SMA0300 Geometria Analítica
2a. aula

23/03/2023, quinta-feira

Miriam Manoel

Na aula de hoje:

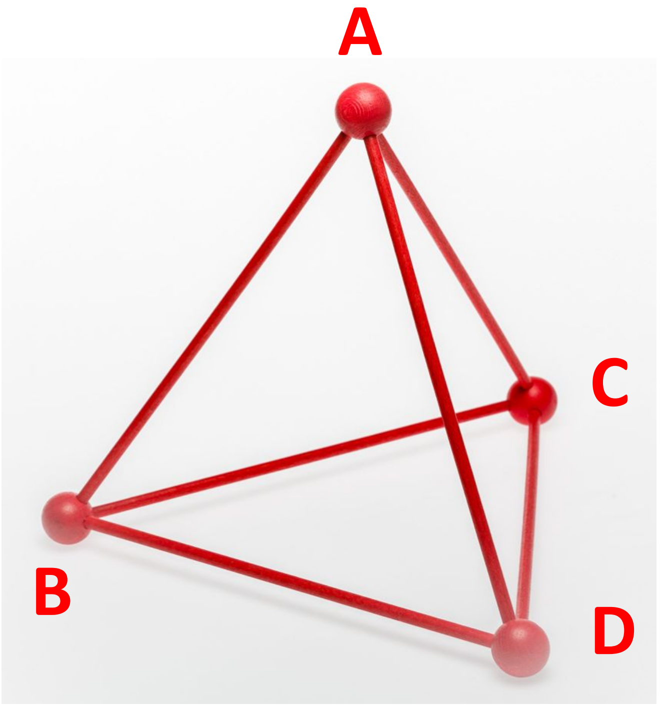
Problema: vetores distintos representados em um tetraedro regular

Operações básicas com vetores: **soma** de vetores e **produto por escalar**

Problema

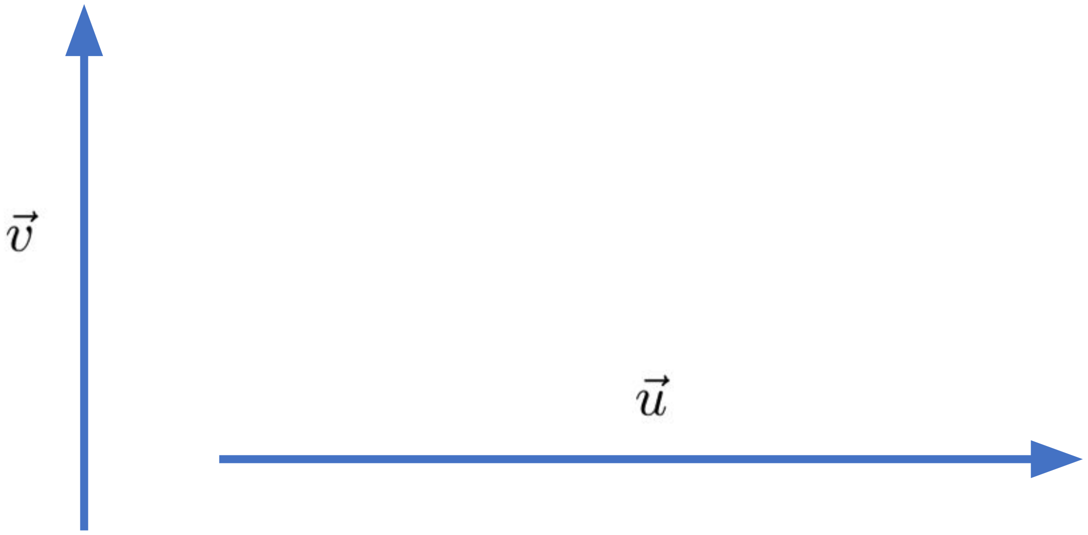
1. Quantos vetores podemos representar sobre os vértices e as arestas de um tetraedro regular?

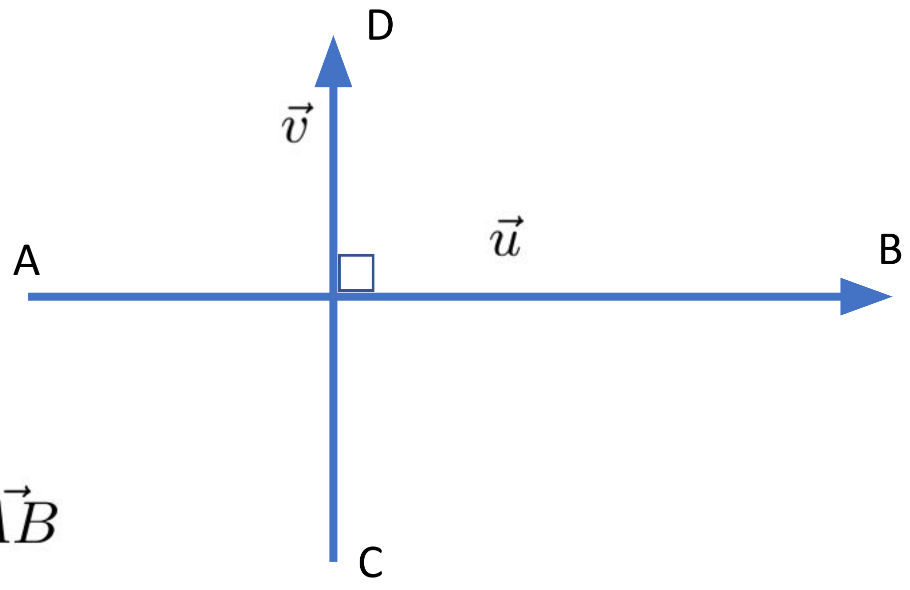
2. Quantos são os conjuntos de 3 vetores coplanares representados num tetraedro?



Vetores ortogonais e vetores paralelos

- Dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são chamados **ortogonais** se têm direções perpendiculares. Notação: $\vec{u} \perp \vec{v}$
- O vetor nulo é paralelo a todo vetor
- O vetor nulo é ortogonal a todo vetor



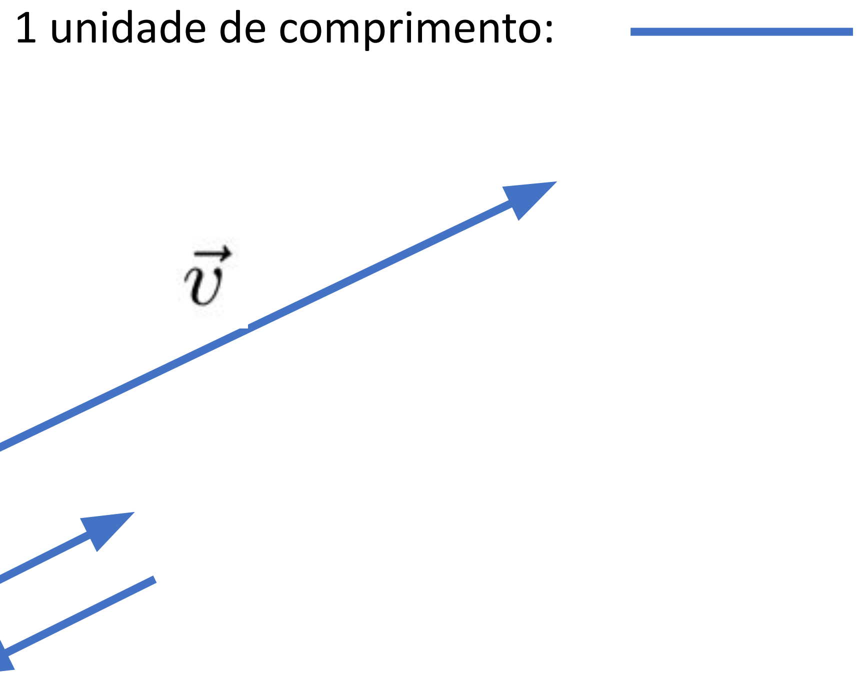


$$\vec{u} = \vec{AB}$$

$$\vec{v} = \vec{CD}$$

O versor de um vetor não nulo

Fixada a unidade de comprimento, a cada vetor não nulo $\vec{v}$ associamos dois vetores unitários (veja a figura).



O vetor unitário com o mesmo sentido de $\vec{v}$ é chamado **versor** de $\vec{v}$.

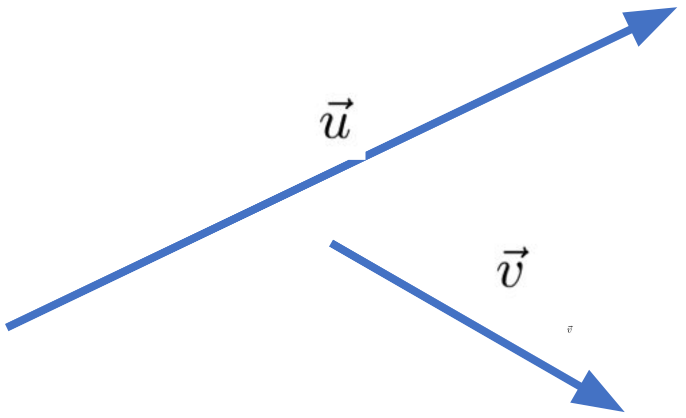
Notação usual para o versor: $\hat{v}$

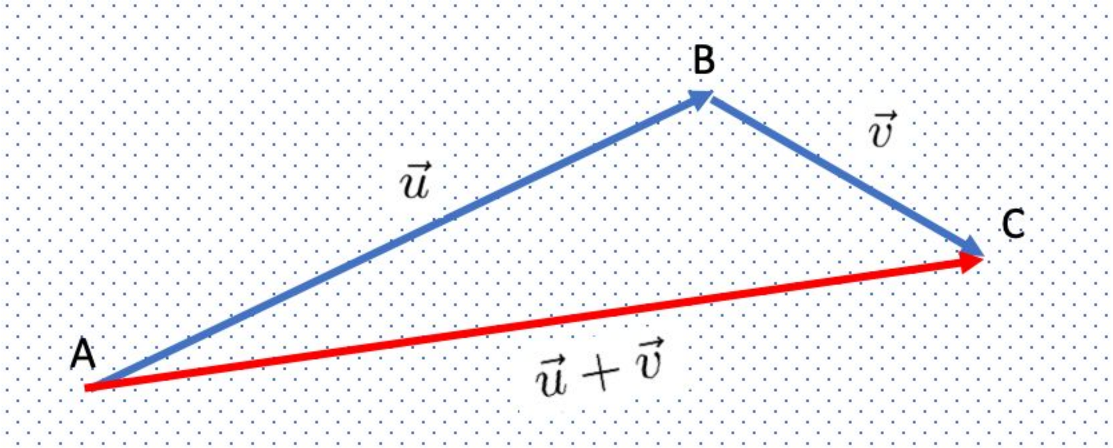
O conjunto de todos os vetores

Vamos denotar o conjunto de todos os vetores por V^3.

1. Soma de vetores – regra geométrica

Dados dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ tomamos AB tal que $\vec{u} = \vec{AB}$ e um ponto C tal que $\vec{BC} = \vec{v}$



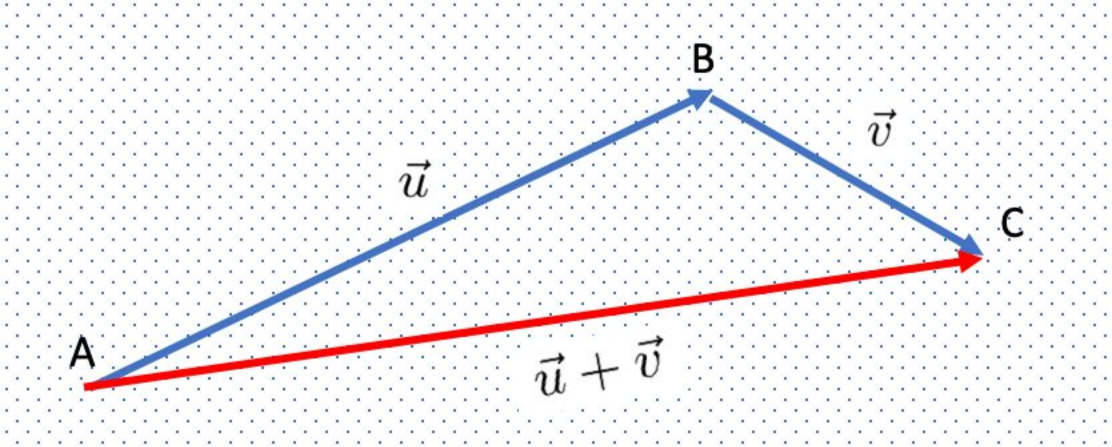


O vetor representado pelo vetor com origem em A e extremidade em C é chamado **soma de** $\vec{u}$ e $\vec{v}$.

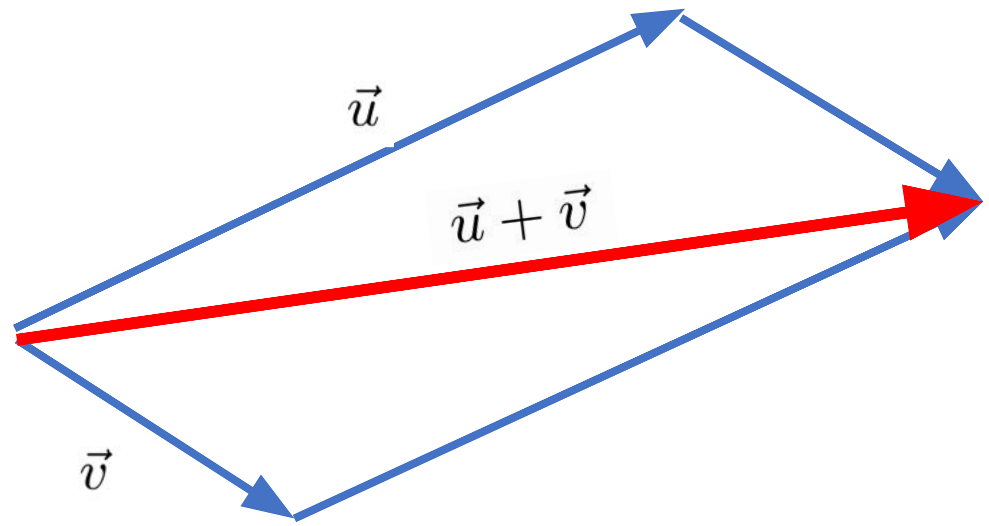
Notação: $\vec{u} + \vec{v}$

Então:

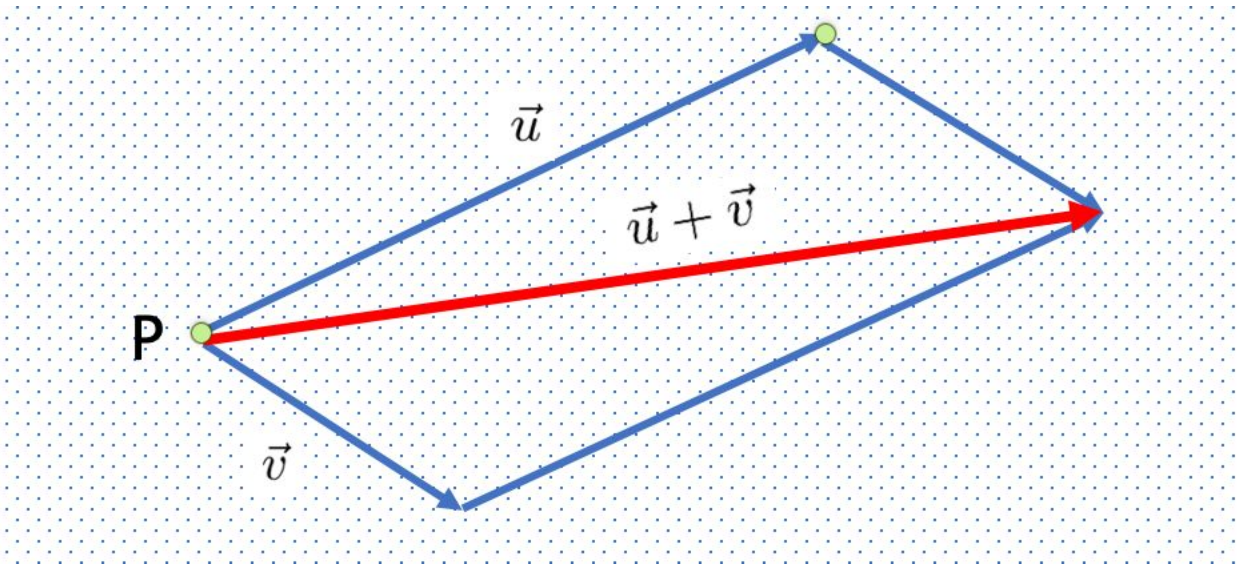
$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$



Outra maneira de se fazer a soma geométrica de dois vetores é pela **Lei do Paralelogramo**:

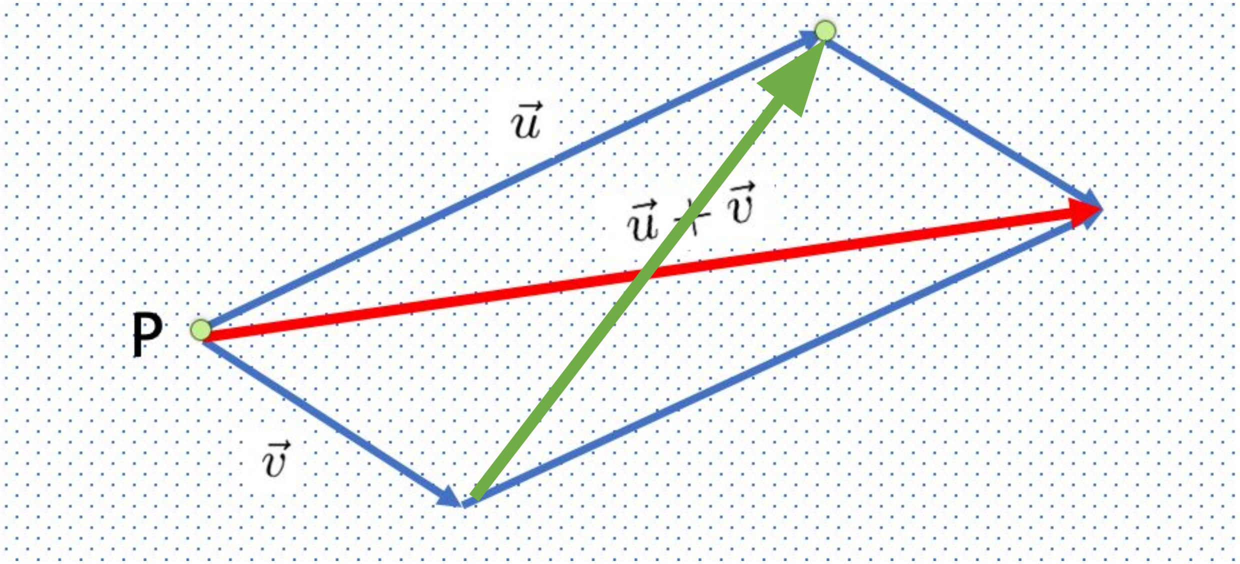


Pergunta



Nesta figura, onde está representado o vetor $\vec{u}+(-\vec{v})$?

$\vec{u} + (-\vec{v})$



Propriedades da soma de vetores

Sejam $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ vetores quaisquer em V^3. Então,

1. $(\vec{u}+\vec{v})+\vec{w} = \vec{u}+(\vec{v}+\vec{w})$ (Associativa)
2. $\vec{u}+\vec{v} = \vec{v}+\vec{u}$ (comutativa)
3. $\vec{u}+\vec{0} = \vec{0}+\vec{u} = \vec{u}$ (Elemento neutro)
4. Para cada vetor $\vec{u}$, existe um vetor $-\vec{u}$ tal que (Elemento oposto)

$$\vec{u}+(-\vec{u}) = (-\vec{u})+\vec{u} = \vec{0}$$

2. Produto por escalar – regra geométrica

Dados um vetor $\vec{u}$ e um número real α, definimos um novo vetor: $\alpha\vec{u}$:

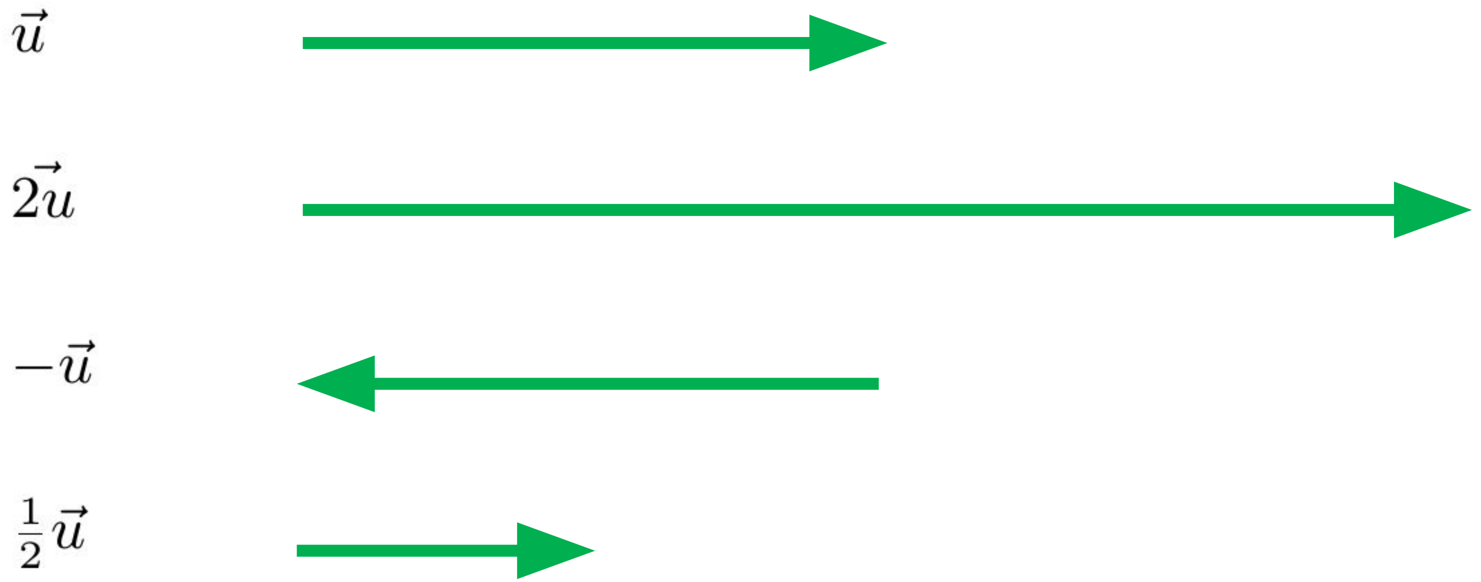
1. Se $\alpha = 0$ ou $\vec{u} = \vec{0}$, então $\alpha\vec{u} = \vec{0}$

2. Se $\alpha \neq 0$ e $\vec{u} \neq \vec{0}$, o vetor $\alpha\vec{u}$ carateriza-se por

   (a) $\alpha\vec{u} \,/\!/\, \vec{u}$

   (b) $\alpha\vec{u}$ e $\vec{u}$ são de mesmo sentido se $\alpha > 0$ e de sentido contrário se $\alpha < 0$.

   (c) $\|\alpha\vec{u}\| = |\alpha| \, \|\vec{u}\|$


$\vec{u}$
$2\vec{u}$
$-\vec{u}$
$\frac{1}{2}\vec{u}$

Propriedades do produto de vetor por escalar:

Quaisquer que sejam os números reais α e β, e quaisquer que sejam os vetores $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$, valem as seguintes igualdades:

1. $\alpha(\vec{u}+\vec{v}) = \alpha\vec{u} + \alpha\vec{v}$
2. $(\alpha+\beta)\vec{u} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$
3. $\alpha(\beta\vec{u}) = (\alpha\beta)\vec{u} = \beta(\alpha\vec{u})$
4. $1\vec{u} = \vec{u}$

Note:

- $\vec{u} + \vec{u} = 2\vec{u}$

- A seguinte notação é bastante natural e será usada:

$$\vec{u} + (-\vec{v}) = \vec{u} - \vec{v}$$

isto é, vamos usar o símbolo de “diferença” por analogia com as operações entre números reais!

- O versor do vetor $\vec{v}$ é dado por $\dfrac{1}{||\vec{v}||}\vec{v}$

Exercício

Vamos resolver na aula, usando vetores:

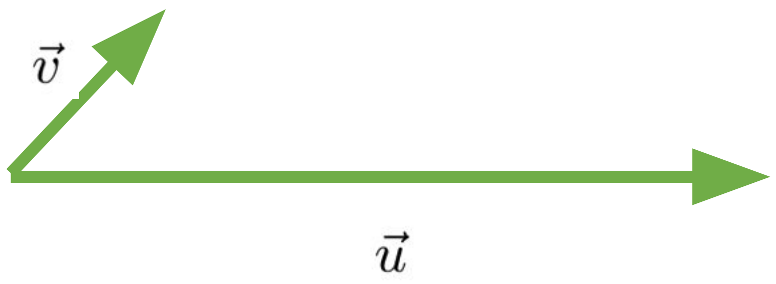
As diagonais de um paralelogramo têm o mesmo ponto médio.

Exercício

1. Dados dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, resolva o sistema nas incógnitas vetoriais $\vec{x}$ e $\vec{y}$, apresentando as passagens dos seus cálculos vetoriais:

$$\begin{cases} \vec{x} + \vec{y} = \vec{u} \\ \vec{x} - \vec{y} = \vec{v} \end{cases}$$

2. No caso de $\vec{u}$ e $\vec{v}$ serem os vetores representados como na figura abaixo, represente os vetores $\vec{x}$ e $\vec{y}$.



Resoluções se encontram em pdfs avulsos no diretório SLIDES DAS AULAS.