PEF2603

Estruturas na Arquitetura III -

Sistemas Reticulados e Laminares

Deformação na flexão - Exercício

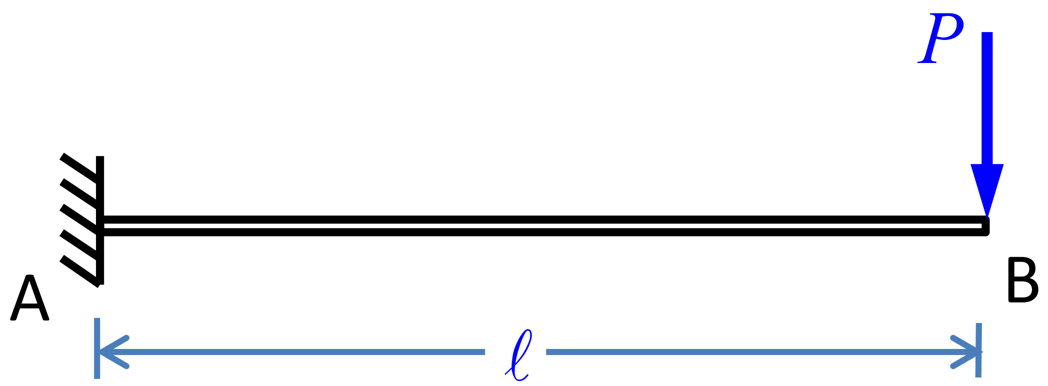
(20/03/2023)

Professores

Ruy Marcelo O. Pauletti , Leila Cristina Meneghetti, Luís A.G. Bitencourt Jr.

1º Semestre 2023

Exercício: Determine a equação da linha elástica e a expressão do deslocamento vertical e da rotação da extremidade livre para uma viga em balanço com uma carga concentrada na extremidade.



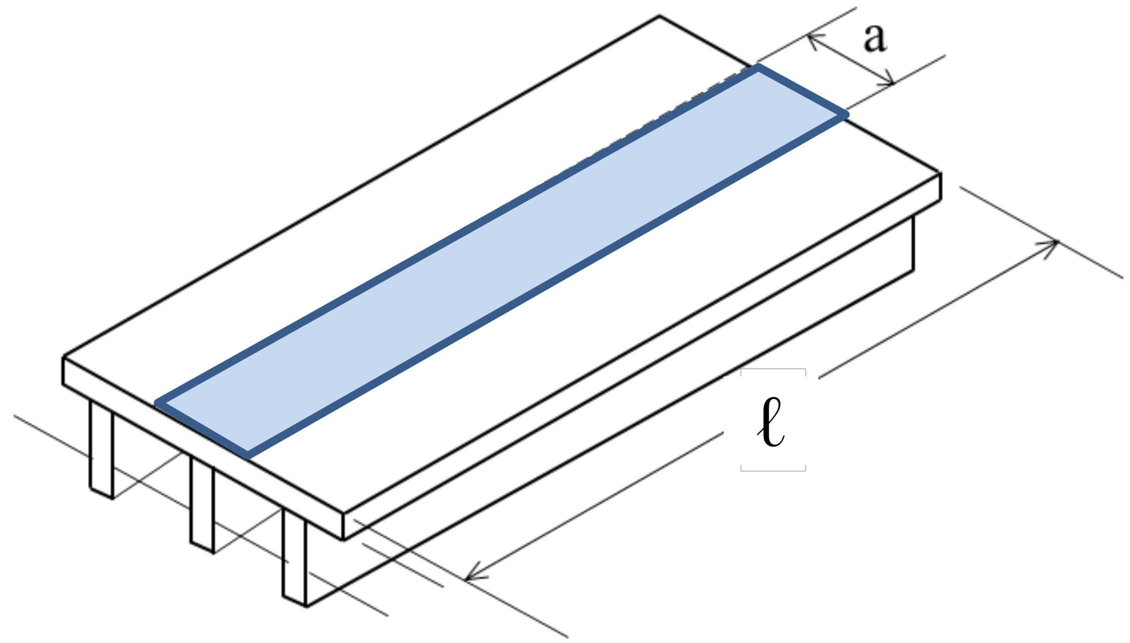
$$v = -\frac{Px^2}{6EI}(3\ell - x)$$

$$\delta_B = \frac{P\ell^3}{3EI}$$

$$v' = -\frac{Px}{2EI}(2\ell - x)$$

$$\theta_B = \frac{P\ell^2}{2EI}$$

Exercício: Calcular a flecha máxima das vigas de madeira que suportam o piso também de madeira, mostrada na figura ao lado.



Distância entre as vigas: $a = 40cm$

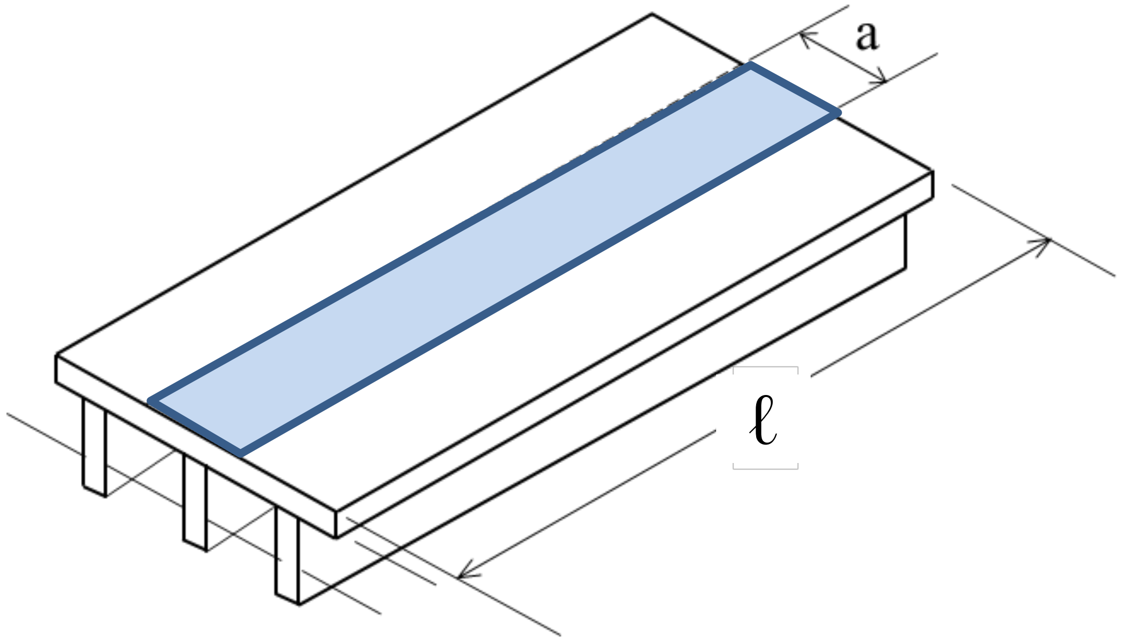
Vão da viga: ℓ=4,8 m

Carga de utilização: $2,4kN/m^2$

Carga permanente $0,7kN/m^2$

Módulo de elasticidade da madeira: E=10 GPa

Exercício: Calcular a flecha máxima das vigas de madeira que suportam o piso também de madeira, mostrada na figura ao lado.



Distância entre as vigas: $a = 40cm$

Vão da viga: ℓ=4,8 m

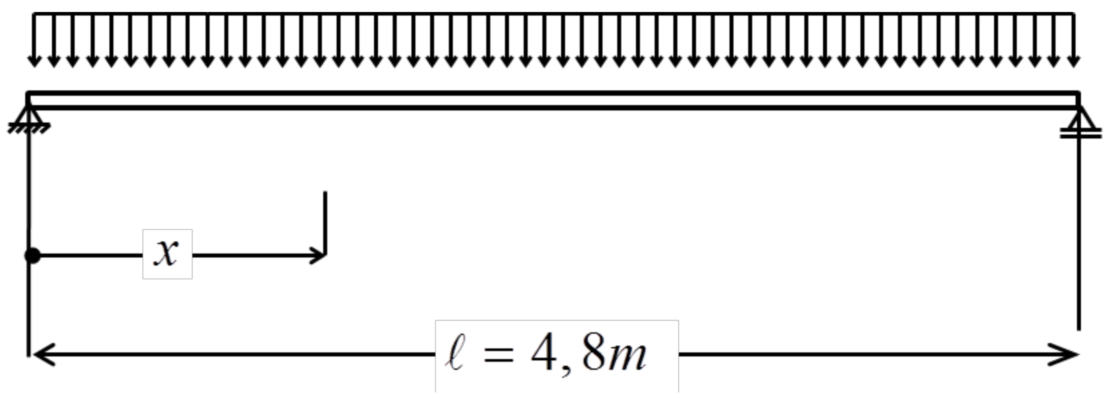
Carga de utilização: $2,4kN/m^2$

Carga permanente $0,7kN/m^2$

Módulo de elasticidade da madeira: E=10 GPa

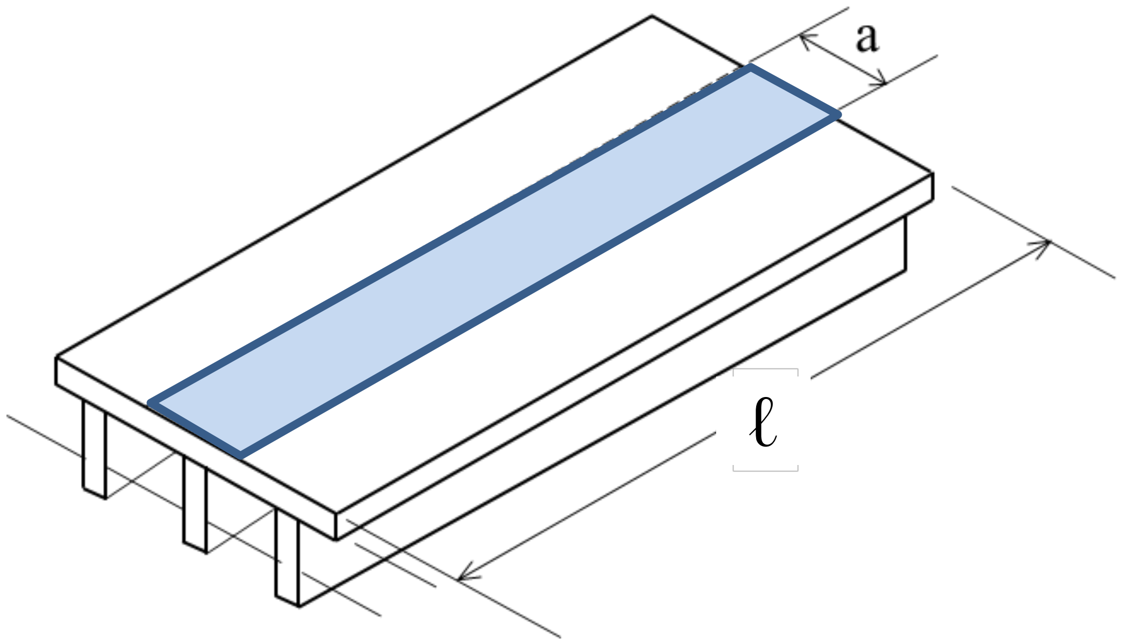
Solução:

1. Determinação da carga atuante na viga



$$p = \left(w_{util} + w_{pp}\right) \times a = (2,4 + 0,7) \times 0,40 = 1,24kN/m$$

Exercício: Calcular a flecha máxima das vigas de madeira que suportam o piso também de madeira, mostrada na figura ao lado.



Distância entre as vigas: $a = 40cm$

Vão da viga: ℓ=4,8 m

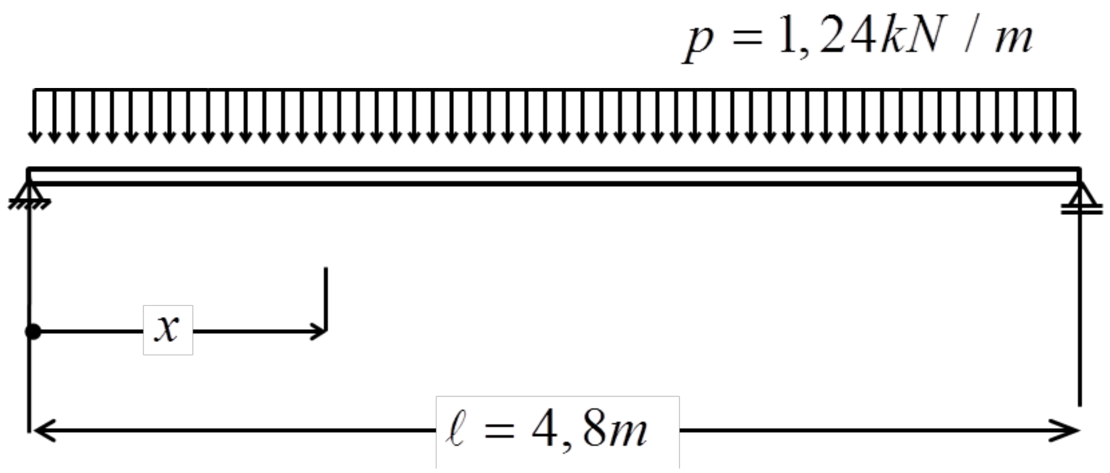
Carga de utilização: $2,4kN/m^2$

Carga permanente $0,7kN/m^2$

Módulo de elasticidade da madeira: E=10 GPa

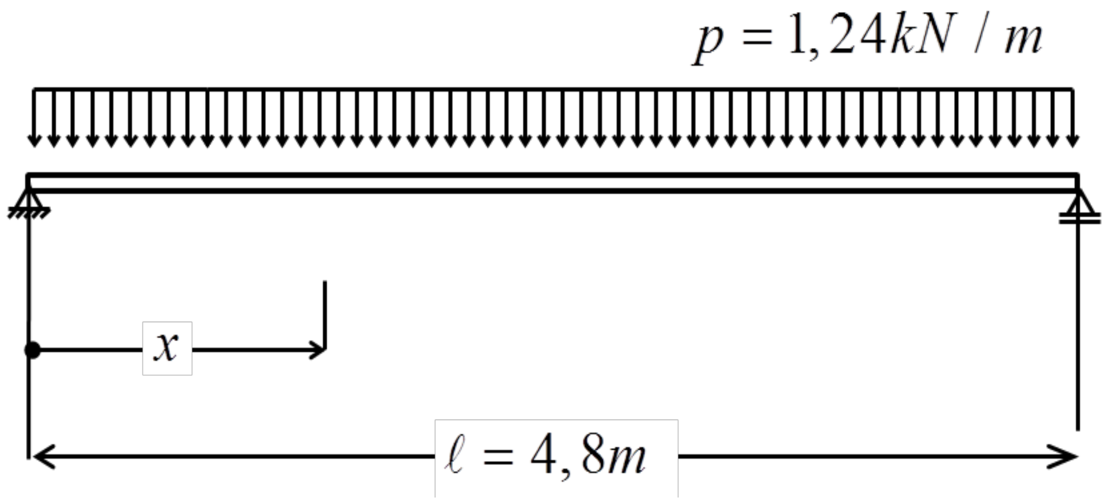
Solução:

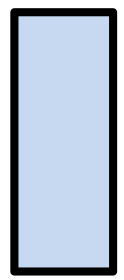
1. Determinação da carga atuante na viga



$$p = \left(w_{util} + w_{pp}\right) \times a = (2,4 + 0,7) \times 0,40 = 1,24kN/m$$

2a. Flecha para seção transversal retangular





8 x 20 cm

$$I = \frac{bh^3}{12}$$

$$I = \frac{0{,}08 \times 0{,}20^3}{12}$$

$$I = 5{,}33 \times 10^{-5} m^4$$

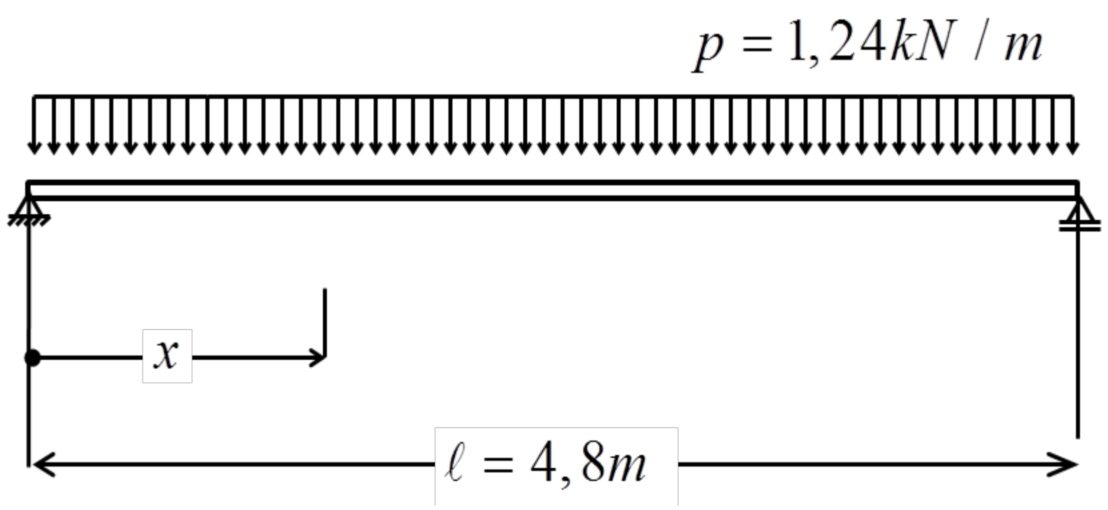
A flecha no meio do vão para uma viga bi-apoiada sujeita a um carregamento uniformemente distribuído é dada por:

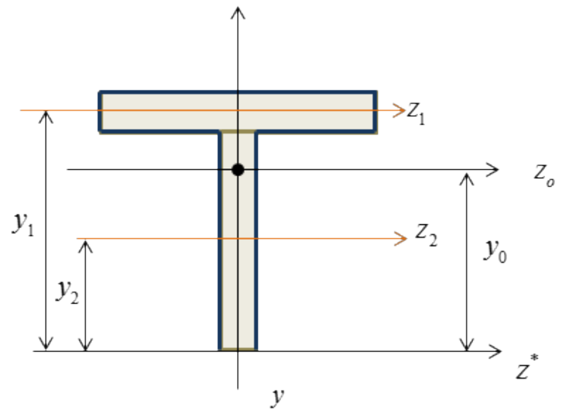
$$\boxed{\delta_C = \delta_{máx} = \frac{5p\ell^4}{384EI}}$$

$$\delta_{max} = \frac{5 \times 1{,}24 \times 1000 \times 4{,}8^4}{384 \times 10 \times 10^9 \times 5{,}33 \times 10^{-5}}$$

$$\delta_{max} = 0{,}016\ m \qquad \delta_{max} = 16\ mm$$

2b. Flecha para seção transversal em "T" (contribuição do piso)





Posição do baricentro da seção T a partir da base

$$y_0 = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2} = \frac{bh\times\left(h + \frac{b}{2}\right) + bh\times\frac{h}{2}}{2bh} = \frac{3h}{4} + \frac{b}{4} = \frac{3\times 20}{4} + \frac{8}{4} = 17cm$$

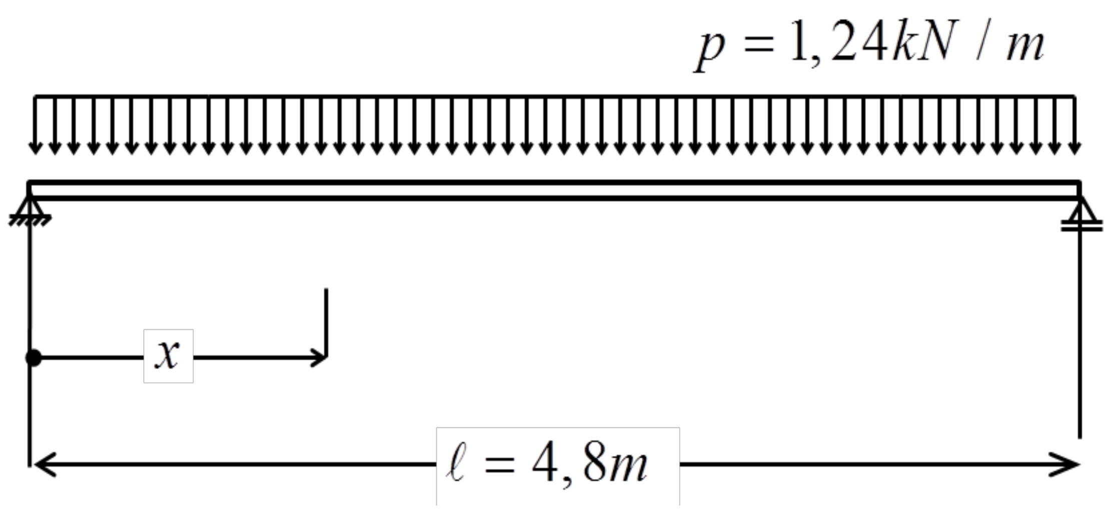
Momento de inércia da seção T

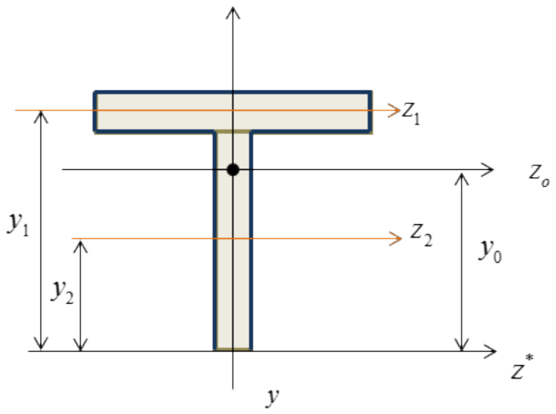
$$I' = \sum_{i=1}^{2} I_i + A_i(y_i - y_0)^2 = \frac{hb^3}{12} + bh\left(h + \frac{b}{2} - y_0\right)^2 + \frac{bh^3}{12} + bh\left(\frac{h}{2} - y_0\right)^2$$

$$I' = \frac{20\times 8^3}{12} + 8\times 20\left(20 + \frac{8}{2} - 17\right)^2 + \frac{8\times 20^3}{12} + 8\times 20\left(\frac{20}{2} - 17\right)^2$$

$$I' = 21867\ cm^4 = 2{,}1867\times 10^{-4}\ m^4$$

2b. Flecha para seção transversal em "T" (contribuição do piso)





$$I = 2{,}1867 \times 10^{-4} m^4$$

A flecha no meio do vão para uma viga bi-apoiada sujeita a um carregamento uniformemente distribuído é dada por:

$$\boxed{\delta_C = \delta_{máx} = \frac{5p\ell^4}{384EI}}$$

Como esperado, a seção T é mais rígida que a seção retangular, resultando em uma flecha máxima 4 vezes menor.

$$\delta_{max} = \frac{5 \times 1{,}24 \times 1000 \times 4{,}8^4}{384 \times 10 \times 10^9 \times 2{,}1867 \times 10^{-4}}$$

$$\delta_{max} = 0{,}0039\ m \qquad \delta_{max} = 3{,}91\ mm$$