

SMA0300 Geometria Analítica

Aula 12

04/05/2023, quinta-feira

Miriam Manoel

Na aula de hoje...

Exercício sobre equação vetorial do plano

Equação geral do plano

At 3

Exercício 1

Determine a equação vetorial da reta r (caso ela exista) dada pela intersecção dos dois planos π_1 e π_2 cujas equações vetoriais são:

$$\pi_1 : X = (1, 2, 0) + \lambda_1(0, 0, 1) + \mu_1(2, 3, -1), \quad \lambda_1, \mu_1 \in \mathbb{R}$$

$$\pi_2 : X = (0, 0, 0) + \lambda_2(0, 0, 1) + \mu_2(2, 3, -1), \quad \lambda_2, \mu_2 \in \mathbb{R}$$

Exercício 2

Determine a equação vetorial da reta r (caso ela exista) dada pela intersecção dos dois planos π_1 e π_2 cujas equações vetoriais são:

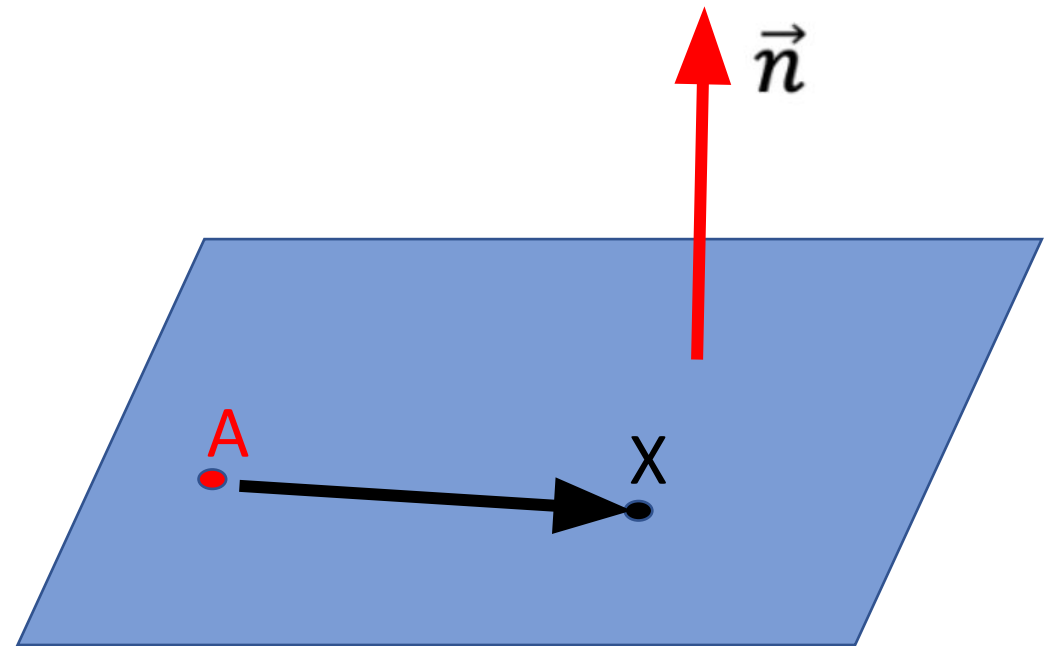
$$\pi_1 = (0, 0, 0) + \lambda(1, 2, 0) + \mu(0, 0, 1), \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R}$$

$$\pi_2 = (1, 1, 2) + \alpha(1, 1, 0) + \beta(1, 2, 1), \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

Equação geral do plano

Seja $A = (x_0, y_0, z_0)$ um ponto fixado e $\vec{n} = (a, b, c)$ vetor não nulo.

$$\vec{AX} \cdot \vec{n} = 0$$



E desenvolvendo a expressão do lado esquerdo, a equação acima fica

$$ax + by + cz + d = 0$$

onde $d = -ax_0 - by_0 - cz_0$

Exemplo 1

Equação geral do plano π_1 que passa por $A = (2,3,3)$ e tem vetor normal $\vec{n} = (1, -1, 3)$.

$$\left. \begin{array}{l} ax + by + cz + d = 0 \\ \vec{n} = (a, b, c) = (1, -1, 3) \end{array} \right\} \Rightarrow x - y + 3z + d = 0$$

$$A = (2, 3, 3) \in \pi_1 \Rightarrow 2 - 3 + 3 \cdot 3 + d = 0 \Rightarrow d = -8$$

Logo, a equação geral do plano Digite a equação aqui. é

$$x - y + 3z - 8 = 0$$

Exemplo 2

Equação geral do plano π_2 que passa por $A = (1, 2, 0)$ e tem vetor normal $\vec{n} = (1, -1, 3)$.

$$ax + by + cz + d = 0$$

$$\vec{n} = (a, b, c) = (1, -1, 3)$$

\Rightarrow

$$x - y + 3z + d = 0$$

$$A = (1, 2, 0) \in \pi_2 \Rightarrow 1 - 2 + 3 \cdot 0 + d = 0 \Rightarrow d = -2$$

Logo, a equação geral do plano é

$$x - y + 3z - 2 = 0$$

Exemplo 3

Equação geral do plano π_3 que passa por $A = (0, 0, 0)$ e tem vetor normal $\vec{n} = (1, -1, 3)$.

$$\left. \begin{array}{l} ax + by + cz + d = 0 \\ \vec{n} = (a, b, c) = (1, -1, 3) \end{array} \right\} \Rightarrow x - y + 3z + d = 0$$

$$A = (0, 0, 0) \in \pi_3 \Rightarrow 0 - 0 + 3 \cdot 0 + d = 0 \Rightarrow d = 0$$

Logo, a equação geral do plano é

$$x - y + 3z = 0$$

Exemplo 4

Equação geral do plano π_4 que passa por $A = (8, 0, 0)$ e tem vetor normal $\vec{n} = (1, -1, 3)$.

$$\left. \begin{array}{l} ax + by + cz + d = 0 \\ \vec{n} = (a, b, c) = (1, -1, 3) \end{array} \right\} \Rightarrow x - y + 3z + d = 0$$

$$A = (8, 0, 0) \in \pi_4 \Rightarrow 8 - 0 + 3 \cdot 0 + d = 0 \Rightarrow d = -8$$

Logo, a equação geral do plano é

$$x - y + 3z - 8 = 0$$