



PEF 3200

Conceito de estrutura

Ações

Turmas 1: Martin Paul Schwark

Turma 2: Osvaldo Nakao

Turma 3: Valério Almeida

Março/2023

- Conceito de estrutura
 - Classificação, tipos de elementos
- Ações
 - Tipos

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações

Introdução à Mecânica das Estruturas

Capítulos 1 a 5

Bibliografia: (pdf no e-disciplinas)

Henrique Lindenberg Neto

Apostila de Teoria – Capítulo 1:

Ciência aplicada, não tem o empirismo de algumas ciências da engenharia, nem é abstrata/pura

MECÂNICA

CORPO RÍGIDO (espaço, veloc., aceler.)

CORPO DEFORMÁVEL (esforços internos, deformações)

FLUIDOS (veloc., pressões)

CORPO DEFORMÁVEL

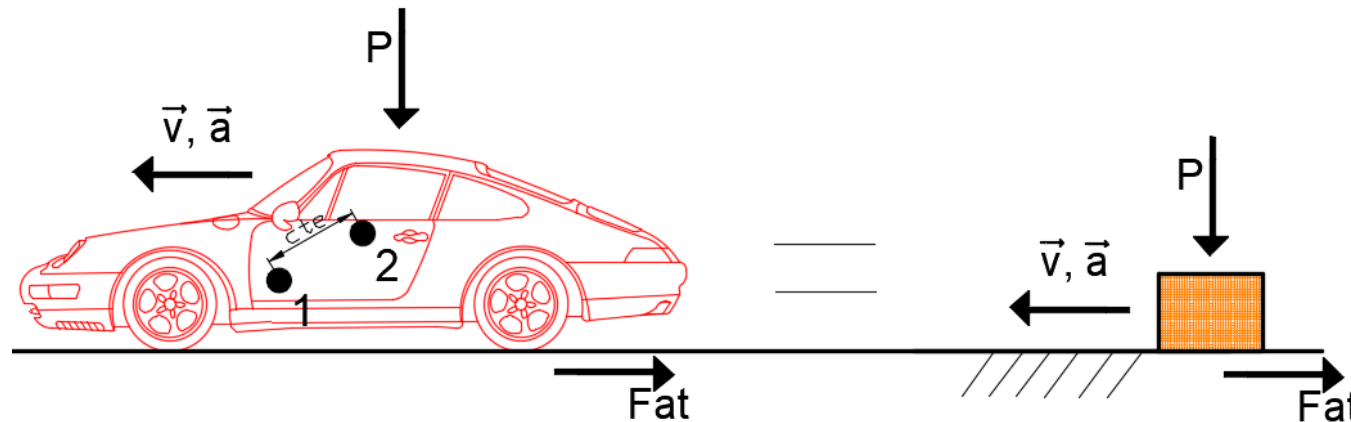
Grandezas físicas: tensões, deformações

Mecânica do Materiais

Estudo da Mecânica

- **Corpos rígidos**

Não há interesse em movimento relativo no corpo



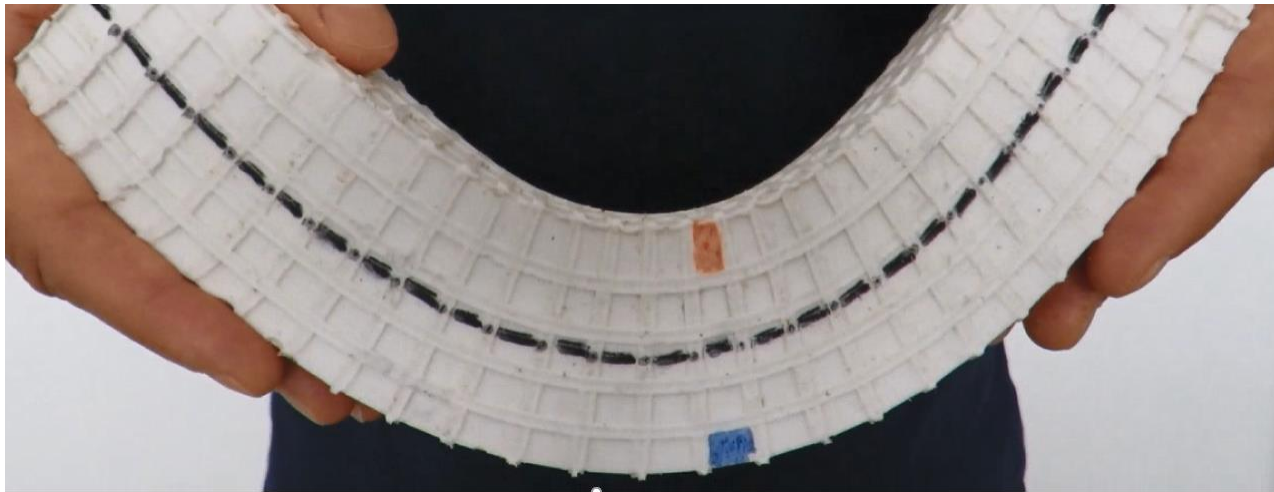
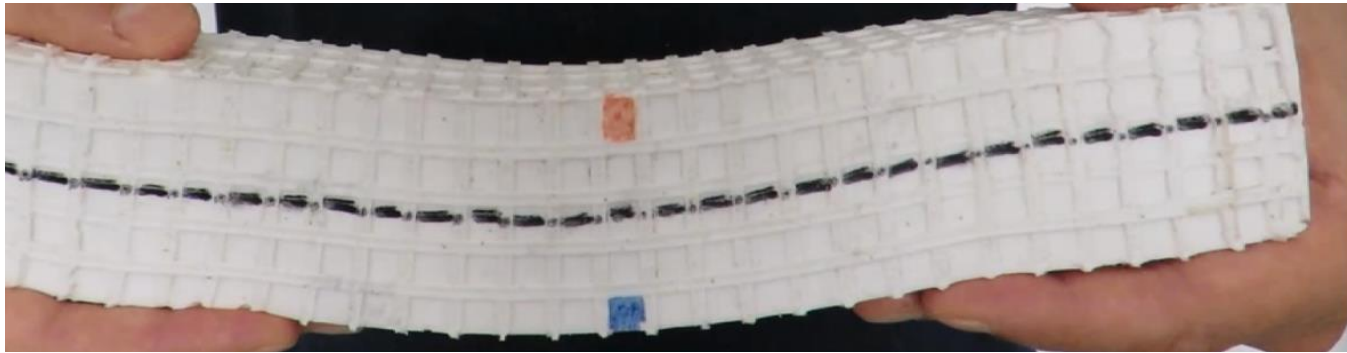
- **Corpos deformáveis**

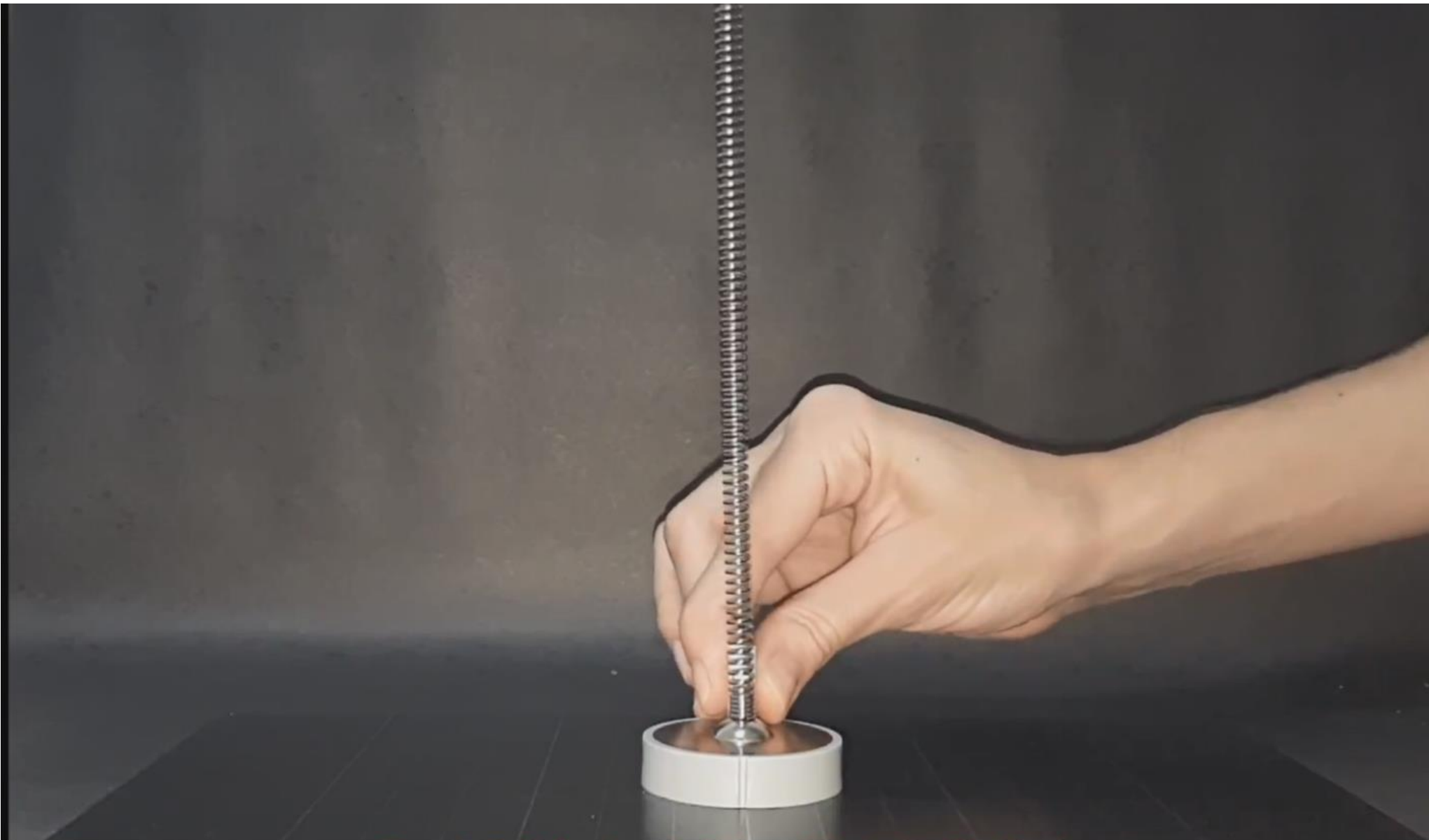
Grande interesse na mudança de forma do corpo

Mecânica do Materiais

- **Corpos deformáveis**

Grande interesse na mudança de forma do corpo: movimentação inter-atômica dos cristais.





Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
PEF – Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica
Laboratório Didático de Resistência dos Materiais
Copyright© 2021. Todos os direitos reservados.

Patrocínio
amigos
da poli 

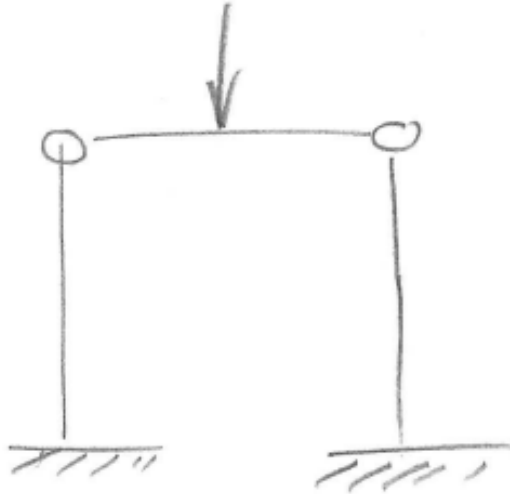
Estudo qualitativo de estruturas através de suas deformadas

Intuitivamente, esboçar agora as deformadas de cada estrutura

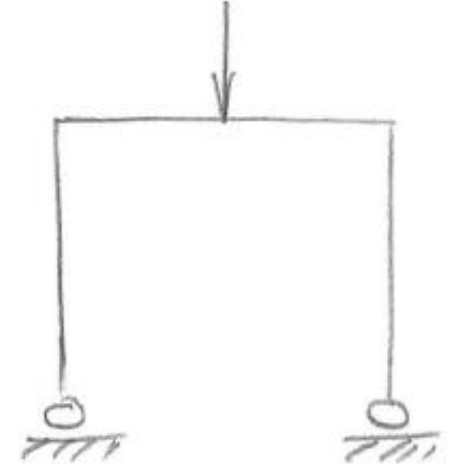
1)



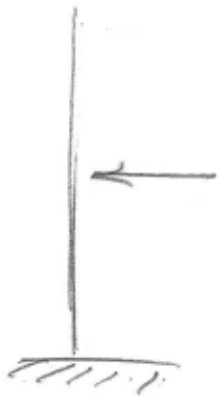
3)



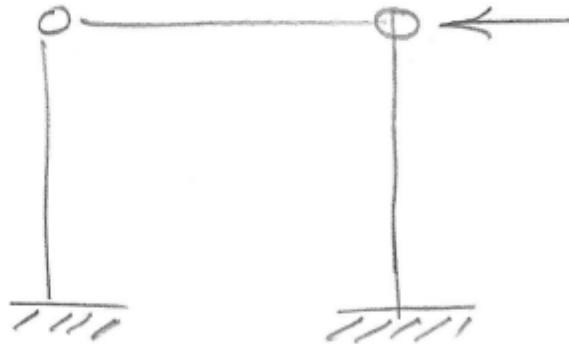
5)



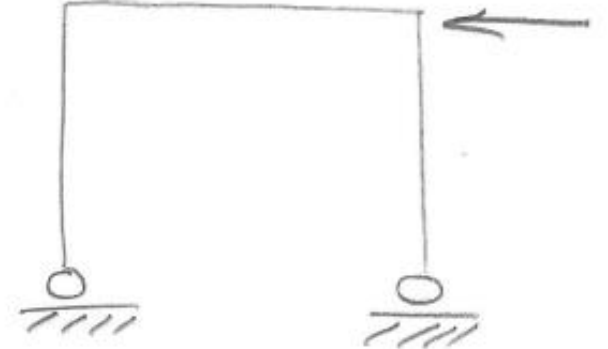
2)



4)



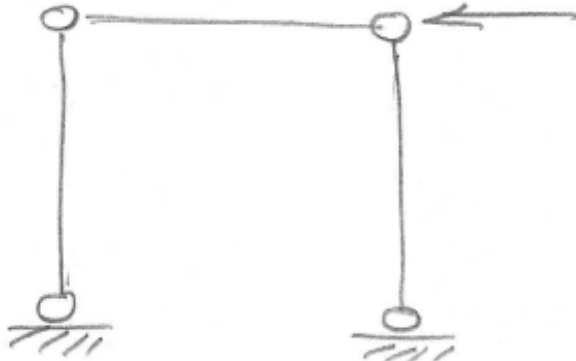
6)



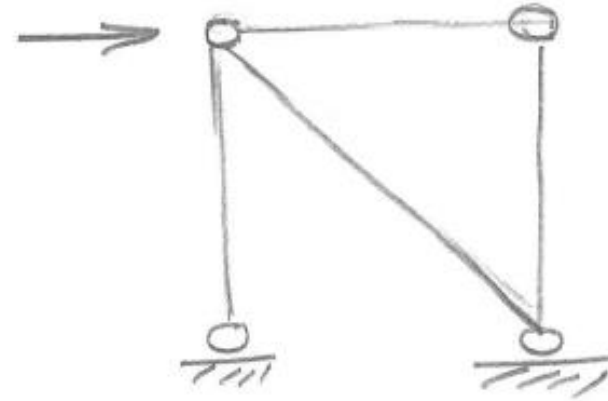
Estudo qualitativo de estruturas através de suas deformadas

Intuitivamente, esboçar agora as deformadas de cada estrutura

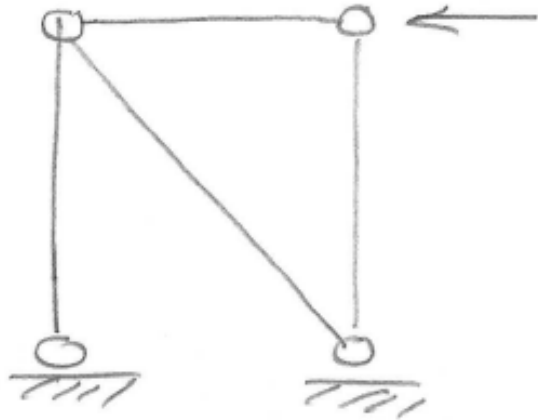
7)



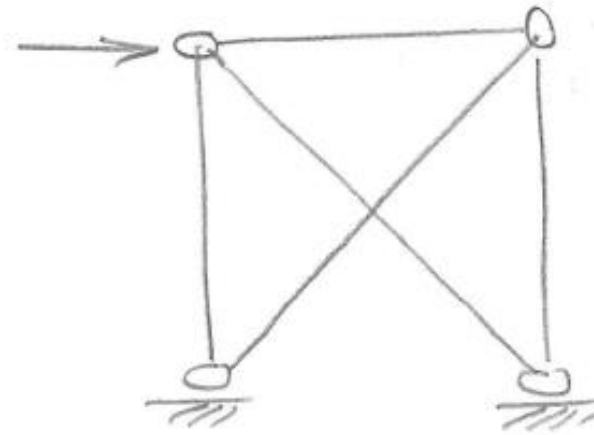
9)



8)

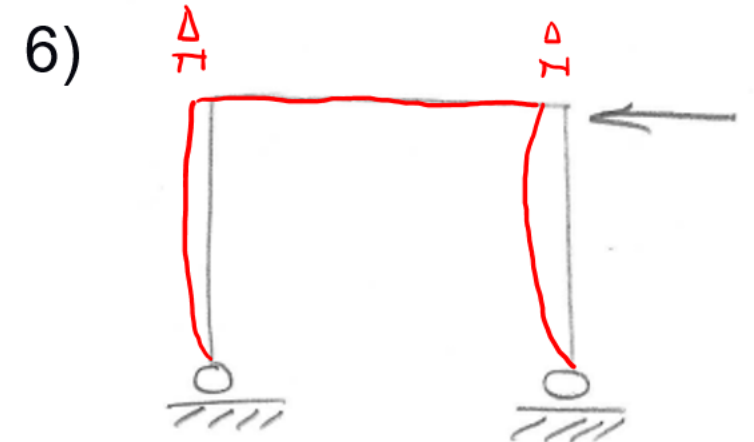
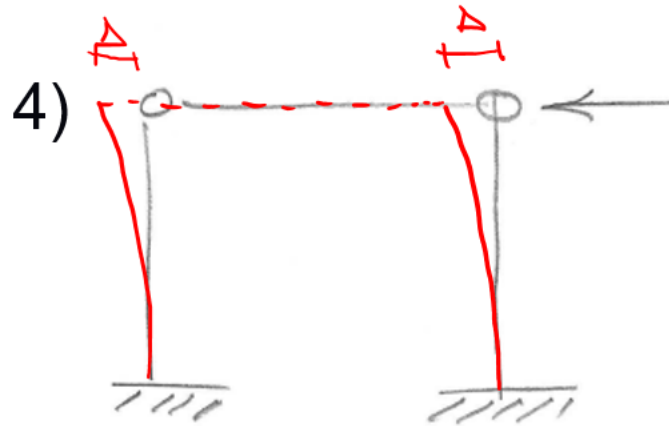
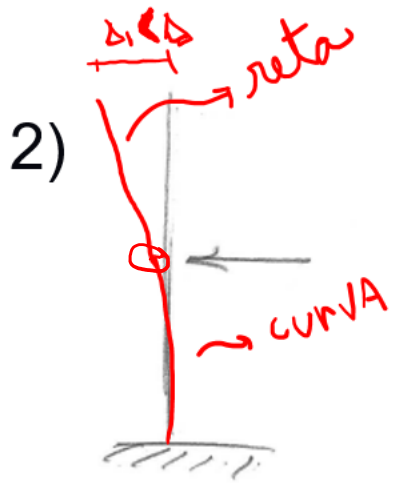
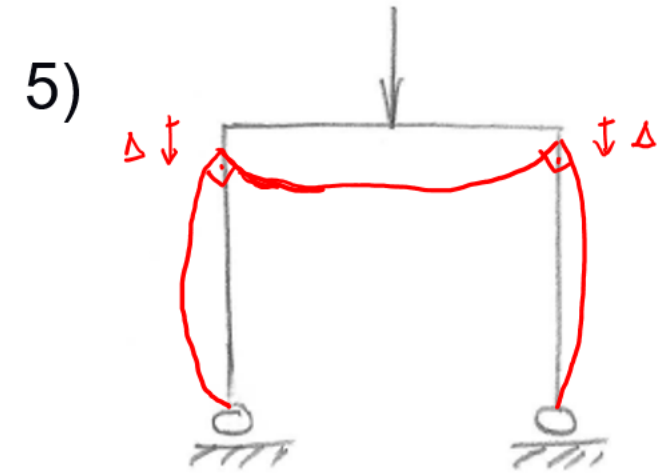
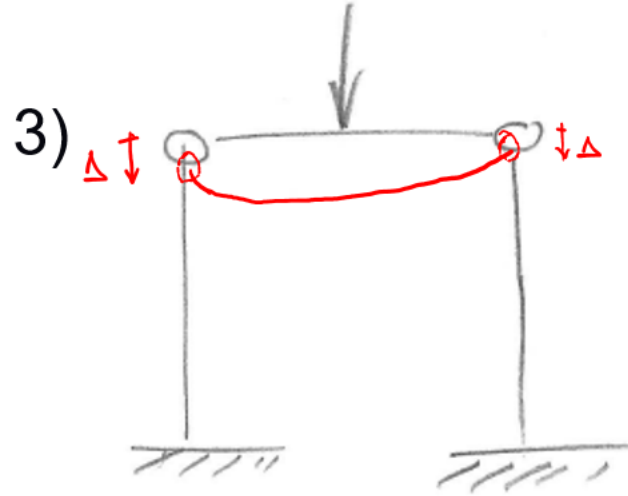
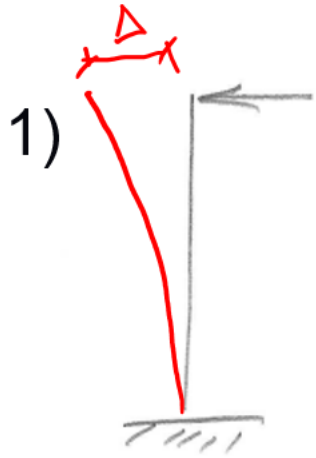


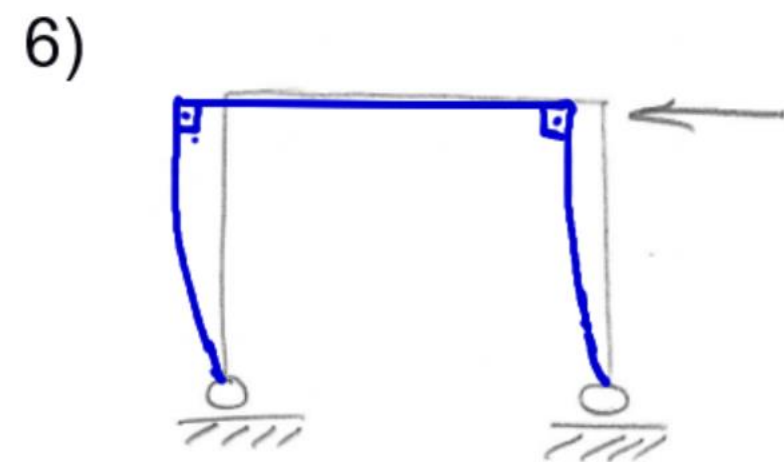
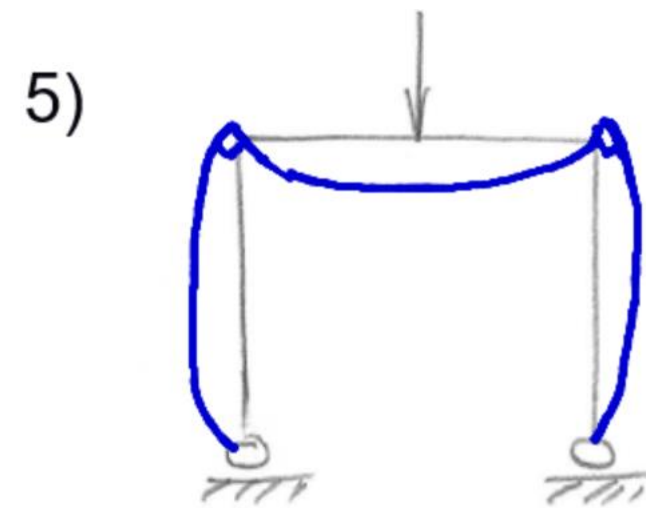
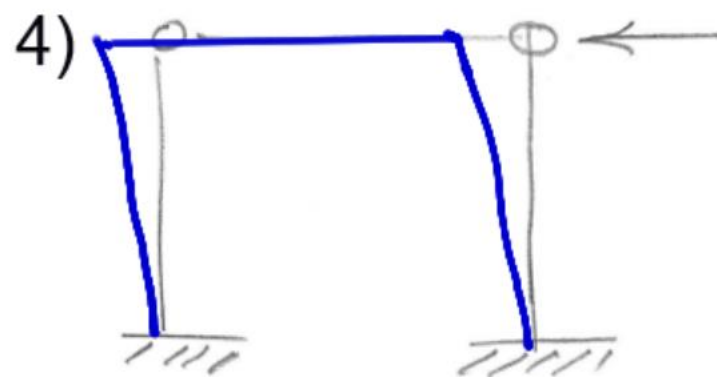
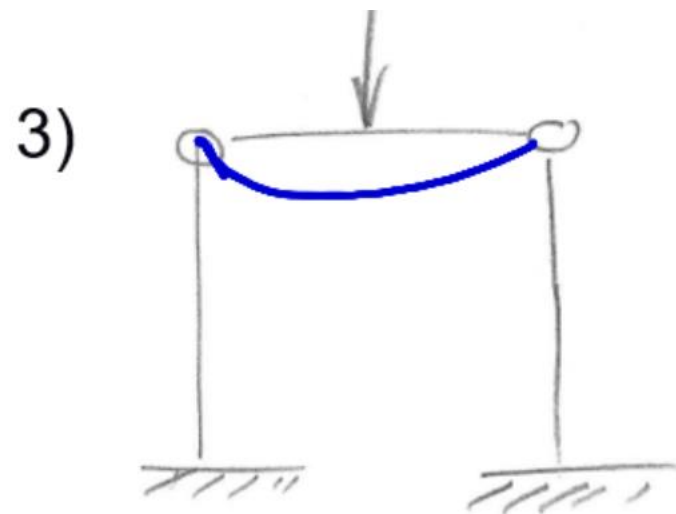
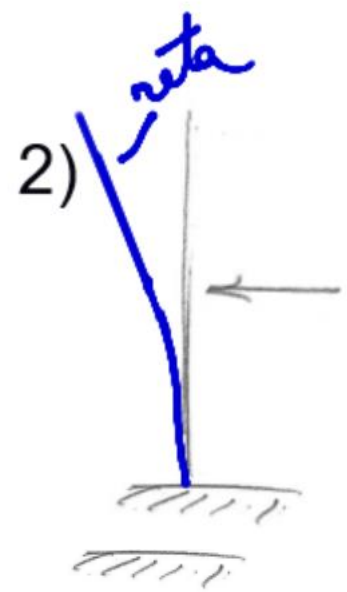
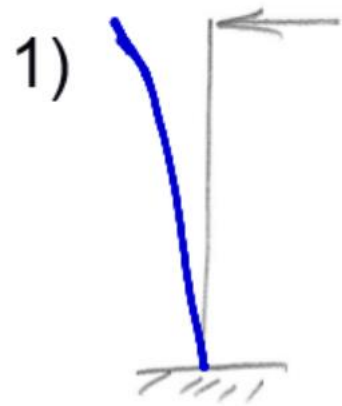
10)



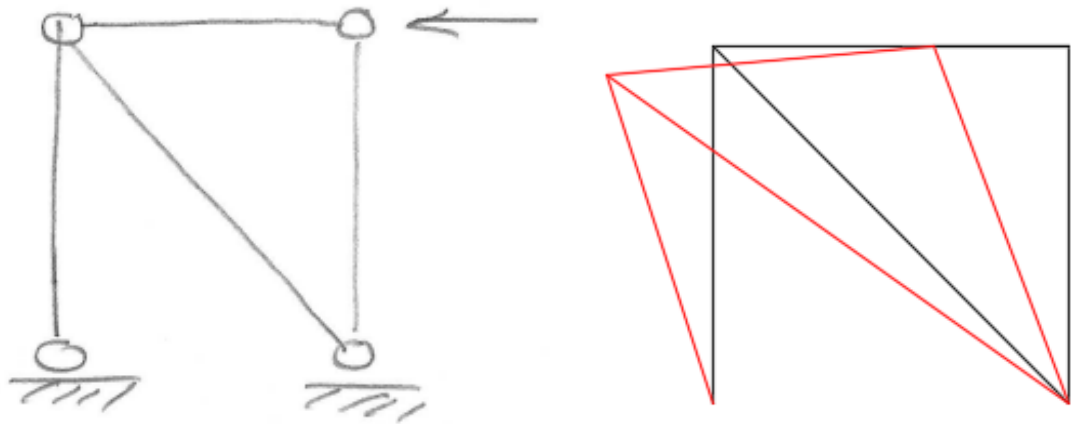
Estudo qualitativo de estruturas através de suas deformadas

Intuitivamente, esboçar agora as deformadas de cada estrutura

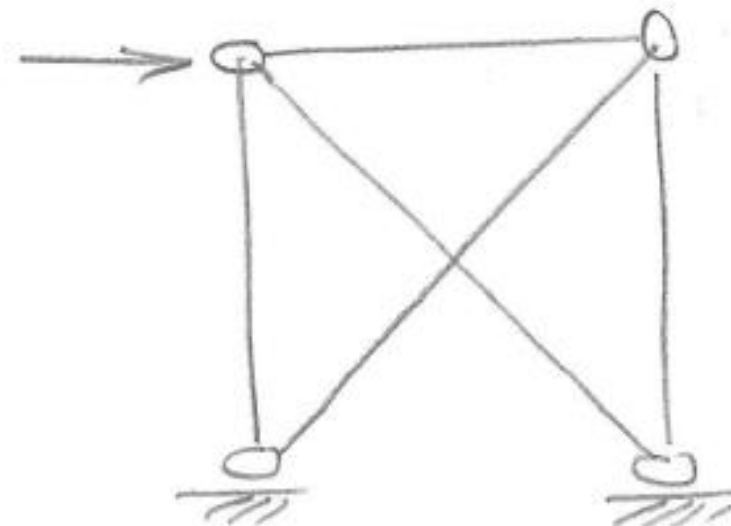




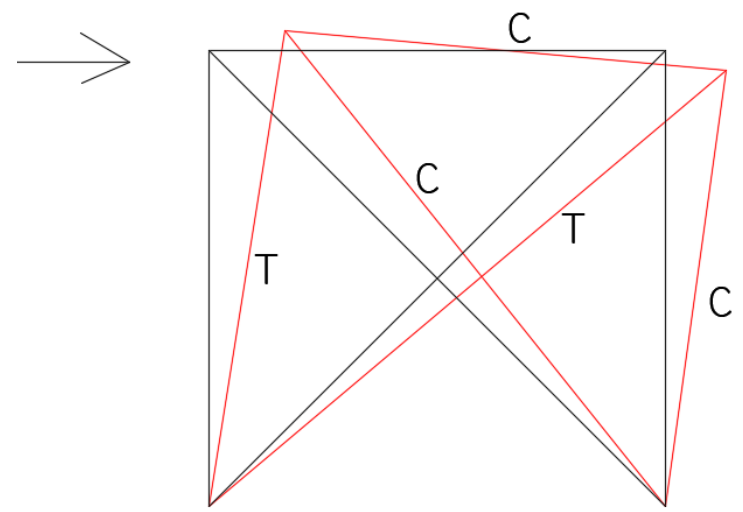
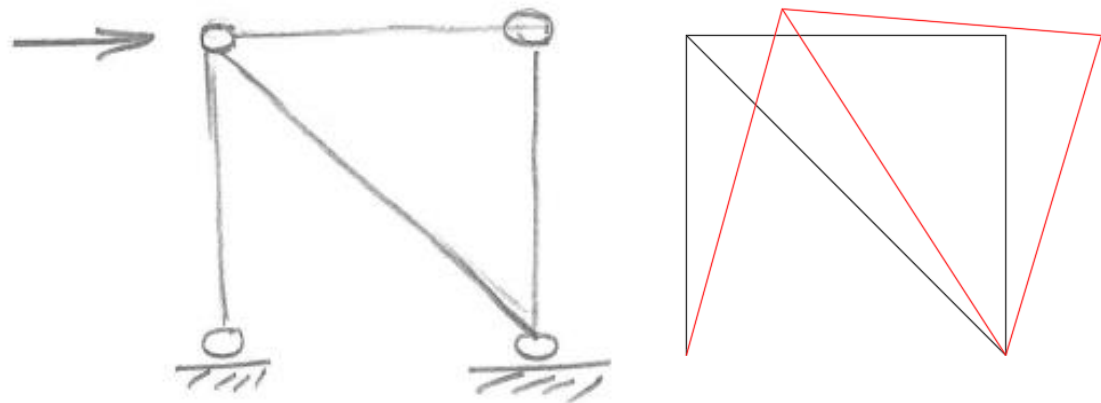
8)

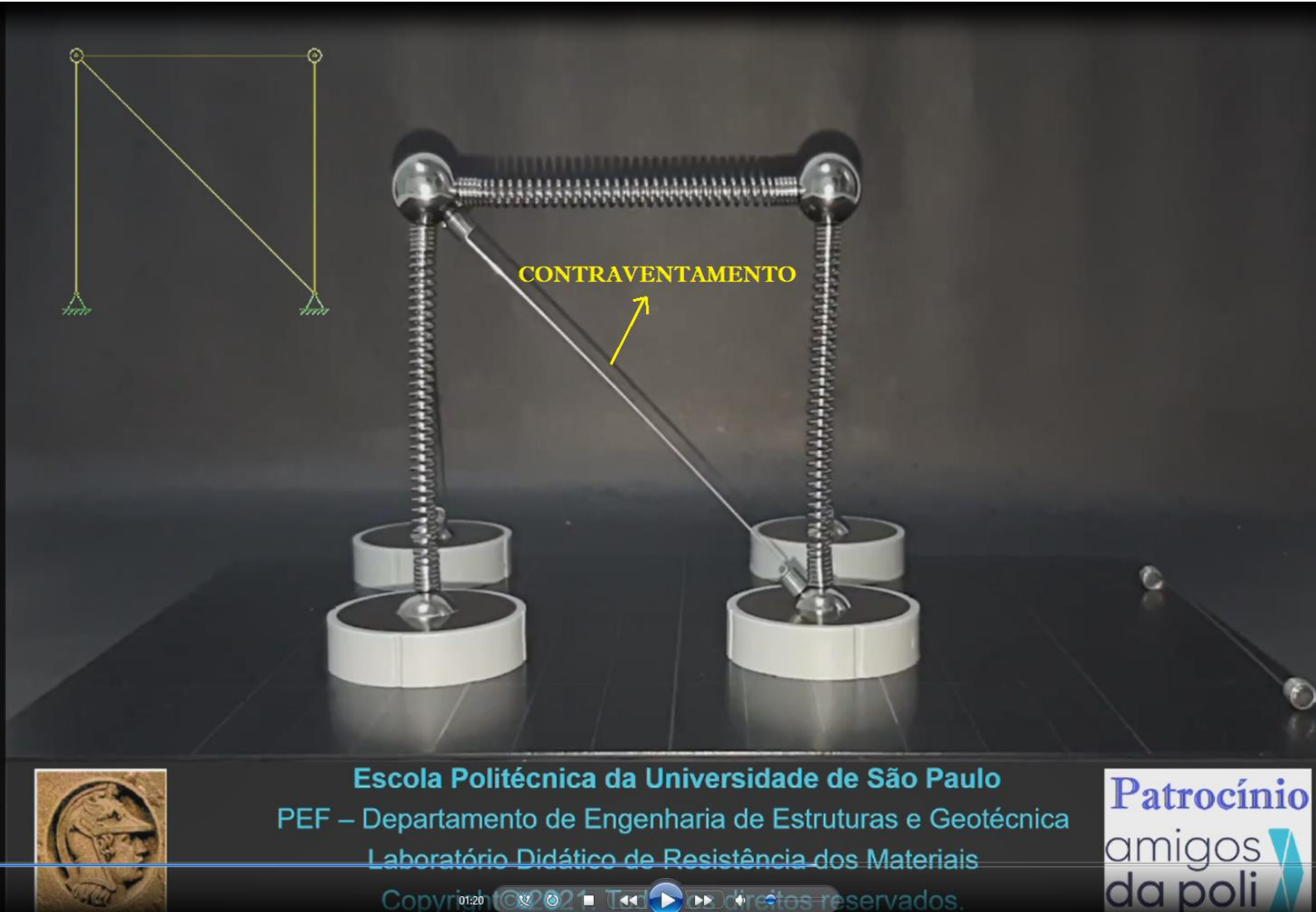


10)



9)





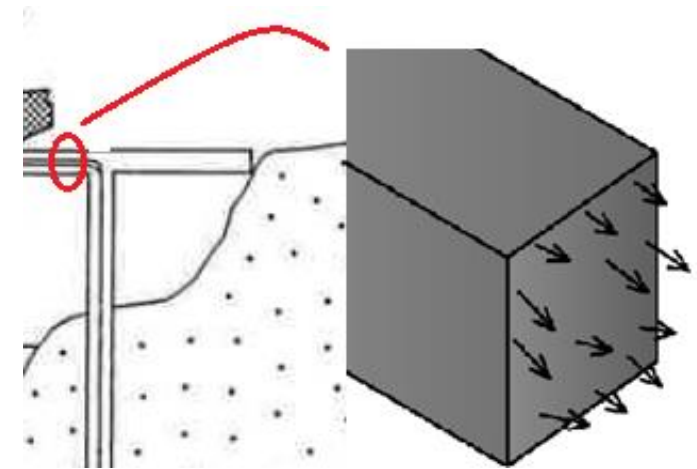
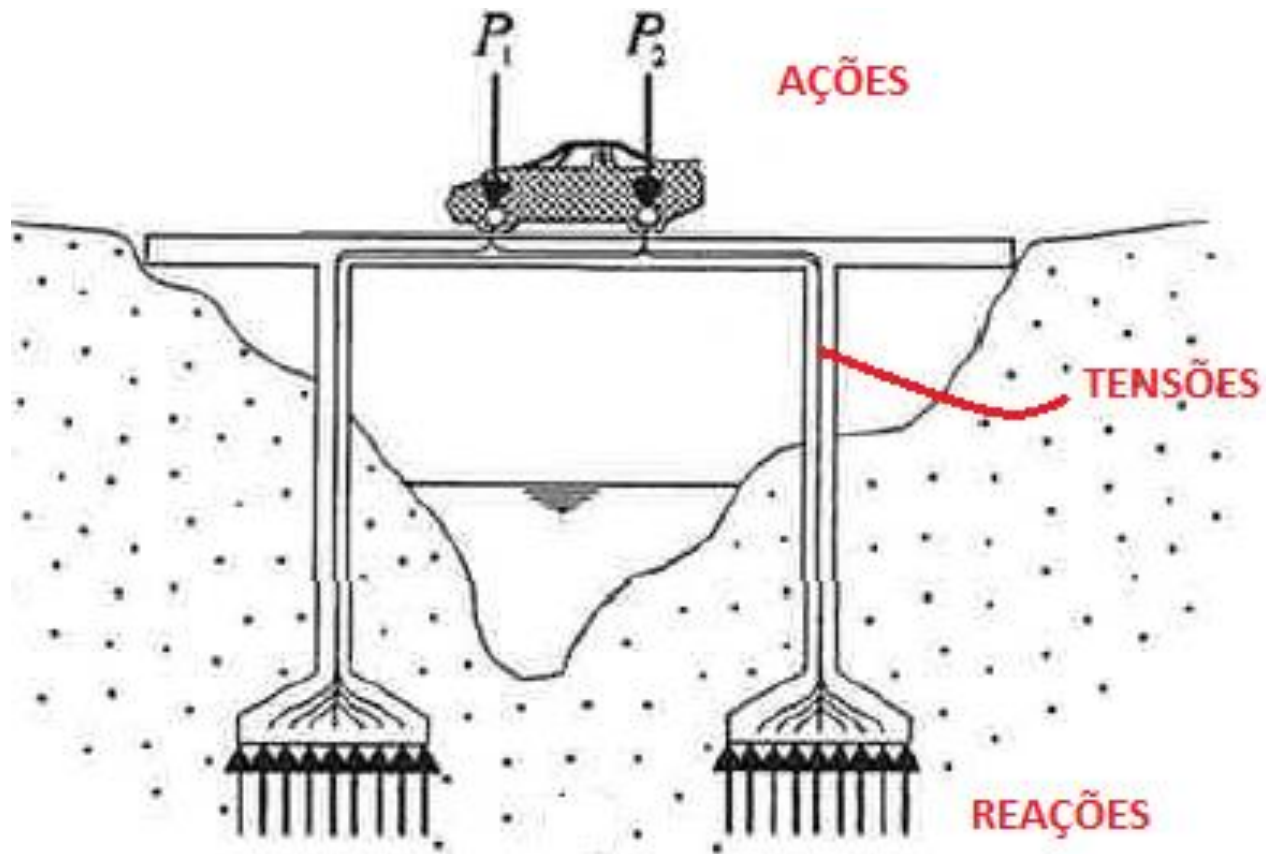
Contraventamento:

Sistema de ligação que aumenta a rigidez da estrutura

Mecânica do Materiais

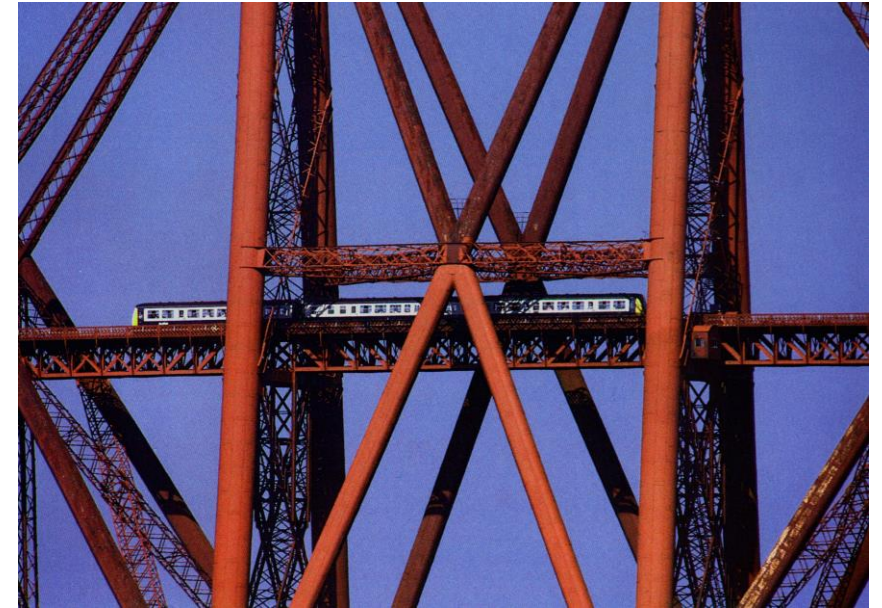
Variação de sua forma: deformações

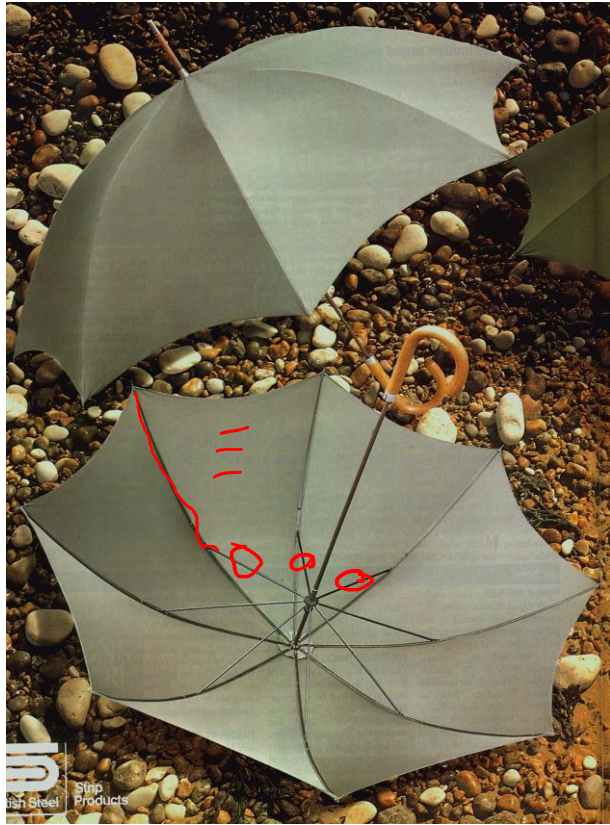
Forças dentro do corpo: esforço interno e tensões



ESTRUTURAS

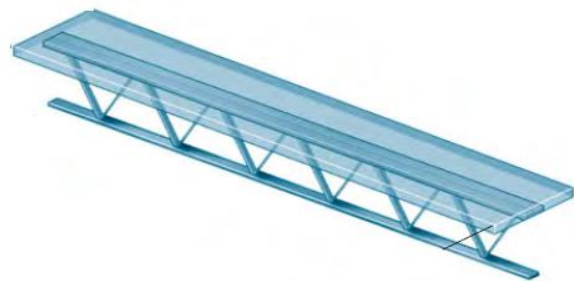
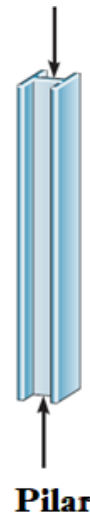
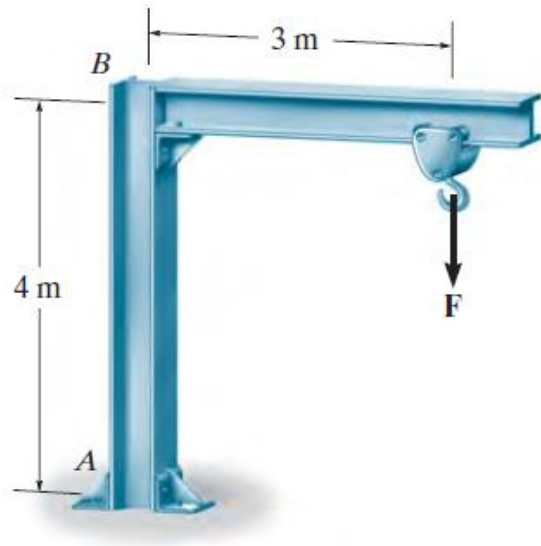
É o conjunto de partes resistentes de uma construção, de uma máquina, ponte, edifício etc...



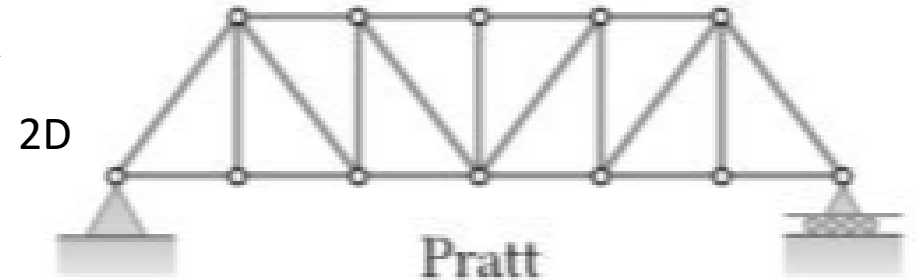
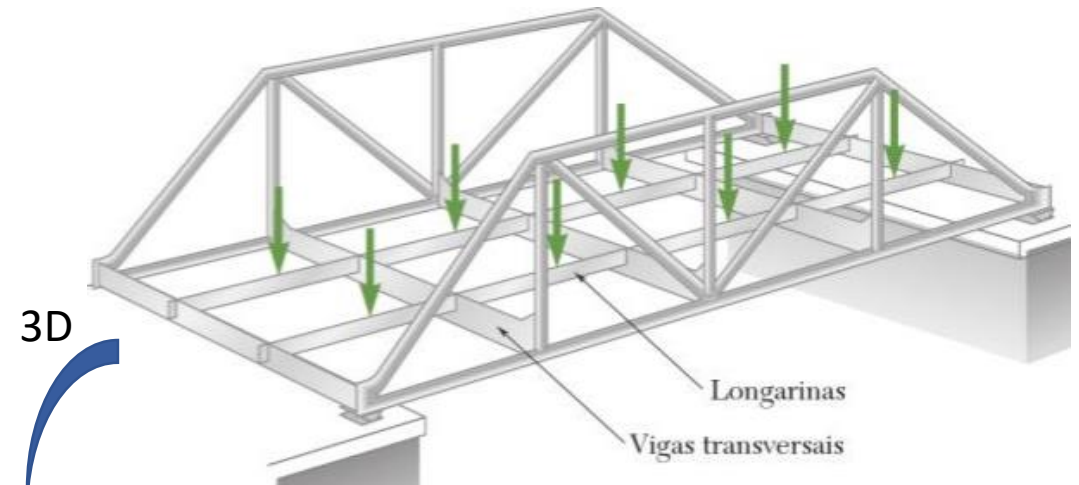
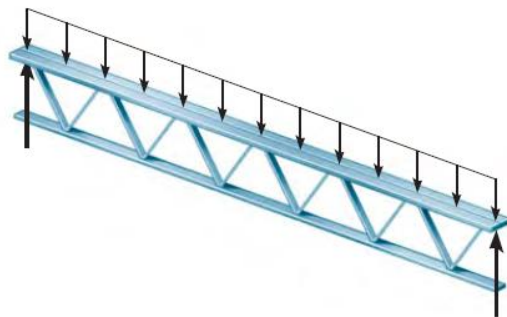


Classificação das estruturas quanto à sua forma

1) **Planas:** elementos que compõem a estrutura e os esforços que nela atuam se situam em um mesmo plano



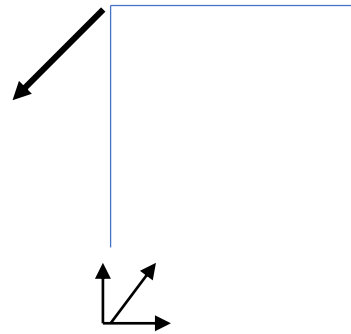
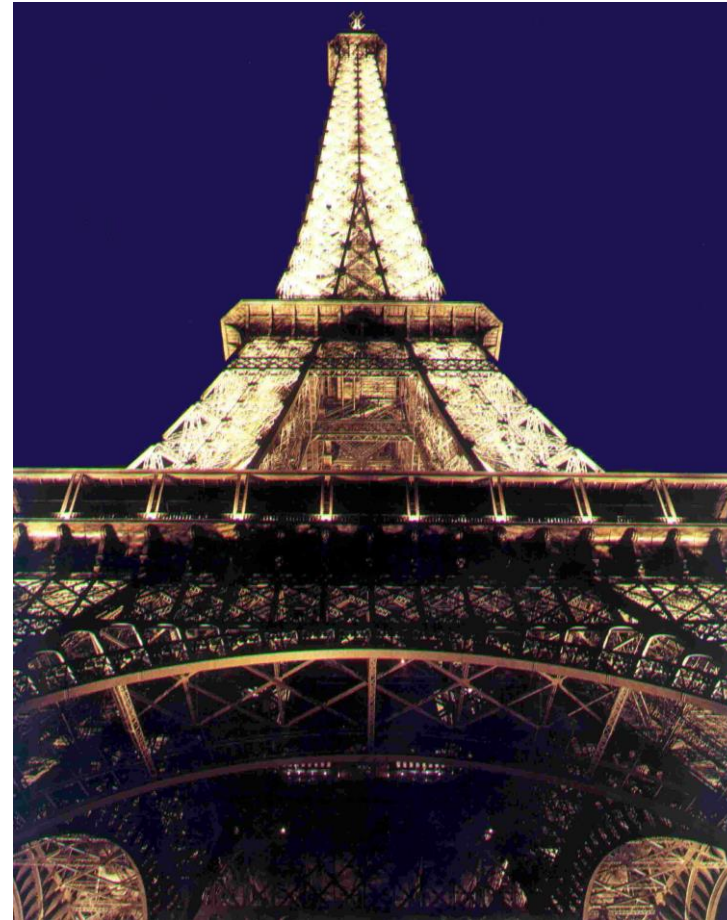
Vigas



Treliças planas

Classificação das estruturas quanto à sua forma

2) **Espaciais**: os elementos que compõem a estrutura **OU** os esforços que nela atuam **NÃO** se situam em um mesmo plano



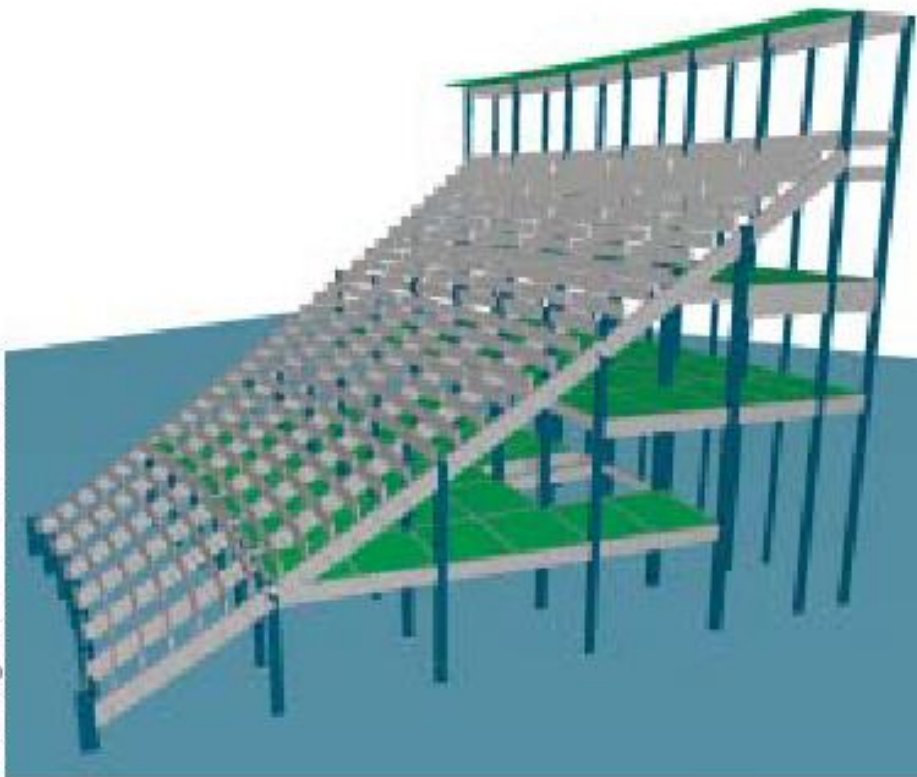
Torres de transmissão de energia elétrica, coberturas

Classificação dos elementos estruturais quanto à sua forma

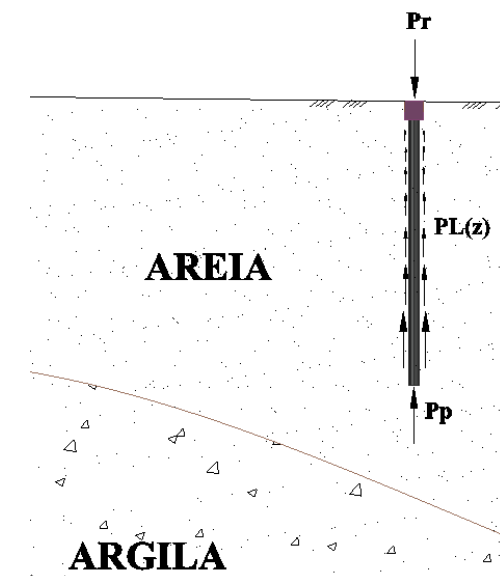
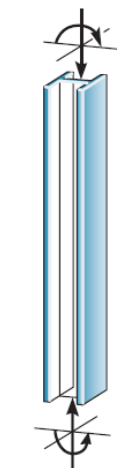
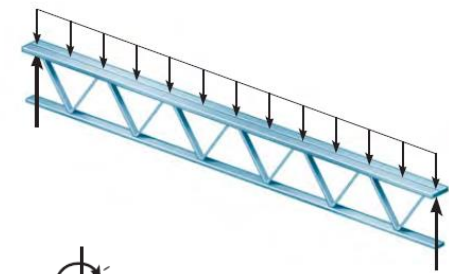
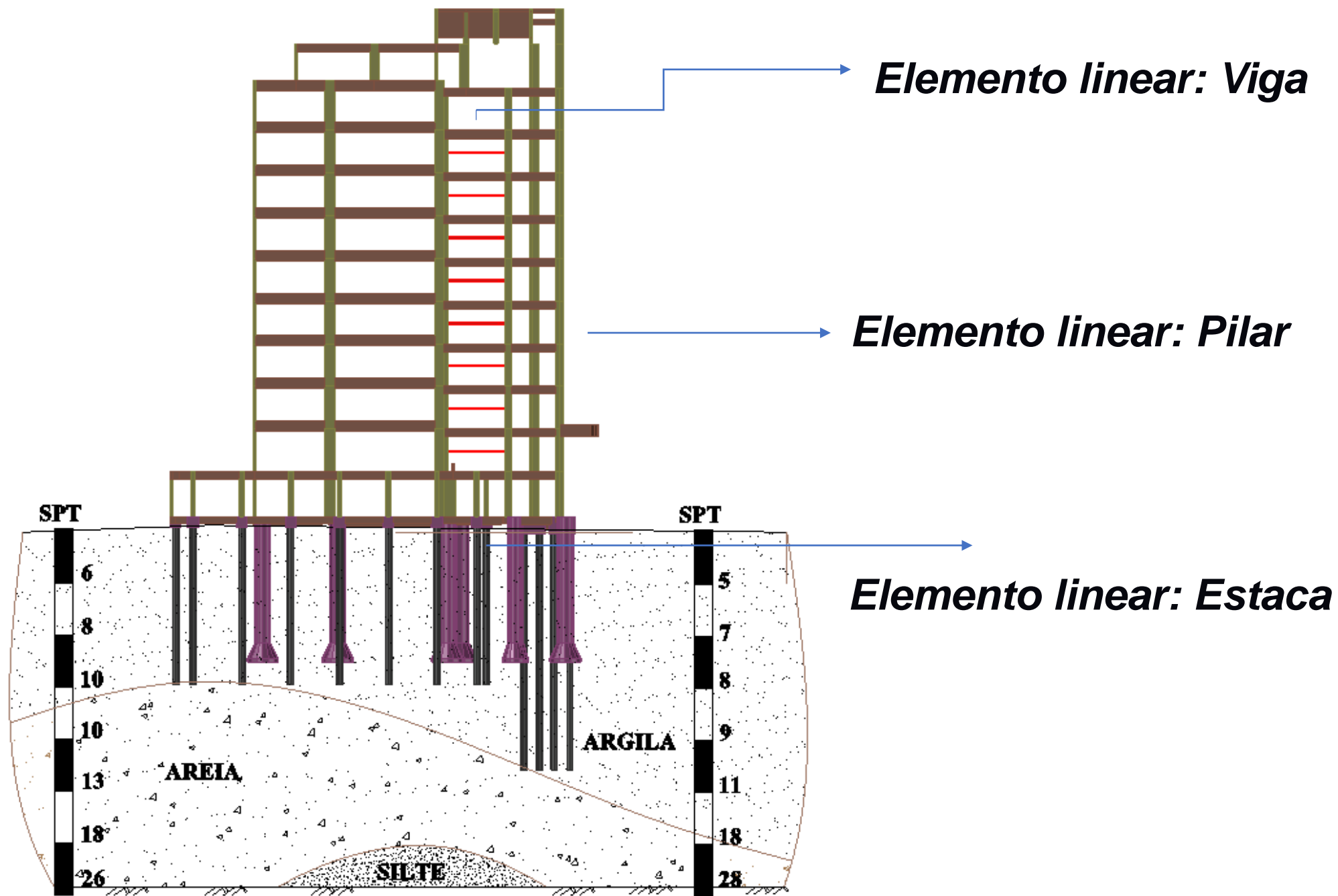
1) Elementos lineares (barras):

Uma das dimensões é maior que as demais: vigas, pilares, cabos

Cel Engenharia, São Paulo, SP



Vigas, pilares, cabos, estacas



Classificação dos elementos estruturais quanto à sua forma

2) Superfície: elementos em que uma das dimensões (espessura, h) é bem menor que as demais dimensões (a) ($h/a \leq 1:10$)

→ **Folhas**

Chapas

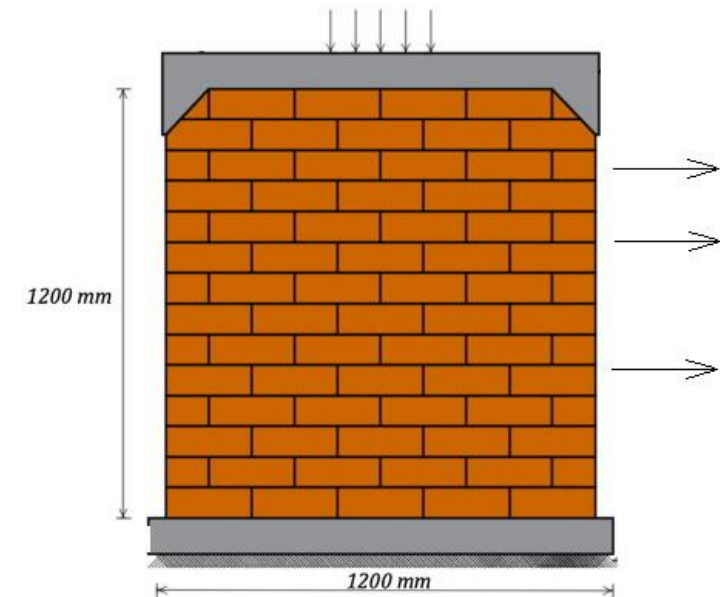
Placas

Cascas

lâminas planas

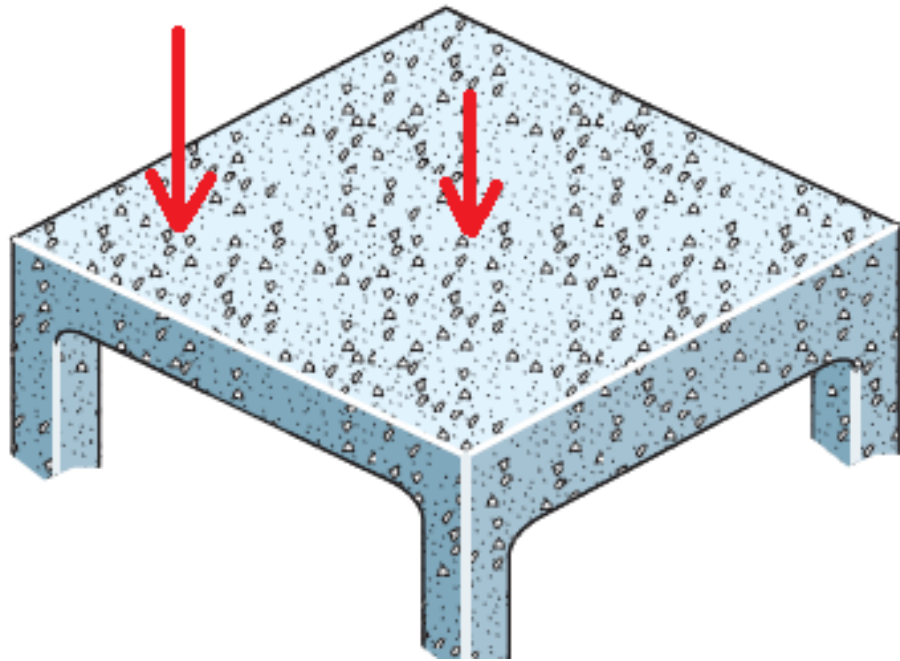
a) Chapas: solicitada por esforços com direções paralelas ao plano médio

Ex.: Viga-parede



Classificação dos elementos estruturais quanto à sua forma

b) Placas: superfície plana em que as ações são perpendiculares ao plano médio



Laje de um edifício



Radier

Classificação dos elementos estruturais quanto à sua forma

c) Casca: superfície não está contida num único plano, e são superfícies curvas

Ex.: Coberturas, silos, reservatório cilíndrico



Coberturas



reservatório cilíndrico



Silos de grãos

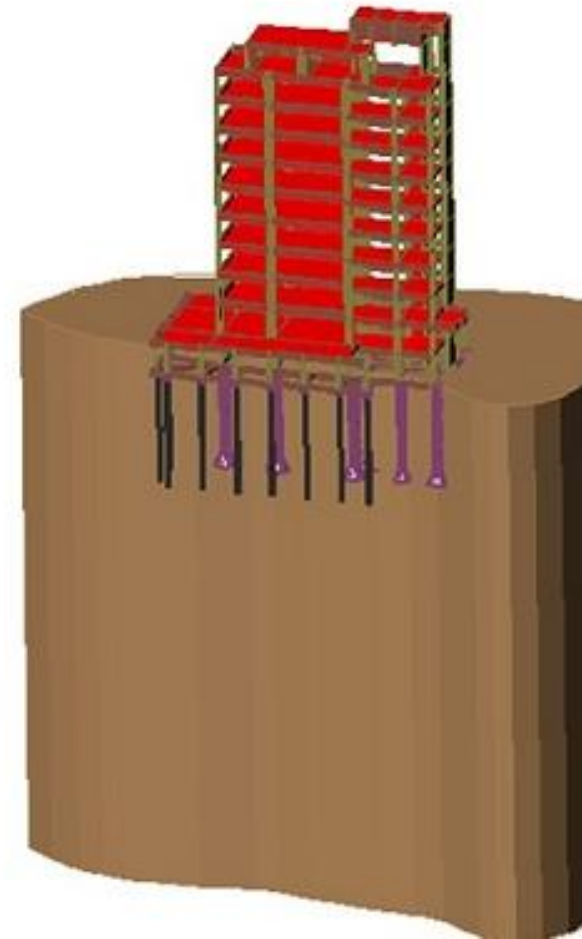
Classificação dos elementos estruturais quanto à sua forma

3) Tridimensionais (volumétricos): elementos com dimensões com a mesma ordem de grandeza

Ex.: Blocos de fundação, Solo



Edifício Yachthouse/SC, bloco de 4.600 m³ (1300 m² x 3,5m)
[81 andares e 275 metros de altura]



Solo analisado com elemento 3D

AÇÕES

Grandezas que levam a estrutura a deformar, gerando esforços internos que devem ser verificados nos projetos. Ações: são definidas por Normas Técnicas específicas.

Tipo de ações:

i. Ações permanentes: ocorrem praticamente em toda a vida da construção e com valores constantes

Peso Próprio, no concreto, $\gamma = 25 \text{ kN/m}^3$, alumínio: $\gamma = 27 \text{ kN/m}^3$

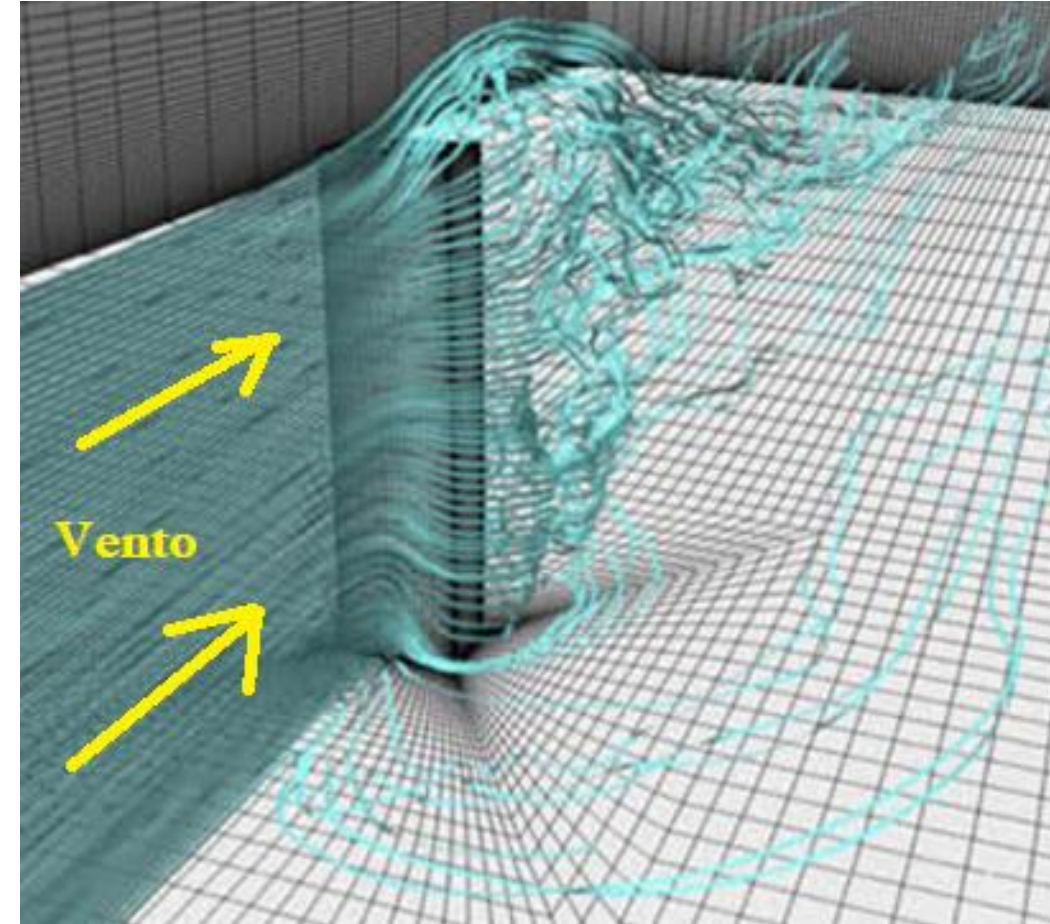
Peso dos elementos fixos nas instalações permanentes: parede, empuxo de terra, protensão.

Paredes: $q = 1,9 \text{ kN/m}^2$, cargas em escritório: $q = 2,4 \text{ kN/m}^2$

AÇÕES

ii. Ações variáveis: atuação em torno da média. Cargas acidentais, deslocamentos de apoios, variação de temperatura

Ex.: Vento nos edifícios, impacto, cargas de veículos (cargas móveis), frenagem/aceleração, pessoas no estádio, pilar de um edifício que se movimenta devido ao recalque (deformação) do solo.

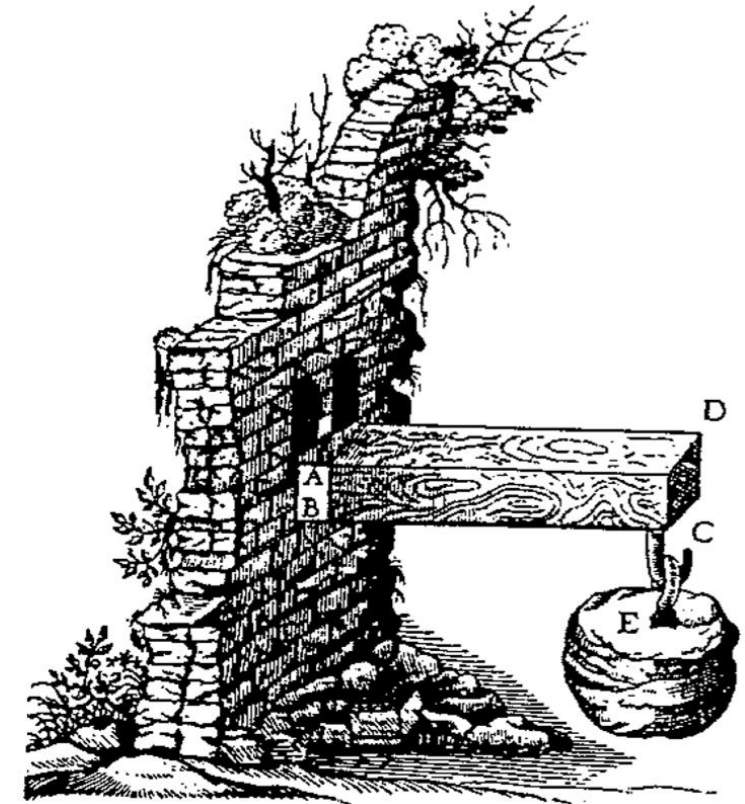
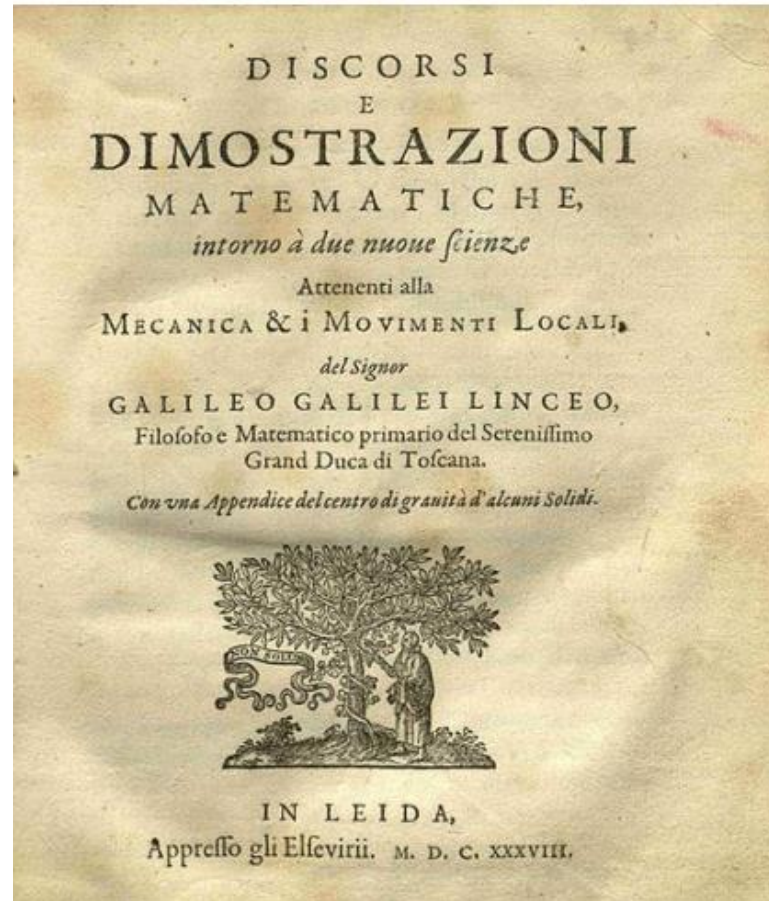


iii. Ações excepcionais: causas raras de ocorrência: explosões, colisões, incêndios.

OBJETIVO DA MECÂNICA DAS ESTRUTURAS

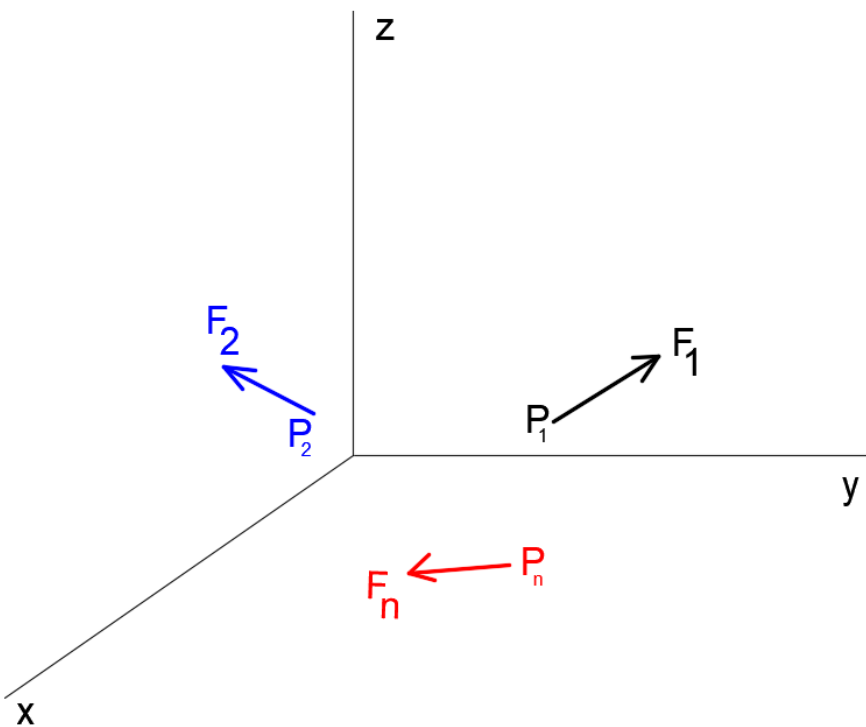
Estudar as leis e o comportamento das estruturas para levar o projeto (1) seguro, (2) econômico, (3) durável e com (4) sustentabilidade.

Introduzido por Galileu (1638) a abordagem de estruturas na ruptura: tamanho, carga



Recordação da estática dos sólidos rígidos

O conceito de força será introduzido por meio do 3º Princípio da Mecânica Clássica: “*Em cada instante, a ação mecânica de um corpo sobre um ponto material pode ser representada por um vetor (força interativa) aplicado no ponto*”.



Dado um sistema de forças $S = \{(P_1, \vec{F}_1), (P_2, \vec{F}_2), \dots, (P_n, \vec{F}_n)\}$, tem-se:

Definição 1.3

Resultante de S é a soma vetorial das forças que o compõem.

A resultante é indicada por \vec{R} , tendo-se então

$$\vec{R} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i .$$

$$R_x = \sum_i^n F_{xi} \quad R_y = \sum_i^n F_{yi} \quad R_z = \sum_i^n F_{zi}$$

Recordação da estática dos sólidos rígidos

Definição 1.4

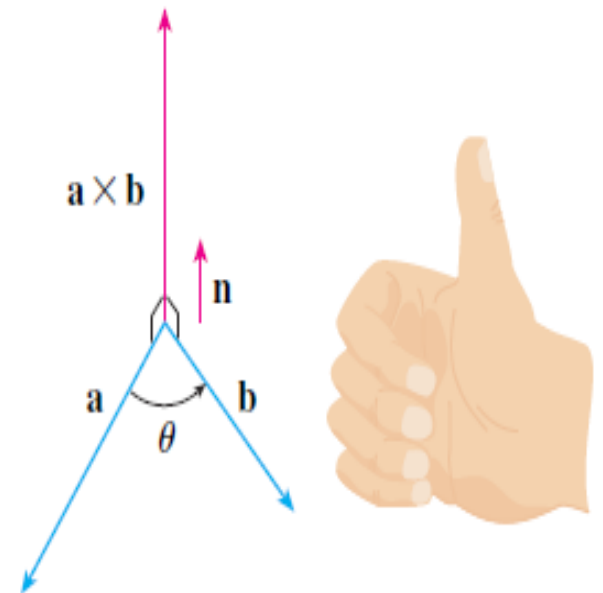
Momento de S em relação a um ponto O é a soma vetorial dos momentos de cada uma das forças do sistema em relação a esse ponto.

$$\mathbf{M}_0 = \mathbf{r} \wedge \mathbf{F}$$

Definição: Se $\mathbf{a} = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$ e $\mathbf{b} = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$ então o produto vetorial de \mathbf{a} e \mathbf{b} é o vetor:

$$\mathbf{a} \wedge \mathbf{b} = \langle a_2b_3 - a_3b_2, a_3b_1 - a_1b_3, a_1b_2 - a_2b_1 \rangle$$

$$\mathbf{a} \wedge \mathbf{b} = \underbrace{(a_y b_z - a_z b_y)}_{\mathbf{c}_x} \mathbf{i} + \underbrace{(a_z b_x - a_x b_z)}_{\mathbf{c}_y} \mathbf{j} + \underbrace{(a_x b_y - a_y b_x)}_{\mathbf{c}_z} \mathbf{k} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$



Recordação da estática dos sólidos rígidos

Regra da mão direita

Sabe-se que o momento \vec{M}_O tem a direção da reta r da Figura 1.4, passando por O e perpendicular ao plano definido pela linha de ação de (P, \vec{F}) e pelo ponto O (plano π).

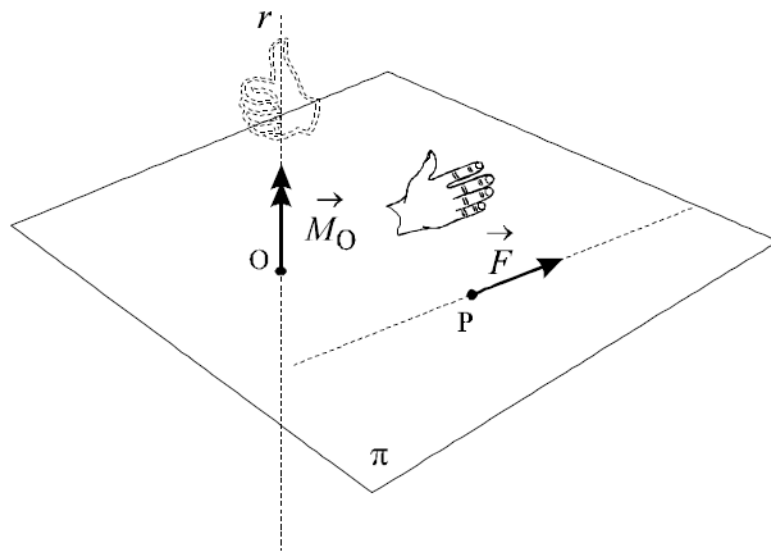


Figura 1.4

O sentido de \vec{M}_O pode ser determinado da seguinte maneira:

- no plano que contém a linha de ação de (P, \vec{F}) e é perpendicular a π , coloque a mão direita com a palma voltada para a reta r e com os dedos no sentido de \vec{F} ;
- deixe o polegar perpendicular aos demais dedos;
- o sentido de \vec{M}_O é então o apontado pelo polegar da mão direita (Figura 1.4).

$$\mathbf{a} \wedge \mathbf{b} = \underbrace{(a_y b_z - a_z b_y)}_{\mathbf{C}_x} \mathbf{i} + \underbrace{(a_z b_x - a_x b_z)}_{\mathbf{C}_y} \mathbf{j} + \underbrace{(a_x b_y - a_y b_x)}_{\mathbf{C}_z} \mathbf{k}$$

Recordação da estática dos sólidos rígidos

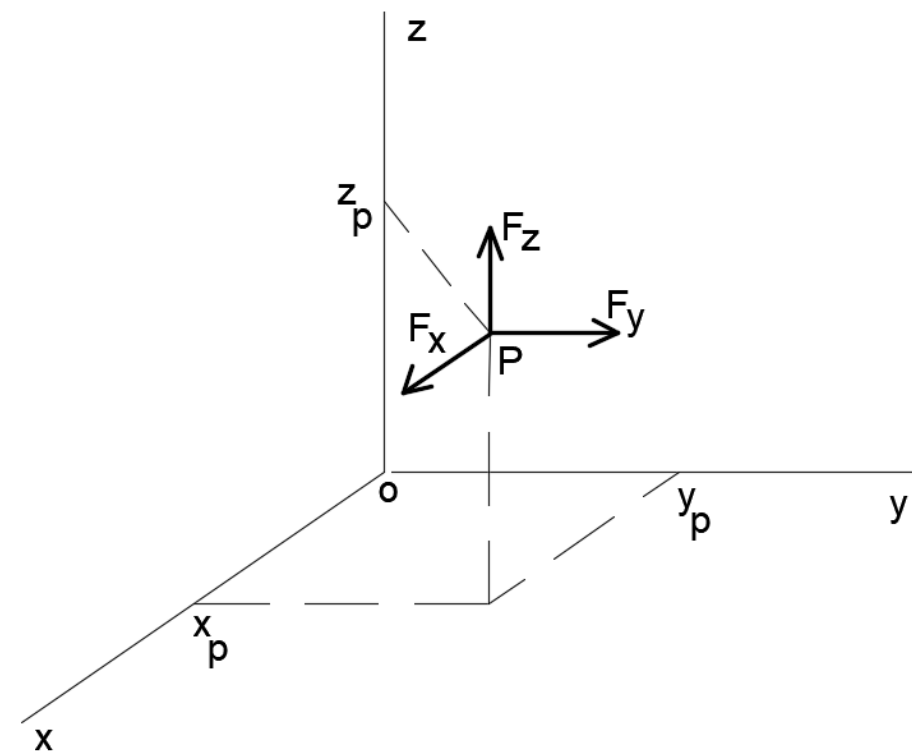
As forças em P geram que momento em “O”?

$$\mathbf{M}_O = \mathbf{r} \wedge \mathbf{F}$$

$$\mathbf{r} = (x_p - x_o)\mathbf{i} + (y_p - y_o)\mathbf{j} + (z_p - z_o)\mathbf{k}$$

$$\mathbf{F} = F_x\mathbf{i} + F_y\mathbf{j} + F_z\mathbf{k}$$

$$\mathbf{M}_O = [(x_p - x_o)\mathbf{i} + (y_p - y_o)\mathbf{j} + (z_p - z_o)\mathbf{k}] \wedge [F_x\mathbf{i} + F_y\mathbf{j} + F_z\mathbf{k}]$$



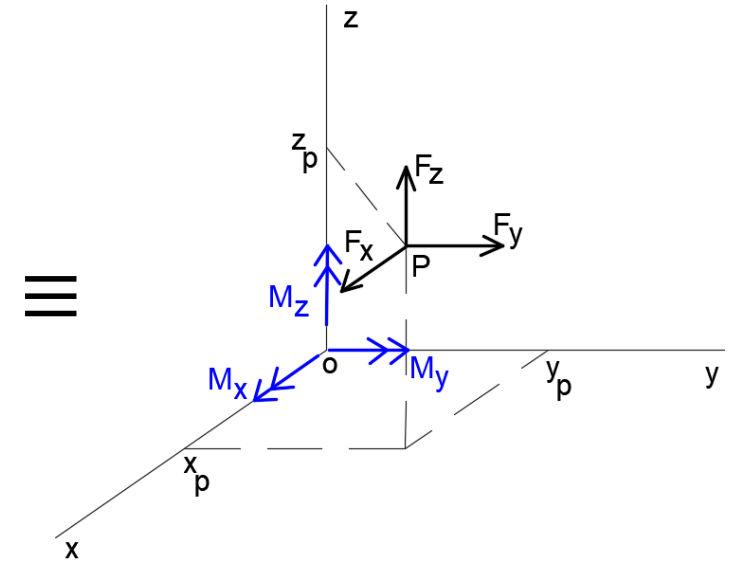
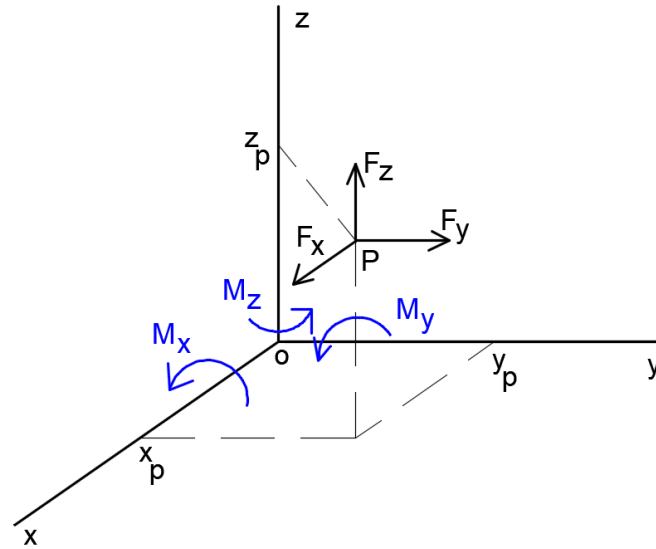
Recordação da estática dos sólidos rígidos

$$\mathbf{M}_o = M_x \mathbf{i} + M_y \mathbf{j} + M_z \mathbf{k}$$

$$M_x = (y_p - y_o)F_z - (z_p - z_o)F_y$$

$$M_y = (z_p - z_o)F_x - (x_p - x_o)F_z$$

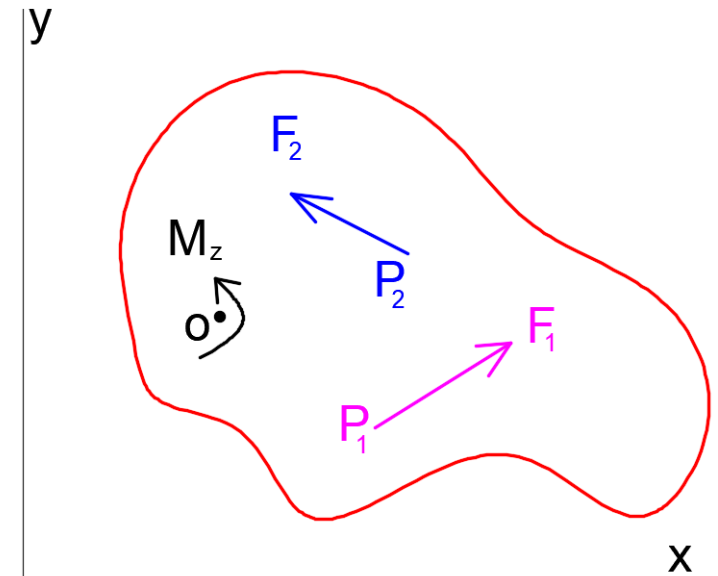
$$M_z = (x_p - x_o)F_y - (y_p - y_o)F_x$$



Sistema coplanar (Estruturas no plano)

$$R_x = \sum_i^n F_{xi} \quad R_y = \sum_i^n F_{yi}$$

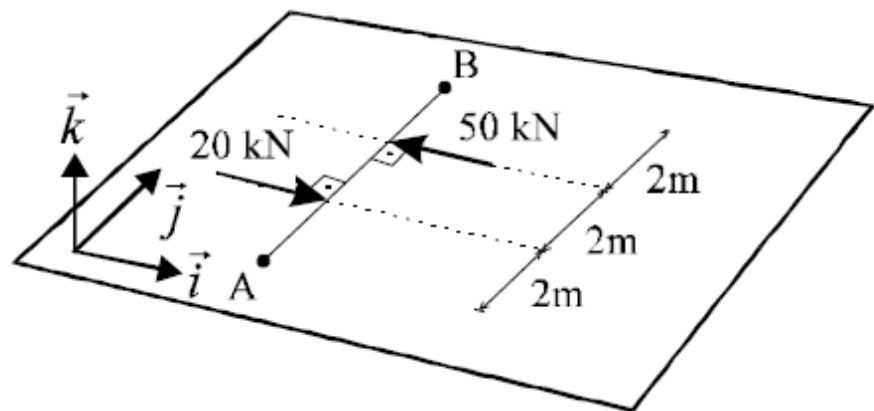
$$M_z = M = (x_p - x_o)F_y - (y_p - y_o)F_x$$



Recordação da estática: sistema mecanicamente equivalentes

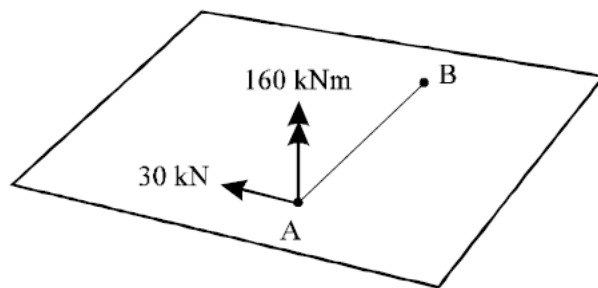
Diz-se que dois sistemas de forças S e S' são **mecanicamente equivalentes** quando suas reduções em um mesmo ponto genérico A levam aos mesmos esforços, isto é, $\vec{R} = \vec{R}'$ e $\vec{M}_A = \vec{M}'_A$.

Exemplo 1 Considere-se a barra da figura em que são aplicadas duas forças coplanares, que constituem o sistema de esforços S . Obtenha um sistema equivalente em A

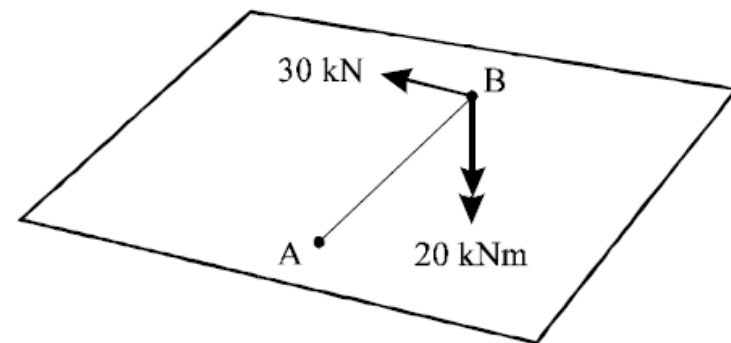


$$\vec{R} = 20\vec{i} - 50\vec{i} = -30\vec{i}$$

$$\vec{M}_A = -20 \cdot 2\vec{k} + 50 \cdot 4\vec{k} = 160\vec{k}$$



Sistema equivalente em B



Exemplo 2

Determinar para que ponto da barra da Figura 1.25 a redução do sistema de forças aplicadas conduz exclusivamente à resultante R .

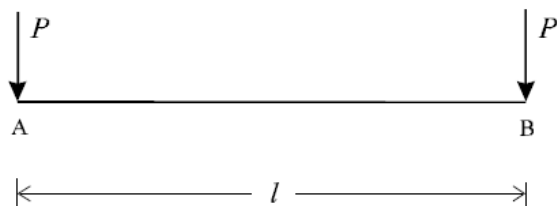


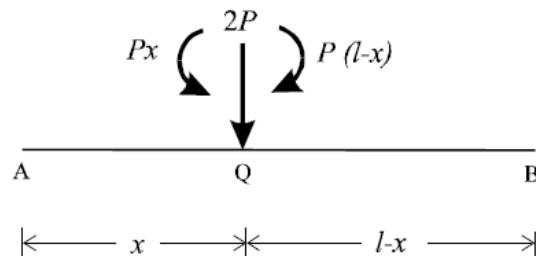
Figura 1.25

A solução direta consiste na redução do sistema em um ponto genérico Q da barra e na determinação de qual deve ser a posição do ponto Q para que o momento de redução se anule.

A redução do sistema em Q leva aos esforços indicados na Figura 1.26.

O momento de redução é

$$M_Q = P \cdot x - P \cdot (l - x); \quad (1.30)$$



$$M_Q = P \cdot x - P \cdot (l - x) = 0 \quad (1.31)$$

$$2 P \cdot x - P \cdot l = 0 \quad (1.32)$$

$$x = \frac{l}{2} \quad (1.33)$$

Conclui-se, então, que o polo no qual o sistema de forças da Figura 1.25 se reduz exclusivamente à resultante é o ponto médio da barra, como se indica na Figura 1.27.

Como já se verificou, a redução de um sistema de forças em um ponto leva a um sistema mecanicamente equivalente ao sistema que já foi reduzido. São, portanto, mecanicamente equivalentes os dois sistemas representados na Figura 1.28, onde o símbolo \equiv indica a equivalência mecânica entre eles.

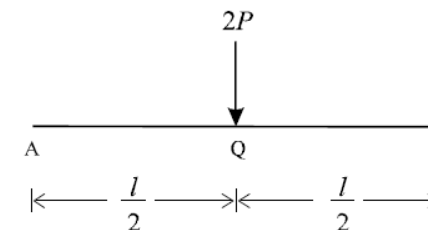


Figura 1.27

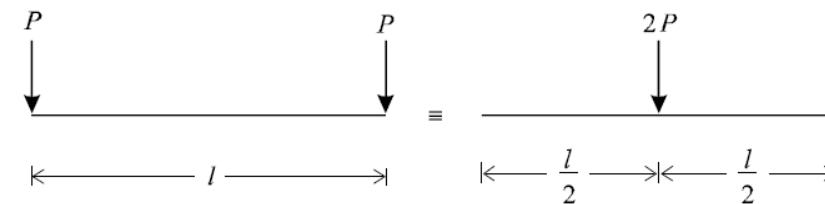


Figura 1.28

Exemplo 3

Aplicar na barra da Figura 1.31 uma única força mecanicamente equivalente ao sistema aplicado

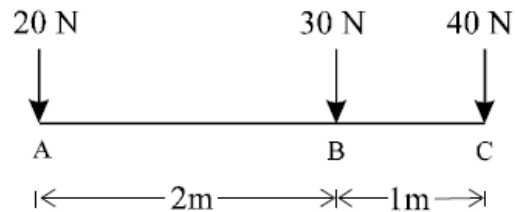


Figura 1.31

A força procurada é a resultante do sistema, mostrada na Figura 1.32.

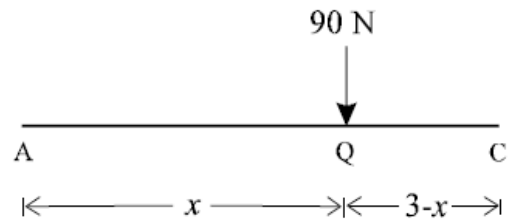


Figura 1.32

A redução do sistema da Figura 1.31 no ponto A leva ao momento

$$M_A = -30 \cdot 2 - 40 \cdot 3 = -180 \text{ Nm}; \quad (1.35)$$

a redução da resultante da Figura 1.32 nesse mesmo ponto leva ao momento

$$M_A = -90 \cdot x. \quad (1.36)$$

Impondo que esses dois momentos sejam iguais, obtém-se

$$M_A = -180 = -90 \cdot x \Rightarrow x = \frac{180}{90} = 2 \text{ m}. \quad (1.37)$$

São portanto mecanicamente equivalentes os dois sistemas da Figura 1.33.

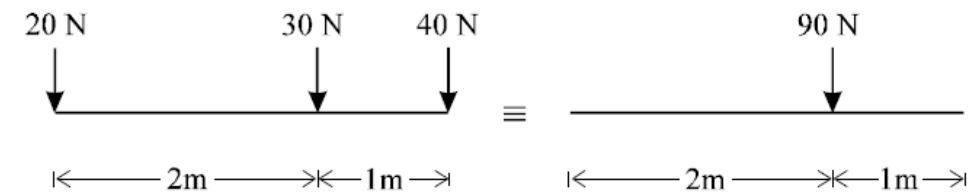
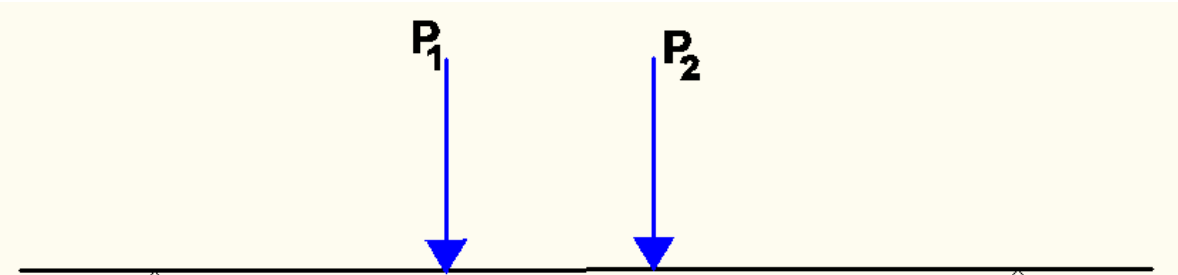
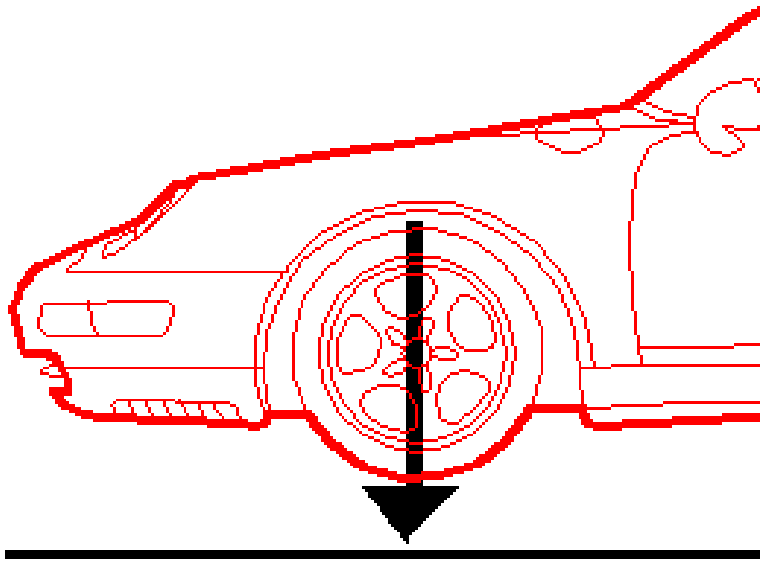
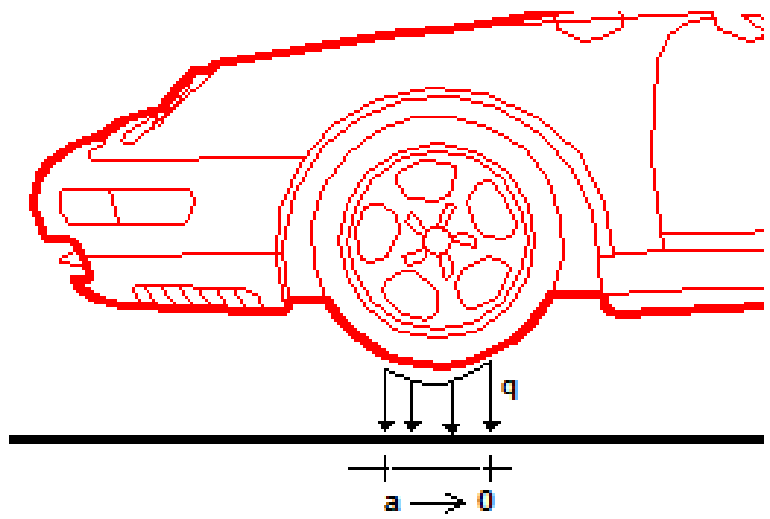


Figura 1.33

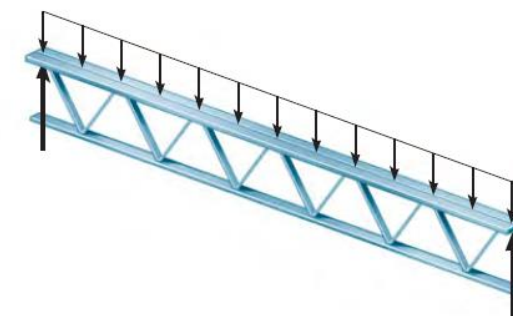
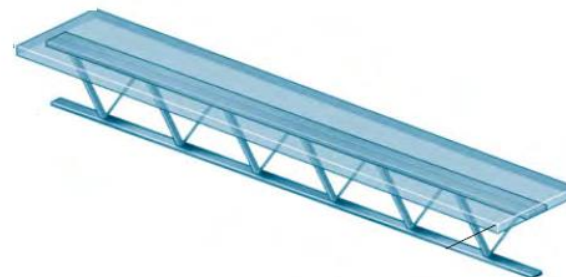
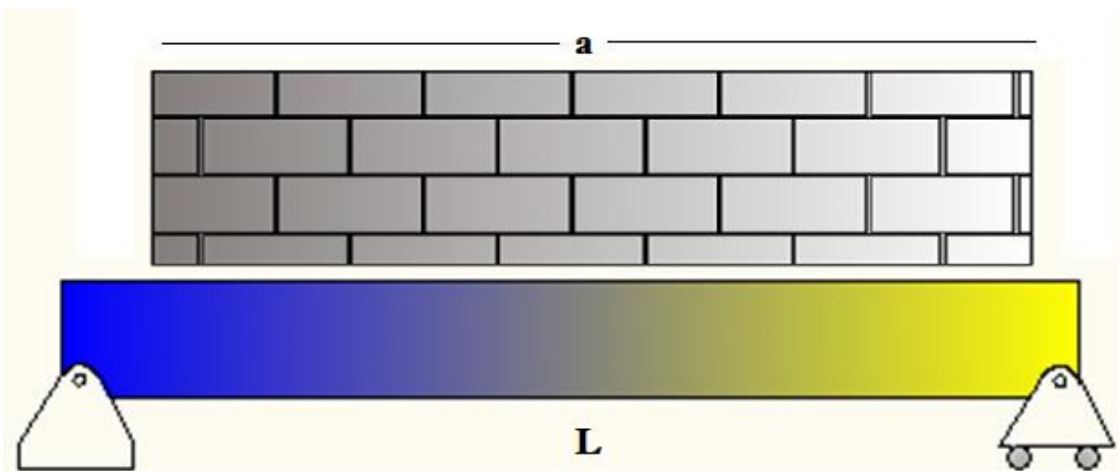
Ações: Tipos de cargas

a) Forças Concentradas



Ações: cargas distribuídas (q , unidade: F/L)

b) Carga distribuída constantemente Ex.: parede sobre uma viga

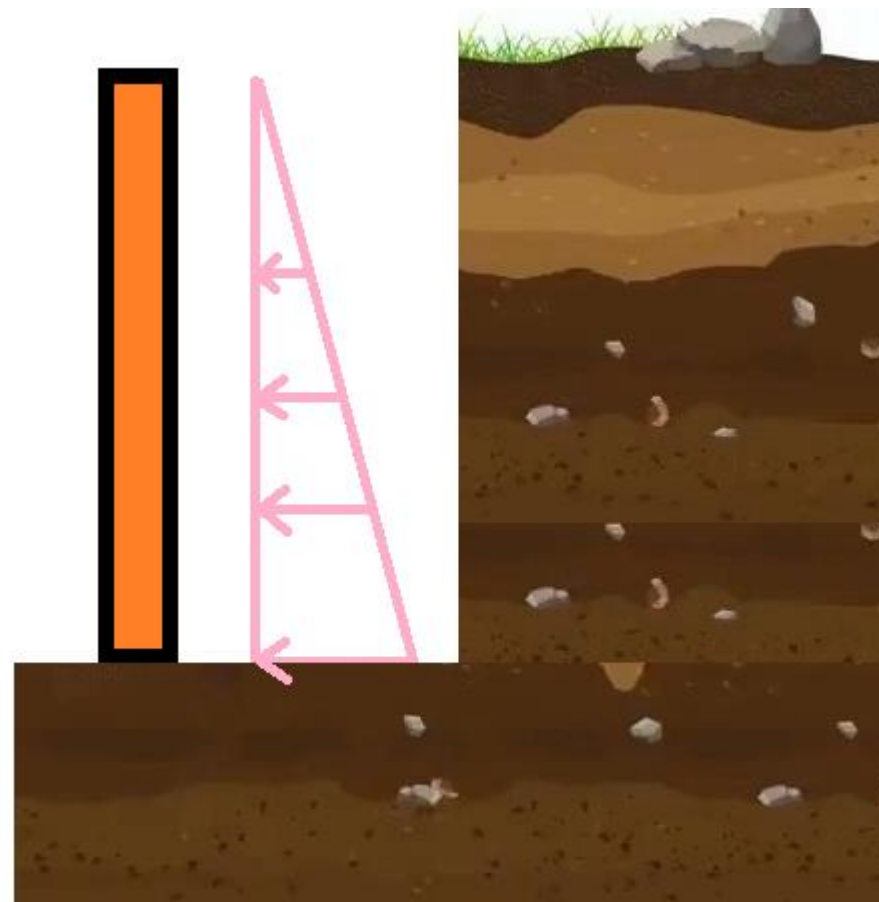
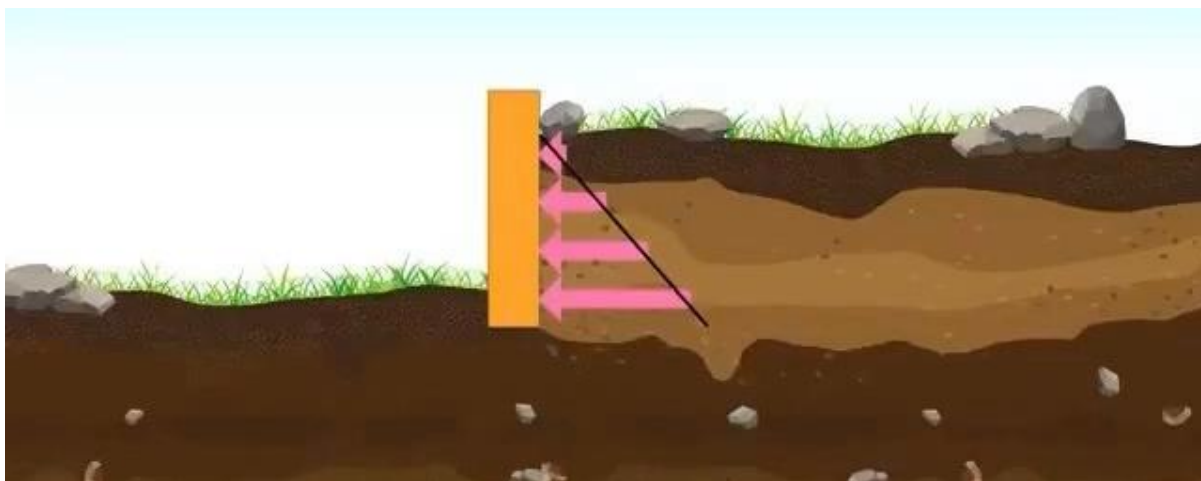


a não é muito pequeno em relação a L

Ações: cargas distribuídas (q , unidade: F/L)

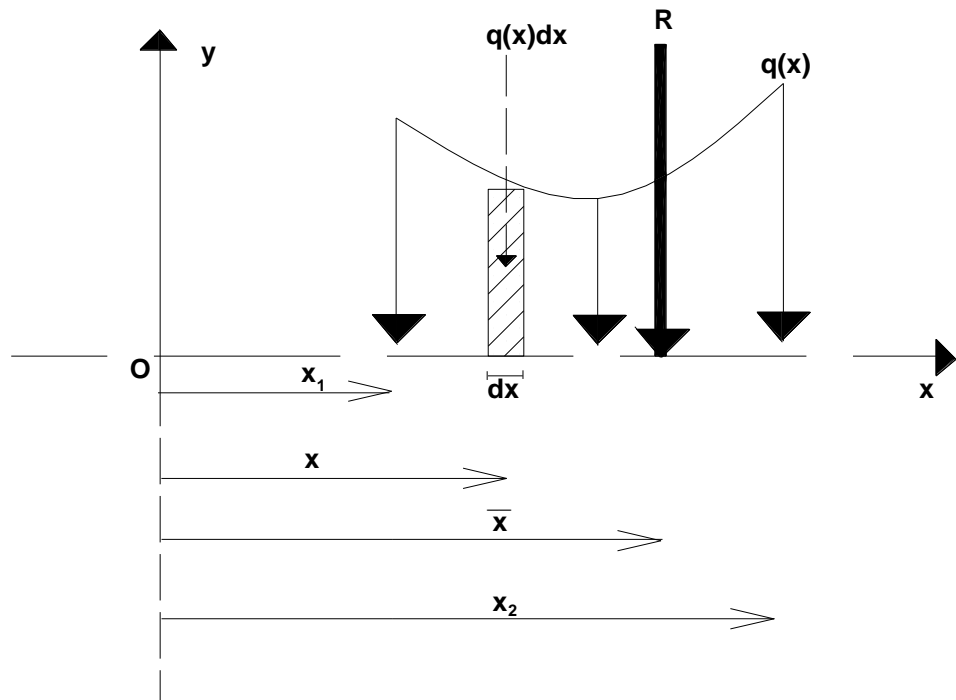
c) Carga distribuída linearmente

Ex.: empuxo de terra, água



Ações: cargas distribuídas (q, unidade: F/L)

Como calcular a resultante da carga distribuída?



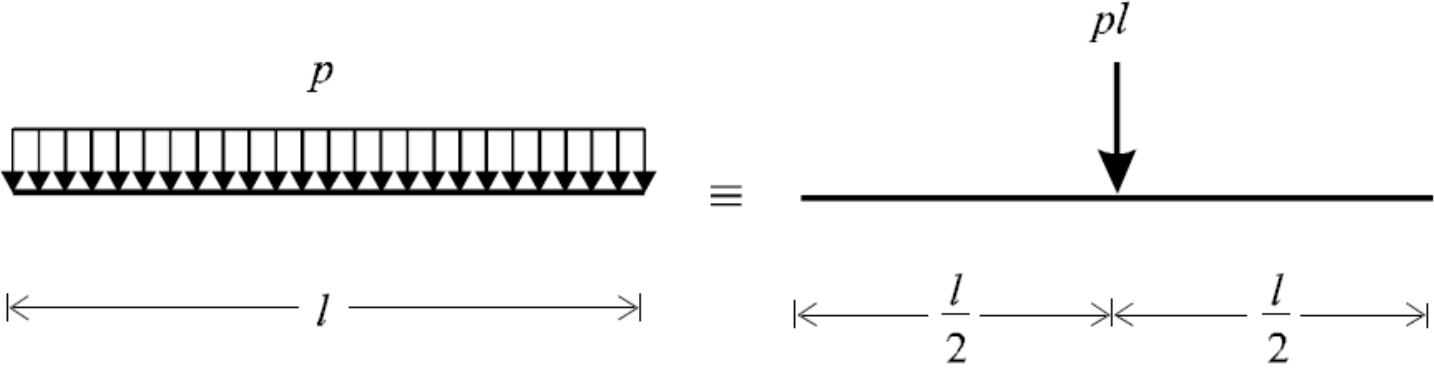
E qual é a posição da resultante (R)?

$$\bar{x} = \frac{\int_{x_1}^{x_2} q(x) \cdot x \cdot dx}{R} = \frac{\int_{x_1}^{x_2} q(x) \cdot x \cdot dx}{A} = \frac{\int_{x_1}^{x_2} q(x) \cdot x \cdot dx}{\int_{x_1}^{x_2} q(x) \cdot dx} \text{ (CG da área)}$$

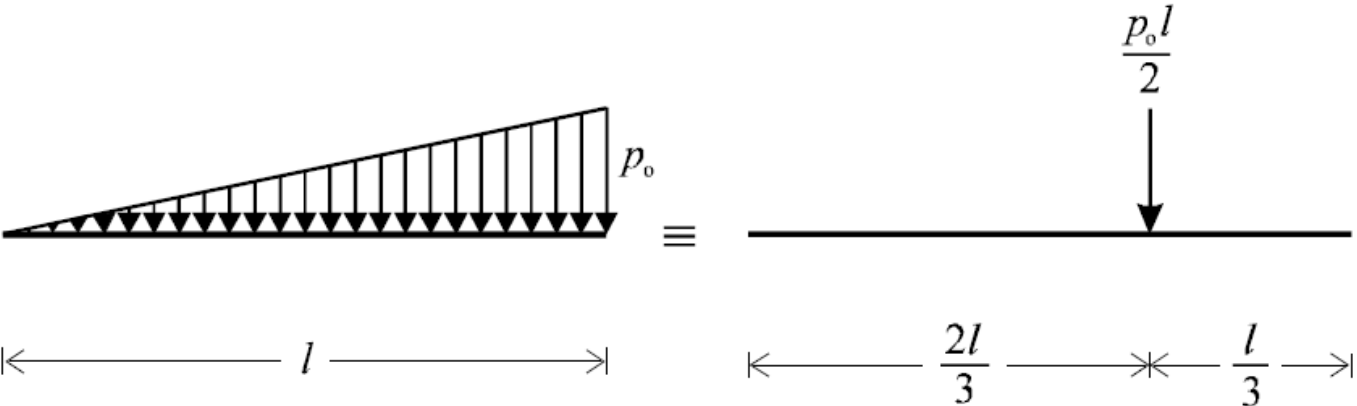
$$R = \int_{x_1}^{x_2} q(x) \cdot dx = \int_{x_1}^{x_2} dF = \text{Área}$$

Substituindo o carregamento distribuído por uma força concentrada estaticamente equivalente para os dois casos a seguir, tem-se as respostas indicadas.

Exemplo 4



Exemplo 5



Reações de apoio dos sistemas planos e dos sistemas espaciais