EXEMPLO 12.1

Como exemplo numérico selecionamos

$$\eta_1 = 100\ \Omega$$

$$\eta_2 = 300\ \Omega$$

$$E_{x10}^{+} = 100\ \text{V/m}$$

e calculamos os valores para as ondas incidente, refletida e transmitida.

Solução. O coeficiente de reflexão é

$$\Gamma = \frac{300 - 100}{300 + 100} = 0{,}5$$

e assim

$$E_{x10}^{-} = 50\ \text{V/m}$$

As intensidades de campo magnético são

$$H_{y10}^{+} = \frac{100}{100} = 1{,}00\ \text{A/m}$$

$$H_{y10}^{-} = -\frac{50}{100} = -0{,}50\ \text{A/m}$$

Utilizando a Equação (77) do Capítulo 11, verificamos que a intensidade da densidade de potência incidente média é

$$\langle S_{1i} \rangle = \left| \frac{1}{2}\text{Re}\{\mathbf{E}_s \times \mathbf{H}_s^{*}\} \right| = \frac{1}{2} E_{x10}^{+} H_{y10}^{+} = 50\ \text{W/m}^2$$

A densidade de potência média refletida é

$$\langle S_{1r} \rangle = -\frac{1}{2} E_{x10}^{-} H_{y10}^{-} = 12{,}5\ \text{W/m}^2$$

Na região 2, utilizando a Equação (10),

$$E_{x20}^{+} = \tau E_{x10}^{+} = 150\ \text{V/m}$$

e

$$H_{y20}^{+} = \frac{150}{300} = 0{,}500\ \text{A/m}$$

Logo, a densidade de potência média transmitida para a região 2 pela fronteira é

$$\langle S_2 \rangle = \frac{1}{2} E_{x20}^{+} H_{y20}^{+} = 37{,}5\ \text{W/m}^2$$

Podemos checar e confirmar a lei da conservação da potência:

$$\langle S_{1i} \rangle = \langle S_{1r} \rangle + \langle S_2 \rangle$$

EXEMPLO 12.2

Para ilustrar alguns desses resultados, vamos considerar uma onda de 100 V/m e 3 GHz que está se propagando em um material que possui $\epsilon'_{r1} = 4$, $\mu_{r1} = 1$ e $\epsilon''_r = 0$. A onda incide normalmente em outro dielétrico perfeito na região 2, $z > 0$, onde $\epsilon'_{r2} = 9$ e $\mu_{r2} = 1$ (Figura 12.3). Procuramos as localizações dos máximos e mínimos de **E**.

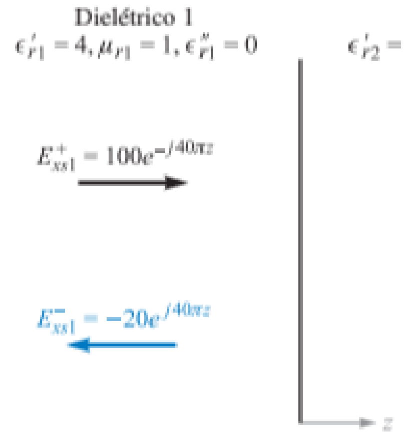

Figura 12.3 Uma onda incidente, $E^+_{xs1} = 100e^{-j40\pi z}$ V/m, é refletida com um coeficiente de reflexão $\Gamma = -0{,}2$. O dielétrico 2 é infinitamente espesso.

Solução. Calculamos $\omega = 6\pi \times 10^9$ rad/s, $\beta_1 = \omega\sqrt{\mu_1\epsilon_1} = 40\pi$ rad/m, e $\beta_2 = \omega\sqrt{\mu_2\epsilon_2} = 60\pi$ rad/m. Embora o comprimento de onda fosse 10 cm no ar, neste caso $\lambda_1 = 2\pi/\beta_1 = 5$ cm, $\lambda_2 = 2\pi/\beta_2 = 3{,}33$ cm, $\eta_1 = 60\pi\ \Omega$, $\eta_2 = 40\pi\ \Omega$, e $\Gamma = (\eta_2 - \eta_1)/(\eta_2 + \eta_1) = -0{,}2$. Como Γ é real e negativo ($\eta_2 < \eta_1$), haverá um mínimo de campo elétrico na fronteira, o qual será repetido em intervalos de meio comprimento de onda (2,5 cm) no dielétrico 1. Da Equação (23) vemos que $|E_{x1T}|_{\min} = 80$ V/m.

Os máximos de **E** são encontrados nas distâncias de 1,25, 3,75, 6,25, ... cm de $z = 0$. Todos esses máximos possuem amplitudes de 120 V/m, conforme previsto pela Equação (20).

Não existem máximos ou mínimos na região 2 porque não há onda refletida lá.

EXEMPLO 12.3

Uma onda plana uniforme no ar se reflete parcialmente na superfície de um material cujas propriedades são desconhecidas. Medições do campo elétrico na região na frente da interface mostram um espaçamento de 1,5 m entre os máximos, com o primeiro máximo ocorrendo a 0,75 m da interface. Uma taxa de onda estacionária de 5 é medida. Determine a impedância intrínseca η_u* do material desconhecido.

* N. de T.: *u* do termo inglês *unknown*.

Solução. O espaçamento de 1,5 m entre os máximos é $\lambda/2$, o que implica um comprimento de onda de 3,0 m, ou $f = 100$ MHz. O primeiro máximo a 0,75 m é, então, a distância de $\lambda/4$ em relação à interface, o que significa que um mínimo de campo ocorre na fronteira. Logo, Γ será real e negativo. Usamos a Equação (27) para escrever

$$|\Gamma| = \frac{s-1}{s+1} = \frac{5-1}{5+1} = \frac{2}{3}$$

Assim,

$$\Gamma = -\frac{2}{3} = \frac{\eta_u - \eta_0}{\eta_u + \eta_0}$$

que resolvemos para η_u a fim de obter

$$\eta_u = \frac{1}{5}\eta_0 = \frac{377}{5} = 75{,}4\,\Omega$$

EXEMPLO 12.4

Suponha que desejamos filtrar um espectro ótico de largura total $\Delta\lambda_{s0} = 50$ nm (medido no espaço livre), cujo comprimento de onda central, λ_0, está na parte vermelha do espectro visível em 600 nm, onde um nm (nanômetro) vale 10^{-9} m. Um filtro de Fabry-Perot deve ser utilizado, consistindo em uma placa de vidro sem perdas no ar com índice de refração $n = 1{,}45$. Precisamos encontrar a faixa necessária de espessuras do vidro para que ordens múltiplas do comprimento de onda não sejam transmitidas.

Solução. Precisamos que a faixa espectral livre seja maior que a largura espectral ótica, ou $\Delta\lambda_{f0} > \Delta\lambda_s$. Usando a Equação (43*b*)

$$l < \frac{\lambda_0^2}{2n\Delta\lambda_{s0}}$$

Desta forma,

$$l < \frac{600^2}{2(1{,}45)(50)} = 2{,}5 \times 10^3\text{nm} = 2{,}5\,\mu\text{m}$$

onde 1 μm (micrômetro) $= 10^{-6}$ m. A fabricação de uma placa de vidro com essa espessura ou menor é impossível de se conceber. Em vez disso, é normalmente utilizado um espaçamento de ar com espessura dessa ordem entre duas placas grossas, cujas superfícies nos lados opostos ao espaçamento de ar são revestidas com material antirrefletivo. Essa é na verdade uma configuração mais versátil, pois o comprimento de onda a ser transmitido (e a faixa espectral livre) pode ser ajustado pela variação da separação entre as placas.

EXEMPLO 12.5

Desejamos revestir uma superfície de vidro com uma camada de dielétrico apropriado para proporcionar transmissão total do ar para o vidro em um comprimento de onda no espaço livre de 570 nm. O vidro tem índice de refração $n_3 = 1{,}45$. Determine o índice necessário para o revestimento e sua espessura mínima.

Solução. As impedâncias conhecidas são $\eta_1 = 377\ \Omega$ e $\eta_3 = 377/1{,}45 = 260\ \Omega$. Utilizando a Equação (46), temos

$$\eta_2 = \sqrt{(377)(260)} = 313\,\Omega$$

O índice da região 2 será então

$$n_2 = \left(\frac{377}{313}\right) = 1{,}20$$

O comprimento de onda na região 2 será

$$\lambda_2 = \frac{570}{1{,}20} = 475\,\text{nm}$$

A espessura mínima da camada de dielétrico é, então

$$l = \frac{\lambda_2}{4} = 119\,\text{nm} = 0{,}119\,\mu\text{m}$$

EXEMPLO 12.6

Considere uma onda plana uniforme de 50 MHz que possui amplitude do campo elétrico de 10 V/m. O meio é sem perdas, com $\epsilon_r = \epsilon_r' = 9{,}0$ e $\mu_r = 1{,}0$. A onda se propaga no plano xy em um ângulo de 30° em relação ao eixo x e é linearmente polarizado ao longo de z. Escreva a expressão fasorial para o campo elétrico.

Solução. A intensidade da constante de propagação é

$$k = \omega\sqrt{\mu\epsilon} = \frac{\omega\sqrt{\epsilon_r}}{c} = \frac{2\pi \times 50 \times 10^6(3)}{3 \times 10^8} = 3{,}2\ \text{m}^{-1}$$

O vetor **k** vale então

$$\mathbf{k} = 3{,}2(\cos 30\mathbf{a}_x + \text{sen}\, 30\,\mathbf{a}_y) = 2{,}8\mathbf{a}_x + 1{,}6\mathbf{a}_y\ \text{m}^{-1}$$

Então

$$\mathbf{r} = x\,\mathbf{a}_x + y\,\mathbf{a}_y$$

Com o campo elétrico direcionado ao longo de z, a forma fasorial se torna

$$\mathbf{E}_s = E_0 e^{-j\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}\,\mathbf{a}_z = 10e^{-j(2{,}8x+1{,}6y)}\,\mathbf{a}_z$$

EXEMPLO 12.7

Uma onda plana uniforme no ar incide em um vidro fazendo um ângulo em relação à normal de 30°. Determine as frações da potência incidente refletida e transmitida para (*a*) polarização *p* e (*b*) polarização *s*. O vidro tem índice de refração $n_2 = 1{,}45$.

Solução. Primeiramente, aplicamos a lei de Snell para encontrar o ângulo de transmissão. Usando $n_1 = 1$ para o ar, usamos a Equação (63) para encontrar

$$\theta_2 = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{\operatorname{sen} 30}{1{,}45}\right) = 20{,}2^\circ$$

Agora, para a polarização *p*:

$$\eta_{1p} = \eta_1 \cos 30 = (377)(0{,}866) = 326\,\Omega$$

$$\eta_{2p} = \eta_2 \cos 20{,}2 = \frac{377}{1{,}45}(0{,}938) = 244\,\Omega$$

Assim, utilizando a Equação (69), encontramos

$$\Gamma_p = \frac{244 - 326}{244 + 326} = -0{,}144$$

A fração da potência incidente que é refletida é

$$\frac{P_r}{P_{inc}} = |\Gamma_p|^2 = 0{,}021$$

A fração transmitida é então

$$\frac{P_t}{P_{inc}} = 1 - |\Gamma_p|^2 = 0{,}979$$

Para a polarização *s*, temos

$$\eta_{1s} = \eta_1 \sec 30 = 377/0{,}866 = 435\,\Omega$$

$$\eta_{2s} = \eta_2 \sec 20{,}2 = \frac{377}{1{,}45(0{,}938)} = 277\,\Omega$$

E utilizando a Equação (71):

$$\Gamma_s = \frac{277 - 435}{277 + 435} = -0{,}222$$

Por fim, a fração de potência refletida é

$$|\Gamma_s|^2 = 0{,}049$$

E fração da potência incidente transmitida é

$$1 - |\Gamma_s|^2 = 0{,}951$$

EXEMPLO 12.8

Um prisma deve ser utilizado para girar um feixe de luz de 90°, conforme mostrado na Figura 12.8. A luz entra e sai do prisma por duas superfícies antirrefletivas (revestimento AR). Deve ocorrer reflexão total na superfície de trás, onde o ângulo de incidência é de 45° em relação à normal. Determine o índice de refração mínimo necessário do material do prisma se a região em volta é o ar.

Solução. Considerando a superfície de trás, o meio além da interface é o ar, com $n_2 = 1{,}00$. Uma vez que $\theta_1 = 45°$, a Equação (76) é utilizada para se obter

$$n_1 \geq \frac{n_2}{\text{sen}\,45} = \sqrt{2} = 1{,}41$$

Já que o vidro de sílica fundida tem índice de refração $n_g = 1{,}45^*$, é um material apropriado para essa aplicação, e é mesmo amplamente utilizado.

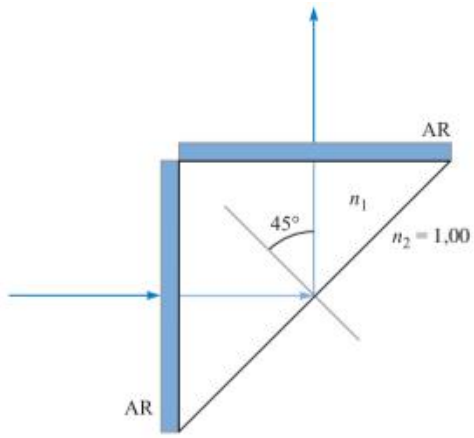

Figura 12.8 Prisma direcionador de raios de luz para o Exemplo 12.8.

EXEMPLO 12.9

Luz incide no vidro, vinda do ar, no ângulo de Brewster. Determine os ângulos de incidência e de transmissão.

Solução. Uma vez que o vidro possui índice de refração $n_2 = 1{,}45$, o ângulo de incidência será

$$\theta_1 = \theta_B = \text{sen}^{-1}\left(\frac{n_2}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}}\right) = \text{sen}^{-1}\left(\frac{1{,}45}{\sqrt{1{,}45^2 + 1}}\right) = 55{,}4^\circ$$

O ângulo de transmissão é encontrado pela lei de Snell, pela Equação

$$\theta_2 = \text{sen}^{-1}\left(\frac{n_1}{n_2}\,\text{sen}\,\theta_B\right) = \text{sen}^{-1}\left(\frac{n_1}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2}}\right) = 34{,}6^\circ$$

Note que esse exercício implica que sen $\theta_2 = \cos\theta_B$, o que significa que a soma dos ângulos de incidência e de refração na condição de Brewster é sempre 90°.

EXEMPLO 13.1

Um guia de onda de placas paralelas tem separação entre as placas $d = 1$ cm e é preenchido com Teflon, o qual possui constante dielétrica $\epsilon_r' = 2{,}1$. Determine a máxima frequência de operação para que apenas o modo TEM se propague. Encontre também a faixa de frequências na qual os modos TE_1 e TM_1 ($m = 1$) se propagarão, e não os outros modos de maior ordem.

Solução. Usando a Equação (41), veremos que a frequência de corte para o primeiro modo de guia de onda ($m = 1$) será

$$f_{c1} = \frac{\omega_{c1}}{2\pi} = \frac{2{,}99 \times 10^{10}}{2\sqrt{2{,}1}} = 1{,}03 \times 10^{10}\ \text{Hz} = 10{,}3\ \text{GHz}$$

Para que apenas ondas TEM se propaguem, devemos ter $f < 10{,}3$ GHz. Para permitir apenas TE_1 e TM_1 (juntamente com TEM), a faixa de frequências deve ser $\omega_{c1} < \omega < \omega_{c2}$, onde $\omega_{c2} = 2\omega_{c1}$, da Equação (41). Logo, as frequências nas quais teremos os modos $m = 1$ e TEM serão $10{,}3\ \text{GHz} < f < 20{,}6\ \text{GHz}$.

EXEMPLO 13.2

No guia de placas paralelas do Exemplo 13.1, o comprimento de onda de operação é $\lambda = 2$ mm. Quantos modos de guia de onda se propagarão?

Solução. Para que o modo m se propague, é necessário que $\lambda < \lambda_{cm}$. Para o guia de onda e o comprimento de onda dados, a desigualdade se torna, utilizando a Equação (43),

$$2\ \text{mm} < \frac{2\sqrt{2{,}1}\ (10\ \text{mm})}{m}$$

da qual

$$m < \frac{2\sqrt{2{,}1}\ (10\ \text{mm})}{2\ \text{mm}} = 14{,}5$$

Logo, o guia suportará modos no comprimento de onda dado até a ordem $m = 14$. Uma vez que existirá um modo TE e um modo TM para cada valor de m, teremos, sem incluir o modo TEM, um total de 28 modos guiados acima do corte.

EXEMPLO 13.5

Um guia de onda dielétrico simétrico laminado deve guiar luz com comprimento de onda de $\lambda = 1{,}30\ \mu$m. A espessura da lâmina deve ser $d = 5{,}00\ \mu$m, e o índice de refração do material em volta é $n_2 = 1{,}450$. Determine o índice de refração máximo permitido do material da lâmina que permitirá um modo único de operação para TE e TM.

Solução. A Equação (143) pode ser reescrita da seguinte forma

$$n_1 < \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2d}\right)^2 + n_2^2}$$

Assim,

$$n_1 < \sqrt{\left(\frac{1{,}30}{2(5{,}00)}\right)^2 + (1{,}450)^2} = 1{,}456$$

De maneira clara, as tolerâncias de fabricação são muito rígidas no momento da construção de guias dielétricos para operação de modo único.