PEF3200 – Introdução à Mecânica das Estruturas

Aula 1 - 22/03/2023

Apresentação da disciplina. Conceito de estrutura. Estudo qualitativo de estruturas através de suas deformadas. Classificação geométrica das estruturas. Objetivos da Mecânica das Estruturas. Ações.

Prof. Martin Paul Schwark

Prof. Osvaldo Shigueru Nakao

Prof. Valério S. Almeida

Objetivos da disciplina para os alunos

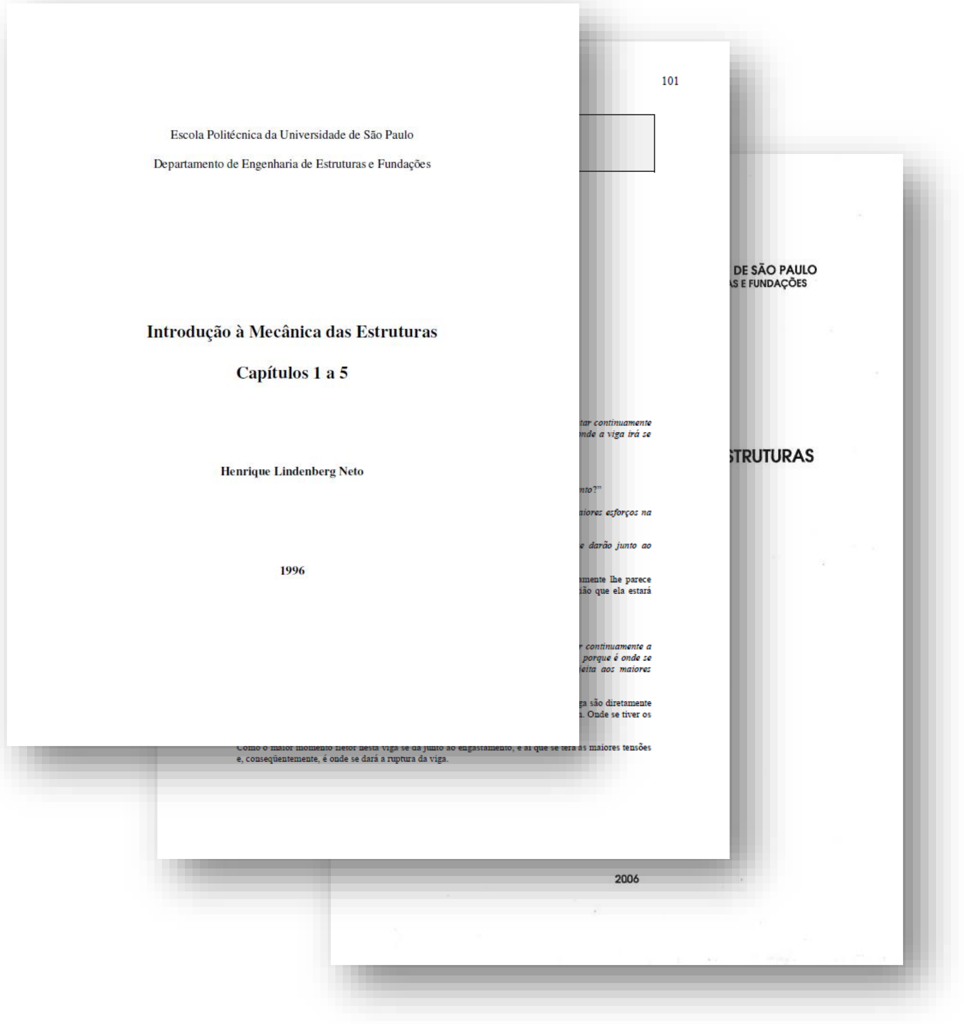
- Desenvolver o hábito de observar e enxergar as estruturas dos objetos que nos cercam
- Mostrar como criar modelos matemáticos para as estruturas reais
- Compreender como as cargas caminham pelas estruturas e a importância que possuem as deformadas para se chegar a esta distribuição de esforços
- Mostrar a importância e a beleza da Engenharia de Estruturas
- Aproximar a Arquitetura e as Artes Plásticas dos alunos
- Auxiliar os alunos a aprender
- Motivar os alunos a estudarem a Engenharia de Estruturas

Atividades

- Aulas expositivas com utilização de modelos didáticos e animações
- Projeto

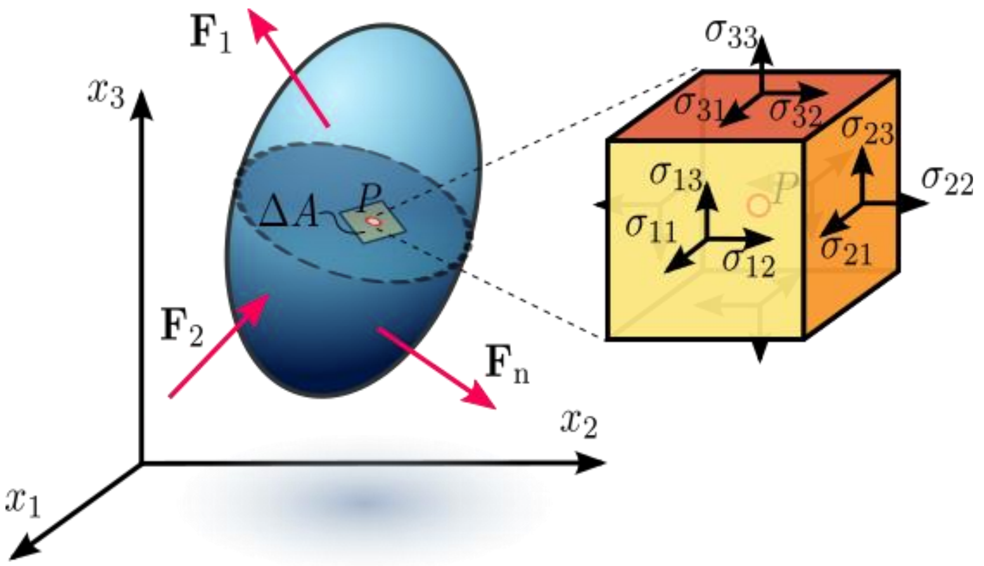
Material disponibilizado no e-disciplinas

- Apostilas do Prof. Henrique Lindenberg Neto
  - Apostila de Teoria – Capítulos 1 a 4
  - Apostila de Teoria – Capítulo 5
  - Apostila de Teoria – Capítulos 6 a 11
- Exercícios
- Animações
- Vídeos
- Provas antigas e gabaritos
- Jogos
- Softwares
- ...entre outros



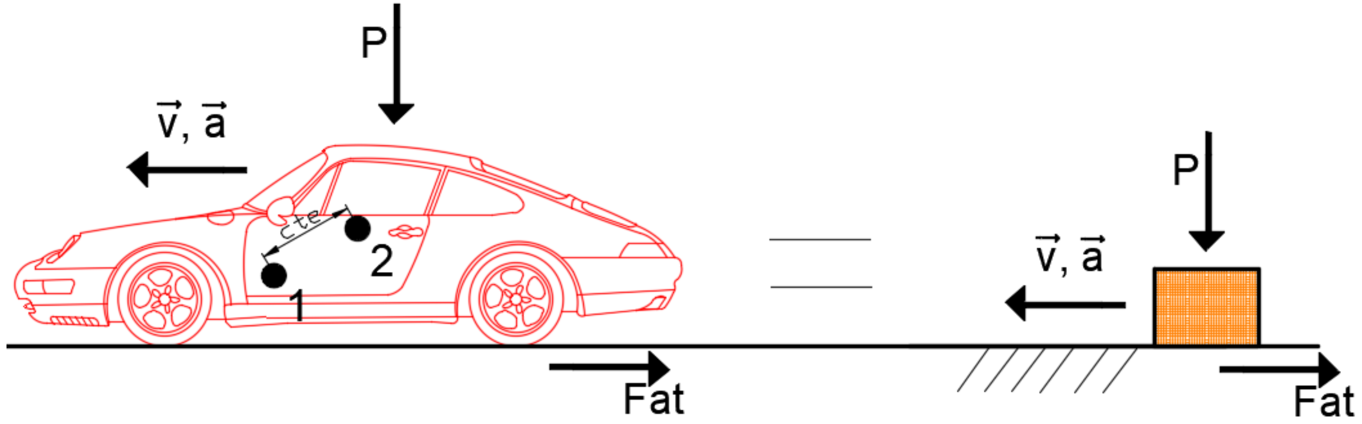
Mecânica

- Ciência aplicada, não tem o empirismo de algumas ciências da engenharia, nem é abstrata/pura
- Mecânica:
  - Sólidos rígidos (espaço, velocidades, acelerações, forças...)
  - **Sólidos deformáveis (esforços internos, deformações...)**
  - Fluidos (velocidades, pressões...)
- Corpo deformável
  - Grandezas físicas: tensões, deformações



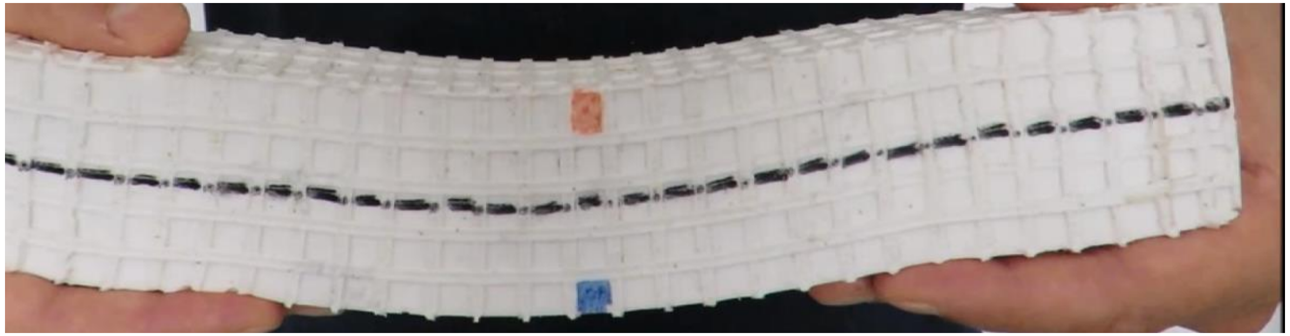
Mecânica

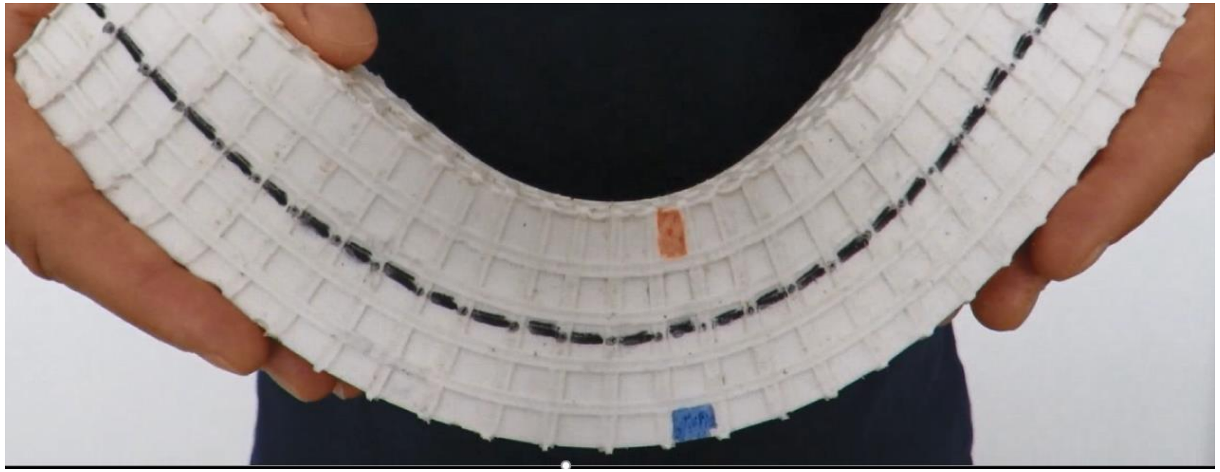
- Sólidos rígidos: não há interesse no movimentos relativos no corpo



- **Sólidos deformáveis: grande interesse na mudança de forma do corpo**
  - Movimentação inter-atômica dos cristais

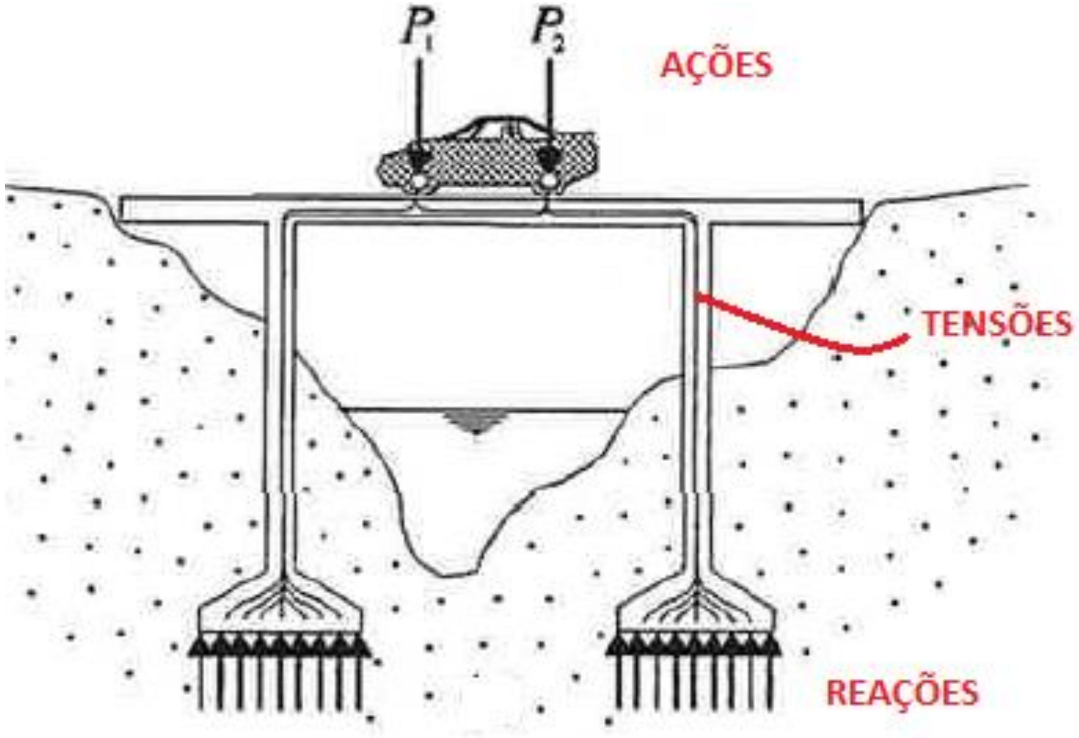
Mecânica dos sólidos deformáveis

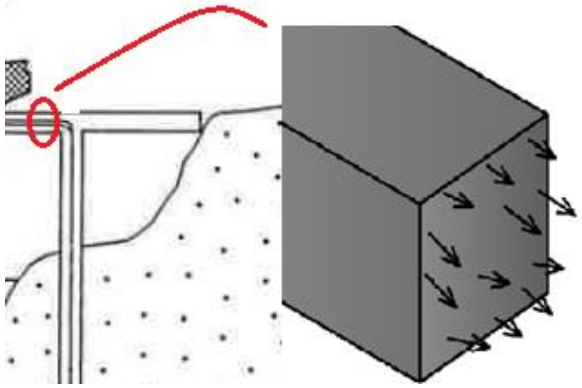




Mecânica dos sólidos deformáveis

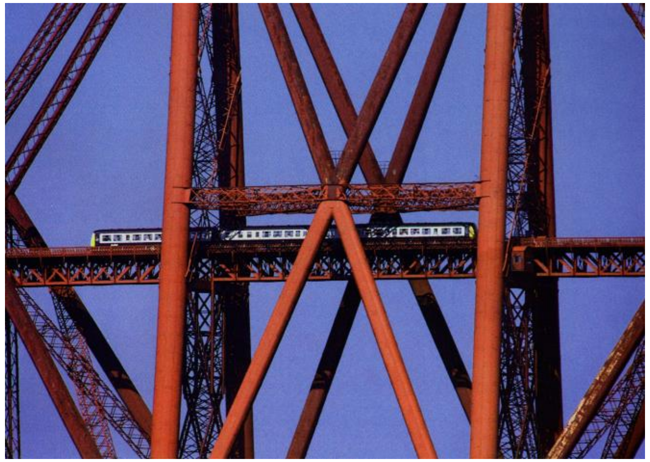
- Variação de sua forma: deformações
- Forças dentro do corpo: esforços internos e tensões





Estrutura

- “A parte, ou conjunto das partes mais resistentes de um corpo, etc., que determina sua disposição espacial, e lhes dá sustentação”



- Fonte: dicionário Aurélio

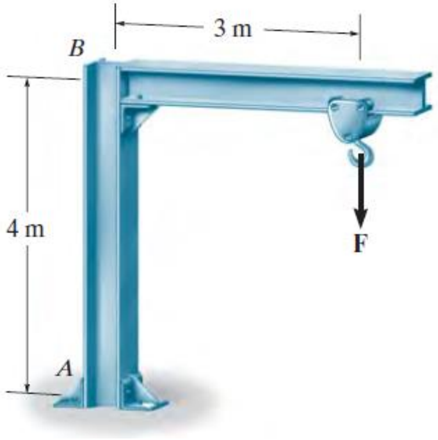


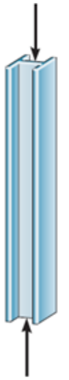



Estrutura real x modelo

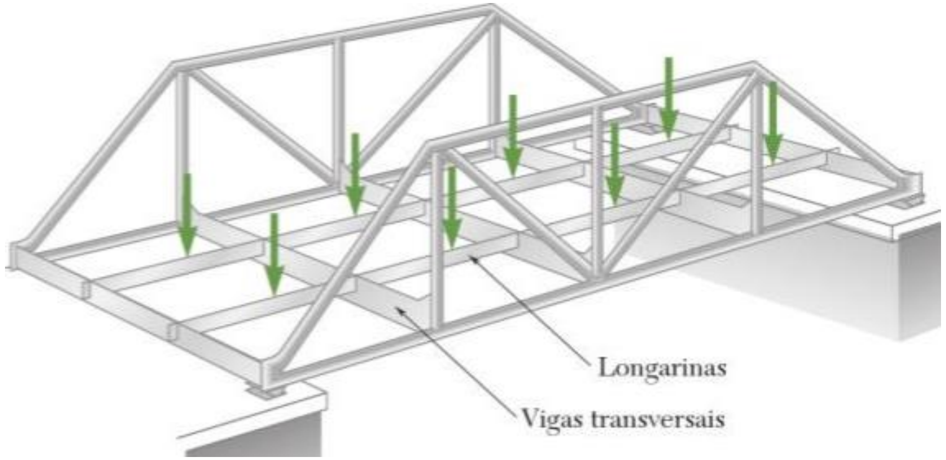
Classificação das estruturas quanto à forma

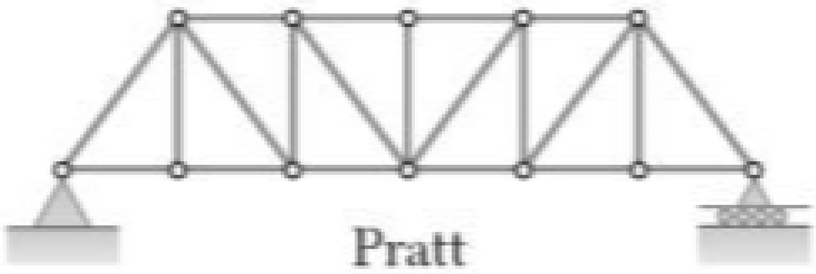
- **Planas:** elementos que compõem a estrutura e os esforços que nela atuam se situam em um mesmo plano

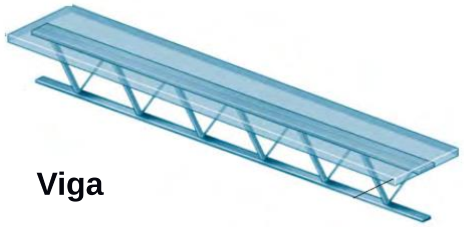


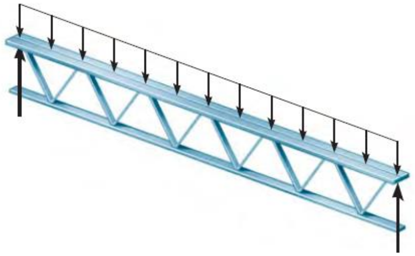


Pilar







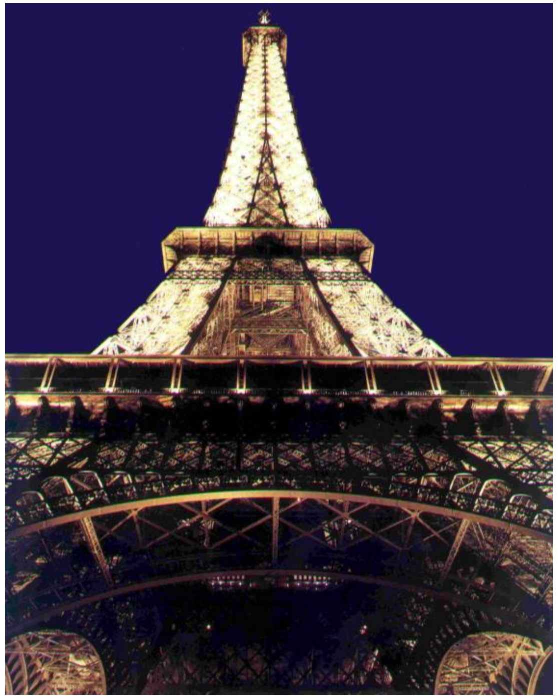


Viga

Treliças planas

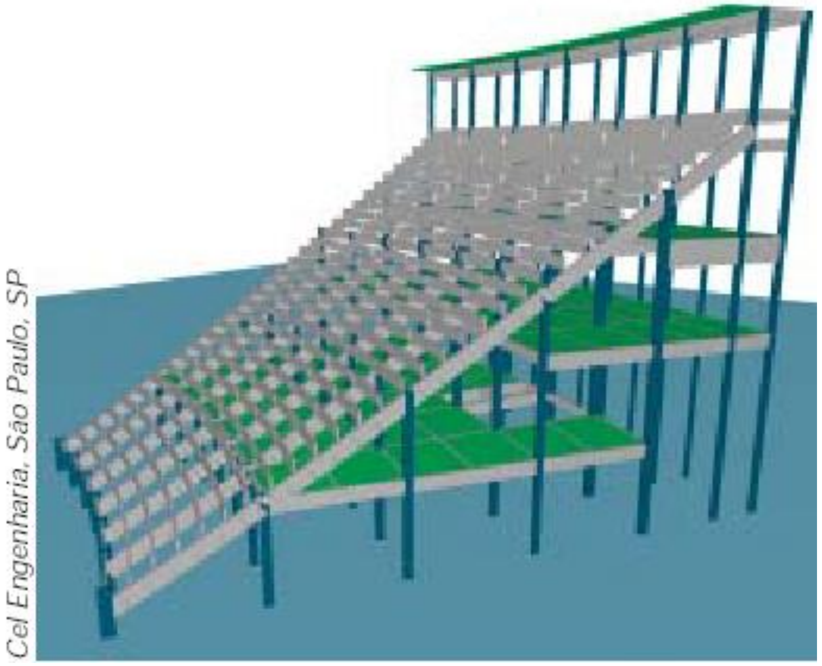
Classificação das estruturas quanto à forma

- **Espaciais**: os elementos que compõem a estrutura OU os esforços que nela atuam NÃO se situam em um mesmo plano



Classificação das estruturas quanto à forma

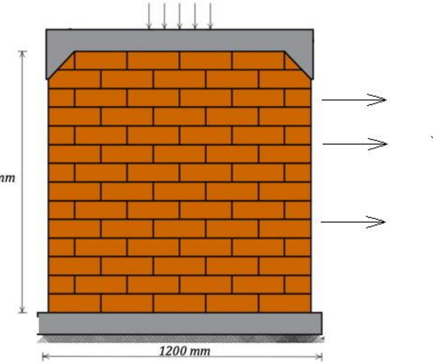
- **Estruturas reticuladas**: constituídas por barras, que são elementos lineares, onde uma dimensão prevalece sobre as outras duas



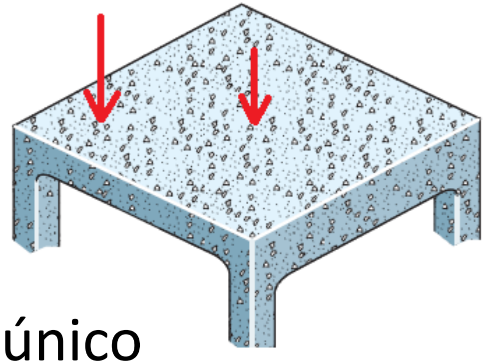
Ex: Vigas, pilares, cabos, estacas...

Classificação das estruturas quanto à forma

- **Estruturas de superfície**: formadas por elementos onde uma dimensão (espessura) é bem menor que as outras duas
  - **Chapas**: solicitada por esforços com direções paralelas ao plano médio (Ex.: Viga-parede)



  - **Placas**: superfície plana em que as ações são perpendiculares ao plano médio (Ex. Laje de edifício, radier)

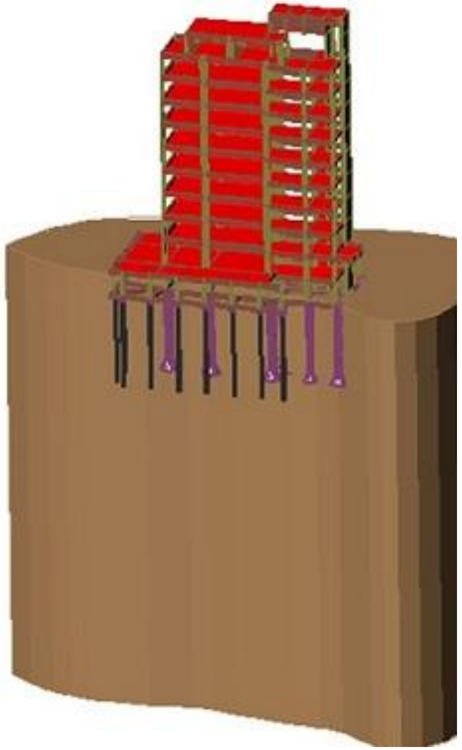


  - **Cascas**: superfície não está contida num único plano, e são superfícies curvas (Ex.: Coberturas, silos, reservatórios cilíndricos)

Classificação das estruturas quanto à forma

- **Tridimensionais ou volumétricas**: elementos com as três dimensões com a mesma ordem de grandeza (Ex. blocos de fundação, estruturas de terra)

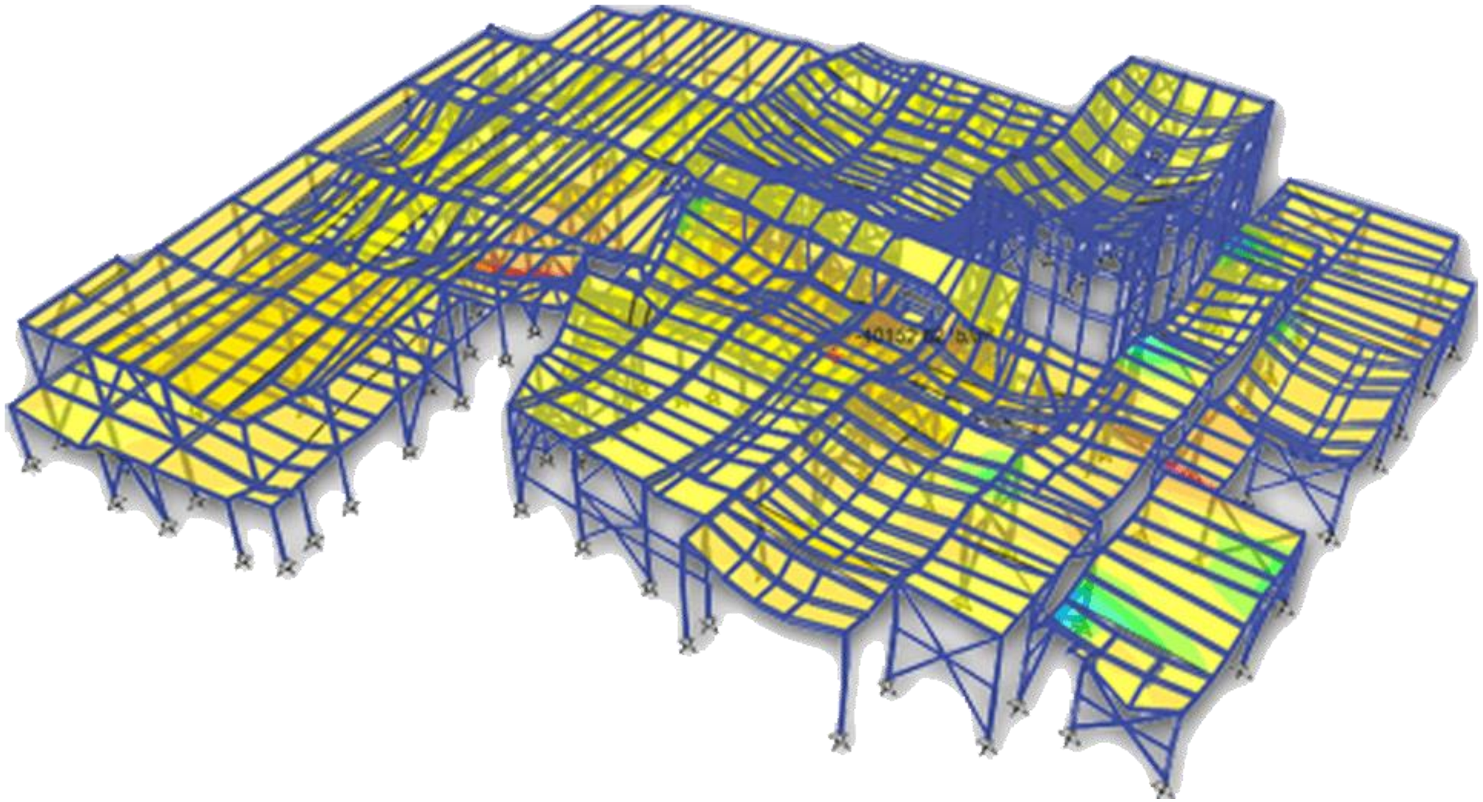
Edifício Yachthouse/SC, bloco de 4.600 m³ (1300 m² x 3,5m)
[81 andares e 275 metros de altura]



Solo analisado como elemento 3D

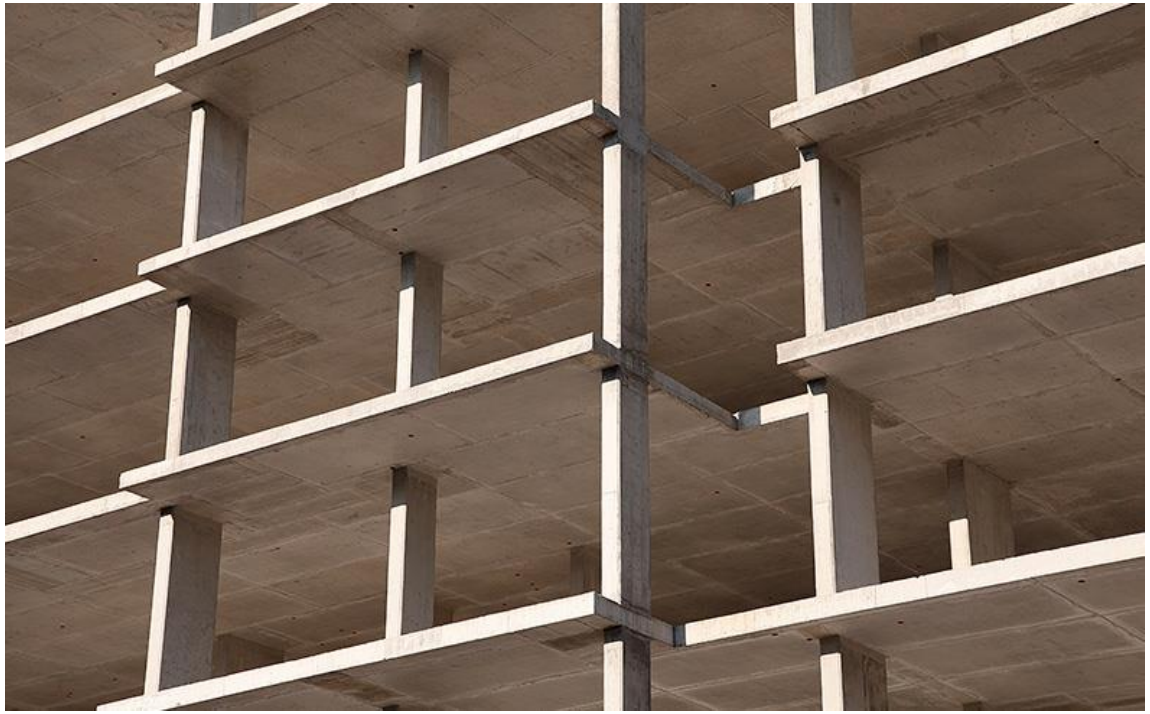
Ações

- Grandezas que levam a estrutura a deformar, gerando esforços internos que devem ser considerados nos projetos.
- São definidas por Normas Técnicas específicas.



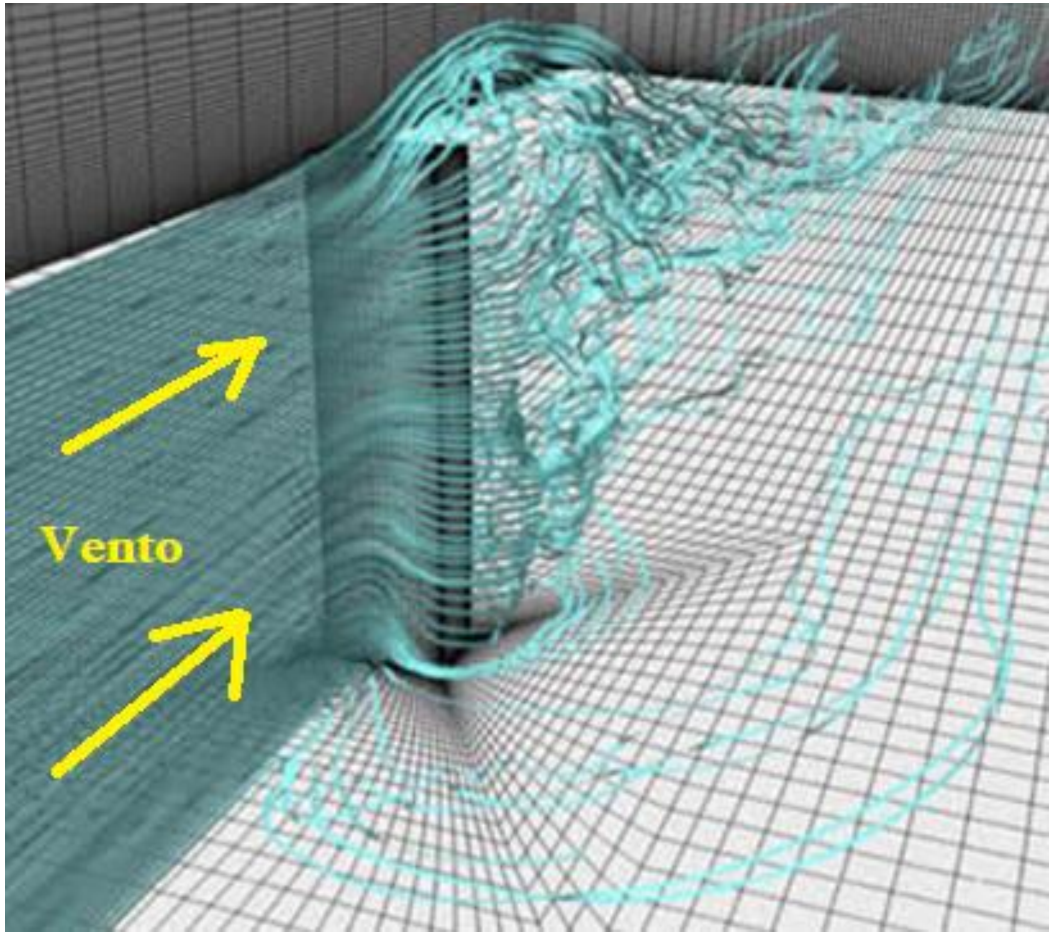
Tipos de ações atuantes em estruturas

- **Ações permanentes**: ocorrem praticamente em toda a vida da construção e com valores constantes
  - Peso próprio da estrutura
  - Peso dos elementos fixos e instalações permanentes: revestimentos, paredes, instalações elétricas e hidráulicas, empuxo de terra etc..



Tipos de ações atuantes em estruturas

- **Ações variáveis**: ação provável, podendo estar atuando ou não em determinado momento
  - Vento
  - Cargas de veículos (cargas móveis)
  - Frenagem/aceleração
  - Multidão (pessoas)
  - Recalque de fundações
  - Variações de temperatura

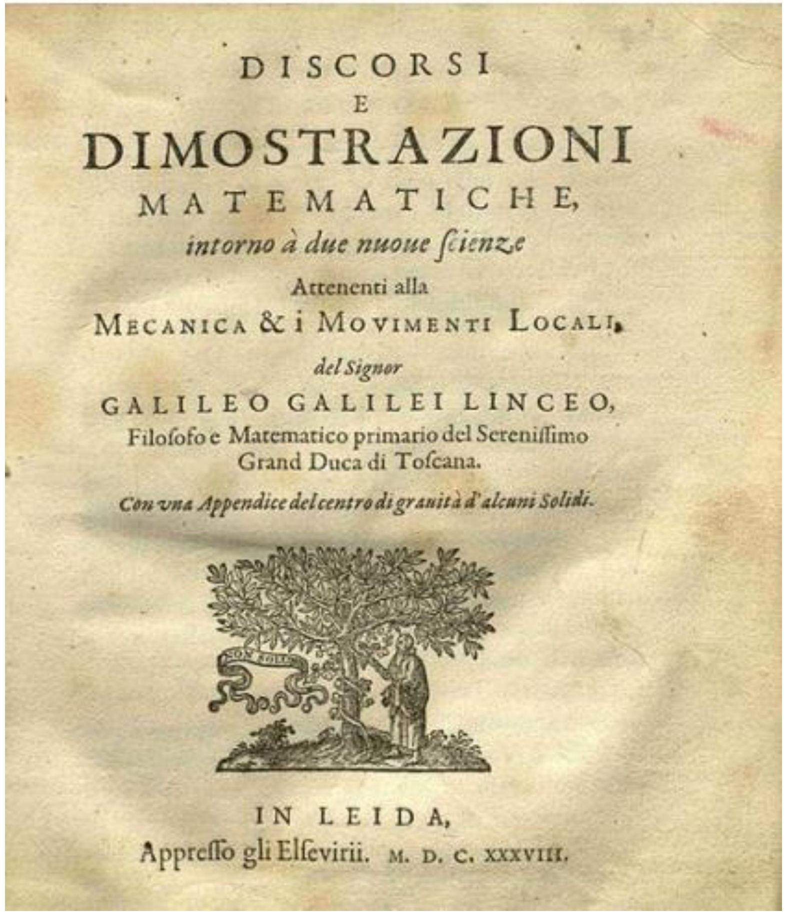


Tipos de ações atuantes em estruturas

- **Ações excepcionais**: causas raras de ocorrência
  - Explosões
  - Colisões
  - Incêndios

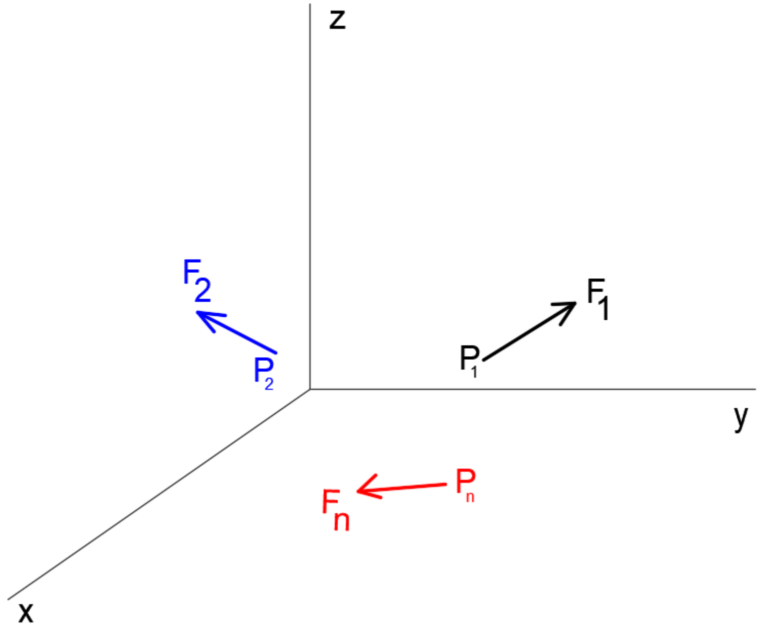
Objetivo da Mecânica das Estruturas

- Estudar as leis e o comportamento das estruturas, objetivando projetos seguros, econômicos, duráveis e sustentáveis
- Introduzido por Galileu (1638) a abordagem de estruturas na ruptura: tamanho, carga
  - Discorsi e Dimostrazioni Matematiche, intorno a Due Nuove Scienze, 1638, Galileu Galilei



Revisão: estática dos sólidos rígidos

O conceito de força será introduzido por meio do 3º Princípio da Mecânica Clássica: "*Em cada instante, a ação mecânica de um corpo sobre um ponto material pode ser representada por um vetor (força interativa) aplicado no ponto*".



Dado um *sistema de forças* $S=\{(P_1,\vec{F}_1),(P_2,\vec{F}_2),\ldots,(P_n,\vec{F}_n)\}$, tem-se:

<u>Definição 1.3</u>

Resultante de S é a soma vetorial das forças que o compõem.

A resultante é indicada por $\vec{R}$, tendo-se então

$$\vec{R} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \, .$$

$$R_x = \sum_i^n F_{xi} \qquad R_y = \sum_i^n F_{yi} \qquad R_z = \sum_i^n F_{zi}$$

Revisão: estática dos sólidos rígidos

<u>Definição 1.4</u>

Momento de S em relação a um ponto O é a soma vetorial dos momentos de cada uma das forças do sistema em relação a esse ponto.

$$\boldsymbol{M_0} = \boldsymbol{r} \wedge \boldsymbol{F}$$

Definição: Se $a = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$ e $b = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$ então o produto vetorial de a e b é o vetor:

$$\mathbf{a} \wedge \mathbf{b} = \langle a_2 b_3 - a_3 b_2, a_3 b_1 - a_1 b_3, a_1 b_2 - a_2 b_1 \rangle$$

$$\mathbf{a} \wedge \mathbf{b} = (\underbrace{a_y b_z - a_z b_y}_{\mathbf{c_x}})\mathbf{i} + (\underbrace{a_z b_x - a_x b_z}_{\mathbf{c_y}})\mathbf{j} + (\underbrace{a_x b_y - a_y b_x}_{\mathbf{c_z}})\mathbf{k} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

Revisão: estática dos sólidos rígidos

Sabe-se que o momento $\vec{M}_O$ tem a direção da reta r da Figura 1.4, passando por O e perpendicular ao plano definido pela linha de ação de (P, $\vec{F}$) e pelo ponto O (plano π).

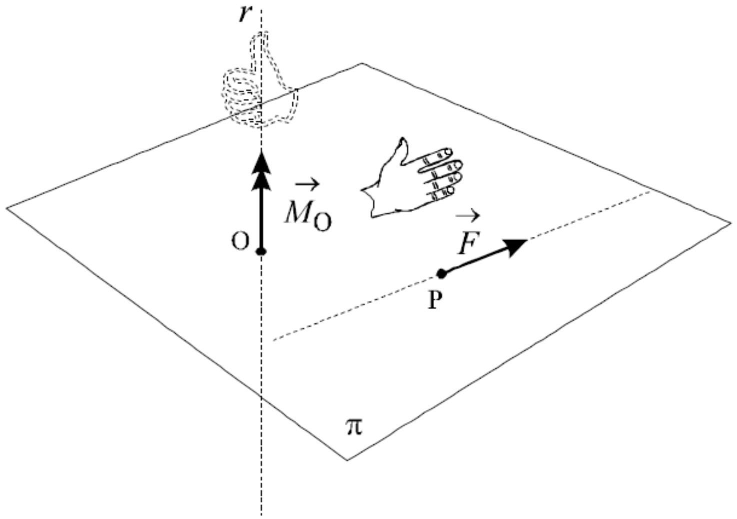


Figura 1.4

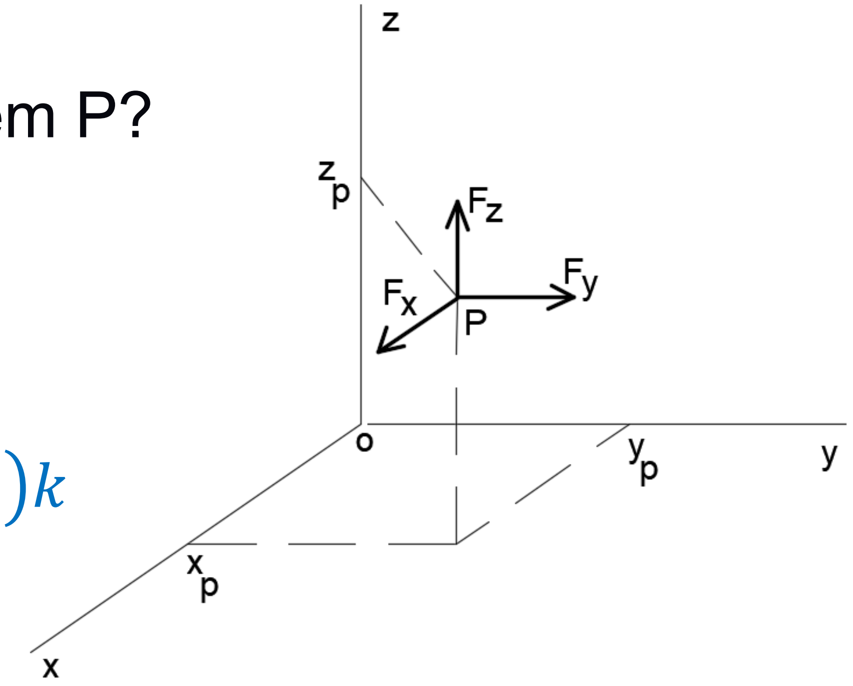
"Regra da mão direita"

O sentido de $\vec{M}_O$ pode ser determinado da seguinte maneira:

- no plano que contém a linha de ação de (P, $\vec{F}$) e é perpendicular a π, coloque a mão direita com a palma voltada para a reta r e com os dedos no sentido de $\vec{F}$;
- deixe o polegar perpendicular aos demais dedos;
- o sentido de $\vec{M}_O$ é então o apontado pelo polegar da mão direita (Figura 1.4).

Revisão: estática dos sólidos rígidos

Qual é o momento em "O" gerado pelas forças em P?



$$\boldsymbol{M_0} = \boldsymbol{r} \wedge \boldsymbol{F}$$

$$r = (x_p - x_o)i + (y_p - y_o)j + (z_p - z_o)k$$

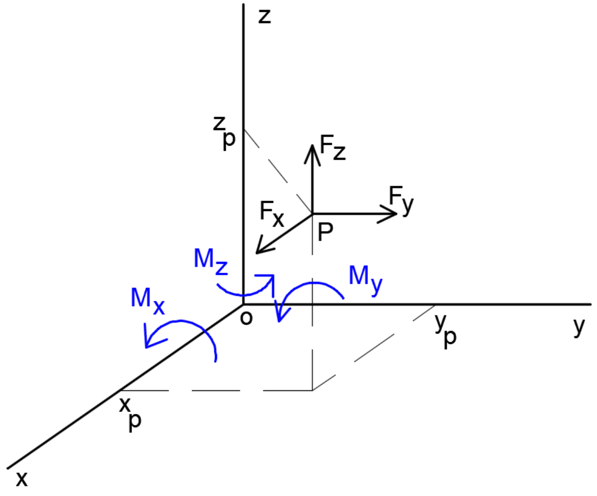
$$F = F_x i + F_y j + F_z k$$

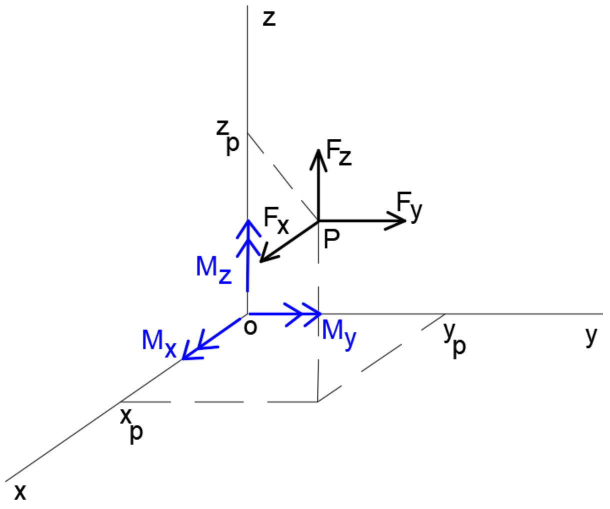
$$M_0 = [(x_p - x_o)i + (y_p - y_o)j + (z_p - z_o)k] \wedge [F_x i + F_y j + F_z k]$$

Revisão: estática dos sólidos rígidos

$$\boldsymbol{M_o = M_x i + M_y j + M_z k}$$

$$\boldsymbol{M_x = (y_p - y_o)F_z - (z_p - z_o)F_y}$$
$$\boldsymbol{M_y = (z_p - z_o)F_x - (x_p - x_o)F_z}$$
$$\boldsymbol{M_z = (x_p - x_o)F_y - (y_p - y_o)F_x}$$

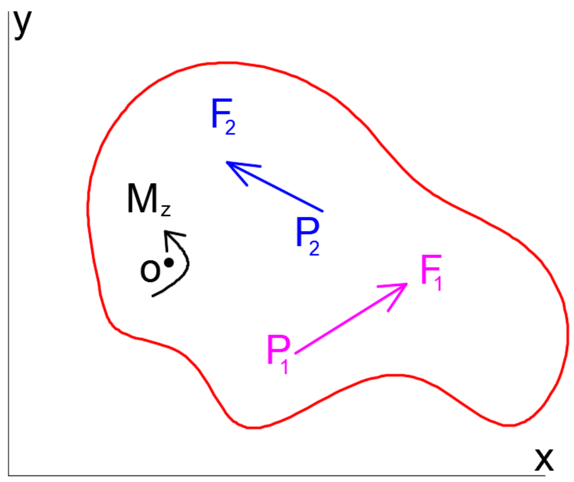




Sistema coplanar (Estrutura plana):

$$\boldsymbol{R_x = \textstyle\sum_i^n F_{xi}} \qquad \boldsymbol{R_y = \textstyle\sum_i^n F_{yi}}$$

$$\boldsymbol{M_z = \mathrm{M} = (x_p - x_o)F_y - (y_p - y_o)F_x}$$

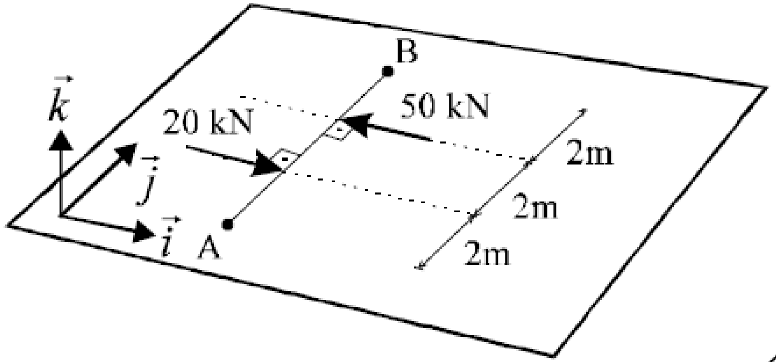


Revisão: estática dos sólidos rígidos

Diz-se que dois sistemas de forças S e S' são $\boxed{\textit{mecanicamente equivalentes}}$ quando suas reduções em um mesmo ponto genérico A levam aos mesmos esforços, isto é, $\vec{R} = \vec{R}'$ e $\vec{M}_A = \vec{M}'_A$.

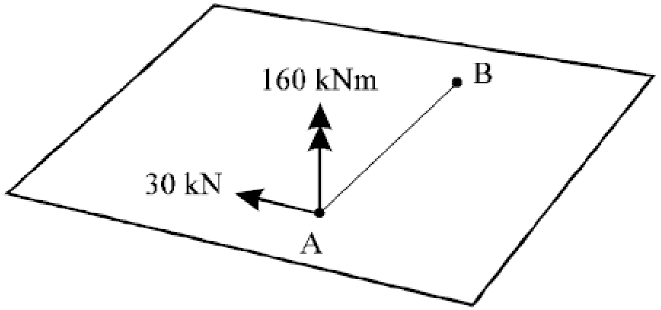
Exemplo 1

Considere-se a barra da figura em que são aplicadas duas forças coplanares, que constituem o sistema de esforços S_I. Obtenha um sistema equivalente em A

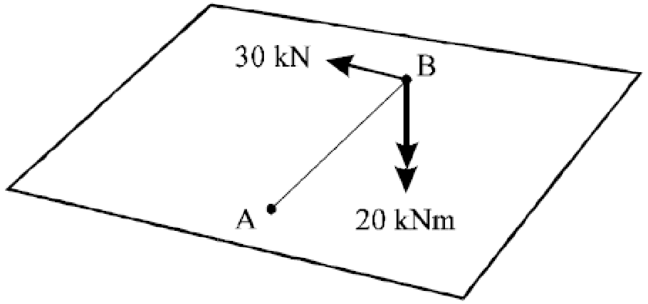


$$\vec{R} = 20\vec{i} - 50\vec{i} = -30\vec{i}$$

$$\vec{M}_A = -20 \cdot 2\vec{k} + 50 \cdot 4\vec{k} = 160\vec{k}$$



Sistema equivalente em B



Revisão: estática dos sólidos rígidos

Determinar para que ponto da barra da Figura 1.25 a redução do sistema de forças aplicadas conduz exclusivamente à resultante R.

Exemplo 2

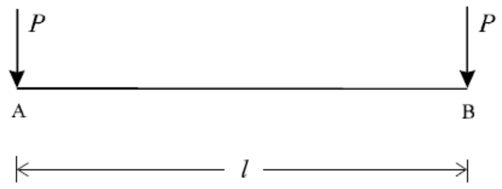


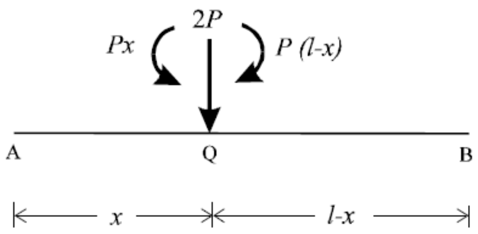
Figura 1.25

A solução direta consiste na redução do sistema em um ponto genérico Q da barra e na determinação de qual deve ser a posição do ponto Q para que o momento de redução se anule.

A redução do sistema em Q leva aos esforços indicados na Figura 1.26.

O momento de redução é

$$M_Q = P \cdot x - P \cdot (l - x)\,; \qquad (1.30)$$



$$M_Q = P \cdot x - P \cdot (l - x) = 0 \qquad (1.31)$$

$$2\,P \cdot x - P \cdot l = 0 \qquad (1.32)$$

$$x = \frac{l}{2}. \qquad (1.33)$$

Conclui-se, então, que o polo no qual o sistema de forças da Figura 1.25 se reduz exclusivamente à resultante é o ponto médio da barra, como se indica na Figura 1.27.

Como já se verificou, a redução de um sistema de forças em um ponto leva a um sistema mecanicamente equivalente ao sistema que já foi reduzido. São, portanto, mecanicamente equivalentes os dois sistemas representados na Figura 1.28, onde o símbolo ≡ indica a equivalência mecânica entre eles.

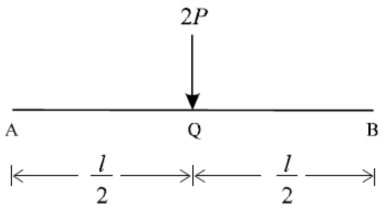


Figura 1.27

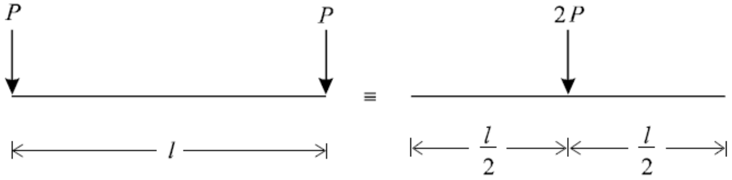


Figura 1.28

Revisão: estática dos sólidos rígidos

Aplicar na barra da Figura 1.31 uma única força mecanicamente equivalente ao sistema aplicado

Exemplo 3

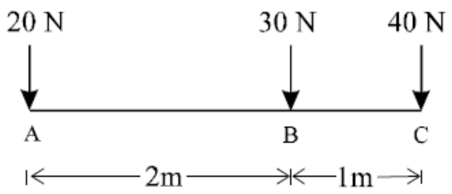


Figura 1.31

A força procurada é a resultante do sistema, mostrada na Figura 1.32.

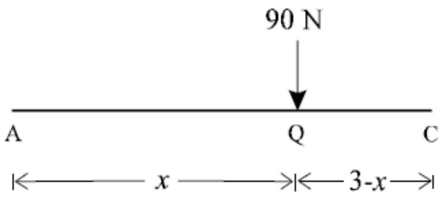


Figura 1.32

A redução do sistema da Figura 1.31 no ponto A leva ao momento

$$M_A = -30 \cdot 2 - 40 \cdot 3 = -180 \text{ Nm} ; \qquad (1.35)$$

a redução da resultante da Figura 1.32 nesse mesmo ponto leva ao momento

$$M_A = -90 \cdot x . \qquad (1.36)$$

Impondo que esses dois momentos sejam iguais, obtém-se

$$M_A = -180 = -90 \cdot x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{180}{90} = 2 \text{ m} . \qquad (1.37)$$

São portanto mecanicamente equivalentes os dois sistemas da Figura 1.33.

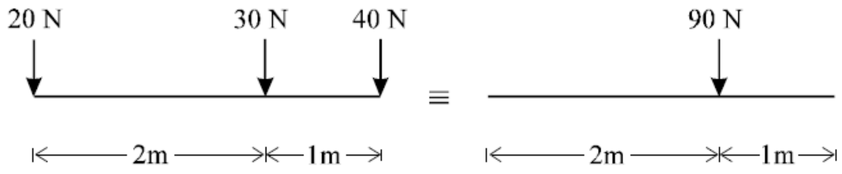
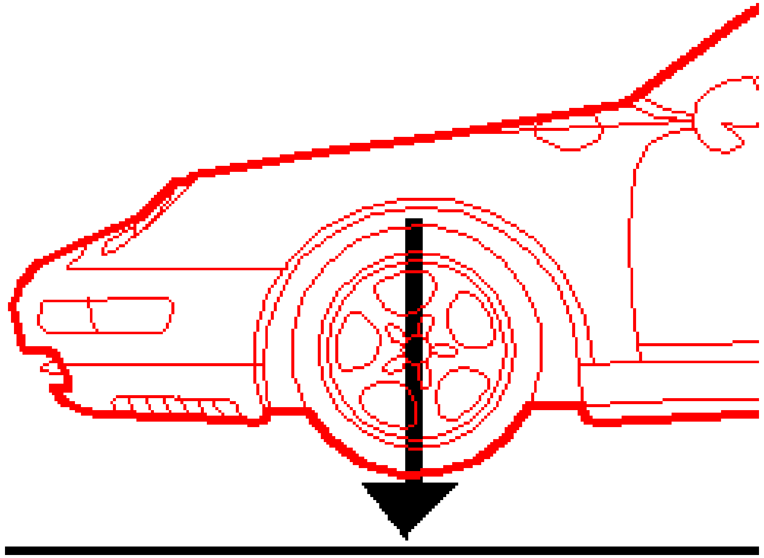
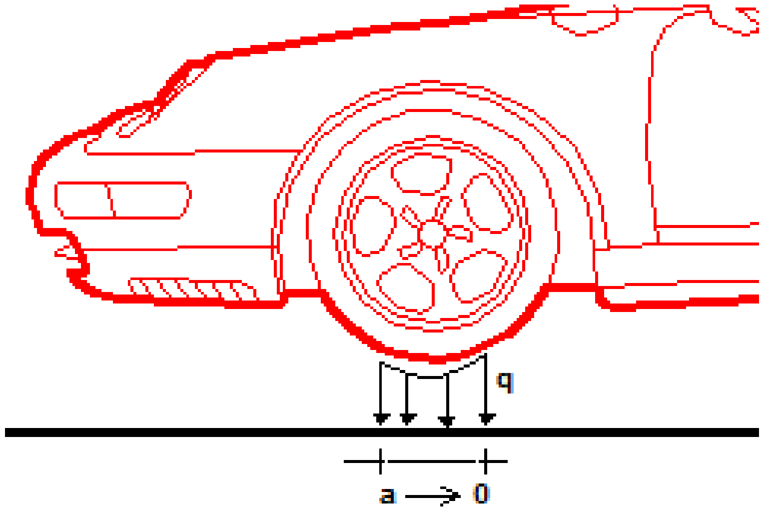


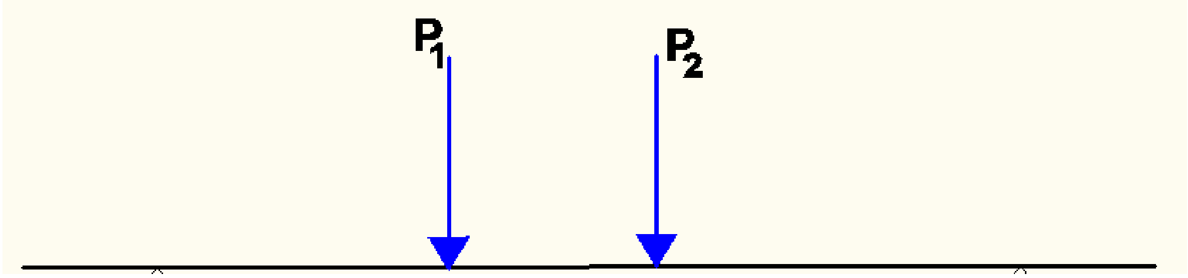
Figura 1.33

Revisão: estática dos sólidos rígidos

Tipos de cargas:
a) Forças concentradas
(P, unidade F (ex. kN))

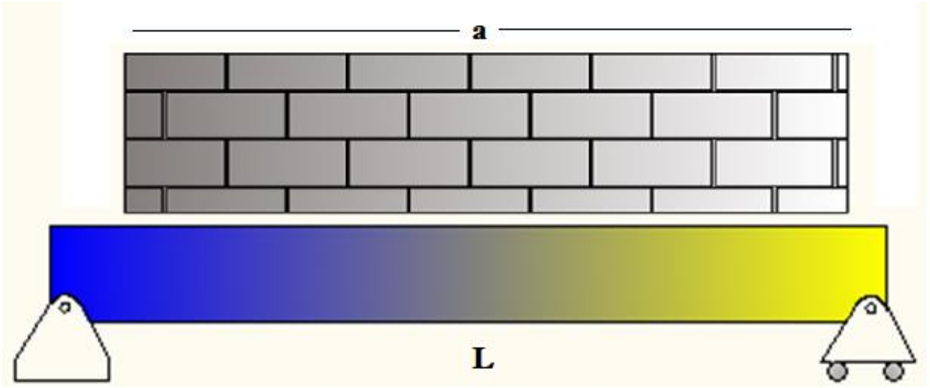




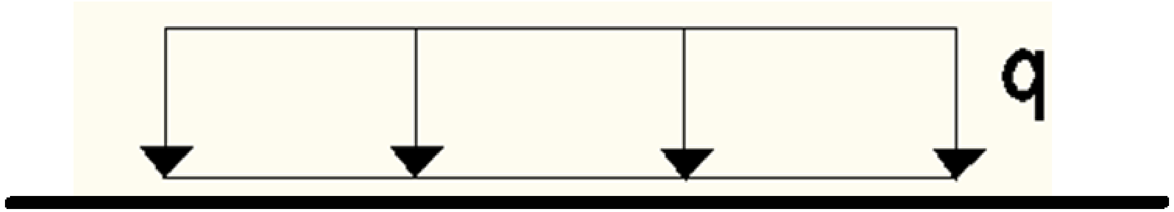


Revisão: estática dos sólidos rígidos

Tipos de cargas:
b) Forças distribuídas constantes
(q, unidade F/L (ex. kN/m))

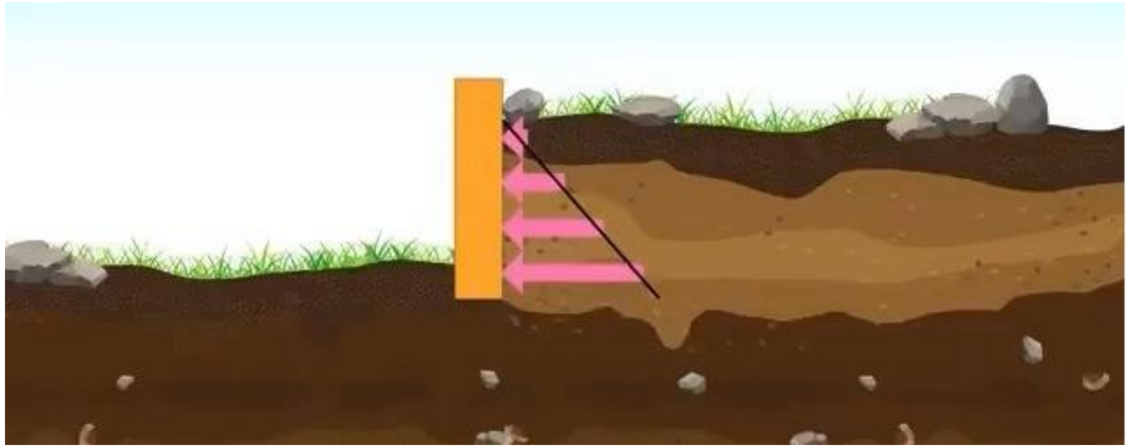


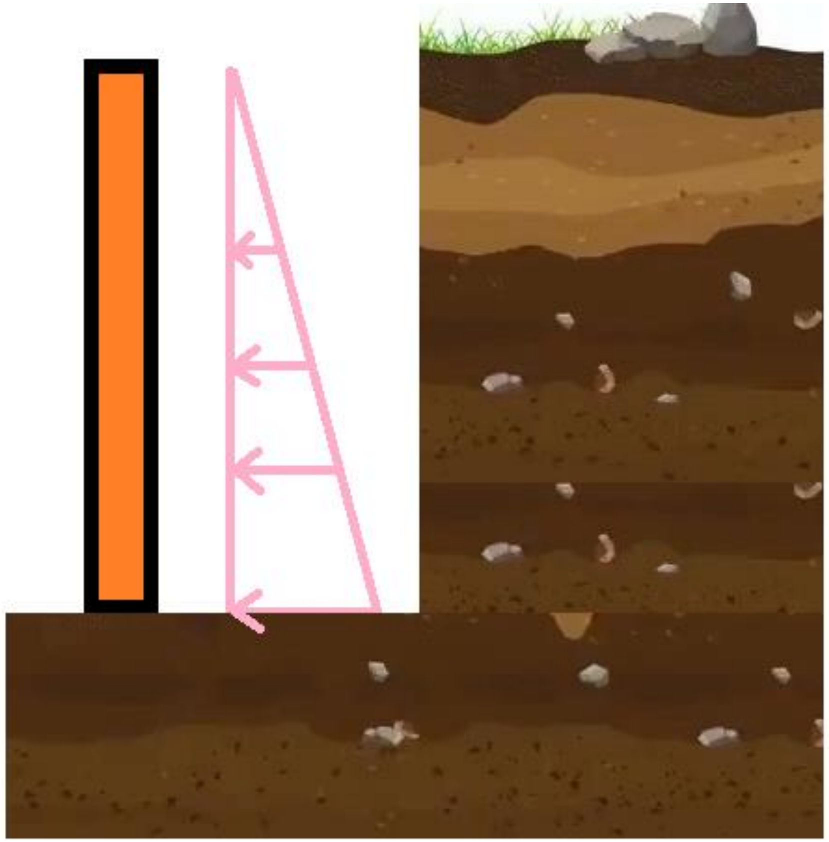
Obs: ***a*** não é muito pequeno em relação a ***L***



Revisão: estática dos sólidos rígidos

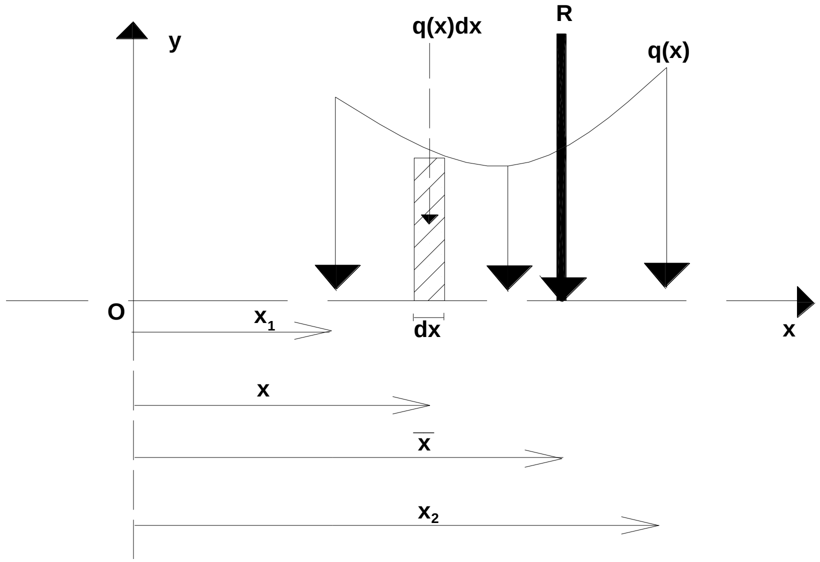
Tipos de cargas:
b) Forças distribuídas variáveis linearmente
(q, unidade F/L)





Revisão: estática dos sólidos rígidos

Como calcular a resultante da carga distribuída?



$$R = \int_{x_1}^{x_2} q(x) \cdot dx = \int_{x_1}^{x_2} dF = Área$$

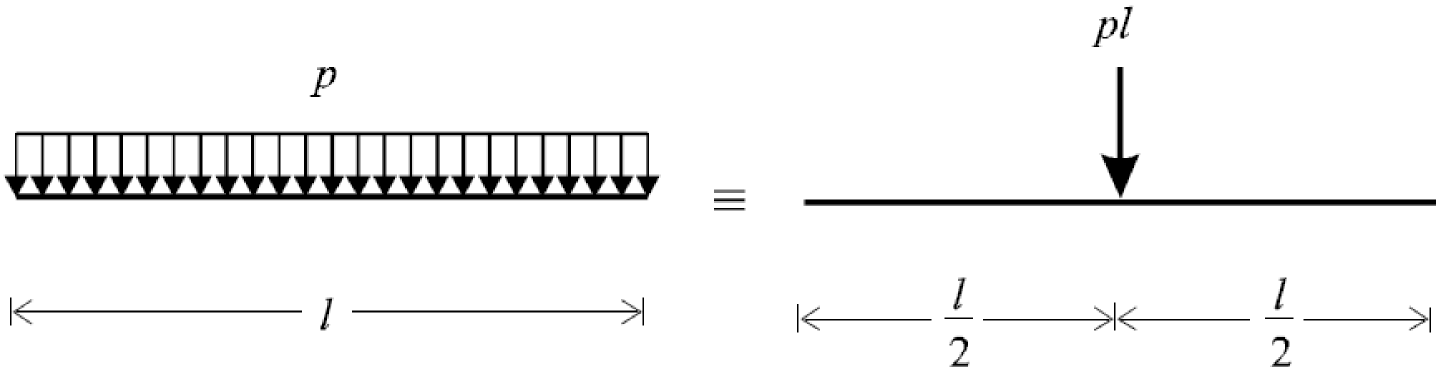
E qual é a posição da resultante (R)?

$$\bar{x} = \frac{\int_{x_1}^{x_2} q(x) \cdot x \cdot dx}{R} = \frac{\int_{x_1}^{x_2} q(x) \cdot x \cdot dx}{A} = \frac{\int_{x_1}^{x_2} q(x) \cdot x \cdot dx}{\int_{x_1}^{x_2} q(x) \cdot dx} (CG\ da\ área)$$

Revisão: estática dos sólidos rígidos

Substituindo o carregamento distribuído por uma força concentrada estaticamente equivalente

Exemplo 4



Exemplo 5