Problema 2.01. (Balanis)
Uma onda plana está viajando na direção do eixo +z. Calcule o tipo de polarização (linear, circular ou elíptica), sentido de rotação (horário ou anti -horário), razão axial (AR) e o ângulo de inclinação τ em graus.

Para uma polarização geral elíptica, têm-se que

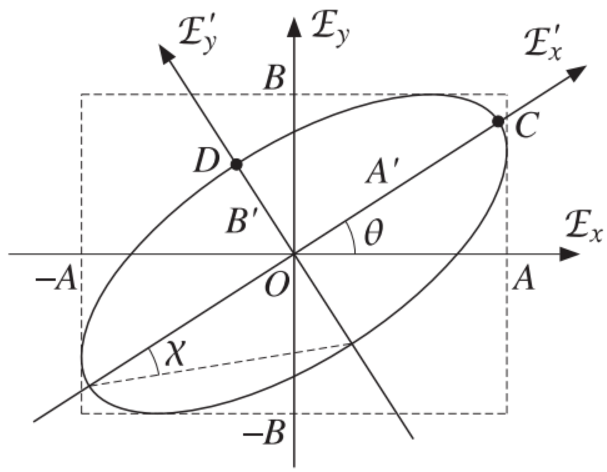

Figura 1: Polarização geral de elipse

e para $s = sign(A - B)$

$$A' = \sqrt{\frac{1}{2}(A^2 + B^2) + \frac{s}{2}\sqrt{(A^2 - B^2)^2 + 4A^2B^2\cos^2(\Delta\phi)}}$$

$$A' = \sqrt{\frac{1}{2}(A^2 + B^2) + \frac{s}{2}\sqrt{A^4 + B^4 + 2A^2B^2\cos(2\Delta\phi)}} \text{ pois } \cos^2(x) = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$$

$$B' = \sqrt{\frac{1}{2}(A^2 + B^2) - \frac{s}{2}\sqrt{A^4 + B^4 + 2A^2B^2\cos(2\Delta\phi)}}$$

$$\tan(2\theta) = \frac{2AB}{A^2 - B^2}\cos(\Delta\phi)$$

$$\tau = \frac{\pi}{2} - \theta = 90^{\text{o}} - \frac{1}{2}\tan^{-1}[\frac{2AB}{A^2 - B^2}\cos(\Delta\phi)]$$

a)$E_x = E_y, \Delta\phi = \phi_y - \phi_x = 0$
Linear, pois $\Delta\phi = 0$.

b)$E_x \neq E_y, \Delta\phi = \phi_y - \phi_x = 0$
Linear, pois $\Delta\phi = 0$

c) $E_x = E_y, \Delta\phi = \phi_y - \phi_x = \pi/2$
Circular, pois

1. $E_x = E_y$
2. $\Delta\phi = \pi/2$

e Anti-horário pois E_y está a frente de E_x. $AR = 1$ e $\tau = 90^o$

d) $E_x = E_y, \Delta\phi = \phi_y - \phi_x = -\pi/2$
Circular, pois

1. $E_x = E_y$
2. $\Delta\phi = -\pi/2$

e horário pois E_y está atrasado em relação a E_x. $AR = 1$ e $\tau = 90^o$

e) $E_x = E_y, \Delta\phi = \phi_y - \phi_x = \pi/4$
Elíptico, pois $\Delta\phi$ não é um múltiplo de $\pi/2$. Como E_y está a frente de E_x, a rotação é anti-horária. Considerando que $E_x = E_y = E_0$,

$$A' = E_0\sqrt{0,5(1 + 1 + \sqrt{2})} = 1.30E_0$$

$$B' = E_0\sqrt{0,5(1 + 1 - \sqrt{2})} = 0.54E_0$$

Assim, a relação axial $AR = A'/B' = 2.41$
O ângulo τ será

$$\tau = 90^o - \frac{1}{2}\tan^{-1}[\frac{2(1)\cos(45)}{1-1}] = 90^o - \frac{90^o}{2} = 45^o$$

f) $E_x = E_y, \Delta\phi = \phi_y - \phi_x = -\pi/4$
Elíptico, pois $\Delta\phi$ não é um múltiplo de $\pi/2$. Como E_y está atrás de E_x, a rotação é horária. Considerando que $E_x = E_y = E_0$,

$$A' = E_0\sqrt{0,5(1 + 1 + \sqrt{2})} = 1.30E_0$$

$$B' = E_0\sqrt{0,5(1 + 1 - \sqrt{2})} = 0.54E_0$$

Assim, a relação axial $AR = A'/B' = 2.41$ e igual foi obtido no exercício anterior, o ângulo τ será $\tau = 45^o$

g) $E_x = 0.5E_y, \Delta\phi = \phi_y - \phi_x = \pi/2$

Elíptico, pois $E_x \neq E_y$ e $\Delta\phi$ não é um múltiplo de π ou 0 (o que resultaria em polarização circular). Como E_y está a frente de E_x, a polarização é anti-horária. Das equações acima, temos que

$$A' = E_y\sqrt{0,5(0.25+1+0.75)} = E_y$$

$$B' = E_y\sqrt{0,5(0.25+1+0.75)} = 0.5E_y$$

$$AR = \frac{A'}{B'} = \frac{E_y}{0.5E_y} = 2$$

$$\tau = 90^{\text{o}} - \frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{0}{-0.75} = 90^{\text{o}} - \frac{1}{2}180^{\text{o}} = 0^{\text{o}}$$

h) $E_x = 0.5E_y, \Delta\phi = \phi_y - \phi_x = -\pi/2$

Elíptico, pois $E_x \neq E_y$ e $\Delta\phi$ não é um múltiplo de π ou 0 (o que resultaria em polarização circular). Como E_y está atrás de E_x, a polarização é horária. Das equações acima, temos que

$$A' = E_y\sqrt{0,5(0.25+1+0.75)} = E_y$$

$$B' = E_y\sqrt{0,5(0.25+1+0.75)} = 0.5E_y$$

$$AR = \frac{A'}{B'} = \frac{E_y}{0.5E_y} = 2$$

$$\tau = 90^{\text{o}} - \frac{1}{2}180^{\text{o}} = 0^{\text{o}}$$

Problema 2.02. (Orfanidis)

Determine as componentes de campo elétrico e magnético e a polarização dos seguintes campos especificados na forma fasorial (dados em V/m)

a) $\vec{E_z} = -3j\vec{a_x}e^{-jkz}$
b) $\vec{E_z} = (3\vec{a_x} + 4\vec{a_y})e^{+jkz}$
c) $\vec{E_z} = (-4\vec{a_x} + 3\vec{a_y})e^{-jkz}$
d) $\vec{E_z} = (3e^{j\pi/3}\vec{a_x} + 3\vec{a_y})e^{+jkz}$
e) $\vec{E_z} = (4\vec{a_x} + 3e^{-j\pi/4}\vec{a_y})e^{-jkz}$
f) $\vec{E_z} = (3e^{-j\pi/8}\vec{a_x} + 4e^{j\pi/8}\vec{a_y})e^{+jkz}$
g) $\vec{E_z} = (4e^{j\pi/4}\vec{a_x} + 3e^{-j\pi/2}\vec{a_y})e^{-jkz}$
h) $\vec{E_z} = (3e^{-j\pi/2}\vec{a_x} + 4e^{j\pi/4}\vec{a_y})e^{+jkz}$

Multiplicando todos os vetores $\vec{E_z}$ pelo fator $e^{j\omega t}$ e tirando a parte real, podemos encontrar o campo elétrico na direção x e y para cada exercício.

a. $E_x(z,t) = 3\cos(\omega t - kz - \pi/2)$, $E_y(z,t) = 0$
b. $E_x(z,t) = 3\cos(\omega t + kz)$, $E_y(z,t) = 4\cos(\omega t + kz)$
c. $E_x(z,t) = 4\cos(\omega t - kz + \pi)$, $E_y(z,t) = 3\cos(\omega t - kz)$

d. $E_x(z,t) = 3\cos(\omega t + kz + \pi/3)$, $E_y(z,t) = 3\cos(\omega t + kz)$
e. $E_x(z,t) = 4\cos(\omega t - kz)$, $E_y(z,t) = 3\cos(\omega t - kz - \pi/4)$
f. $E_x(z,t) = 3\cos(\omega t + kz - \pi/8)$, $E_y(z,t) = 4\cos(\omega t + kz + \pi/8)$
g. $E_x(z,t) = 4\cos(\omega t - kz + \pi/4)$, $E_y(z,t) = 3\cos(\omega t - kz - \pi/2)$
g. $E_x(z,t) = 3\cos(\omega t + kz - \pi/2)$, $E_y(z,t) = 4\cos(\omega t + kz + \pi/4)$

Os campos magnéticos dependem da direção de propagação, então podem ser obtidos através da relação

$$H(\vec{z},t) = \pm\vec{a_z} \times E(\vec{z},t)$$

Desse modo, as componentes H_x e H_y serão

$$H_x = -\frac{1}{\eta}E_y \text{e } H_y = \frac{1}{\eta}E_x \text{ nos casos a, c, e, g}$$

$$H_x = \frac{1}{\eta}E_y \text{e } H_y = -\frac{1}{\eta}E_x \text{ nos casos b, d, f, h}$$

Para determinar a polarização desses campos, é analisado o vetor de campo elétrico em $z = 0$, o que fornece

a. $E_x(z,t) = 3\cos(\omega t - \pi/2)$, $E_y(z,t) = 0$
b. $E_x(z,t) = 3\cos(\omega t)$, $E_y(z,t) = 4\cos(\omega t)$
c. $E_x(z,t) = 4\cos(\omega t + \pi)$, $E_y(z,t) = 3\cos(\omega t)$
d. $E_x(z,t) = 3\cos(\omega t + \pi/3)$, $E_y(z,t) = 3\cos(\omega t)$
e. $E_x(z,t) = 4\cos(\omega t)$, $E_y(z,t) = 3\cos(\omega t - \pi/4)$
f. $E_x(z,t) = 3\cos(\omega t - \pi/8)$, $E_y(z,t) = 4\cos(\omega t + \pi/8)$
g. $E_x(z,t) = 4\cos(\omega t + \pi/4)$, $E_y(z,t) = 3\cos(\omega t - \pi/2)$
g. $E_x(z,t) = 3\cos(\omega t - \pi/2)$, $E_y(z,t) = 4\cos(\omega t + \pi/4)$

Com esses dados e com as equações do exercício anterior, foi computada a tabela de resposta contendo a variação de fase $\Delta\phi$, o ângulo de inclinação τ.

case	A	B	ϕ	A'	B'	θ	rotation	polarization
a.	3	0	-90^o	3	0	0^o	→	linear/forward
b.	3	4	0^o	0	5	-36.87^o	↗	linear/backward
c.	4	3	180^o	5	0	-36.87^o	↖	linear/forward
d.	3	3	60^o	3.674	2.121	45^o	↺	left/backward
e.	4	3	45^o	4.656	1.822	33.79^o	↺	right/forward
f.	3	4	-45^o	1.822	4.656	-33.79^o	↻	right/backward
g.	4	3	135^o	4.656	1.822	-33.79^o	↺	right/forward
h.	3	4	-135^o	1.822	4.656	33.79^o	↻	right/backward

Figura 2: Tabela de Respostas do Exercicio 2

Problema 2.03. (Baseado da coleção Schaum)
Para o Guia de ondas dielétrico da Figura 3, derive a Equação de Helmholtz para:

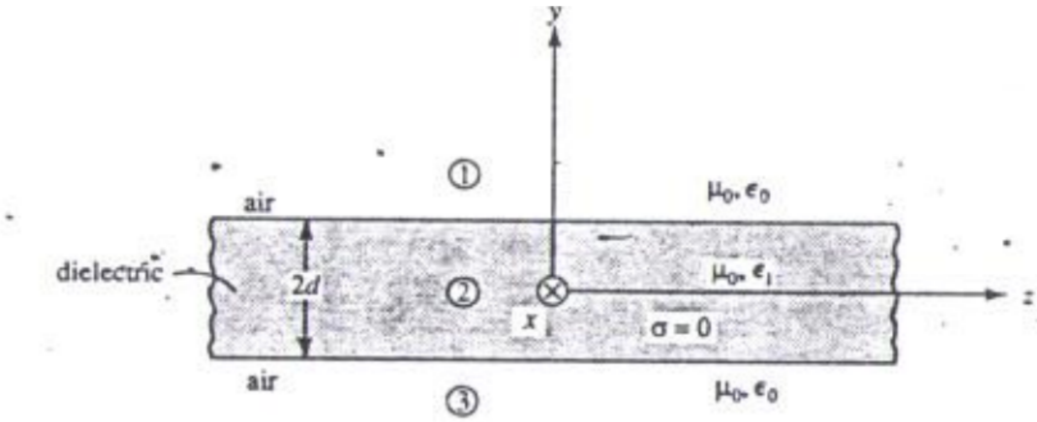

Figura 3: Figura para o exercício 2.03

Resolução: Resolvendo as Equações de Maxwell, temos que

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \begin{bmatrix} \vec{x} & \vec{y} & \vec{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{bmatrix} = -j\omega\mu\vec{H} \tag{1}$$

$$\vec{x}(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}) + \vec{y}(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}) + \vec{z}(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}) = -j\omega\mu(\vec{x}H_x + \vec{y}H_y + \vec{z}H_z) \tag{2}$$

E, reciprocamente, para $\vec{\nabla} \times \vec{H} = j\omega\epsilon\vec{E}$,

$$\vec{x}(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z}) + \vec{y}(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x}) + \vec{z}(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}) = j\omega\epsilon(\vec{x}E_x + \vec{y}E_y + \vec{z}E_z) \tag{3}$$

a) modos TE
No modo TE, as componentes E_x, E_z, H_y são iguais a 0. Portanto, através de (2) e (3)

$$\vec{x}(-\frac{\partial E_y}{\partial z}) + \vec{y}(0) + \vec{z}(\frac{\partial E_y}{\partial x}) = -j\omega\mu(\vec{x}H_x + \vec{y}0 + \vec{z}H_z)$$

$$\vec{x}(\frac{\partial H_z}{\partial y}) + \vec{y}(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x}) + \vec{z}(-\frac{\partial H_x}{\partial y}) = j\omega\epsilon(\vec{x}0 + \vec{y}E_y + \vec{z}0)$$

Como todos os campos estão se propagando na direção +z, existe uma dependência de $e^{-j\beta}$, assim as derivadas em relação a z se tornam $-j\beta$

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} = -j\beta E_y = j\omega\mu H_x \qquad \rightarrow \qquad \boxed{H_x = \frac{-\beta}{\omega\mu}E_y} \tag{4}$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -j\omega\mu H_z \quad \rightarrow \quad \boxed{H_z = j\frac{1}{\omega\mu}\frac{\partial E_y}{\partial x}} \quad \rightarrow \quad \boxed{\frac{\partial H_z}{\partial x} = j\frac{1}{\omega\mu}\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2}} \tag{5}$$

$$j\omega\epsilon E_y = \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \quad \rightarrow \quad \boxed{j\omega\epsilon E_y = -j\beta H_x - \frac{\partial H_z}{\partial x}} \tag{6}$$

Juntando as equações (4), (5) e (6), a equação $\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = (-\omega^2\mu\epsilon + \beta^2)E_y$ é obtida. Mas sabendo que $\omega^2\mu\epsilon = k_0^2$, a Equação de Helmholtz é obtida

$$\boxed{\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + (k_0^2 n^2 - \beta^2)E_y = 0} \tag{7}$$

b) modos TM

No modo TM, as componentes H_x, H_z, E_y são iguais a 0. Portanto, através de (2) e (3)

$$\vec{x}(\frac{\partial E_z}{\partial y}) + \vec{y}(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}) + \vec{z}(-\frac{\partial E_x}{\partial y}) = -j\omega\mu(\vec{x}0 + \vec{y}H_y + \vec{z}0)$$

$$\vec{x}(-\frac{\partial H_y}{\partial z}) + \vec{y}(0) + \vec{z}(\frac{\partial H_y}{\partial x}) = j\omega\epsilon(\vec{x}E_x + \vec{y}0 + \vec{z}E_z)$$

Assim como no item a desse exercício, são obtidas as equações

$$\boxed{E_x = j\frac{1}{\omega\epsilon}\frac{\partial H_y}{\partial z}} \tag{8}$$

$$\boxed{E_z = -j\frac{1}{\omega\epsilon}\frac{\partial H_y}{\partial x}} \tag{9}$$

$$\boxed{H_y = j\frac{1}{\omega\mu}(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x})} \tag{10}$$

Juntando esses três equações, a Equação de Helmholtz para o modo TM é obtida

$$\boxed{\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + (k_0^2 n^2 - \beta^2)H_y = 0} \tag{11}$$

Problema 2.04. (Baseado na coleção Schaum)
Utilizando os dados do exercício 2.03, escreva os campos $H_x, H_y, H_z, E_x, E_y, E_z$ *em função de*

Resolução:

a) E_y*, para a polarização TE*

Como já foi calculado no item anterior,

$$TE \begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = -j\frac{1}{\omega\epsilon}(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x}) \\ E_z = 0 \\ H_x = -j\frac{1}{\omega\mu}\frac{\partial E_y}{\partial z} \\ H_y = 0 \\ H_z = j\frac{1}{\omega\mu}\frac{\partial E_y}{\partial x} \end{cases}$$

b) H_y*, para a polarização TM*

$$TM \begin{cases} E_x = j\frac{1}{\omega\epsilon}\frac{\partial H_y}{\partial z} \\ E_y = 0 \\ E_z = -j\frac{1}{\omega\epsilon}\frac{\partial H_y}{\partial x} \\ H_x = 0 \\ H_y = j\frac{1}{\omega\mu}(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}) \\ H_z = 0 \end{cases}$$

Problema 2.05. (Schaum)
Para o modo TE, a equação de Helmholtz para E_y *é*

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + (k_0^2 n^2 - \beta^2)E_y = 0$$

Escreva a equação do campo E_y *do guia da Figura 3 para a região 1, 2 e 3 em função das constantes de integração.*

Resolução:

A solução geral para a equação de Helmholtz, definindo $K = \sqrt{(k_0^2 n^2 - \beta^2}$,

$$E_y(x) = Ae^{-jKx} + Be^{jKx}$$

Como é esperado que exista oscilação na segunda camada e decaimento exponencial na cadama 1 e 3, vamos utilizar $\begin{cases} K = \text{puramente real na camada 2} \\ K = \text{puramente imaginário na camada 1 e 3} \end{cases}$

portanto são definidos

$$\begin{cases} jk_1 = K_1 \rightarrow k_1 = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_1^2} \\ k_2 = K_2 \rightarrow k_2 = \sqrt{k_0^2 n_2^2 - \beta^2} \\ jk_3 = K_3 \rightarrow k_3 = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_3^2} \end{cases}$$

Para a camada 1 é esperado que a solução decaia para 0 em x tendendo a infinito.

Para facilitar a solução, já foi imposto que em x=d, o campo deve valer A. Então

$$\boxed{E_{y1} = Ae^{-k_1(x-d)}}, \text{ onde } x \geq d$$

Para a camada 3 é esperado algo parecido, porém o campo deve decair para x tendendo a menos infinito. Então, nesse caso, o campo será

$$\boxed{E_{y3} = Be^{k_3(x+d)}}, \text{ onde } x \leq -d$$

Para a camada 2, temos uma solução oscilante com duas constantes de integração

$$E_{y2} = C'e^{-jk_2x} + D'e^{jk_2x} = C'(\cos(k_2x) - j\sin(k_2x)) + D'(\cos(k_2x) + j\sin(k_2x))$$

$$E_{y2} = (C' + D')\cos(k_2x) + (jC' - jD')\sin(k_2x)$$

e para novas constantes de integração $C = C' + D'$ e $D = jC' - jD'$, temos que

$$\boxed{E_{y2} = C\cos(k_2x) + D\sin(k_2x)}, \text{ onde } x < |d|$$

Problema 2.06. (Schaum)
Com as equações de campo E_y obtidas no exercício anterior, calcule H_z para as três regiões.

Resolução: Como calculado no exercício 2.04 a), é conhecido o valor de H_z através da equação

$$H_z = j\frac{1}{\omega\mu}\frac{\partial E_y}{\partial x}$$

$$H_{z1} = \frac{j}{\omega\mu_0}(-k_1Ae^{-k_1(x-d)}) \qquad H_{z3} = \frac{j}{\omega\mu_0}(k_3Be^{k_3(x+d)})$$

$$H_{z2} = \frac{j}{\omega\mu_0}(-k_2C\sin(k_2x) + k_2D\cos(k_2x))$$

Problema 2.07. (Schaum)
Impondo a continuidade desses campos, escreve as equações de E_y em função de apenas uma constante de integração. Encontre também a equação transcendental de β para o modo TE.
Resolução: Para os campos elétricos:
Em x = d, o campo $E_{y1} = E_{y2}$, então

$$E_{y1}(x = d) = Ae^{-k_1(d-d)} = C\cos(k_2d) + D\sin(k_2d) = E_{y2}(x = d)$$

$$\boxed{A = C\cos(k_2d) + D\sin(k_2d)} \tag{12}$$

Em x = -d, o campo $E_{y3} = E_{y2}$, então

$$E_{y3}(x = -d) = Be^{k_3(-d+d)} = C\cos(-k_2d) + D\sin(-k_2d) = E_{y2}(x = -d)$$

$$\boxed{B = C\cos(k_2 d) - D\sin(k_2 d)} \tag{13}$$

Para os campos magnéticos:
Em x = d o campo $H_{z1} = H_{z2}$, então

$$H_{z1}(x=d) = \frac{j}{\omega\mu_0}(-k_1 A e^{-k_1(d-d)}) = \frac{j}{\omega\mu_0}(-k_2 C\sin(k_2 d) + k_2 D\cos(k_2 d)) = H_{z2}(x=d)$$

$$\boxed{D = C\tan(k_2 d) - A\frac{k_1}{k_2\cos(k_2 d)}} \tag{14}$$

Em x = -d, o campo $H_{z3} = H_{z2}$, então

$$H_{z3}(x=-d) = \frac{j}{\omega\mu_0}(k_3 B e^{k_3(-d+d)}) = \frac{j}{\omega\mu_0}(k_2 C\sin(k_2 d) + k_2 D\cos(k_2 d)) = H_{z2}(x=-d)$$

$$\boxed{D = -C\tan(k_2 d) + B\frac{k_3}{k_2\cos(k_2 d)}} \tag{15}$$

Juntando as equações (12) com (14),

$$D = C\tan(k_2 d) - \frac{k_1}{k_2}[C + D\tan(k_2 d)] \quad \rightarrow \quad \boxed{\frac{D}{C} = \frac{k_2\tan(k_2 d) - k_1}{k_1\tan(k_2 d) + k_2}}$$

Juntando as equações (13) com (15),

$$D = -C\tan(k_2 d) + \frac{k_3}{k_2}[C - D\tan(k_2 d)] \quad \rightarrow \quad \boxed{\frac{D}{C} = \frac{k_3 - k_2\tan(k_2 d)}{k_2 + k_3\tan(k_2 d)}}$$

Com essas duas equações, é possível criar um sistema e chegar na equação transcendetal a seguir:

$$\tan(k_2 d) = \frac{k_2(k_1 + k_3)}{2(k_2^2 - k_1 k_3) + k_2\tan(k_2 d)(k_1 + k_3)}$$

Problema 2.08. (Cornell)
Considere o seguinte guia de ondas da figura abaixo.

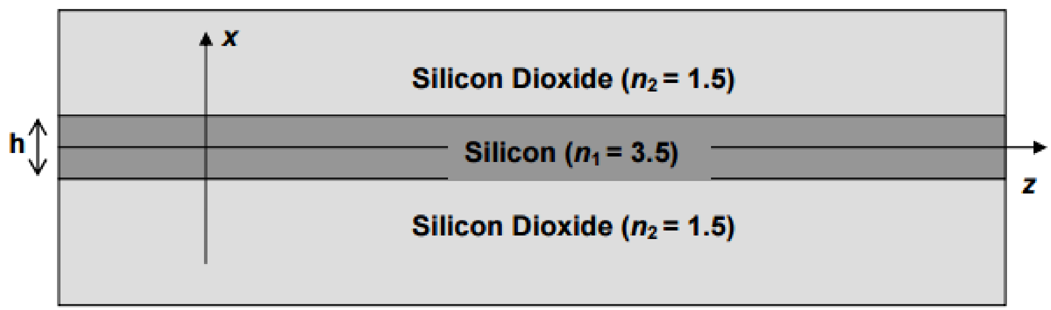

Figura 4: Figura para o exercício 2.08

Esse guia foi fabricado para carregar luz com comprimento de onda de 1.55μm. Assumindo que $h = 1.0\mu$m, encontre graficamente os valores de β para 3 primeiros modos.

Dica: Para esse exercício, calcule a equação transcendetal do modo TE e utilizando um software numérico (Matlab, Mathematica ou outro) encontre esses pontos.

Resolução:

Sabendo que $\lambda = 1.55\mu m$ e $\omega = 2\pi c/\lambda = 1.2 \times 10^15$rad/s

A partir da equação transcendetal calculada no exercício anterior, foi utilizado o Matlab para plotar as equações $\begin{cases} \tan(k_2 d \\ \frac{k_2(k_1+k_3)}{2(k_2^2-k_1k_3)+k_2\tan(k_2d)(k_1+k_3)} \end{cases}$ em um mesmo gráfico. O gráfico pode ser visto na figura abaixo.

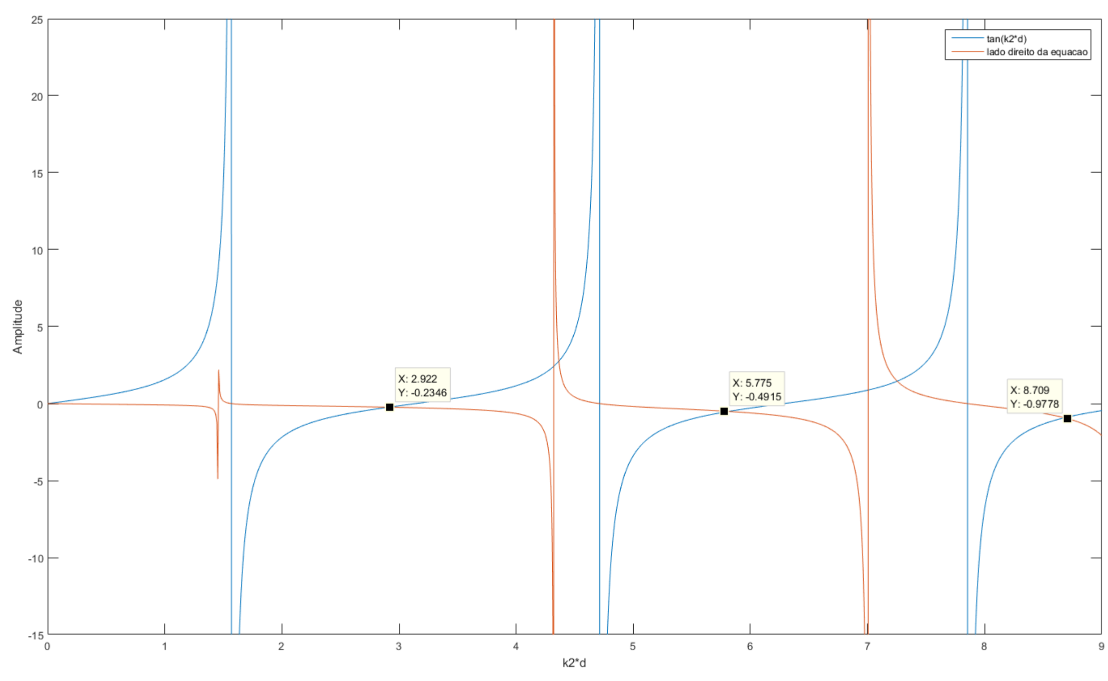

Figura 5: Equação transcendetal

Portanto, pelos pontos do gráfico obtidos:
TE1: $k_2 d = 2.92 \rightarrow k_2 = 2.92 \times 10^6$
TE2: $k_2 d = 5.77 = 5.77 \times 10^6$
TE3: $k_2 d = 8.70 = 8.7 \times 10^6$

Como $\beta = \sqrt{k_0^2 n_2^2 - k_2^2}$, os betas para cada caso serão
TE1: $\beta = 13.87 \times 10^6$
TE2: $\beta = 12.94 \times 10^6$
TE3: $\beta = 11.19 \times 10^6$

Para facilidade de visualização, podemos também calcular o $n_{eff} = \frac{\beta}{\omega/c}$ que vale
TE1: $n_{eff} = 3.46$
TE2: $n_{eff} = 3.23$
TE3: $n_{eff} = 2.87$

Código Matlab:

```
clear all; clc;

d = 1e-6;
n1 = 1.5;
n2 = 3.5;
n3 = 1.5;
c = 3e8;
lambda = 1.55e-6;
omega = 2*pi*c/lambda;
ko = omega/c;

Beta = linspace(ko*n1, ko*n2, 10000);

k1 = sqrt(Beta.^2 - (ko^2)*(n1^2));
k2 = sqrt((ko^2)*(n2^2) - Beta.^2);
k3 = sqrt(Beta.^2 - (ko^2)*(n3.^2));

A = tan(k2*d);
B = (k2.*(k1+k3))./(2*((k2.^2)-(k1.*k3)) + k2.*tan(k2*d).*(k1+k3)); %TE

%B = (k1.*k2*n2^2*n3^2 + k2.*k3*n1^2*n2^2)/(k2.^2 * n1^2 * n3^4 - k1.*k3*n2^4); %TM

%plot(Beta/ko,A-B);
plot(k2*d,A)
hold on;
plot(k2*d,B)
xlabel('k2*d')
ylabel('Amplitude')
legend('tan(k2*d)','lado direito da equacao')
axis([0 9 -15 25]);
```