Statistics for Business and Economics

7th Edition

Aula 08/09 - Capítulo 5

Variáveis Aleatórias Contínuas e Distribuições de Probabilidade

Objetivos do capítulo

Depois de concluir este capítulo, você deverá ser capaz de:

- **Explicar a diferença entre uma variável aleatória discreta e contínua**
- **Descrever as características das distribuições uniforme e normal**
- **Traduzir problemas de distribuição normal em problemas de distribuição normal padronizada**
- **Encontrar probabilidades usando uma tabela de distribuição normal**

Objetivos do capítulo

(cont.)

Depois de concluir este capítulo, você deverá ser capaz de:

- **Avaliar a suposição de normalidade**
- **Usar a aproximação normal para a distribuição binomial**
- **Reconhecer quando aplicar a distribuição exponencial**
- **Explicar variáveis distribuídas conjuntamente e combinações lineares de variáveis aleatórias**

Distribuições de probabilidade

Distribuições de probabilidade

- Cap. 4 — **Distribuições de probabilidade Discretas**
  - Binomial
  - **Hipergeométrica**
  - Poisson
- **Distribuições de probabilidade Contínuas** — Cap. 5
  - Uniforme
  - Normal
  - Exponencial

5.1

Distribuições de probabilidade Contínuas

- Uma variável aleatória contínua é uma variável que pode assumir qualquer valor em um intervalo
  - espessura de um item
  - tempo necessário para concluir uma tarefa
  - temperatura de uma solução
  - altura em polegadas
- Estes podem potencialmente assumir qualquer valor, dependendo apenas da capacidade de medir com precisão.

Função de distribuição cumulativa

- A Função densidade acumulada, $F(x)$, para uma variável aleatória contínua X expressa a probabilidade de que X não exceda o valor de x

$$\boxed{F(x) = P(X \leq x)}$$

- Sejam a e b dois valores possíveis de X, com a < b. A probabilidade de X estar entre a e b é

$$\boxed{P(a < X < b) = F(b) - F(a)}$$

Função densidade de probabilidade

A Função densidade de probabilidade, f(x), da variável aleatória X tem as seguintes propriedades:

1. f(x) > 0 para todos os valores de x
2. A área sob a função de densidade de probabilidade f(x) sobre todos os valores da variável aleatória X é igual a 1,0
3. A probabilidade de que X esteja entre dois valores é a área sob o gráfico da função de densidade entre os dois valores

Função densidade de probabilidade

(cont.)

A Função densidade de probabilidade, f(x), da variável aleatória X tem as seguintes propriedades:

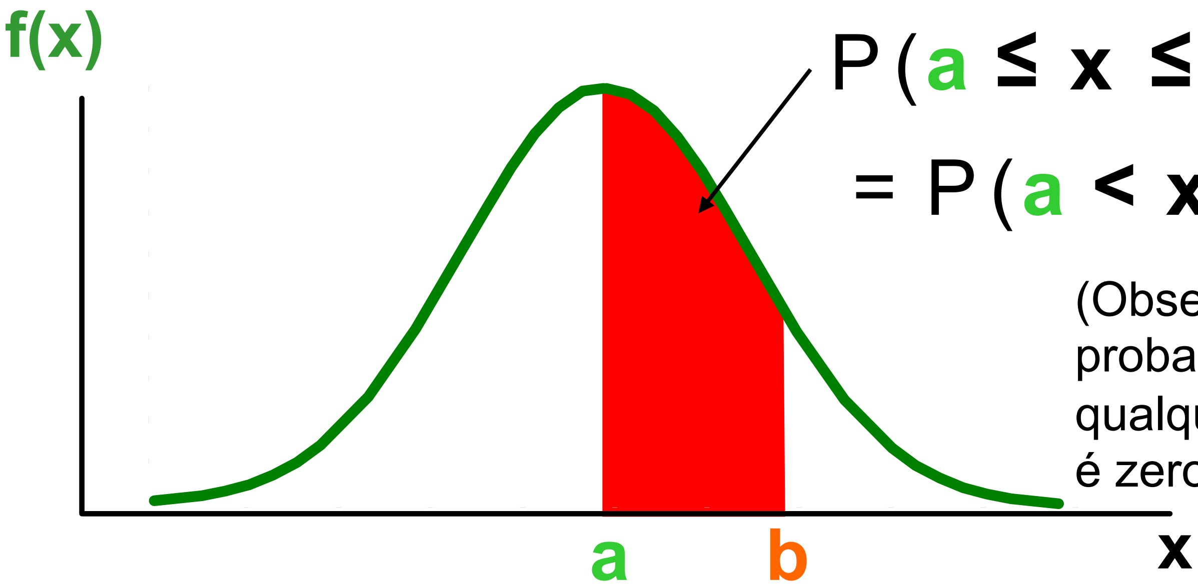
4. A Função densidade acumulada, $F(x_0)$ é a área sob a função de densidade de probabilidade f(x) do valor x mínimo para cima até x_0

$$f(x_0) = \int_{x_m}^{x_0} f(x)dx$$

sendo x_m é o valor mínimo da variável aleatória x

Probabilidade como uma área

A área sombreada sob a curva é a probabilidade de X estar entre a e b



$$P(a \le x \le b)$$

$$= P(a < x < b)$$

(Observe que a probabilidade de qualquer valor individual é zero)

Distribuições de probabilidade

Distribuições de probabilidade

Cap. 4

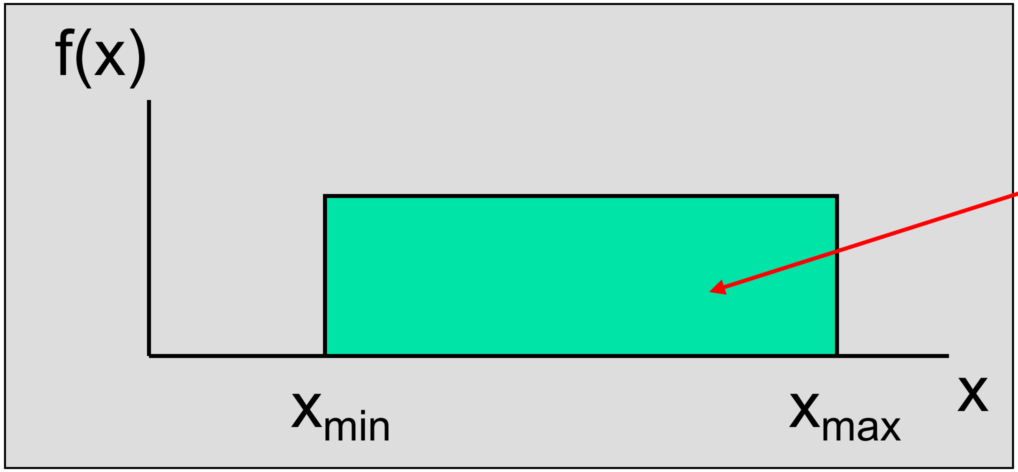
- **Distribuições de probabilidade Discretas**
  - Binomial
  - **Hipergeométrica**
  - Poisson

Cap. 5

- **Distribuições de probabilidade Contínuas**
  - Uniforme
  - Normal
  - Exponencial

A distribuição uniforme

- A distribuição uniforme é uma distribuição de probabilidade que tem probabilidades iguais para todos os resultados possíveis da variável aleatória



A área total sob a função de densidade de probabilidade uniforme é 1,0

A distribuição uniforme

(cont.)

A Distribuição Uniforme Contínua:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a} & \text{if } a \le x \le b \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

sendo

f(x) = valor da função de densidade em qualquer valor de x

a = valor mínimo de x

b = valor máximo de x

Propriedades da distribuição uniforme

- A média de uma distribuição uniforme é

$$\mu = \frac{a+b}{2}$$

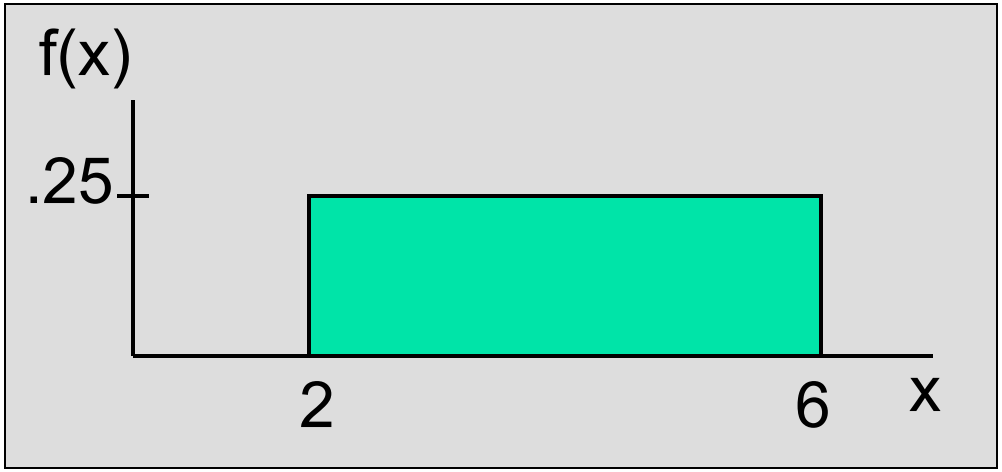
- A variância é

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$$

Exemplo de Distribuição Uniforme

Exemplo: Distribuição de probabilidade uniforme no internavalo $2 \le x \le 6$:

$$f(x) = \frac{1}{6 - 2} = .25 \quad \text{for} \quad 2 \le x \le 6$$



$$\mu = \frac{a+b}{2} = \frac{2+6}{2} = 4$$

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(6-2)^2}{12} = 1.333$$

5.2

Expectativas (valores esperados) para variáveis aleatórias contínuas

- A média de X, denotada μ_X, é definida como o valor esperado de X

$$\boxed{\mu_X = E(X)}$$

- A variância de X, denotada σ_X^2, é definida como a expectativa do desvio ao quadrado $(X - \mu_X)^2$, de uma variável aleatória de sua media.

$$\boxed{\sigma_X^2 = E[(X - \mu_X)^2]}$$

Funções Lineares de Variáveis

Seja $\boxed{W = a + bX}$, sendo que X tem media μ_X e variância σ_X^2, e **a** e **b** constantes

Então a média de W é

$$\boxed{\mu_W = E(a + bX) = a + b\mu_X}$$

a variância é

$$\boxed{\sigma_W^2 = Var(a + bX) = b^2\sigma_X^2}$$

o desvio padrão de W é

$$\boxed{\sigma_W = |b|\sigma_X}$$

Funções Lineares de Variáveis

(cont.)

- Um caso especial importante dos resultados anteriores é a variável aleatória padronizada

$$\boxed{Z = \frac{X - \mu_X}{\sigma_X}}$$

- que tem média 0 e variância 1

Distribuições de probabilidade

Distribuições de probabilidade

- Cap. 4 — **Distribuições de probabilidade Discretas**
  - Binomial
  - **Hipergeométrica**
  - Poisson
- **Distribuições de probabilidade Contínuas** — Cap. 5
  - Uniforme
  - Normal
  - Exponencial

A distribuição Normal

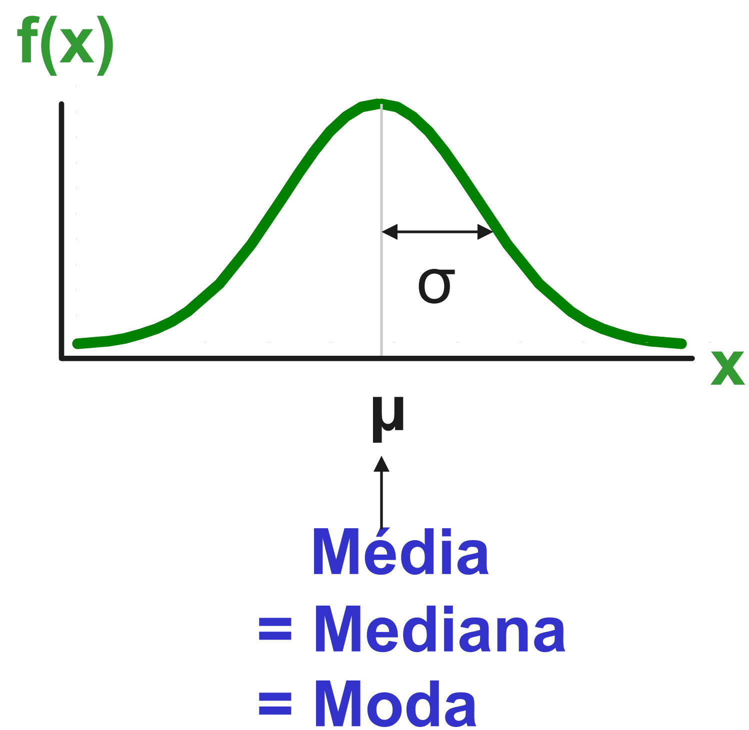
(cont.)

- Forma de sino
- Simétrica
- Média, Mediana e Moda são iguais

A localização é determinada pela média, μ

A dispersão é determinada pelo desvio padrão, σ

A variável aleatória varia de :
+ ∞ to − ∞

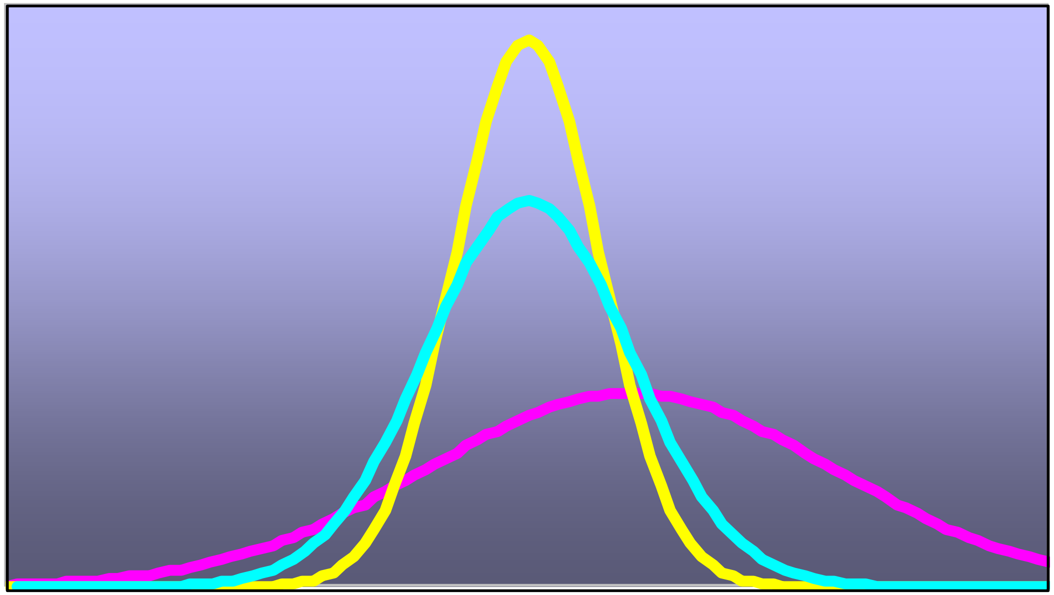


A distribuição normal

(cont.)

- A distribuição normal é uma aproximação das distribuições de probabilidade de uma ampla gama de variáveis aleatórias
- As distribuições das médias amostrais tendem a uma distribuição normal, dado um tamanho de amostra “grande”.
- Cálculos de probabilidades são diretos e elegantes
- A distribuição de probabilidade Normal é uma boa aplicação com indicador de decisões de negócios

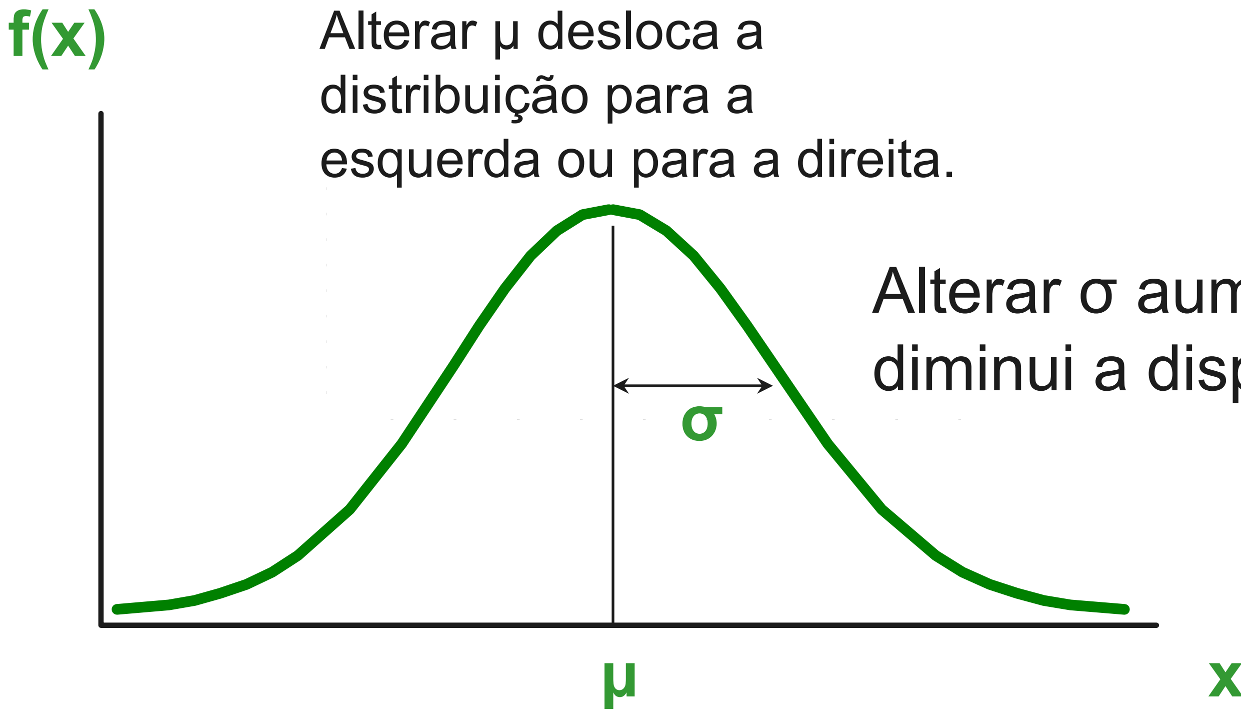
Muitas distribuições Normais



Variando os parâmetros μ e σ, obtemos diferentes distribuições normais

A forma de distribuição normal

Alterar μ desloca a distribuição para a esquerda ou para a direita.



Alterar σ aumenta ou diminui a dispersão

Dada a média μ e a variância σ, definimos a distribuição normal usando a notação

$$\boxed{X \sim N(\mu, \sigma^2)}$$

A função de densidade de probabilidade normal

- A fórmula para a função de densidade de probabilidade normal é

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$$

Onde e = a constante matemática aproximada por 2,71828

π = a constante matemática aproximada por 3,14159

μ = a média da população

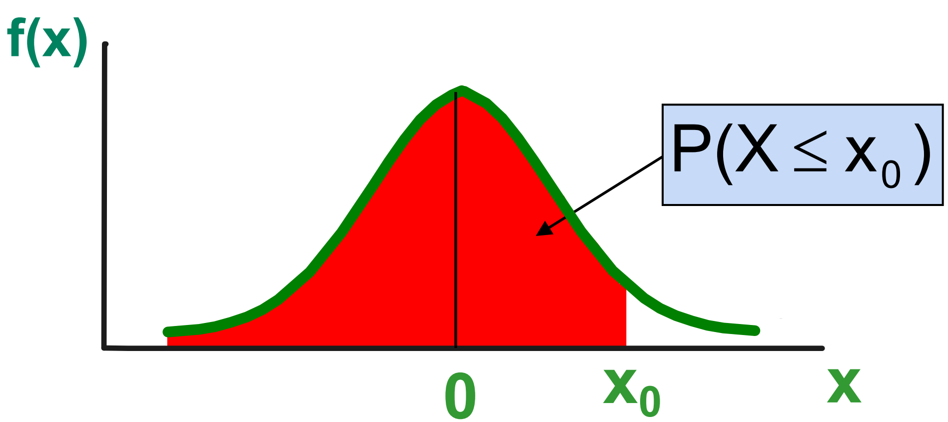
σ = o desvio padrão da população

x = qualquer valor da variável contínua, $-\infty < x < \infty$

Distribuição Normal Acumulada

- Para uma variável aleatória normal X com média μ e variância σ^2 , i.e., $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, a Distribuição Normal Acumulada é

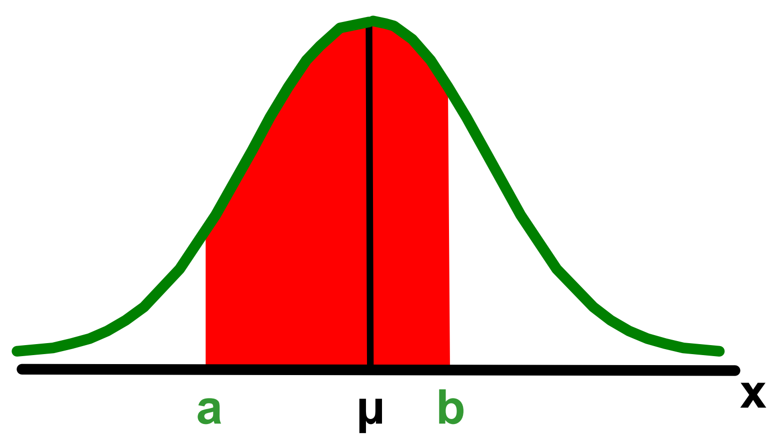
$$\boxed{F(x_0) = P(X \le x_0)}$$



Encontrando probabilidades da Distribuição Normal

A probabilidade de um intervalo de valores é medida pela área sob a curva

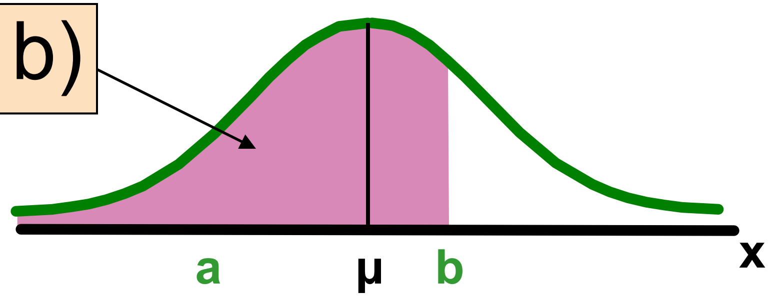
$$\boxed{P(a < X < b) = F(b) - F(a)}$$



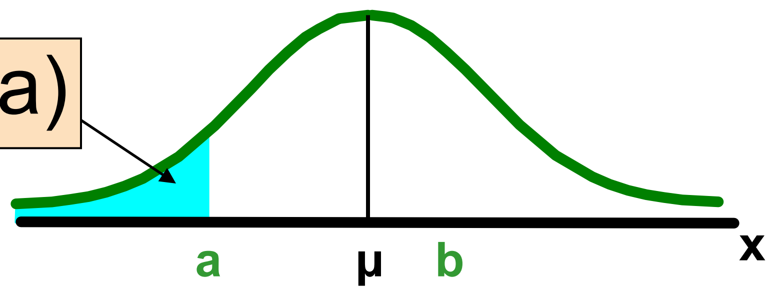
Encontrando probabilidades da Distribuição Normal

(cont.)

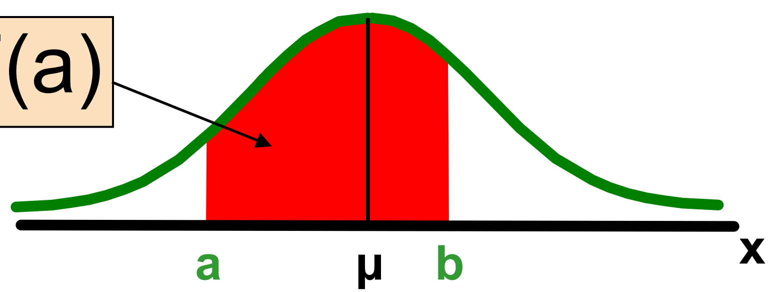
$$F(b) = P(X < b)$$



$$F(a) = P(X < a)$$



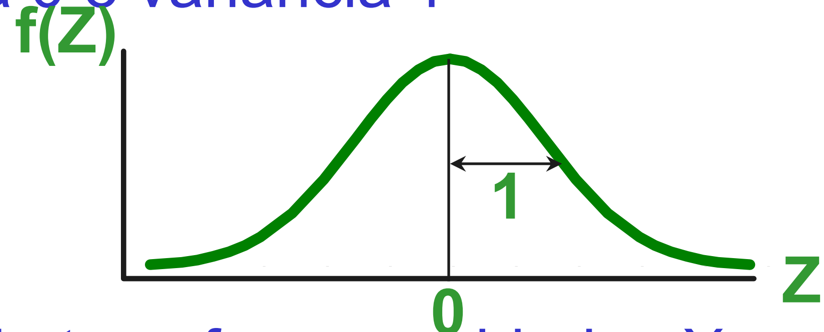
$$P(a < X < b) = F(b) - F(a)$$



A Normal Padrão (padronizada)

- Qualquer distribuição normal (com qualquer combinação de média e variância) pode ser transformada na distribuição normal padronizada (Z), com média 0 e variância 1

$$\boxed{Z \sim N(0,1)}$$



- Necessidade de transformar unidades X em unidades Z subtraindo a média de X e dividindo pelo seu desvio padrão

$$\boxed{Z = \frac{X - \mu}{\sigma}}$$

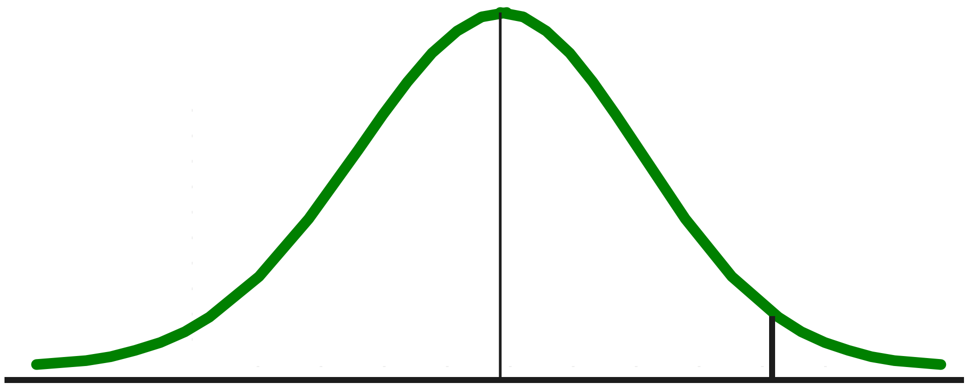
Exemplo

- Se X for distribuído normalmente com média de 100 e desvio padrão de 50, o valor de Z para X = 200 é

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{200 - 100}{50} = 2.0$$

- Isso diz que X = 200 é dois desvios padrão (2 incrementos de 50 unidades) acima da média de 100.

Comparando as unidades de X e Z



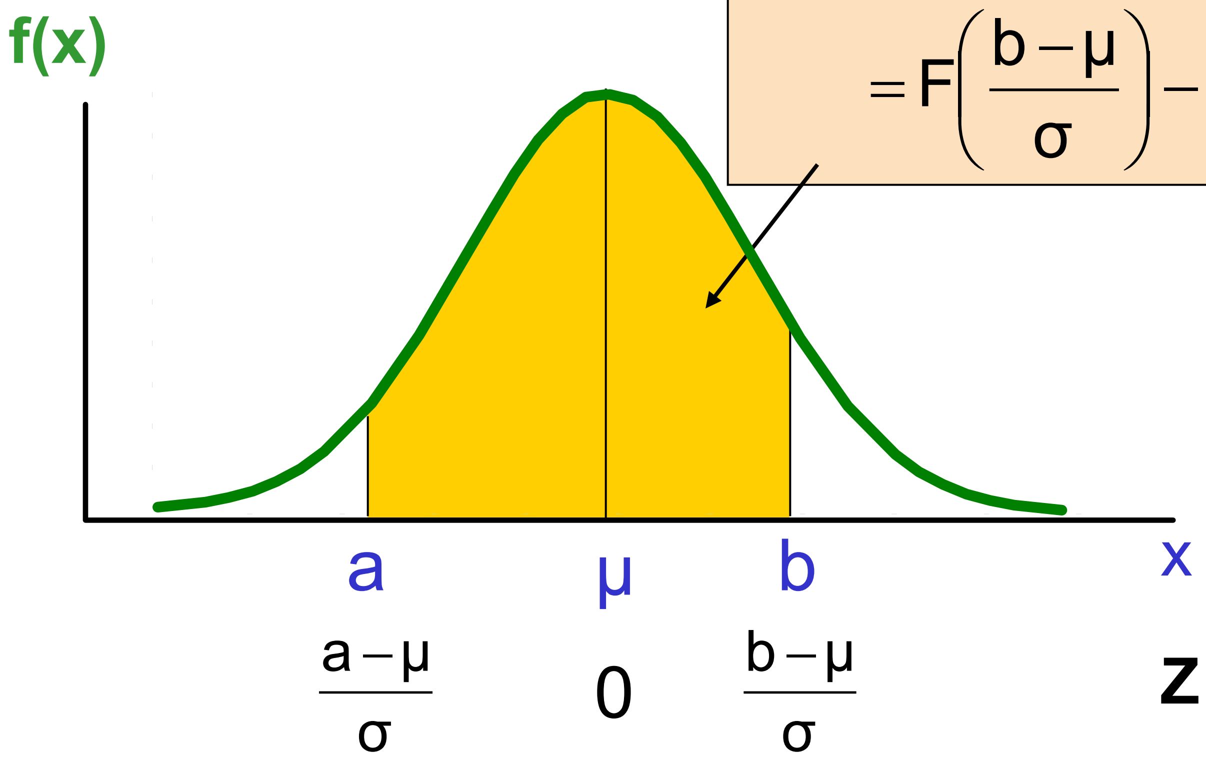
100	200	X	(μ = 100, σ = 50)
0	2.0	Z	(μ = 0 , σ = 1)

Observe que a distribuição é a mesma, apenas a escala mudou. Podemos expressar o problema em unidades originais (X) ou em unidades padronizadas (Z)

Encontrando probabilidades normais

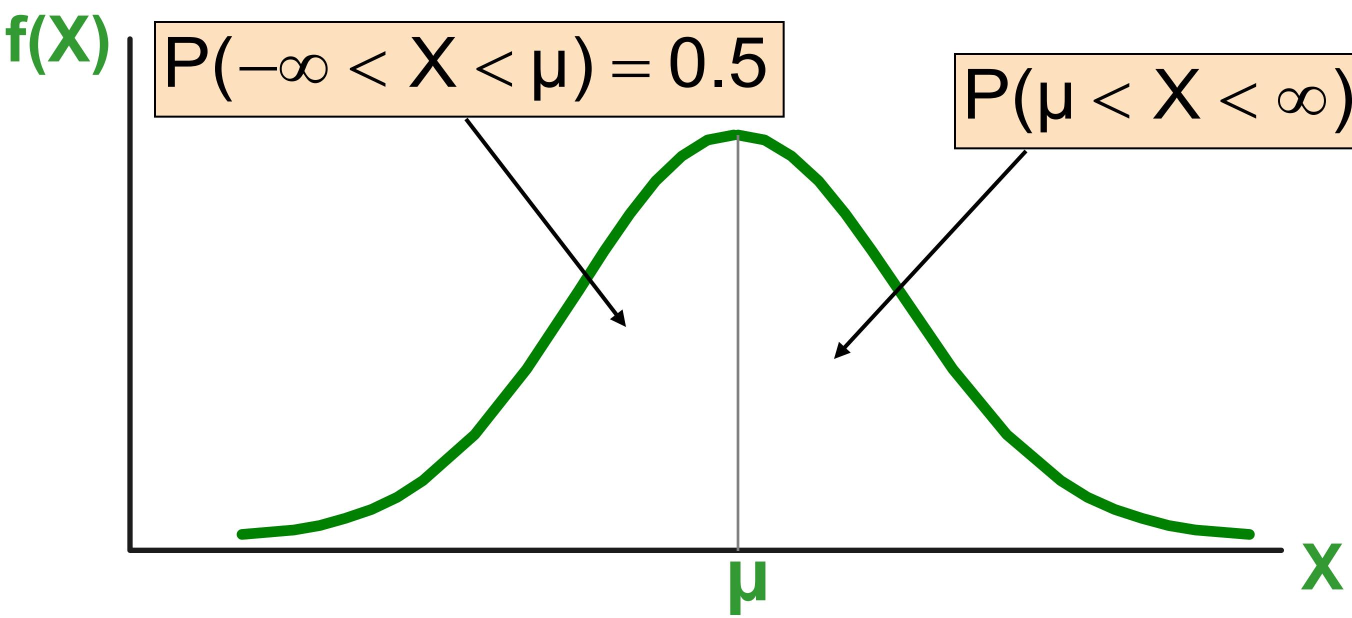
$$P(a < X < b) = P\left(\frac{a-\mu}{\sigma} < Z < \frac{b-\mu}{\sigma}\right)$$

$$= F\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right) - F\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)$$



Probabilidade como área sob a curva

A área total sob a curva é 1,0, e a curva é simétrica, então metade está acima da média, metade está abaixo

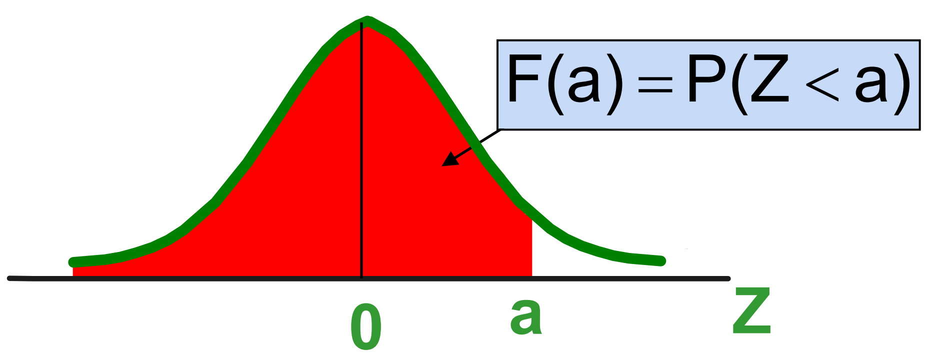


$$P(-\infty < X < \infty) = 1.0$$

Apêndice Tabela 1

- A tabela Normal Padronizada no livro didático (Tabela 1 do Apêndice) mostra os valores da função de distribuição normal cumulativa

- Para um dado valor Z a , a tabela mostra F(a)
- (a área sob a curva de infinito negativo até a)

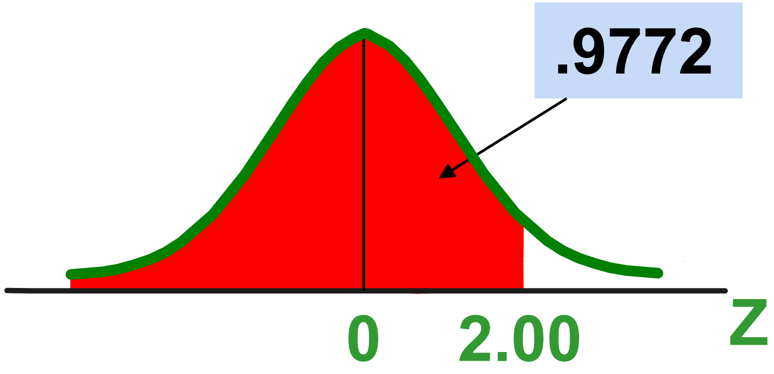


A Tabela Normal Padronizada

- Apêndice Tabela 1 dá a probabilidade F(a) para qualquer valor a

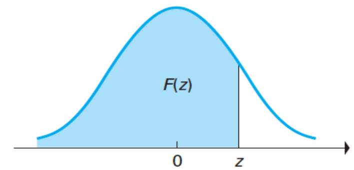
Exemplo:

P(Z < 2.00) = .9772



Appendix Tables

Table 1 Cumulative Distribution Function, $F(z)$, of the Standard Normal Distribution Table



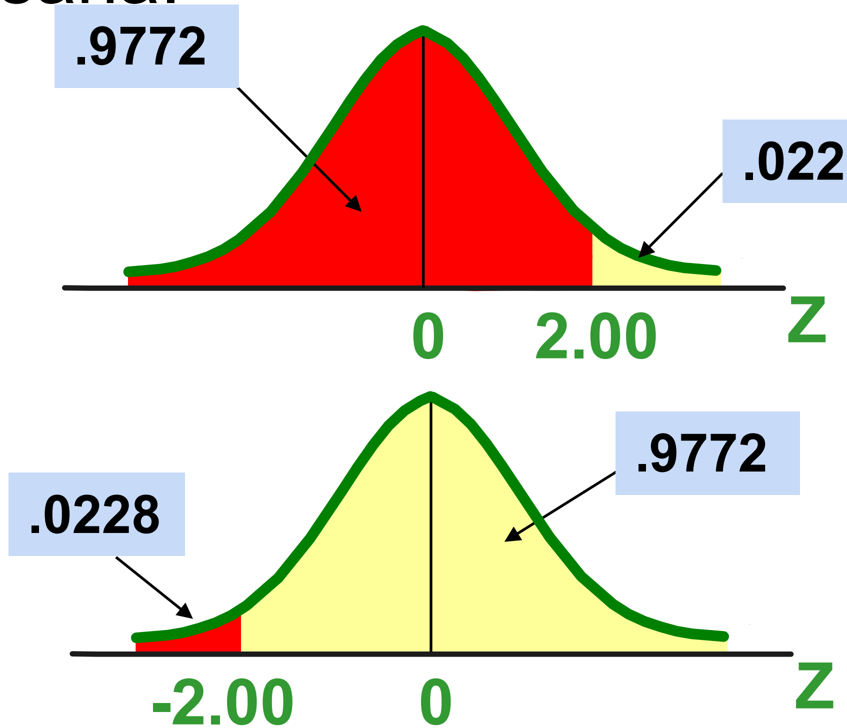
z	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997

Dr. William L. Carlson, prepared using Minitab 16.

A Tabela Normal Padronizada

(cont.)

Para valores Z negativos, use o fato de que a distribuição é simétrica para encontrar a probabilidade necessária:



Exemplo:

$P(Z < -2.00) = 1 – 0.9772$

$= 0.0228$

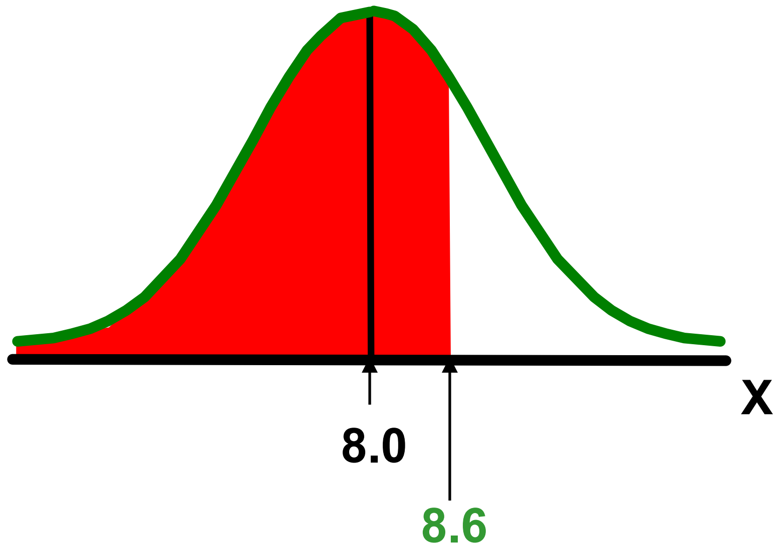
Procedimento geral para encontrar probabilidades

Para encontrar $P(a < X < b)$ quando X é distribuído normalmente:

- Desenhe a curva normal para o problema em termos de X
- Traduzir valores X para valores Z
- Use a tabela normal cumulativa

Encontrando probabilidades normais

- Suponha que X seja normal com média 8,0 e desvio padrão 5,0
- Encontre P(X <8,6)

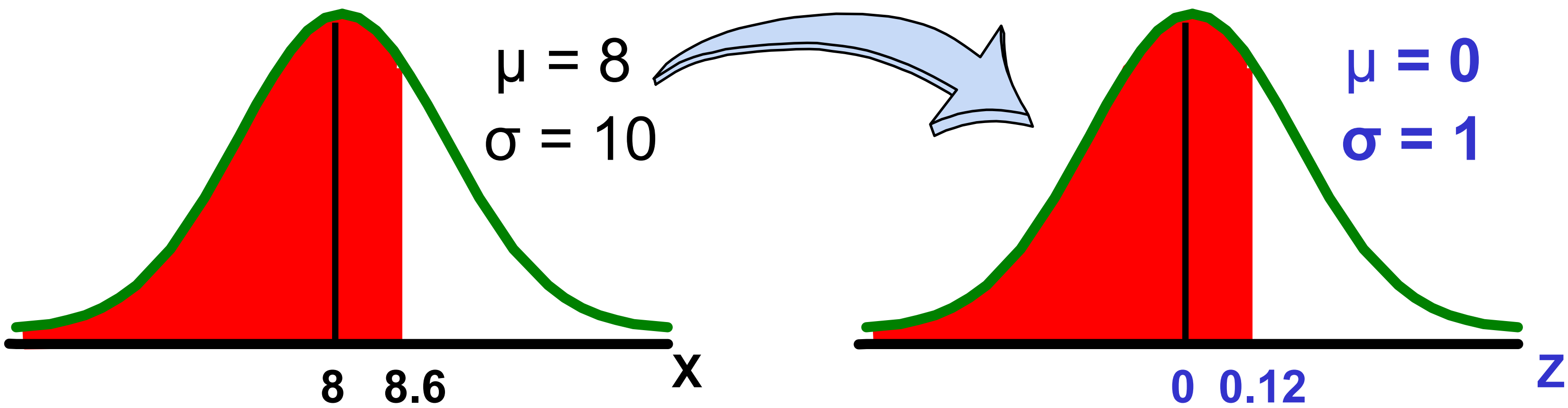


Encontrando probabilidades normais

(cont.)

- Suponha que X seja normal com média 8,0 e desvio padrão 5,0. Encontre P(X <8,6)

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{8.6 - 8.0}{5.0} = 0.12$$



P(X < 8.6)

P(Z < 0.12)

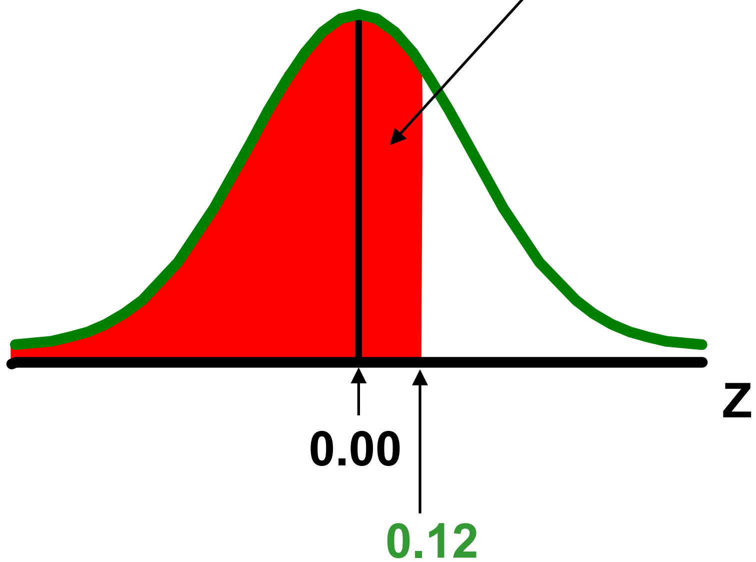
Solução: Encontrando P(Z < 0.12)

Probabilidade Normal Padronizada
Tabela (Proporção)

z	F(z)
.10	.5398
.11	.5438
.12	.5478
.13	.5517

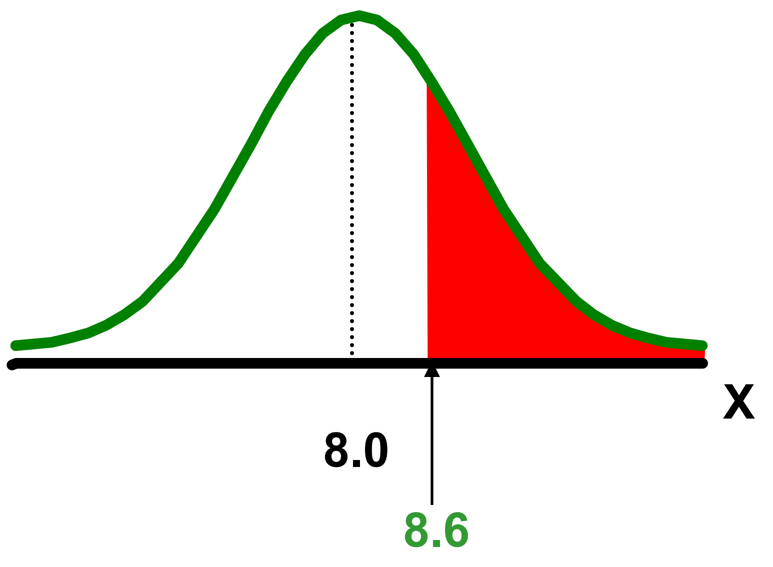
P(X < 8.6)
= P(Z < 0.12)

F(0.12) = 0.5478



Probabilidades da Cauda Superior

- Suponha que X seja normal com média 8,0 e desvio padrão 5,0.
- Agora encontre P(X > 8,6)

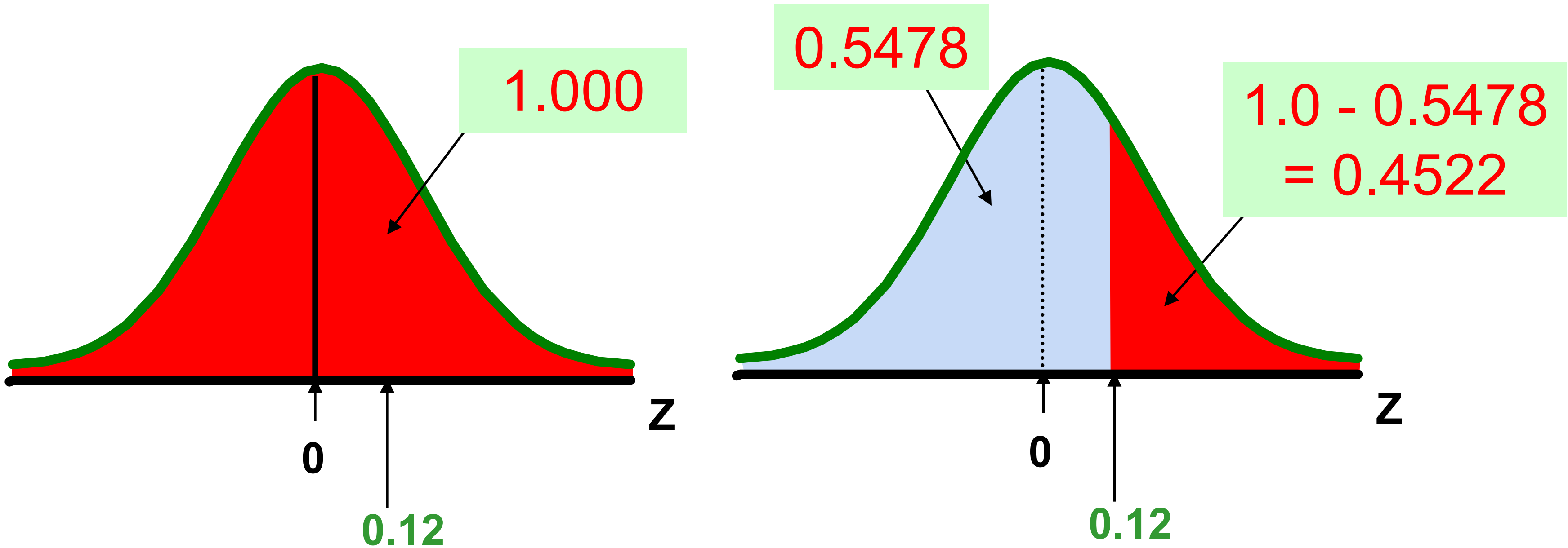


Probabilidades da Cauda Superior

(cont.)

- Encontre agora P(X > 8.6)…

$$P(X > 8.6) = P(Z > 0.12) = 1.0 - P(Z \le 0.12)$$
$$= 1.0 - 0.5478 = \boxed{0.4522}$$



Encontrando o valor X para uma Probabilidade Conhecida

- Etapas para encontrar o valor de X para uma probabilidade conhecida:
- 1. Encontre o valor Z para a probabilidade conhecida
- 2. Converta para X unidades usando a fórmula:

$$\boxed{X = \mu + Z\sigma}$$

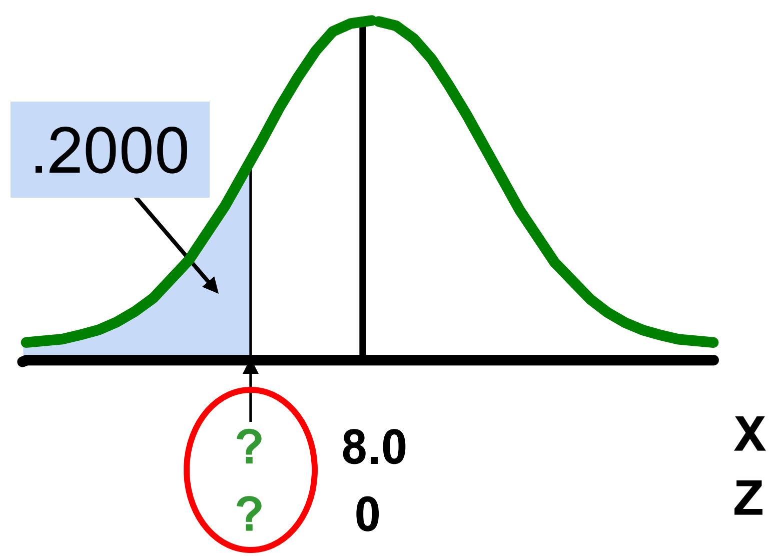
Encontrando o valor X para uma Probabilidade Conhecida

(cont.)

Exemplo:

Suponha que X seja normal com média 8,0 e desvio padrão 5,0.

Agora encontre o valor X de modo que apenas 20% de todos os valores estejam abaixo desse X



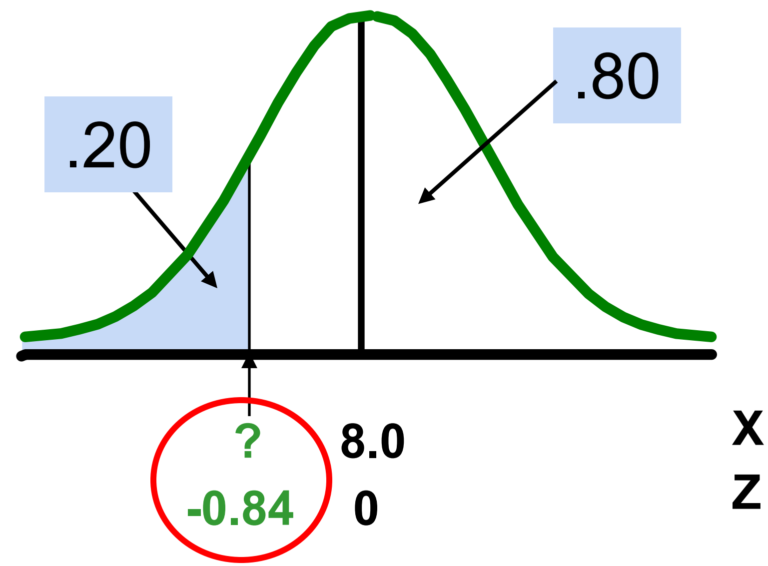
Encontre o valor Z para 20% na Cauda Inferior

1. Encontre o valor Z para a probabilidade conhecida

Probabilidade Normal Padronizada Tabela (Proporção)

z	F(z)
.82	.7939
.83	.7967
.84	.7995
.85	.8023

- A área de 20% na cauda inferior é consistente com um valor Z de -0.84



Finding the X value

2. Convert to X units using the formula:

$$
\begin{aligned}
X &= \mu + Z\sigma \\
&= 8.0 + (-0.84)5.0 \\
&= 3.80
\end{aligned}
$$

So 20% of the values from a distribution with mean 8.0 and standard deviation 5.0 are less than 3.80

Avaliando a Normalidade

- Nem todas as variáveis aleatórias contínuas são normalmente distribuídas

- É importante avaliar o quão bem os dados são aproximados por uma distribuição normal

O gráfico de probabilidade normal

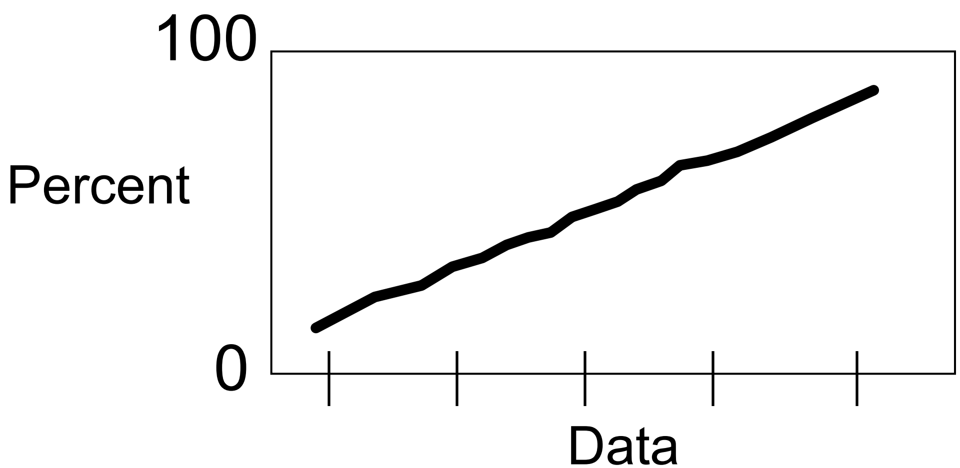
Gráfico de probabilidade normal

- Organize os dados de valores menores para maiores
- Encontre probabilidades normais acumuladas para todos os valores
- Examine um gráfico dos valores observados versus probabilidades acumuladas (com a probabilidade normal acumulada no eixo vertical e os valores de dados observados no eixo horizontal)
- Avalie o gráfico em busca de evidências de linearidade

O gráfico de probabilidade normal

(cont.)

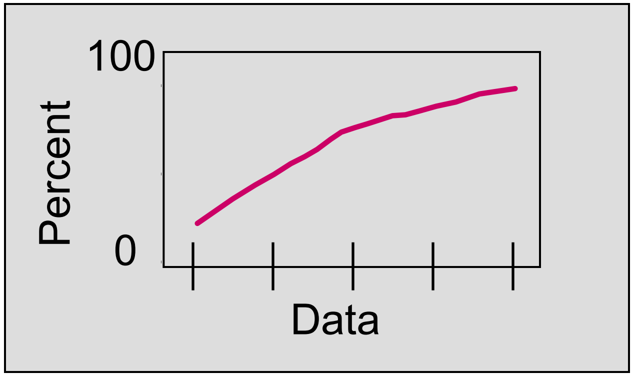
Um gráfico de probabilidade normal para dados de uma distribuição normal será aproximadamente linear:



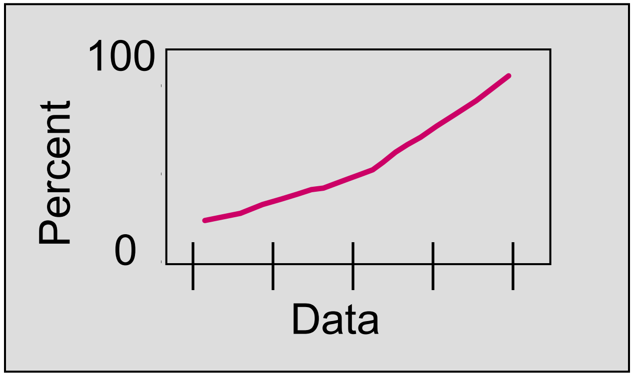
O gráfico de probabilidade normal

(cont.)

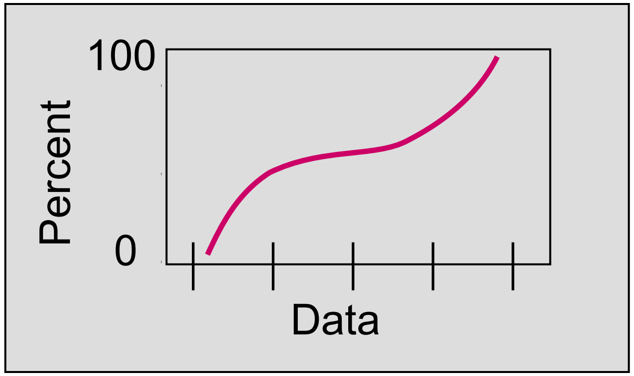
Left-Skewed



Right-Skewed



Uniform



Gráficos não lineares indicam um desvio da normalidade

Relembrando

Suposições da Distribuição de Poisson

Suponha que um intervalo seja dividido em um número muito grande de subintervalos iguais, de modo que a probabilidade de ocorrência de um evento em qualquer subintervalo seja muito pequena. As suposições de uma distribuição de Poisson são tão

segue:

1. A probabilidade de ocorrência de um evento é constante para todos subintervalos.

2. Não pode haver mais de uma ocorrência em cada subintervalo.

3. As ocorrências são independentes; isto é, uma ocorrência em um intervalo não não influenciar a probabilidade de uma ocorrência em outro intervalo.

The Poisson Distribution Function, Mean, and Variance

The random variable X is said to follow the Poisson distribution if it has the probability distribution

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}, \text{ for } x = 0, 1, 2, \ldots \quad \textbf{(4.21)}$$

where

$P(x)$ = the probability of x successes over a given time or space, given λ

λ = the expected number of successes per time or space unit, $\lambda > 0$

$e \cong$ 2.71828 (the base for natural logarithms)

The mean and variance of the Poisson distribution are

$$\mu_x = E[X] = \lambda \quad \text{and} \quad \sigma_x^2 = E[(X - \mu_x)^2] = \lambda$$

Example 4.10 System Component Failure (Poisson Probabilities)

Andrew Whittaker, computer center manager, reports that his computer system experienced three component failures during the past 100 days.

a. What is the probability of no failures in a given day?
b. What is the probability of one or more component failures in a given day?
c. What is the probability of at least two failures in a 3-day period?

Solution A modern computer system has a very large number of components, each of which could fail and thus result in a computer system failure. To compute the probability of failures using the Poisson distribution, assume that each of the millions of components has the same very small probability of failure. Also assume that the first failure does not affect the probability of a second failure (in some cases, these assumptions may not hold, and more complex distributions would be used). In particular, for this problem we assume that the past 100 days have been a good standard performance for the computer system and that this standard will continue into the future.

From past experience the expected number of failures per day is 3/100, or $\lambda = 0.03$.

a. $P(\text{no failures in a given day}) = P(X = 0 | \lambda = 0.03) = \dfrac{e^{-0.03}\lambda^0}{0!} = 0.970446$

b. The probability of at least one failure is the complement of the probability of 0 failures:

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \left[\frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}\right] = 1 - \left[\frac{e^{-0.03}\lambda^0}{0!}\right]$$
$$= 1 - e^{-0.03} = 1 - 0.970446 = 0.029554$$

c. $P(\text{at least two failures in a 3-day period}) = P(X \geq 2 | \lambda = 0.09)$, where the average over a 3-day period is $\lambda = 3(0.03) = 0.09$:

$$P(X \geq 2 | \lambda = 0.09) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1)]$$
$$= 1 - [0.913931 + 0.082254]$$

and, thus,

$$P(X \geq 2 | \lambda = 0.09) = 1 - 0.996185 = 0.003815$$

Curiosidade

Poisson Approximation to the Binomial Distribution

Let X be the number of successes resulting from n independent trials, each with probability of success P. The distribution of the number of successes, X, is binomial, with mean nP. If the number of trials, n, is large and nP is of only moderate size (preferably $nP \leq 7$), this distribution can be **approximated by the Poisson distribution** with $\lambda = Np$. The probability distribution of the approximating distribution is then

$$P(x) = \frac{e^{-nP}(nP)^x}{x!} \text{ for } x = 0, 1, 2, \ldots \qquad (4.22)$$

Hypergeometric Distribution

Suppose that a random sample of n objects is chosen from a group of N objects, S of which are successes. The distribution of the number of successes, X, in the sample is called the **hypergeometric distribution**. Its probability distribution is

$$P(x) = \frac{C_x^s C_{n-x}^{N-s}}{C_n^N} = \frac{\dfrac{S!}{x!(S-x)!} \times \dfrac{(N-S)!}{(n-x)!(N-S-n+x)!}}{\dfrac{N!}{n!(N-n)!}} \qquad (4.23)$$

where x can take integer values ranging from the larger of 0 and $[n - (N - S)]$ to the smaller of n and S.

Example 4.14 Shipment of Items (Compute Hypergeometric Probability)

A company receives a shipment of 20 items. Because inspection of each individual item is expensive, it has a policy of checking a random sample of 6 items from such a shipment, and if no more than 1 sampled item is defective, the remainder will not be checked. What is the probability that a shipment of 5 defective items will not be subjected to additional checking?

Solution If "defective" is identified with "success" in this example, the shipment contains $N = 20$ items and $S = 5$ of the 20 that are successes. A sample of $n = 6$ items is selected. Then the number of successes, X, in the sample has a hypergeometric distribution with the probability distribution

$$P(x) = \frac{C_x^S C_{n-x}^{N-S}}{C_n^N} = \frac{C_x^5 C_{6-x}^{15}}{C_6^{20}} = \frac{\dfrac{5!}{x!(5-x)!} \times \dfrac{15!}{(6-x)!(9+x)!}}{\dfrac{20!}{6!14!}}$$

The shipment is not checked further if the sample contains either 0 or 1 success (defective), so that the probability of its acceptance is as follows:

$$P(\text{shipment accepted}) = P(0) + P(1)$$

The probability of no defectives in the sample is as follows:

$$P(0) = \frac{\dfrac{5!}{0!5!} \times \dfrac{15!}{6!9!}}{\dfrac{20!}{6!14!}} = 0.129$$

The probability of 1 defective item in the sample is as follows:

$$P(1) = \frac{\dfrac{5!}{1!4!} \times \dfrac{15!}{5!10!}}{\dfrac{20!}{6!14!}} = 0.387$$

Therefore, we find that the probability that the shipment of 20 items containing 5 defectives is not checked further is $P(\text{shipment accepted}) = P(0) + P(1) = 0.129 + 0.387 = 0.516$. This is a high error rate, which indicates a need for a new acceptance rule that requires total inspection if one or more defectives are found. With this new rule, only 12.9% of these shipments would be missed.