2020-1, "STATPHYS", AULA 11

OBJETIVOS: DISCUTIR APLICAÇÕES IMPORTANTES/ESPECIAIS DE CMTD's EM FÍSICA

ONDE ESTAMOS: 2.2 CMTD's

* BALANÇO DETALHADO

EM FÍSICA, EM CONJUNTO COM OUTRAS EXIGÊNCIAS, A CONDIÇÃO DE BALANÇO DETALHADO GARANTE A CONVERGÊNCIA PARA UM ÚNICO ESTADO ESTACIONÁRIO.

$$|\pi(t)\rangle = T\,|\pi(t-1)\rangle \Rightarrow \pi_i(t) = \sum_{j\in S} T_{ij}\,\pi_j(t-1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \pi_i(t) - \pi_i(t-1) = \sum_{j\in S} T_{ij}\,\pi_j(t-1) - \pi_i(t-1)\underbrace{\left[\sum_{j\in S} T_{ji}\right]}_{=1}$$

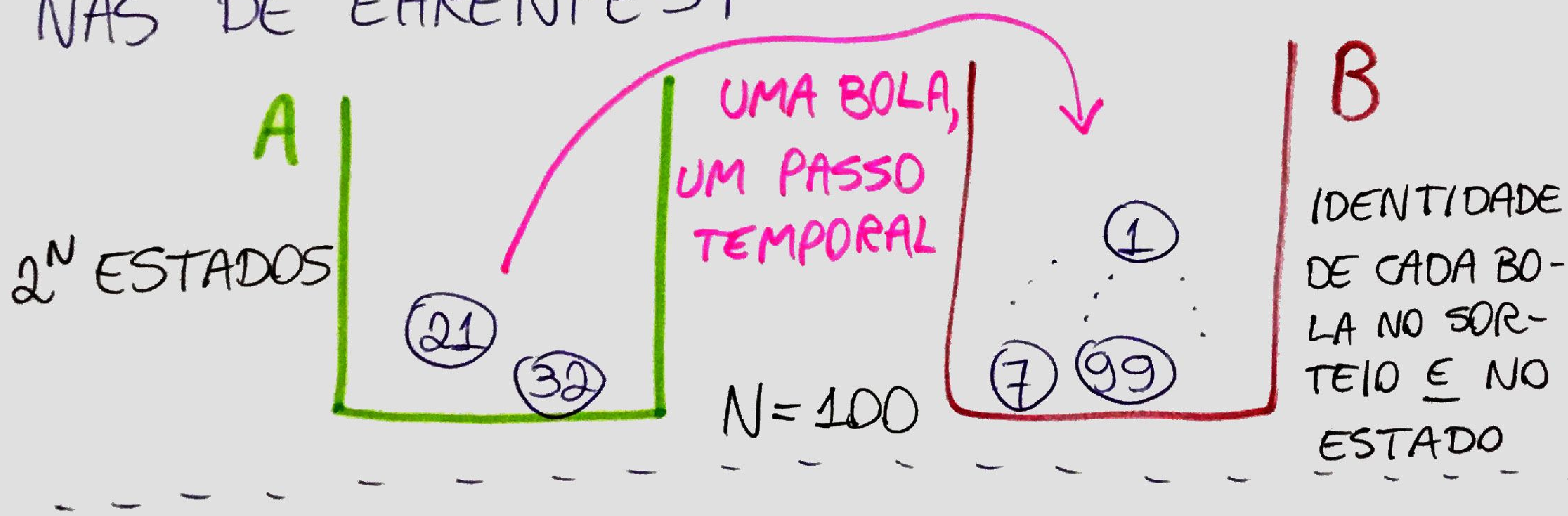
$$\therefore \boxed{\pi_i(t) - \pi_i(t-1) = \sum_{j\in S}\left\{T_{ij}\cdot\pi_j(t-1) - T_{ji}\cdot\pi_i(t-1)\right\}}$$

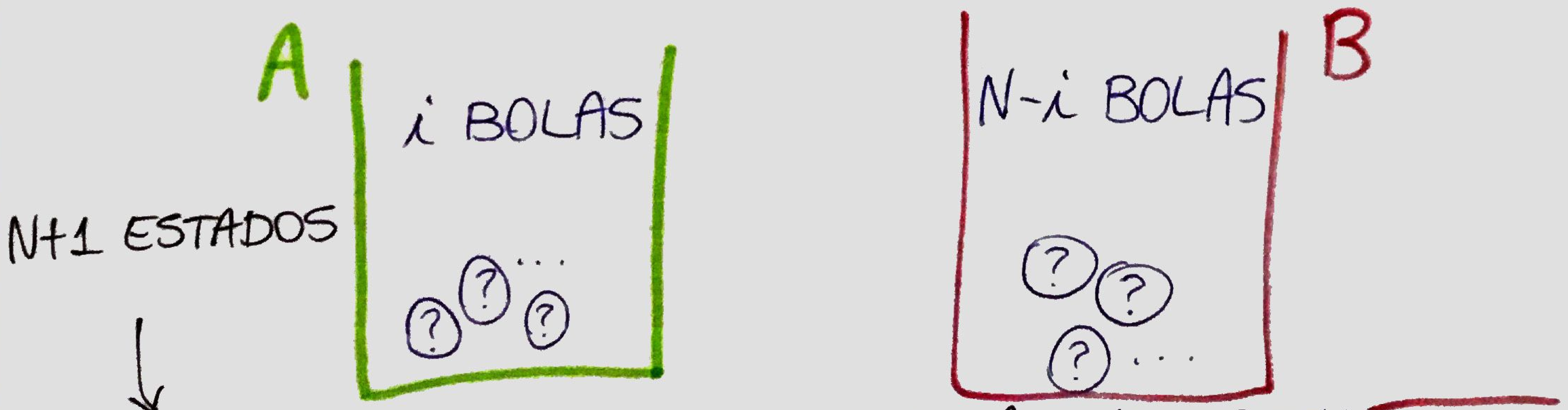
EM EQUILÍBRIO, O LADO ESQUERDO É NULO. E SE CADA __PARCELA__ DA SOMA NO LADO DIREITO FOR NULA? SE $\pi_i = \pi_i(\infty)$, A CONDIÇÃO

$$\boxed{T_{ij}\cdot\pi_j = T_{ji}\cdot\pi_i}, \quad \forall\, i,j \in S,$$

CHAMADA DE __BALANÇO DETALHADO__, É __SUFICIENTE__ PARA GARANTIR A ESTABILIDADE DO ESTADO ESTACIONÁRIO.

* ENTROPIA E O MODELO DAS URNAS DE EHRENFEST





IDENTIDADE DAS BOLAS __APENAS__ __NO__ __SORTEIO__

→ A DINÂMICA É MICROSCOPICAMENTE REVERSÍVEL, MAS MACROSCOPICAMENTE IRREVERSÍVEL.

$$\boxed{T_{j+1,j} = \frac{N-j}{N}} \qquad \boxed{T_{j-1,j} = \frac{j}{N}} \qquad T_{ij} = 0 \text{ SE } i \neq j+1 \text{ E } i \neq j-1$$

(1) $\pi_i(t) = T_{i,i-1} \cdot \pi_{i-1}(t-1) + T_{i,i+1} \cdot \pi_{i+1}(t-1) =$

$$= \frac{N-(i-1)}{N} \pi_{i-1}(t-1) + \frac{i+1}{N} \pi_{i+1}(t-1) \quad , \quad \text{PARA } i=1,\dots,N-1$$

$$\boxed{\pi_0(t) = \frac{1}{N} \pi_1(t-1) \quad (2)} \qquad \boxed{\pi_N(t) = \frac{1}{N} \pi_{N-1}(t-1) \quad (3)}$$

$\mu(t)$: ESTADO MÉDIO DO SISTEMA EM t, $\langle X_t \rangle$

$$\boxed{\mu(t) = \sum_{i=0}^{N} i \cdot \pi_i(t)}$$

$$\mu(t) = N \cdot \pi_N(t) + \sum_{i=1}^{N-1} i \cdot \pi_i(t) \overset{(3) \text{ E } (1)}{=}$$

$$= \pi_{N-1}(t-1) + \sum_{i=1}^{N-1} \left[(i-1)+1\right] \frac{N-(i-1)}{N} \pi_{i-1}(t-1) +$$

$$+\sum_{i=1}^{N-1}\left[(i+1)-1\right]\frac{i+1}{N}\pi_{i+1}(t-1) =$$

$$= \cancel{\pi_{N-1}(t-1)} + \left\{ \mu(t-1) - \cancel{(N-1)\pi_{N-1}(t-1)} - \cancel{N\pi_N(t-1)} \right\} -$$

$$- \frac{1}{N}\left\{ \cancel{\langle X_{t-1}^2 \rangle} - \cancel{(N-1)^2\pi_{N-1}(t-1)} - \cancel{N^2\pi_N(t-1)} \right\} +$$

$$+ \left\{ 1 - \cancel{\pi_{N-1}(t-1)} - \cancel{\pi_N(t-1)} \right\} -$$

$$- \frac{1}{N}\left\{ \mu(t-1) - \cancel{(N-1)\pi_{N-1}(t-1)} - \cancel{N\pi_N(t-1)} \right\} +$$

$$+ \frac{1}{N}\left\{ \cancel{\langle X_{t-1}^2 \rangle} - \cancel{\pi_1(t-1)} \right\} -$$

$$- \frac{1}{N}\left\{ \mu(t-1) - \cancel{\pi_1(t-1)} \right\}$$

$$\therefore \boxed{\mu(t) = \left(1 - \frac{2}{N}\right)\mu(t-1) + 1}$$

RECORRÊNCIA <u>LINEAR</u>: $\mu(t) = \mu_H(t) + \mu_p(t)$

HOMOGÊNEA PARTICULAR

$\lambda \equiv 1 - 2/N$

$$\mu_H(t) = \lambda\mu_H(t-1)$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\mu_H(t) = C.\lambda^t}$$

CTE ARBITRÁRIA

ANSATZ: $\mu_p(t) = D$

$$\mu_p(t) = \lambda \mu_p(t-1) + 1 \Rightarrow D = \lambda D + 1 \Rightarrow \boxed{D = \frac{1}{1-\lambda}}$$

$$\begin{cases} \mu(t) = C \cdot \lambda^t + D \\ \mu(0) = N \end{cases} \Rightarrow \mu(t) = (N - D)\lambda^t + D$$

$\mu(0)$

$$\therefore \boxed{\mu(t) = \frac{N}{2}\left\{1 + \left(1 - \frac{2}{N}\right)^t\right\}}$$