LEIS E TEOREMAS

1- Lei de Indução de Faraday

$$\nabla \times \overline{E}(\overline{r},t) + \frac{\partial}{\partial t}\overline{B}(\overline{r},t) = 0$$

significado: esta equação mostra que o vetor campo elétrico ***E***, e portanto o vetor ***D***, podem Ter circulação se um campo magnético variante no tempo está presente. Assim, as linhas de fluxo elétrico podem formar caminhos fechados.

1.1 Lei de indução de Faraday na forma integral

$$\int_s (\nabla \times \overline{E}) \cdot dS = -\int_s \frac{\partial}{\partial t} \cdot dS$$

2- Lei circuital de Ampère generalizada (forma pontual)

$$\nabla \times \overline{H}(\overline{r},t) - \frac{\partial}{\partial t}\overline{D}(\overline{r},t) = \overline{J}(\overline{r},t)$$

2.1- Lei circuital de Ampère na forma variante no tempo

$$\int_s (\nabla \times \overline{H}) \cdot dS = \int_s \overline{J} \cdot dS + \int \frac{\partial}{\partial t}\overline{D} \cdot dS$$

ou

$$\oint \overline{H} \cdot dL = \int_s \left(\overline{J} + \frac{\partial}{\partial t}\overline{D} \right) \cdot dS$$

3- Lei de Gauss para campo Magnético

$$\nabla \cdot \overline{B}(\overline{r},t) = 0$$

4- Lei de Gauss para campo Elétrico

$$\nabla \cdot \overline{D}(\overline{r},t) = \rho(\overline{r},t)$$

4.1- Lei de Gauss

$$\oint D_s \cdot dS = \int_{vol} \rho dv$$

significado físico: o fluxo elétrico total através de uma superfície fechada é igual à carga envolvida.

4.2- Teorema da divergência de Gauss

$$\iiint dV\,\nabla\cdot\overline{A}=\oiint dS\,\hat{s}\cdot\overline{A}$$

5- Lei da Conservação para carga elétrica e densidades de corrente

$$\nabla\cdot\overline{J}\left(\overline{r},t\right)+\frac{\partial}{\partial t}\rho\left(\overline{r},t\right)=0$$

Significado físico: A corrente, ou carga por segundo, divergindo de um volume infinitesimal (por unidade de volume) é igual à taxa de diminuição de carga por unidade de volume em cada ponto.

6- Teorema de Poynting

$$\nabla\cdot\left(\overline{E}\times\overline{H}\right)+\overline{H}\cdot\frac{\partial}{\partial t}\overline{B}+\overline{E}\cdot\frac{\partial}{\partial t}\overline{D}=-\overline{E}\cdot\overline{J}$$

6.1- Vetor de Poynting é dado por:

$$\overline{S}=\overline{E}\times\overline{H}$$

Significado físico: densidade de fluxo de potência instantâneo com dimensão de watts/m^2,

os termos $\overline{H}\cdot\frac{\partial}{\partial t}\overline{B}+\overline{E}\cdot\frac{\partial}{\partial t}\overline{D}$ representam a taxa de variação da energia elétrica e magnética armazenada.

$-\overline{E}\cdot\overline{J}$ representa a potência fornecida pela corrente $\overline{J}$.

6.2- Na forma integral:

$$-\oint\left(\overline{E}\times\overline{H}\right)\cdot dS=\int_{vol}\overline{J}\cdot\overline{E}\,dv+\frac{\partial}{\partial t}\int_{vol}\left(\frac{\varepsilon E^2}{2}+\frac{\mu H^2}{2}\right)dv$$

a primeira integral à direita é a perda Ôhmica total (mas instantânea) dissipada dentro do volume. A integral no segundo termo à direita é a energia total armazenada nos campos elétrico e magnético., e as derivadas parciais com respeito ao tempo fazem com que este termo seja a taxa de aumento com o tempo da energia armazenada dentro deste volume, ou a potência instantânea que aumenta a energia armazenada dentro deste volume. A soma das expressões à direita devem portanto ser a potência total fluindo dentro do volume, logo, a potência total fluindo para fora do volume é:

$$\oint\left(\overline{E}\times\overline{H}\right)\cdot dS$$

6.3- Teorema de Poynting COMPLEXO

$$\nabla\cdot\left(\overline{E}\times\overline{H^*}\right)=i\omega\left[\overline{B}\cdot\overline{H^*}-\overline{E}\cdot\overline{D^*}\right]-\overline{E}\cdot\overline{J^*}$$

6.4- Vetor de Poynting COMPLEXO

$$\overline{S} = \overline{E} \times \overline{H^*}$$

6.5- Fluxo de potência na direção z:

$$\overline{S}_z = \frac{1}{2}\Re\left(\overline{E} \times \overline{H^*}\right) \cdot \hat{e}_z$$

obtida integrando a componente z do vetor de Poynting. S_z é uma quantidade média no tempo.

7- Teorema de Gauss

$$\iiint dV \nabla \cdot \overline{A} = \oiint dS\, \hat{s} \cdot \overline{A}$$

Relaciona a integral do divergente do campo vetorial $\overline{A}$ sobre o volume ***V*** à integral do campo sobre a superfície ***S*** que envolve ***V***.

8- Lei de Lenz

$$emf = -\frac{d\Phi}{dt}$$

significado físico: a força eletromotriz é igual à taxa de variação do fluxo que passa por um caminho fechado. O sinal menos (-) é uma indicação de que a *emf* está numa direção tal que ela produz uma corrente cujo fluxo, se adicionado ao fluxo original, reduziria a magnitude da *emf*. Ou seja, a tensão induzida age de modo a produzir um fluxo em sentido oposto.

$$emf = \oint E \cdot dl$$

a *emf* é a diferença de potencial em torno de um caminho fechado

$$\oint E \cdot dl = -\frac{d}{dt}\int_s B \cdot dS$$

os dedos da mão direita indicam a direção do caminho fechado, e o dedão indica a direção de ***dS***. Uma densidade de fluxo B na direção dS e aumentando com o tempo produz um valor médio de E o qual está em sentido oposto à direção positiva em torno do caminho fechado.

9- Lei de Biot-Savart

$$dH = \frac{I\, dL \times a_R}{4\pi R^2}$$

Significado físico: em qualquer ponto P a magnitude da intensidade de campo magnético produzida por qualquer elemento diferencial é proporcional ao produto da corrente, a magnitude do comprimento diferencial, e o seno do ângulo situado entre o filamento e a linha conectando o filamento ao ponto P onde o campo é desejado. A magnitude é inversamente proporcional ao quadrado da distância do elemento diferencial ao ponto P.

$$H = \oint \frac{I\, dL \times a_R}{4\pi R^2}$$ Lei de Biot-Savart na forma integral

10- Teorema de Stokes

$$\oint \overline{H} \cdot dL \equiv \int_s \left(\nabla \times \overline{H}\right) \cdot dS$$

onde ***dL*** é tomado apenas no perímetro de ***S***.

Significado físico: este teorema estabelece que a integral de linha de uma função vetorial em torno de um contorno C é igual à integral da componente normal do rotacional daquela função vetorial sobre qualquer superfície tendo contorno C como sua borda limite.

11- Relações de Força

$$\overline{F} = q\overline{E}$$

$$d\overline{F} = \left(\overline{I} \times \overline{B}\right) dL$$

12- Relações Constitutivas

$$\overline{D} = \varepsilon \overline{E} = \varepsilon_0 \overline{E} + \overline{P}$$

$$\overline{B} = \mu \overline{H} = \mu_0 \left(\overline{H} + \overline{M}\right)$$

13- Lei de Ohm em um ponto

$$\overline{J} = \sigma \overline{E}$$

14- Para campos harmônicos, a forma fasorial das equações de Maxwell (Integral e diferencial) :

$$\oint \overline{H} \cdot dL = \left(\sigma + j\omega\varepsilon\right) \int_s \overline{E} \cdot dS \qquad \nabla \times \overline{H} = \left(\sigma + j\omega\varepsilon\right) \overline{E}$$

$$\oint \overline{E} \cdot dL = -j\omega\mu \int_s \overline{H} \cdot dS \qquad \nabla \times \overline{E} = -j\omega\mu \overline{H}$$

$$\oint_s \overline{D} \cdot dS = \int_v \rho dv \qquad \nabla \cdot \overline{D} = \rho$$

$$\oint_s \overline{B} \cdot dS = 0 \qquad\qquad \nabla \cdot \overline{B} = 0$$

15- Lei de Snell

$$n_1 sin(\theta_1) = n_2 sin(\theta_2)$$

16- Teorema da Reciprocidade de Lorentz

$$\oiint_s dS \cdot \left(\overline{E_a} \times \overline{H_b} - \overline{E_b} \times \overline{H_a}\right) = 0$$

Se a relação acima for satisfeita para um determinado meio, então este meio é recíproco (como é o caso para meios isotrópicos)

17- Resistência, Capacitância, e Indutância em termos de circuitos e quantidades de campo:

	Definição de Circuito	Definição Física	Célula de campo	Definição de Potência ou Energia
Resistência R	$\dfrac{\int \overline{E} \cdot dL}{\oint \overline{H} \cdot dL}$	$\dfrac{L}{\sigma A}$	$\dfrac{1}{\sigma d}$	$\dfrac{\iiint \frac{J^2}{\sigma} dv}{I^2}$
Capacitância C	$\dfrac{\iint \overline{D} \cdot dS}{\oint \overline{E} \cdot dL}$	$\dfrac{\varepsilon A}{L}$	εd	$\dfrac{\iiint \varepsilon E^2 dv}{V^2}$
Indutância L	$\dfrac{\iint \overline{B} \cdot dS}{\oint \overline{H} \cdot dL}$	$\dfrac{\mu A}{L}$	μd	$\dfrac{\iiint \mu H^2 dv}{I^2}$

18- Definição de Rotacional:

$$(curl H)_n = \lim_{\Delta S_n \to 0} \frac{\oint H \cdot dL}{\Delta S_n}$$

ΔS_n é a área definida pela integral de linha fechada, e n representa qualquer componente em um sistema de coordenadas. Este subscrito também indica que a componente do rotacional é a componente normal à superfície definida pelo caminho fechado.

$$\lim_{\Delta x, \Delta y \to 0} \frac{\oint H \cdot dL}{\Delta x \Delta y} = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = J_z$$

$$\lim_{\Delta y, \Delta z \to 0} \frac{\oint H \cdot dL}{\Delta y \Delta z} = \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = J_x$$

$$\lim_{\Delta z, \Delta x \to 0} \frac{\oint H \cdot dL}{\Delta z \Delta x} = \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = J_y$$

Logo,

$$curl H = \nabla \times H = \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) \hat{a}_x + \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \hat{a}_y + \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \hat{a}_z$$