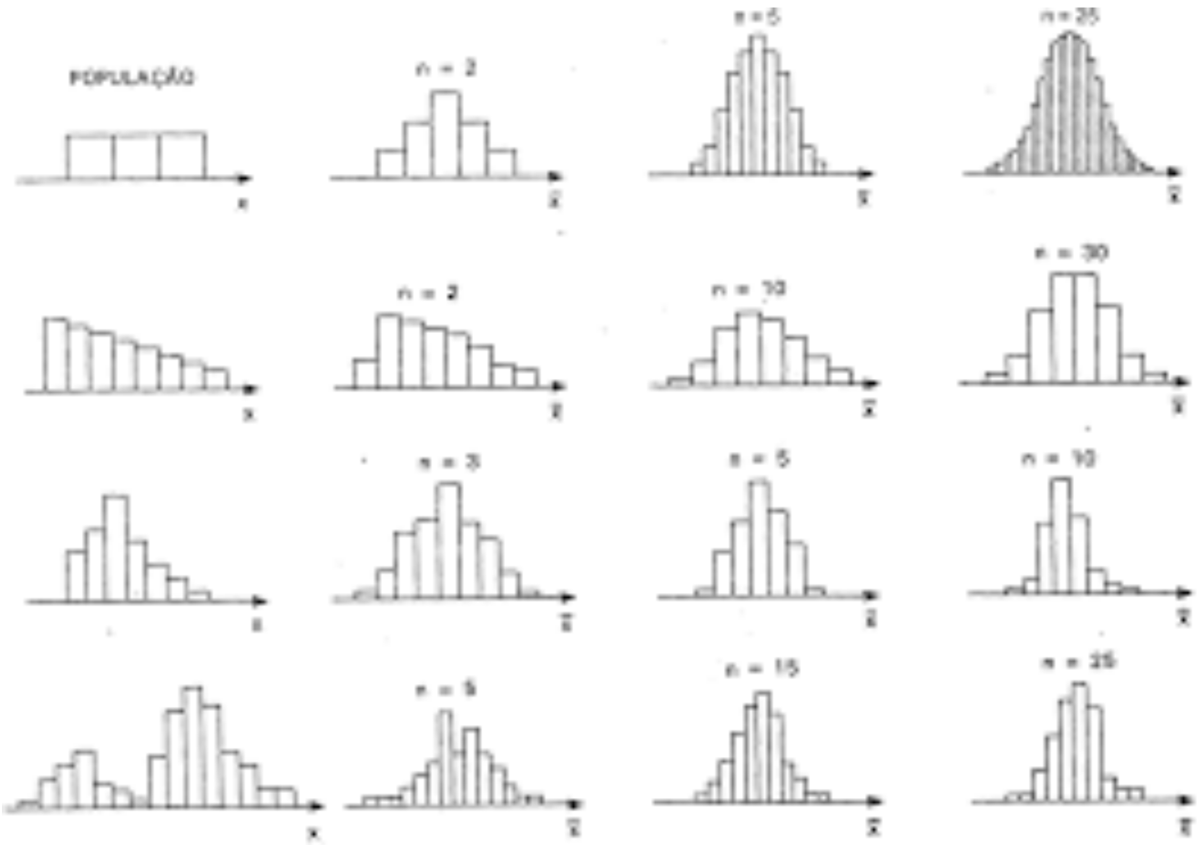
Aula 7

Teorema Central de Limite

Monitora
Bruna Mesquita – IB
brunamnakao@usp.br
(11) 96060 - 4580

Aula 7 Teórica



Fonte: BUSSAB & MORETTIN. *Estatística Básica*. São Paulo, Atual, 3ª edição, 1986, pp. 197.

$E[X] = n \cdot p$
$Var[X] = n \cdot p \cdot q$

$X \sim B(n; p) \rightarrow Y \sim N(n.p; n.p.q)$

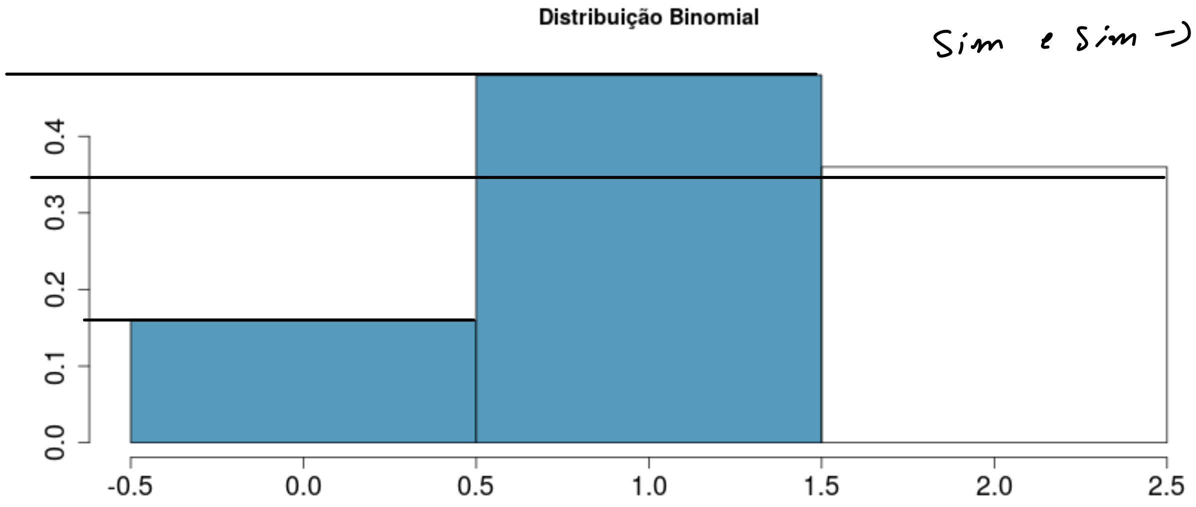
Aula 7

Exercício

$X \sim B(2; 0{,}6) \to$ Bern $\to$ $S \to p \to$ Sim

$F \to 1-p = q \to$ Não

Sim e Sim $\to 0{,}6 \cdot 0{,}6$



P(X ≤ 1) = 0.64

$E[X] = n \cdot p$

$Var[X] = n \cdot p \cdot q,$

Aula 7 | Exercício

Ex

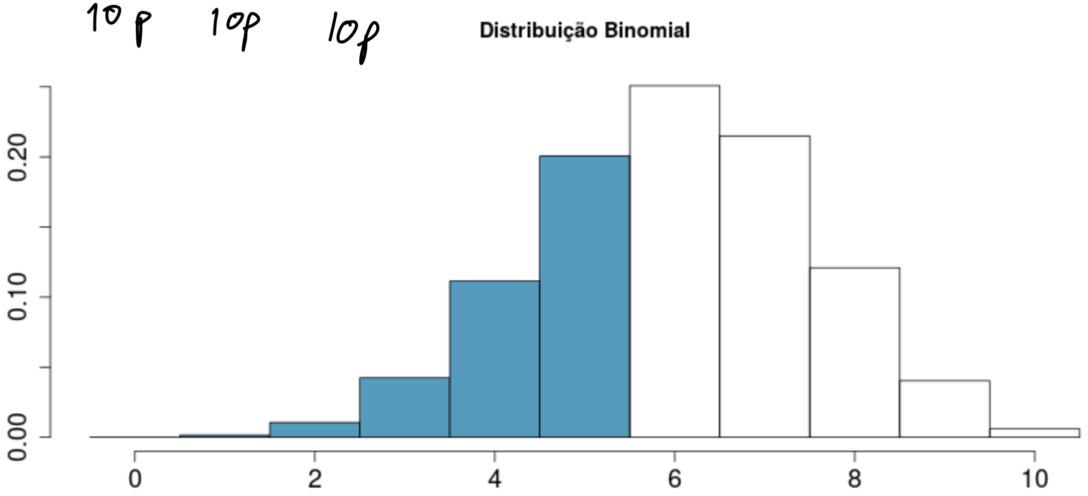
$$P[X=x] = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{1-k}$$

$X \sim B(10; 0{,}6)$

1 2 3

10p 10p 10p

	Probability
0	0.0001048576
1	0.0015728640
2	0.0106168320
3	0.0424673280
4	0.1114767360
5	0.2006581248
6	0.2508226560
7	0.2149908480
8	0.1209323520
9	0.0403107840
10	0.0060466176



$P(X \leq 5) = 0.3669$

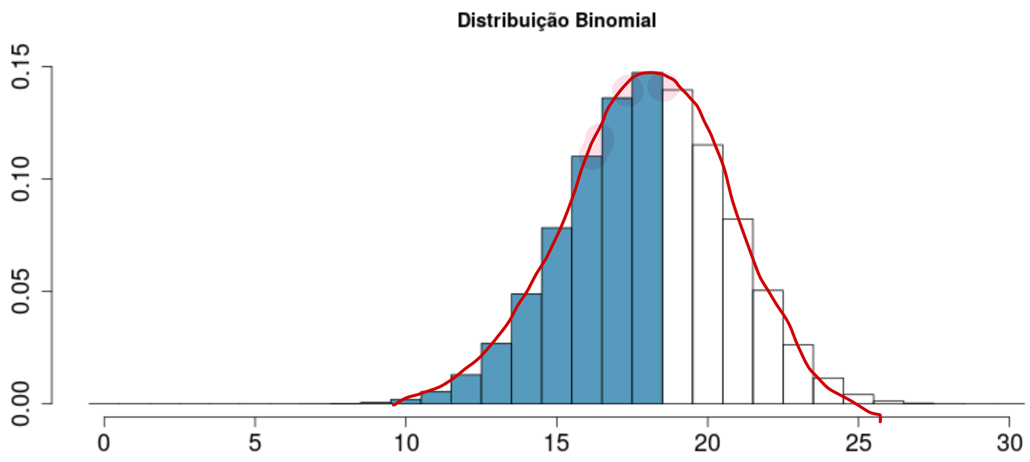
$E[X] = n \cdot p$

$Var[X] = n \cdot p \cdot q,$

Aula 7 Exercício

Ex

X ~ B (30; 0,6)



P(X ≤ 18) = 0.5689

$E[X] = n \cdot p$

$Var[X] = n \cdot p \cdot q,$

Aula 7 Exercício

Ex

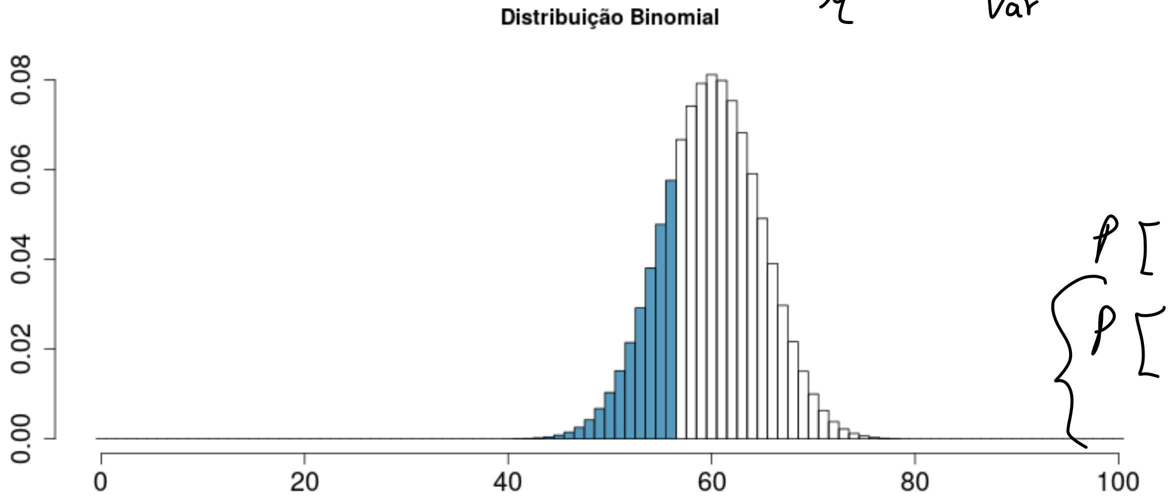
$$X \sim B(100;\, 0{,}6) \xrightarrow{\overset{\text{média ; Var}}{y \sim N(\mu;\, \sigma^2)}} \underset{\mu}{y \sim N(100 \cdot 0{,}6} ;\ \underset{\text{Var}}{100 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}4)} \to y \sim N(60;\, 24)$$

$\sqrt{24} = \sigma$

Padronizar

$$P[X \leq 56] \to$$

$$\left\{ P\left[Z \leq \frac{x - 60}{\sqrt{24}} \right] \right\}$$



P(X ≤ 56) = 0.2365

$E[X] = n \cdot p$
$Var[X] = n \cdot p \cdot q,$

$X \sim B(100; 0,3)$

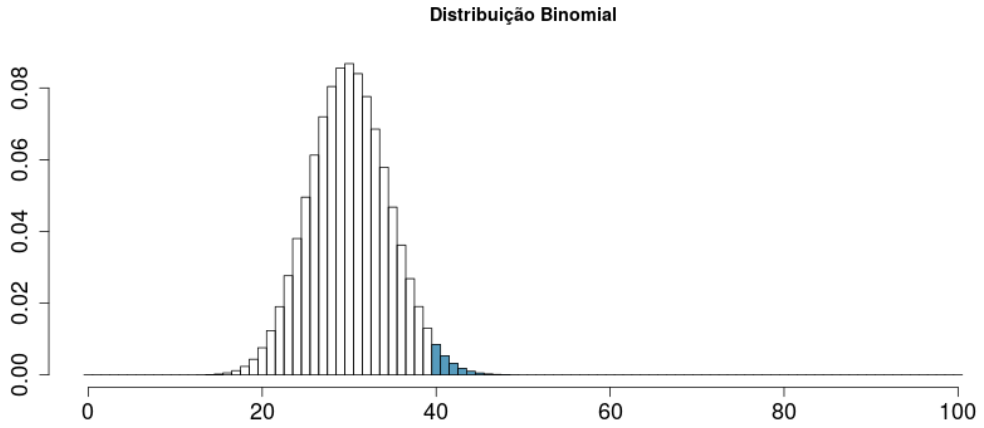
$\hookrightarrow Y \sim N(\underbrace{n.p}_{\mu}; \underbrace{n.p.q}_{\sigma^2}) \rightarrow Y \sim N(100.0,3; 100.0,3.0,7)$

$Y \sim N(30; 21)$

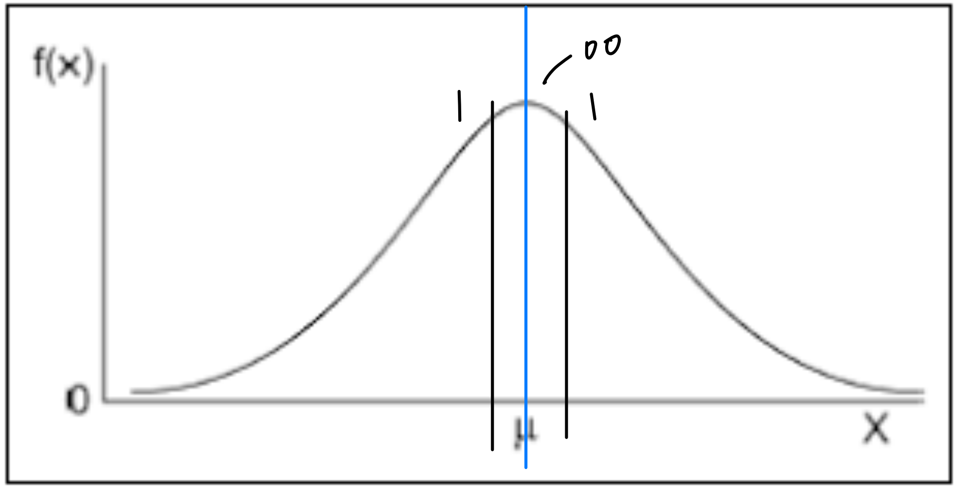
$\sqrt{\sigma^2} = \sqrt{21}$

$\underbrace{\sigma}_{d.p} \approx 4,58$

Exatamente 30% da população da cidade apoiava o antigo prefeito que perdeu a última eleição. (Observe que as eleições já passaram e é por isto que sabe-se a proporção exata do eleitorado do antigo prefeito.) Calcule aproximadamente, usando a aproximação da binomial pela normal, a probabilidade de que, dentre 100 moradores da cidade, escolhidos ao acaso, no mínimo 40 sejam do eleitorado deste candidato.



P(X ≥ 40) = 0.021



$Y \sim N(30; 21) \xrightarrow{Padron.} Z \sim N(0;1)$

$P[X \geq 40]$

$P[Z = z] = P\left[Z = \frac{x - \mu}{\sigma}\right]$

$P[Z \geq z] = P\left[Z \geq \frac{40-30}{4,58}\right] = P[Z \geq 2,18]$

$P[Z \geq 2,18] = 0,0146$

E[X] = n · p
Var[X] = n · p · q,

Exatamente 30% da população da cidade apoiava o antigo prefeito que perdeu a última eleição. (Observe que as eleições já passaram e é por isto que sabe-se a proporção exata do eleitorado do antigo prefeito.) Calcule aproximadamente, usando a aproximação da binomial pela normal, a probabilidade de que, dentre 100 moradores da cidade, escolhidos ao acaso, no mínimo 40 sejam do eleitorado deste candidato.

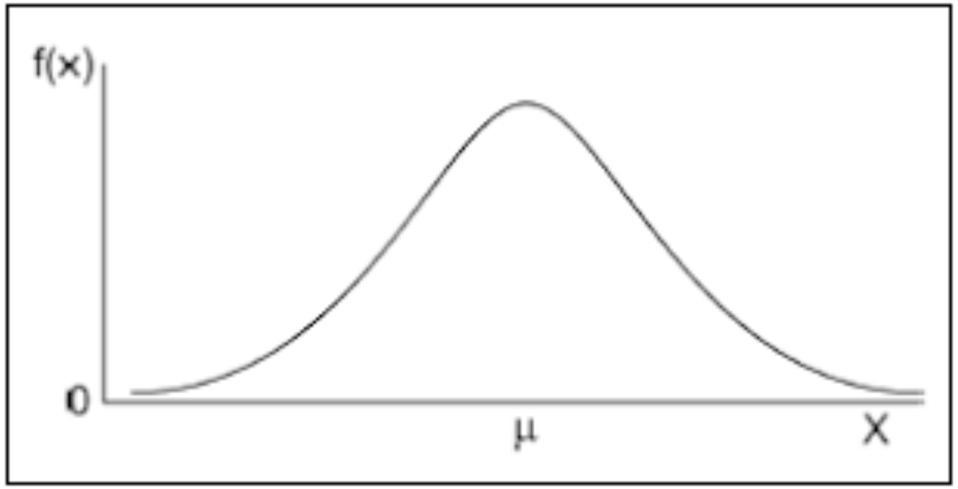
$E[X] = n \cdot p$

$Var[X] = n \cdot p \cdot q,$

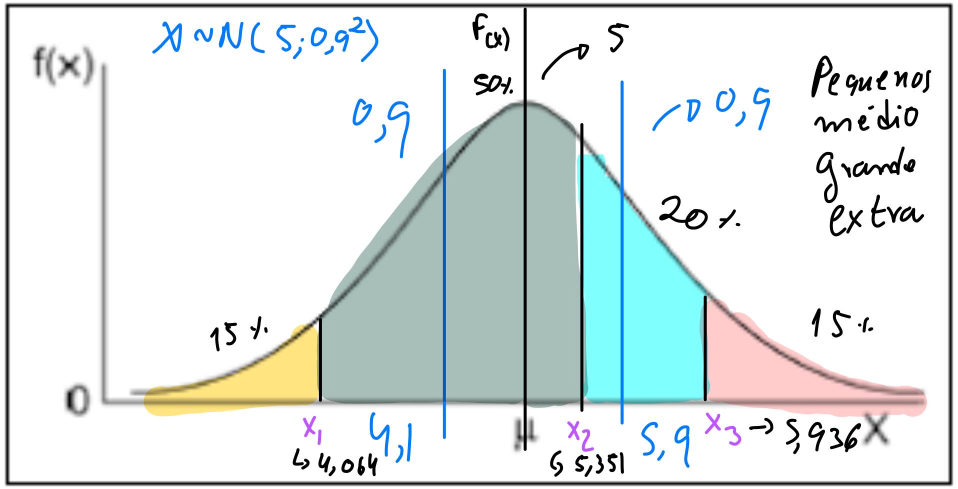
O número de acidentados que chega por dia em certo hospital tem distribuição praticamente normal de média 75 e desvio padrão 8. Qual é a probabilidade de que, em um dia qualquer, cheguem

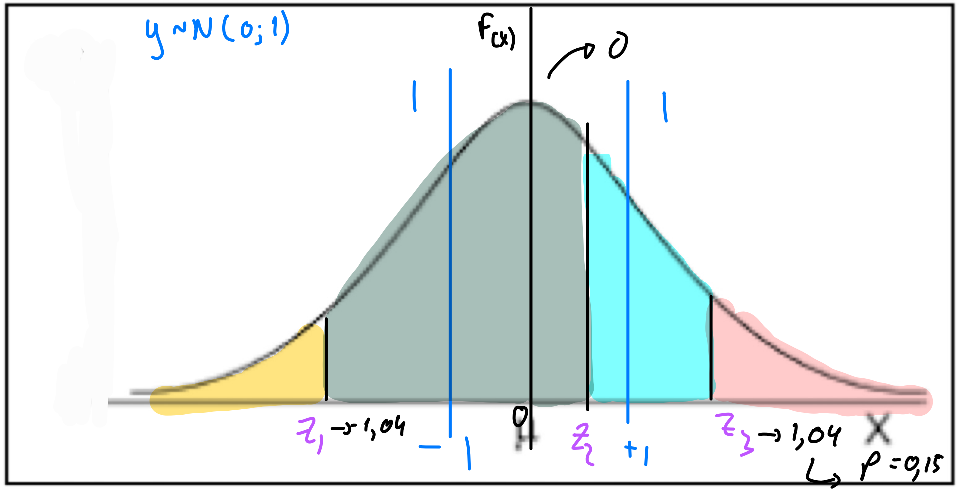
(a) pelo menos 75 acidentados?

(b) mais de 60 e menos de 80 acidentados?



A distribuição dos pesos de coelhos criados num jardim pode muito bem ser representada por uma distribuição Normal, com média 5 kg e desvio padrão 0,9 kg. Uma senhorinha comprará 5000 coelhos e pretende classificá-los de acordo com o peso do seguinte modo: 15% dos mais leves como pequenos, os 50% seguintes como médios, os 20% seguintes como grandes e os 15% mais pesados como extras. Quais são os limites de peso para cada classificação?





$P[X \geq x_3] = 0,15$

$P[Z \geq z_3] = 0,15$

$P\left[Z \geq \frac{x_3 - 5}{0,9}\right] = 0,15$

$P\left[Z \geq \frac{x_3 - 5}{0,9} = 1,04\right] = 0,15$

$\rightarrow \frac{x_3 - 5}{0,9} = 1,04$

$x_3 = 1,04 \cdot 0,9 + 5$

$x_3 = 5,936$

$X \geq 5,936$

$P[Z \leq -1,04] = 0,15$

$\frac{x_1 - 5}{0,9} = -1,04$

$x_1 = 4,064$

Começa em $x_1 = 4,064$

$P[4,064 \leq X \leq x_2] \rightarrow ?$

$P\left[0 \leq Z \leq \frac{x_2 - 5}{0,9}\right] = 0,15$

$P\left[Z \leq \frac{x_2 - 5}{0,9} = 0,39\right]$

$\rightarrow x_2 = 0,9 \cdot 0,39 + 5$

$x_2 = 5,351$

Obrigada!

Bruna Mesquita
brunamnakao@usp.br
(11) 96060 - 4580