

Eppa1

Resolução

22/04/2021

Parte 1.

Em cada aresta representa-se 2 vetores não nulos. No total de 6 arestas, tem-se 12 vetores não nulos distintos.

Cada um dos 4 vértices representa o vetor nulo.

Portanto, o número procurado é

$$12 + 1 = \mathbf{13}.$$

Parte 2.

O cálculo pode ser feito somando-se o número de conjuntos de dois tipos: os conjuntos com o vetor nulo e os conjuntos sem ele.

Sem o vetor nulo e contando por faces:

Em cada face são representados 6 vetores não nulos. Tomando conjuntos de 3, serão “combinação de 6 tomados 3 a 3” em cada face, ou seja, 20. E como são 4 faces, há **80** de tais conjuntos.

Sem o vetor nulo e contando vetores paralelos a uma mesma aresta:

Em cada aresta é representada uma dupla de vetores (um vetor e seu oposto). Os conjuntos de 3 vetores que têm uma tal dupla e que ainda não foram contados na contagem das faces são contados tomando-se pares de arestas reversas, resultando em 3 vezes a combinação de 4 3 a 3, ou seja, $3 * 4 = \mathbf{12}$

Com o vetor nulo:

Neste caso, já temos que o vetor nulo deve ser um dos três. Portanto, os outros dois são não nulos, ou seja, são representados nas 6 arestas. E estes são 12. Dado que dois vetores são sempre coplanares, basta fazer “combinação de 12 2 a 2”, ou seja, **66**.

Portanto, o número procurado é

$$80 + 12 + 66 = \mathbf{158}.$$

