1 par de pólos. A carga a ser fornecida pela bomba, para cada uma das vazões limite é de  $H_1 = 30,0 \text{ m}$  e  $H_2 = 20,0 \text{ m}$ .

- .1. Determinar a forma construtiva da bomba a ser instalada para fornecer a vazão  $Q_1$ . Justificar todos os procedimentos usados para tal.
- .2. Determinar a forma construtiva da bomba a ser instalada para fornecer a vazão  $Q_2$ . Justificar todos os procedimentos usados para tal.
- .3. Escolher uma forma construtiva única para a bomba a ser instalada. Justificar a escolha.
- .4. Determinar o número de rotores da bomba hidráulica de fluxo escolhida. Justificar o procedimento usado.

**2.14.52** Admitir uma bomba hidráulica de fluxo, BHF, operando segundo as curvas encontradas na figura 2.14.52.

- .1. Determinar a forma construtiva da bomba hidráulica de fluxo. Justificar os valores usados.
- .2. Traçar na figura a curva de potência útil da BHF entre as vazões 0 (zero) e 15 (quinze)  $\text{dm}^3/\text{s}$ .
- .3. Analisar e justificar o fato de o cálculo

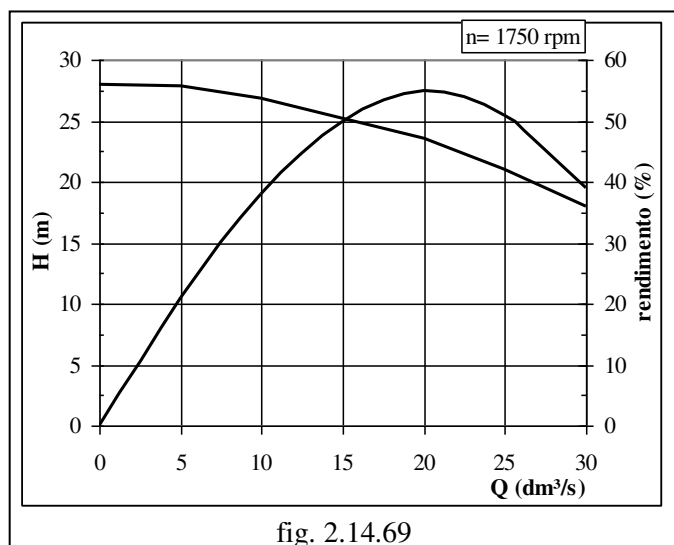
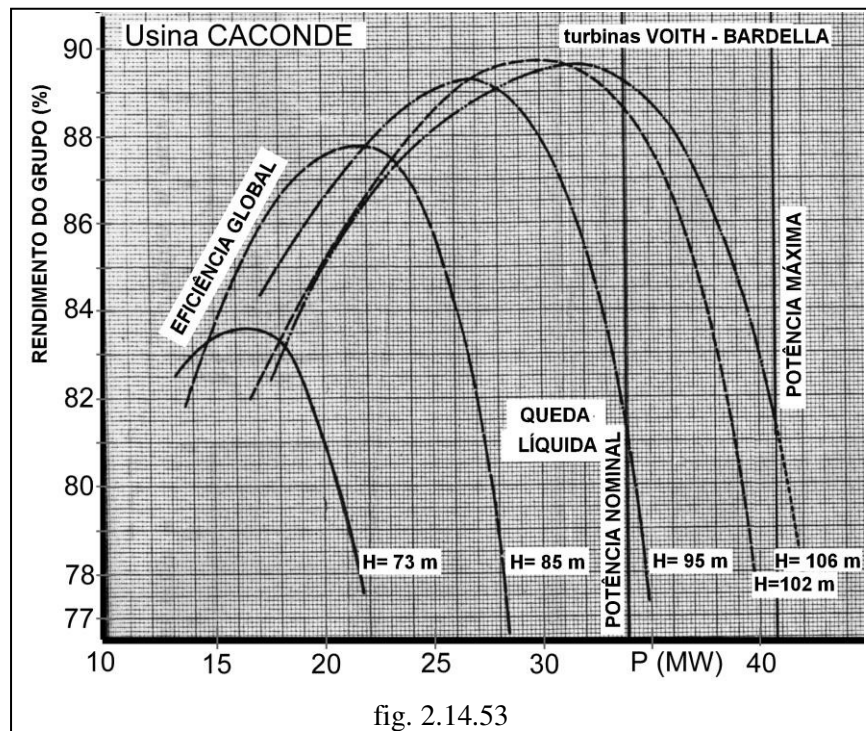


fig. 2.14.69

da potência útil da bomba levar ao valor nulo no primeiro ponto da curva para uma condição operacional em que o motor elétrico está ligado e, por isso, recebendo energia elétrica.

**2.14.53** A figura 2.14.53 apresenta as curvas de rendimento útil, efetivo ou global, em função da potência útil ou efetiva das turbinas hidráulicas da usina de Caconde, operando no Rio Pardo, SP. O diâmetro externo do rotor é  $D_2 = 3000,0$  mm, a rotação síncrona é igual a  $n = 257,0$  rpm.

.1. Indicar claramente na figura 2.14.53 e deter-



minar o ponto de máximo rendimento da turbina, a altura de queda,  $H$ , para a qual este rendimento ocorre e calcular a vazão relativa ao máximo rendimento.

- .2. Determinar o número de pares de polos do gerador elétrico.
- .3. Determinar a forma construtiva da turbina hidráulica. Justificar os valores numéricos usados e apresentar os cálculos necessários.

Os ensaios do rotor hidráulico de Caconde foram feitos em modelo de diâmetro  $d_2 = 345,0$  mm e a uma rotação nominal de  $1050,0$  rpm.

- .4. Determinar a altura de queda de ensaio do modelo e calcular a vazão do modelo correspondente ao seu máximo rendimento.

## 2.15. Bibliografia

- BRAN, R. ; SOUZA, Z. **Máquinas de Fluxo** 2ª ed. , Ao Livro Técnico, R. de Janeiro, 1984
- CHEREMINISOFF, N. P. (ed.) **Encyclopedia of Fluid Mechanics** v. 2, Gulf, Houston, 1986
- FISCHER, R. **Elektrische Maschinen** Carl Hanser,Muenchen, 1971
- FITZGERALD, A. E. et alii **Máquinas Elétricas** McGraw-Hill, S. Paulo, 1975
- FOX, R., McDONALD, A. **introdução à Mecânica dos Fluidos** Livros Técnicos e Científicos, R. de Janeiro, 1999
- HANSEN, A. T., KALIDE, W. **Kraft- und Arbeitsmaschinen** Carl Hanser, Muenchen, 1971
- INGRAM, G. **Basic Concepts in Turbomachinery** Grant Ingram & Ventus PublishingApS, Durham, 2009, 143 p.
- LAKSHMINARAYANA, B. **Fluid Dynamics and Heat Transfer of Turbomachinery** J. Wylei & Sons, N. York, 1996
- LAZARKIEWICZ, S.; TROSKOLANSKI, A. T. **Impeller Pumps** Pergamon, Oxford, 1965
- LOGAN, E, JR. (ed.) **Handbook of Turbomachinery** Marcel Dekker, N. York, 1994
- MACINTIRE, A. J. **Máquinas Motrizes Hidráulicas** Guanabara Dois, R. de Janeiro, 1983
- PFLEIDERER, C. ; PETERMANN, H. **Máquinas de Fluxo** Livros Técnicos e Científicos, R.J., 1979
- POTTER, M. C., WIGGERT, D.C. **Mecânica dos Fluidos** Thomson, S. Paulo, 2003
- RAABE, J. **Hydraulische Maschinen und Anlagen** VDI, Duesseldorf, 1989
- RAABE, J. **Hydro Power** VDI, Duesseldorf, 1985
- ROUND, G. F. **Incompressible Flow Turbomachines** Elsevier, Amsterdam, 2004, 341 p.
- SAYERS, A. T. **Hydraulic and Compressible Flow Turbomachines** McGraw-Hill, N. York, 1992
- SPURK, J. H. **Fluid Mechanics** Springer, Berlin, 1997
- TRAUPEL, W. **Thermische Turbomaschinen** 3ª ed., Springer, Berlin
- v1. Thermodynamisch-stroemungstechnische Berechnung
  - v2. Geänderte Betriebsbedingungen, Regelung, Mechanische Probleme, Temperaturprobleme
- TURTON, R. K. **Principles of Turbomachinery** E.& F.N. Spon, London, 1984
- WHITE, F. M. **Mecânica dos Fluidos** McGraw Hill, S. Paulo, 1999