



Universidade de São Paulo - USP
Escola de Engenharia de São Carlos - EESC
Departamento de Engenharia Elétrica

Dispositivos Ópticos Integrados

SEL 366 Comunicações Ópticas

Prof. Dr. Ben-Hur Viana Borges

Agenda

- **Introdução**
- **Teoria de guias ópticos integrados**
- **Estruturas clássicas**
 - **Dispositivos ópticos passivos**
 - **Acoplador direcional**
 - **Dispositivos assistidos por rede de difração**
 - **Filtros ópticos**
 - **Moduladores ópticos**
 - **Sensores ópticos integrados**
 - **Dispositivos ópticos ativos**
 - **Moduladores**
 - **Ressonadores**
 - **Filtros**
 - **Lasers**
- **Conclusões**
- **Bibliografia**

Óptica Integrada

- Termo criado em 1969 por S.E. Miller, no artigo “Integrated Optics: An Introduction”, The Bell System Technical Journal, vol. 48, pp. 2059-2068.
- Neste artigo foram apresentados os conceitos para integrar circuitos ópticos em um mesmo substrato;
- Foram apresentadas propostas de:
 - Guias de ondas;
 - Acopladores co- e contra-direcionais.

A tecnologia atual tem tirado todo o proveito obtido com os avanços da microeletrônica.

Equações de Maxwell

$$\nabla \times \bar{E}(\bar{r}, t) + \frac{\partial}{\partial t} \bar{B}(\bar{r}, t) = 0$$

Lei de Indução de Faraday

$$\nabla \times \bar{H}(\bar{r}, t) - \frac{\partial}{\partial t} \bar{D}(\bar{r}, t) = \bar{J}(\bar{r}, t)$$

Lei circuital de Ampère

$$\nabla \cdot \bar{B}(\bar{r}, t) = 0$$

Lei de Gauss para campo Magnético

$$\nabla \cdot \bar{D}(\bar{r}, t) = \rho(\bar{r}, t)$$

Lei de Gauss para campo Elétrico

$$\bar{D} = \varepsilon \bar{E}$$

Relações constitutivas

$$\bar{B} = \mu \bar{H}$$

Equações de Onda

$$\nabla^2 \bar{E} + \nabla \left(\frac{1}{\varepsilon(r)} \nabla \varepsilon(r) \cdot \bar{E} \right) = \mu_0 \varepsilon(r) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \bar{E}$$

Vetorial, Formulação-E

$$\nabla^2 \bar{H} + \frac{1}{\varepsilon(r)} \nabla \varepsilon(r) \times (\nabla \times \bar{H}) = \mu_0 \varepsilon(r) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \bar{H}$$

Vetorial, Formulação-H

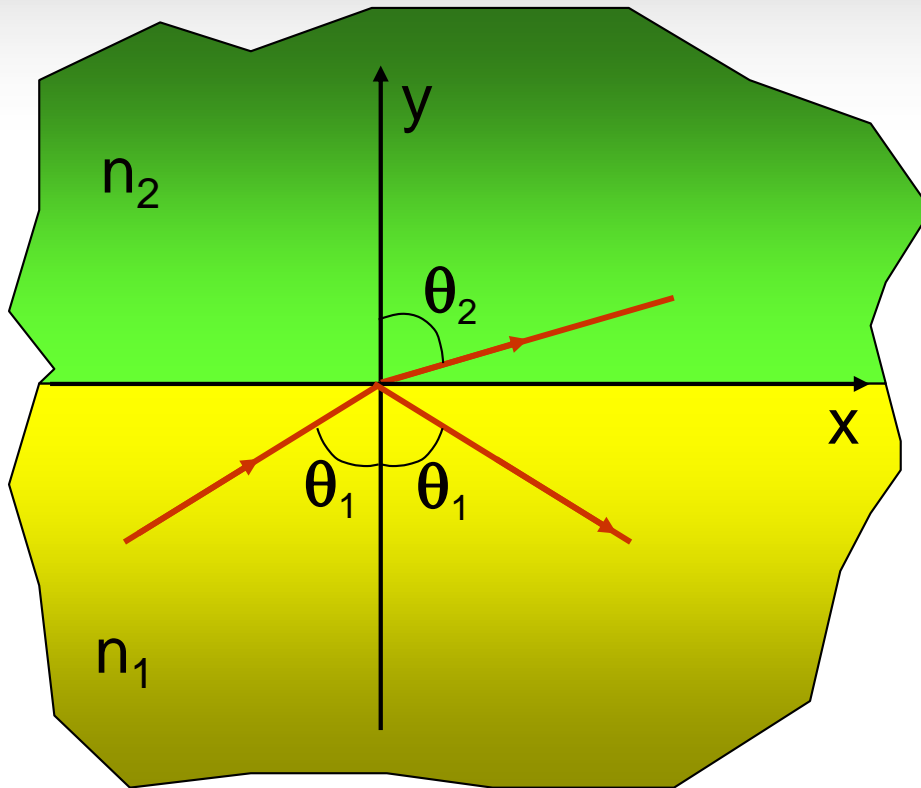
$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} + n^2 \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{n^2} \frac{\partial}{\partial y} - \mu_0 \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \begin{Bmatrix} \bar{E} \\ \bar{H} \end{Bmatrix} = 0$$

Semi-vetorial

$$\left(\nabla^2 - \mu_0 \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \begin{Bmatrix} \bar{E} \\ \bar{H} \end{Bmatrix} = 0$$

Escalar

Lei de Snell



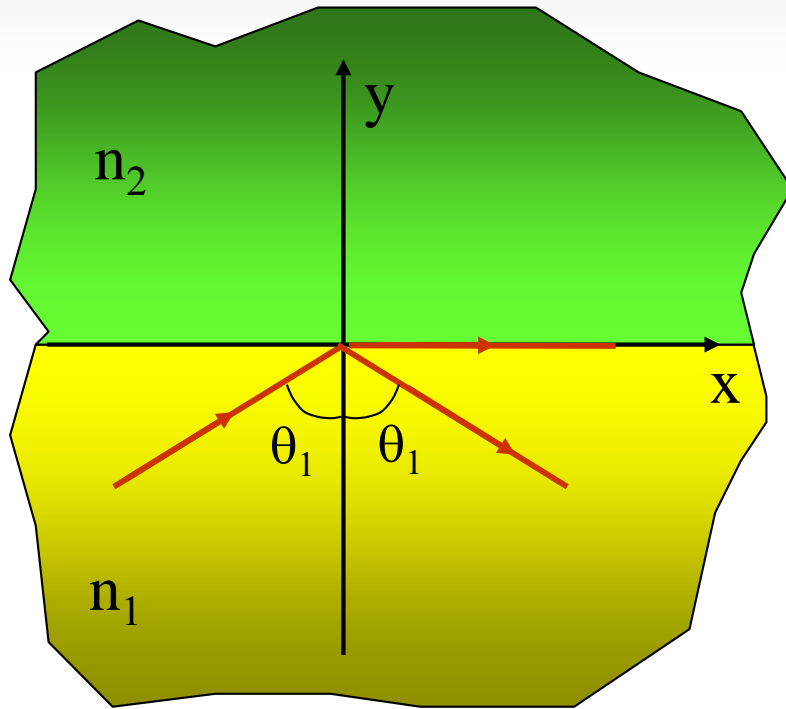
Continuidade das componentes de campo ao longo das interfaces entre dois meios:

$$n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2)$$

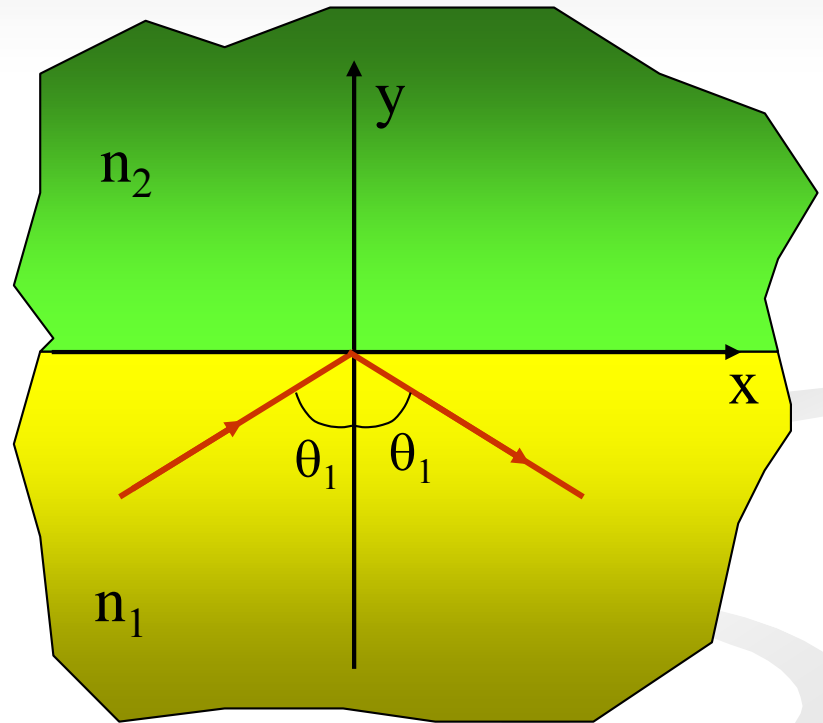
Ângulo crítico:

$$\theta_c = \arcsin(n_2/n_1)$$

Reflexão Interna Total - ($n_1 > n_2$)

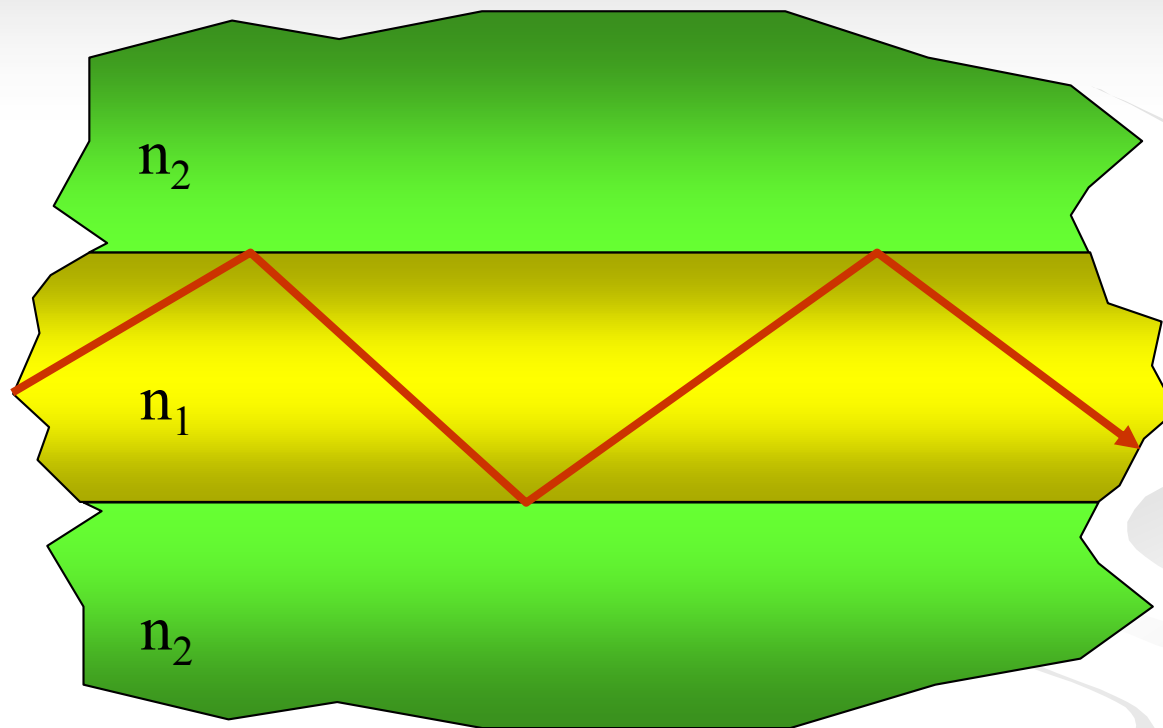


$$\theta_1 = \theta_c$$



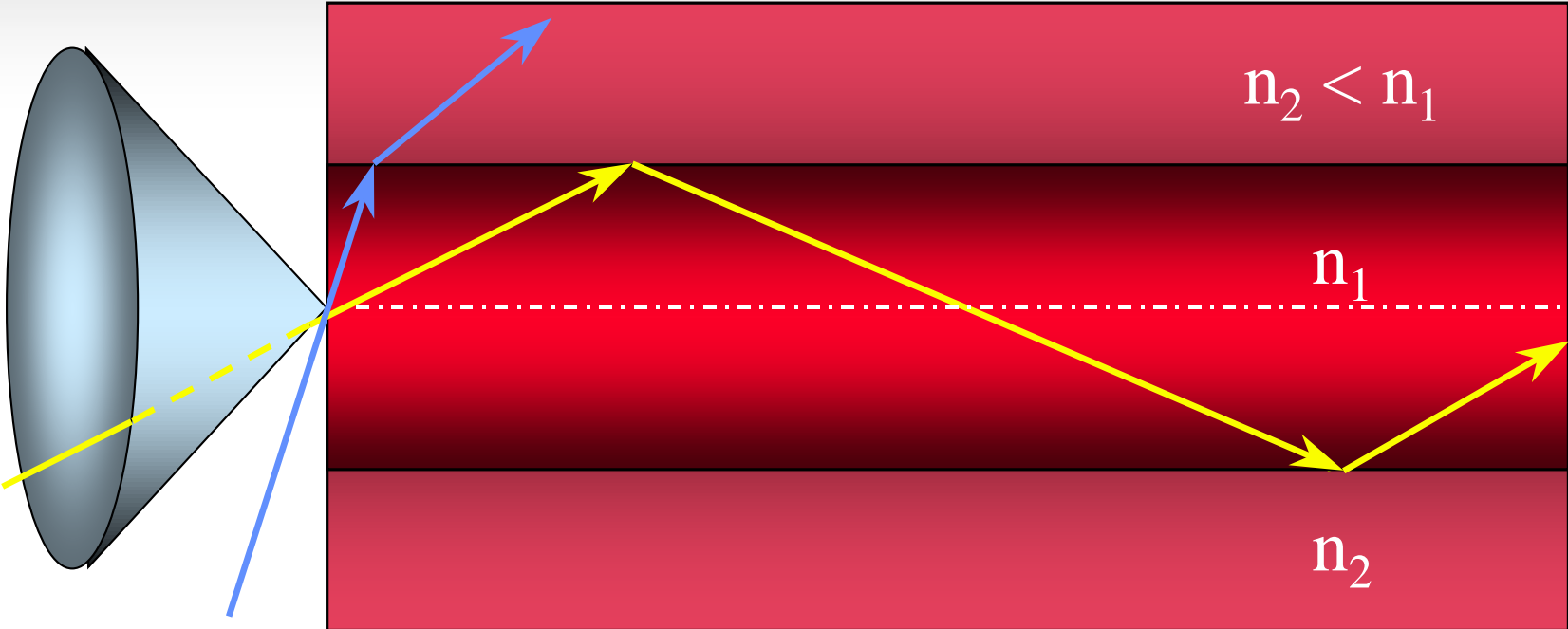
$$\theta_1 > \theta_c$$

Confinamento Óptico – O que caracteriza um guia óptico



Guiamento Óptico $\Rightarrow n_1 > n_2$

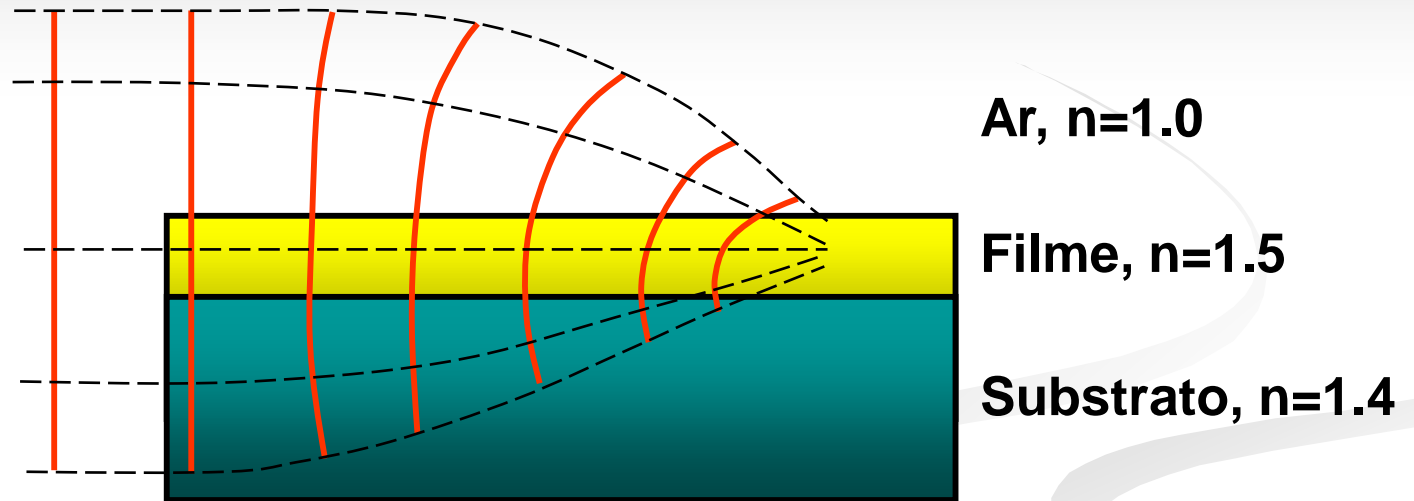
Cone de aceitação



Cone de aceitação

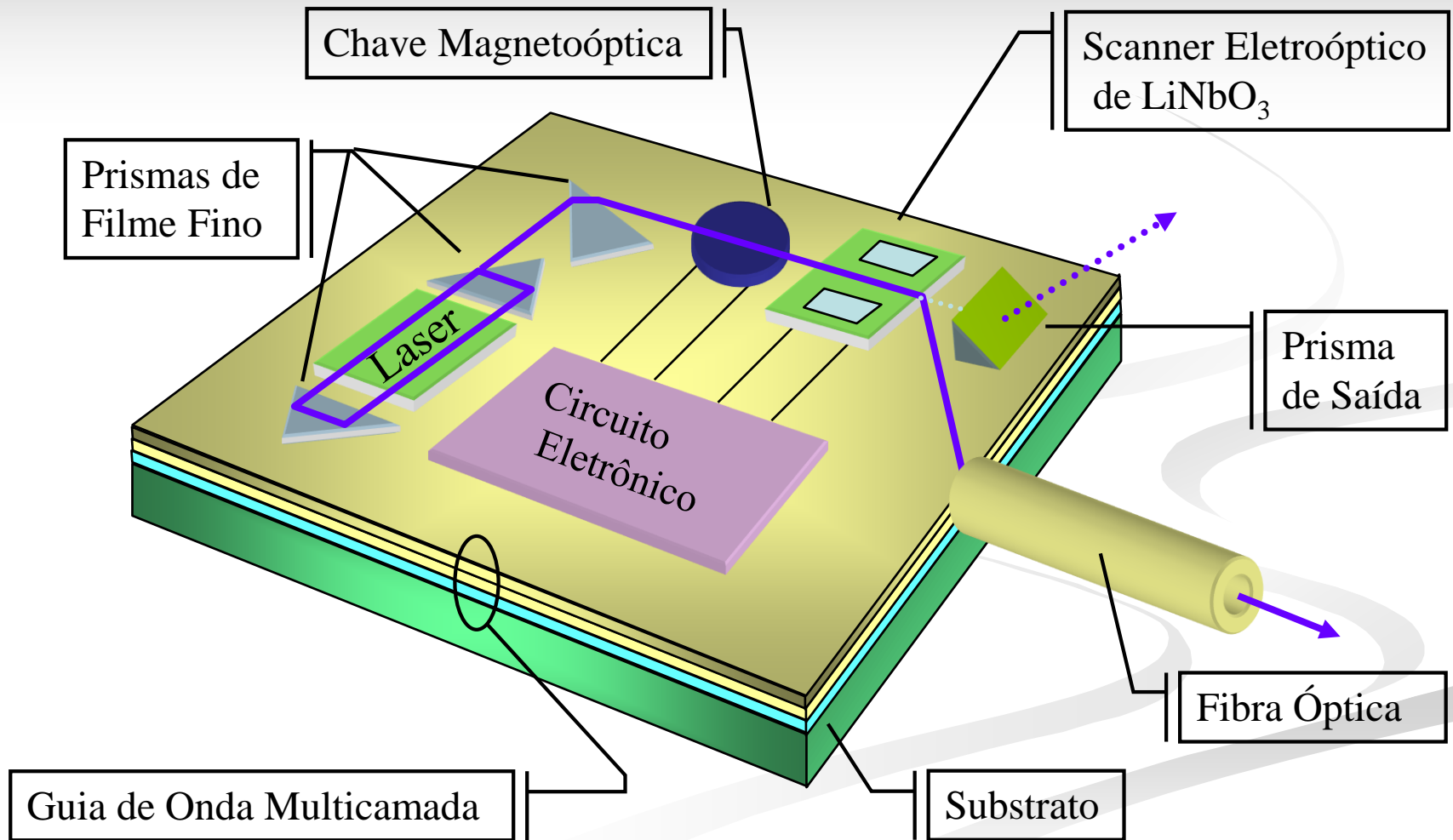
Abertura Numérica:
 $NA = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2}$

Propagação em guias de ondas ópticos



Um guia de onda é considerado como um meio do tipo lente, o qual tende a focalizar o feixe de luz para dentro do guia de onda.

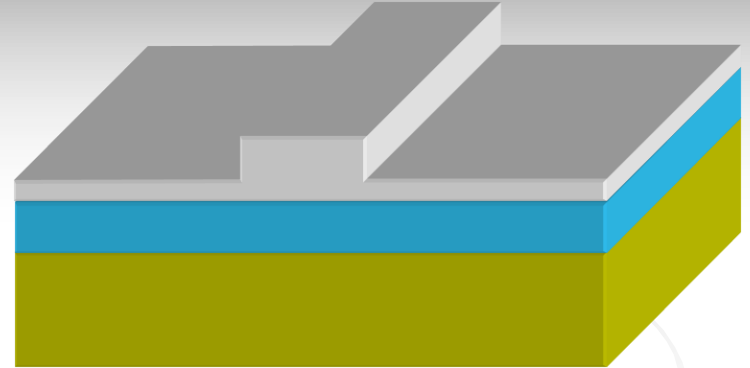
Exemplo de um Dispositivo Óptico Integrado



Tipos de Estruturas Comumente Utilizadas em OI



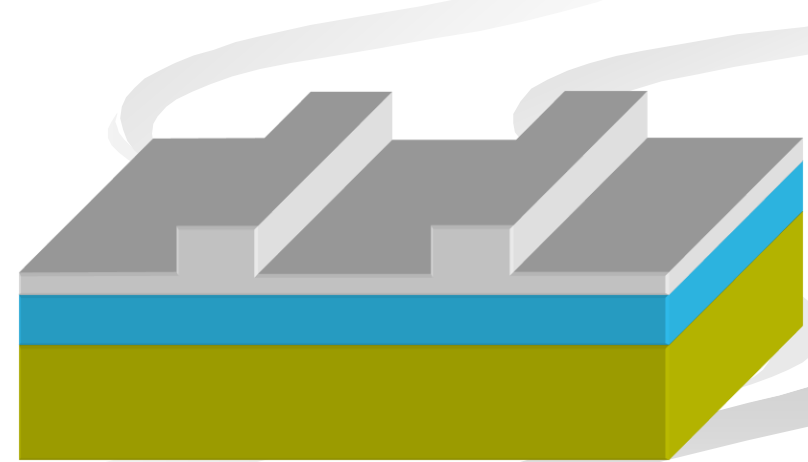
Guia Planar



Guia tipo RIB

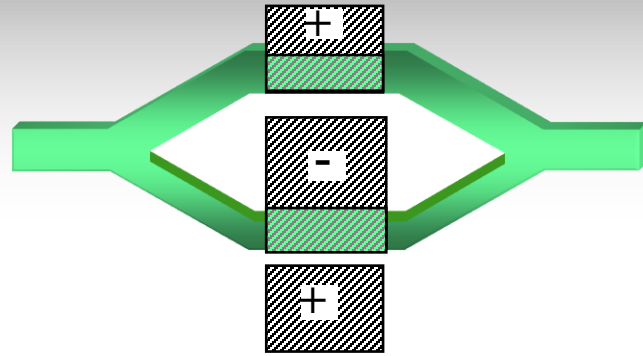


Guia Canal Enterrado

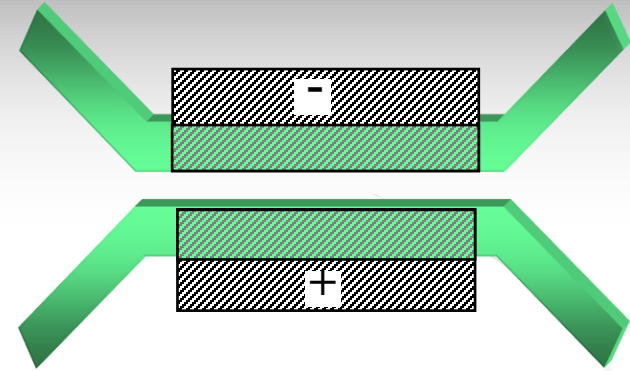


Acoplador Direcional tipo RIB

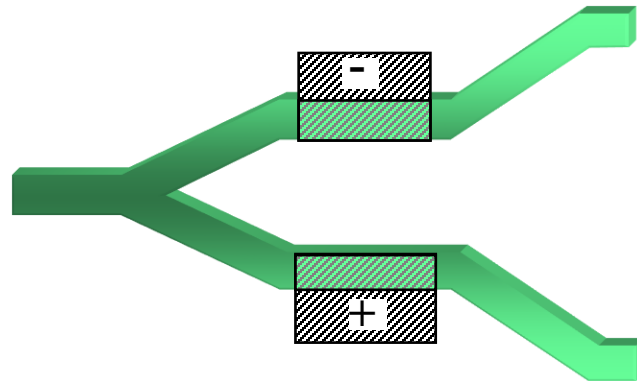
Aplicações Típicas de Guias Ópticos Integrados



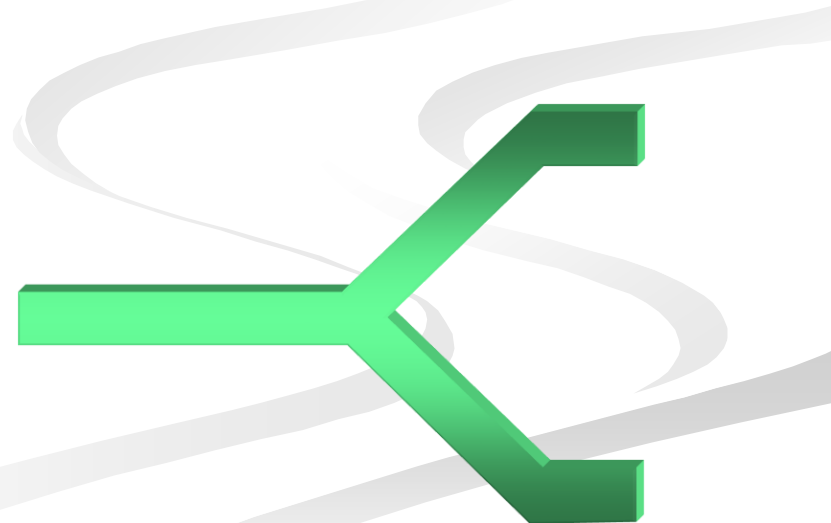
Interferômetro Mach-Zehnder



Acoplador Direcional

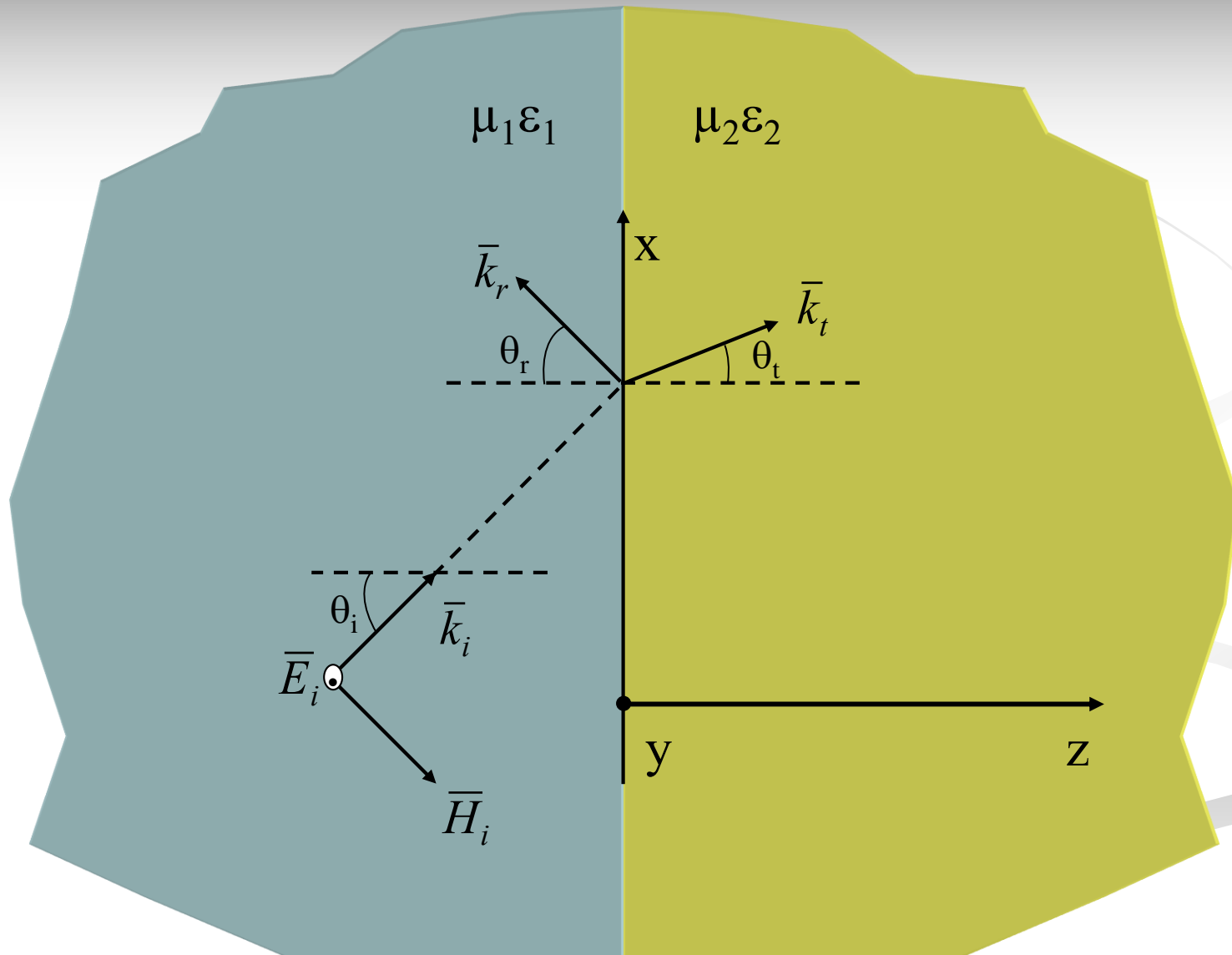


Acoplador Direcional com Alimentação em Y

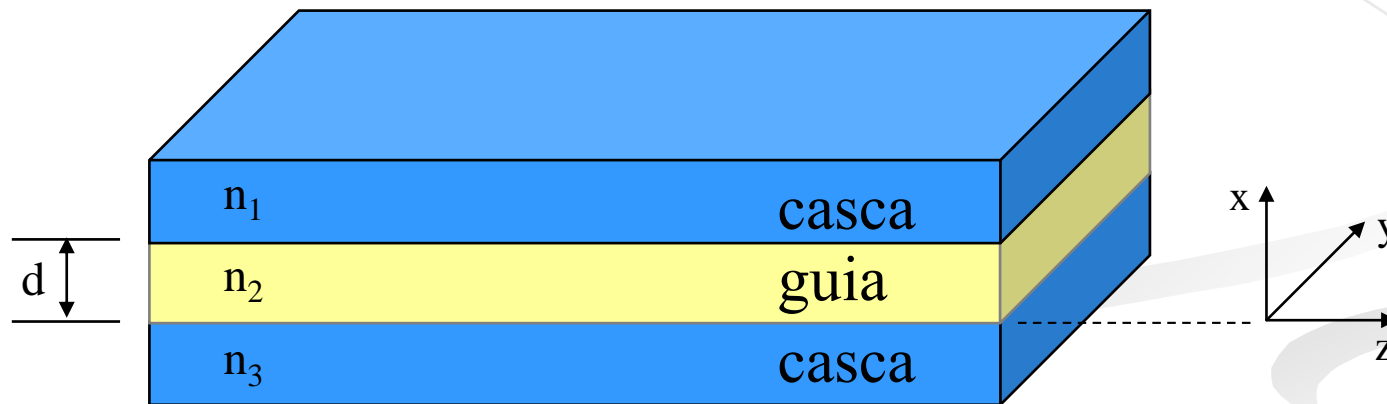


Junção Y

Reflexão e Transmissão em uma Interface Dielétrica



Guias Ópticos Integrados – Fundamentação Teórica



Suporta propagação de modos **elétricos transversais** (TE) e **magnéticos transversais** (TM)

Modos TE

Componentes principais: E_y , H_x e H_z

$$e^{j(\omega t - \beta z)}$$

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times \bar{E} &= -j\omega\mu\bar{H} \\ \nabla \times \bar{H} &= j\omega\varepsilon\bar{E} \end{aligned} \right\}$$

Equações de Maxwell no domínio da frequência

Expandindo os rotacionais de campo elétrico e magnético, resulta:

$$\left. \begin{aligned} H_x &= -\frac{\beta}{\omega\mu} E_y & H_z &= \frac{j}{\omega\mu} \frac{\partial E_y}{\partial x} \\ -\frac{\partial H_z}{\partial x} - j\beta H_x &= j\omega\varepsilon E_y \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + (k_0^2 n^2 - \beta^2) E_y = 0$$

Equação escalar de Helmholtz.

Modos TE

Solução geral

$$E_y(x) = Ae^{-j\kappa'x} + Be^{j\kappa'x}$$

onde

$$\kappa' = \sqrt{k_0^2 n^2 - \beta^2}$$

Condições de radiação:

Oscilação na região
guia de onda

κ' puramente real em 2

$$\kappa'_2 = \sqrt{k_0^2 n_2^2 - \beta^2} = k_2$$

Evanescente
nas cascas

κ' puramente imaginário em 1 e 3

$$\left\{ \begin{array}{l} \kappa'_1 = j\sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_1^2} = jk_1 \\ \kappa'_3 = j\sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_3^2} = jk_3 \end{array} \right.$$

Onde:

$$k_1^2 = \beta^2 - k_0^2 n_1^2$$

$$k_3^2 = \beta^2 - k_0^2 n_3^2$$

$$k_0 n_1 < \beta < k_0 n_2 \quad (n_1 = n_3)$$

$$k_0 n_3 < \beta < k_0 n_2 \quad (n_1 < n_3)$$

Modos TE

Solução em cada camada:

$$E_y^{(1)}(x) = Ae^{-k_1(x-d)} \quad d \leq x \leq +\infty$$

$$E_y^{(2)}(x) = B \cos(k_2x) + C \sin(k_2x) \quad 0 \leq x \leq d$$

$$E_y^{(3)}(x) = De^{k_3x} \quad -\infty \leq x \leq 0$$

Constantes de integração A, B, C e D obtidas através da aplicação das condições de continuidade de campo E_y e H_z nas interfaces em $x=0$ e $x=d$:

$$E_y^{(1)}(d) = E_y^{(2)}(d)$$

$$E_y^{(2)}(0) = E_y^{(3)}(0)$$

$$\left. \frac{j}{\omega \mu_0} \frac{\partial E_y^{(2)}}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{j}{\omega \mu_0} \frac{\partial E_y^{(3)}}{\partial x} \right|_{x=0}$$

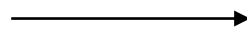
$$\left. \frac{j}{\omega \mu_0} \frac{\partial E_y^{(1)}}{\partial x} \right|_{x=d} = \left. \frac{j}{\omega \mu_0} \frac{\partial E_y^{(2)}}{\partial x} \right|_{x=d}$$

Modos TE

$$B = C \cdot \frac{k_1 \tan(k_2 d) + k_2}{k_2 \tan(k_2 d) - k_1}$$

$$B = \frac{k_2}{k_3} C$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{k_1 \tan(k_2 d) + k_2}{k_2 \tan(k_2 d) - k_1} \\ 1 & -\frac{k_2}{k_3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B \\ C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$



$$\tan(k_2 d) = k_2 \frac{[k_1 + k_3]}{k_2^2 - k_1 k_3}$$

A última constante de integração (B ou C) é obtida através do vetor de Poynting:

$$-\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} E_y(x) \times H_x^*(x) dx = 1 \quad (W / m)$$

$$H_x(x) = -\frac{\beta}{\omega \mu} E_y(x)$$

$$\frac{\beta}{2\omega \mu} \int_{-\infty}^{\infty} |E_y(x)|^2 dx = 1 \quad \frac{W}{m}$$

Modos TM

Componentes principais: H_y , E_x e E_z

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + (k_0^2 n^2 - \beta^2) H_y = 0$$

Equação escalar de Helmholtz.

$$H_y^{(1)}(x) = A e^{-k_1(x-d)}$$

$$d \leq x \leq +\infty$$

$$H_y^{(2)}(x) = B \cos(k_2 x) + C \operatorname{sen}(k_2 x)$$

$$0 \leq x \leq d$$

$$H_y^{(3)}(x) = D e^{k_3 x}$$

$$-\infty \leq x \leq 0$$

Condições de contorno:

Continuidade de campo
nas interfaces $x=0$ e $x=d$

$$H_y \quad \text{e} \quad E_z = -j \frac{1}{\omega \varepsilon} \frac{\partial H_y}{\partial x}$$

Modos TM

$$\tan(k_2 d) = \frac{k_2 \left[k_1 \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 + \left(\frac{n_2}{n_3} \right)^2 k_3 \right]}{k_2^2 - \left(\frac{n_2}{n_3} \right)^2 \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 k_1 k_3}$$

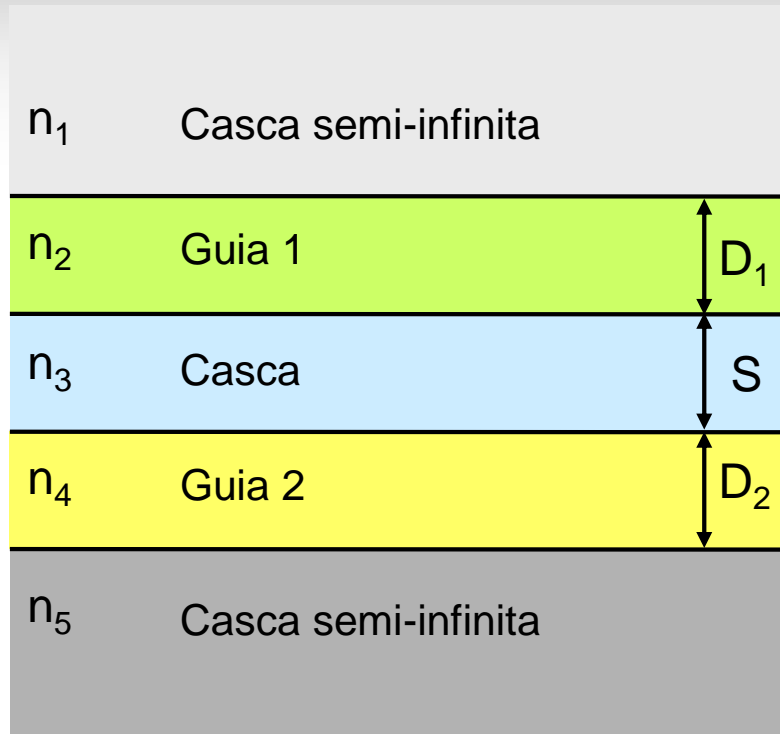
A constante de integração restante é obtida via vetor de Poynting:

$$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} E_x(x) \times H_y^*(x) dx = 1 \quad (W/m)$$

$$E_x(x) = \frac{\beta}{\omega \epsilon} H_y(x)$$

$$\frac{\beta}{2\omega \epsilon} \int_{-\infty}^{\infty} |H_y(x)|^2 dx = 1 \quad \frac{W}{m}$$

Dispositivos multi-camadas



$$E_1(x) = A_1 \exp\left(-k_1 \left[x - D_1 - \frac{S}{2} \right]\right)$$

$$E_2(x) = A_2 \cos\left(k_2 \left[x - \frac{S}{2} \right]\right) + B_2 \text{sen}\left(k_2 \left[x - \frac{S}{2} \right]\right)$$

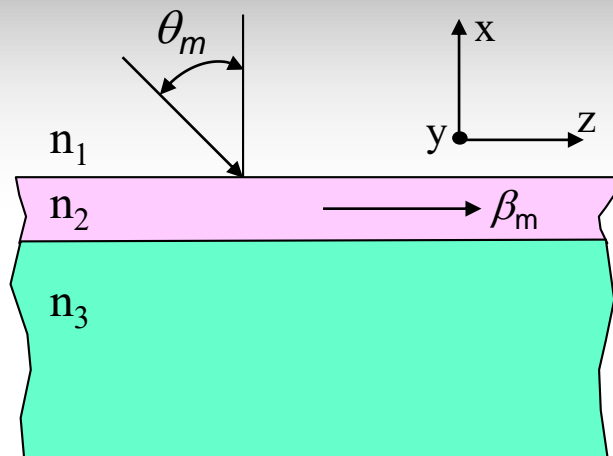
$$E_3(x) = A_3 \exp(k_3 x) + B_3 \exp(-k_3 x)$$

$$E_4(x) = A_4 \cos\left(k_4 \left[x + \frac{S}{2} \right]\right) + B_4 \text{sen}\left(k_4 \left[x + \frac{S}{2} \right]\right)$$

$$E_5(x) = A_5 \exp\left(k_5 \left[x + D_2 + \frac{S}{2} \right]\right)$$

O processo se repete da mesma forma que no formalismo anterior.

Acoplamento com prismas

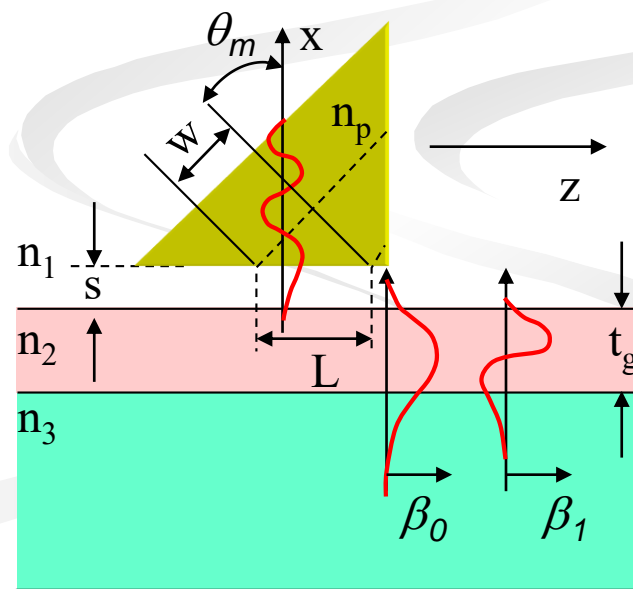


a) Casamento de fase **não pode** ser satisfeito.

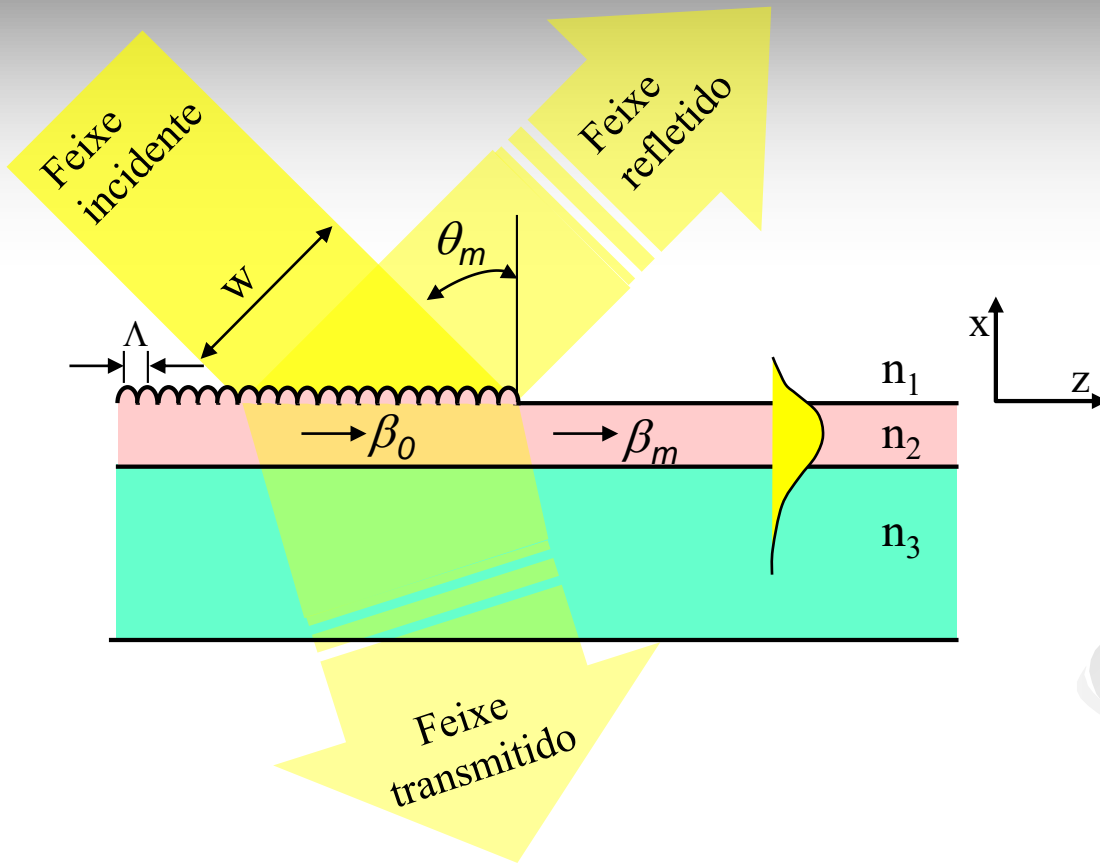
$$\beta_m = kn_1 \text{sen}(\theta_m)$$

b) Casamento de fase **pode** ser satisfeito.

$$\beta_m = kn_p \text{sen}(\theta_m)$$



Acoplamento por rede de difração de Bragg



Constante da rede:

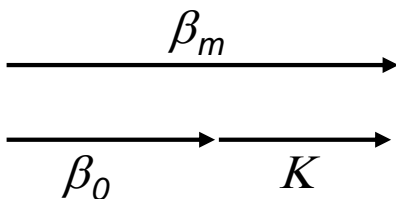
$$K = \frac{2\pi}{\Lambda}$$

Constante de propagação longitudinal no meio n_1 :

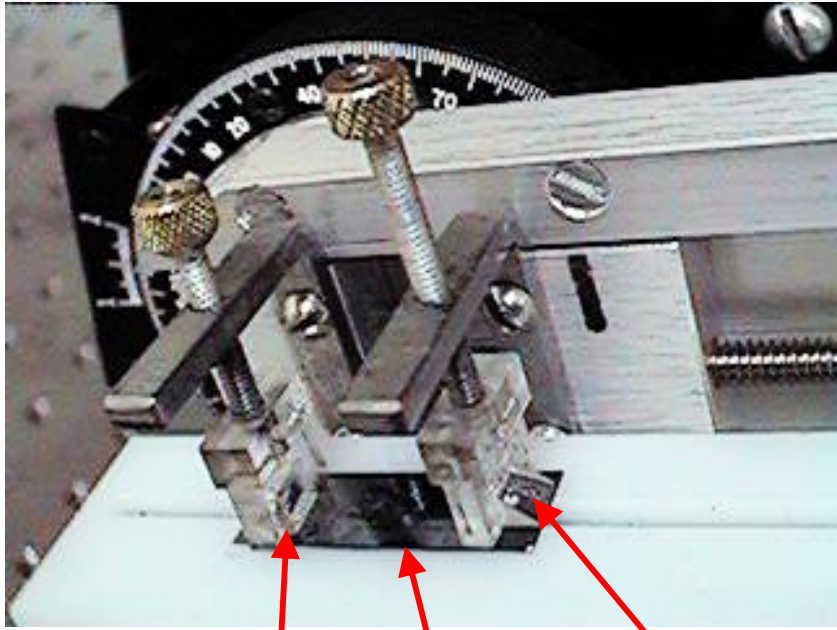
$$\beta_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_1 \text{sen}(\theta_m)$$

Condição de casamento de fase:

$$\beta_m = \beta_0 + K$$



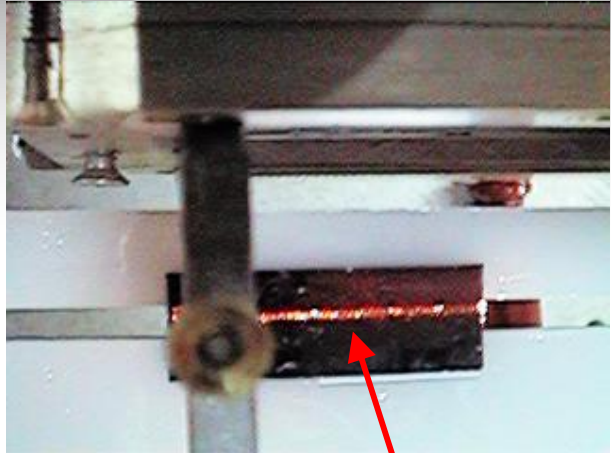
Acoplamento do Laser no Guia de Onda



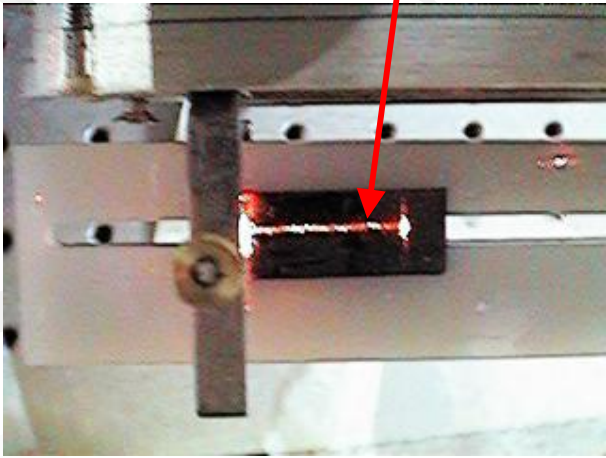
Prisma de entrada

Guia de onda

Prisma de saída



Luz acoplada



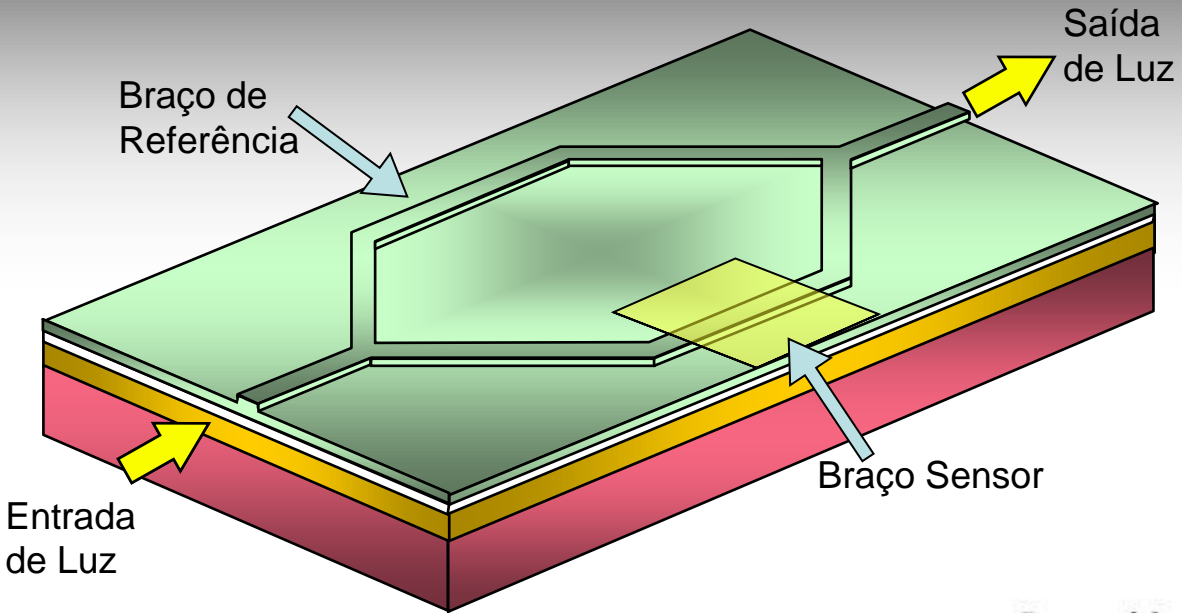
Modos Guiados



Guia multimodo (3 modos guiados)

Dispositivos Passivos

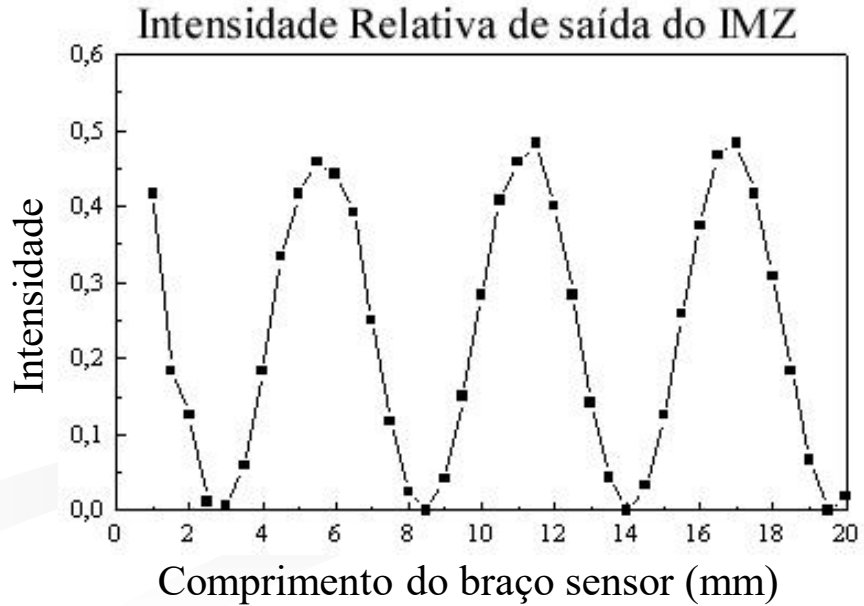
Dispositivos passivos – Estrutura Mach-Zehnder



Layout de uma Estrutura Mach-Zehnder para Aplicações em Sensores

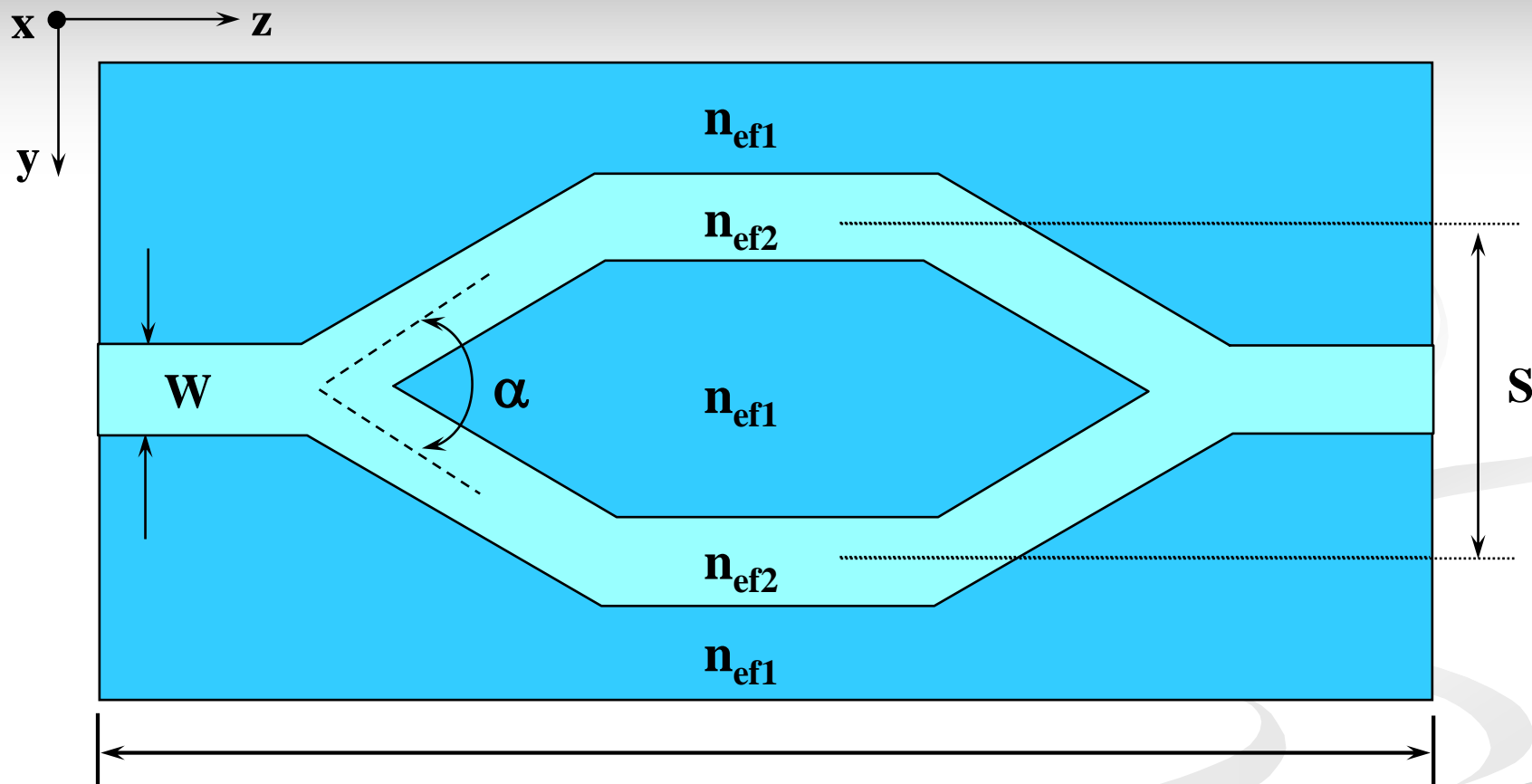
$$I = \frac{I_o}{2} (1 + \cos \Delta \Phi)$$

Perdas adicionais podem ser causadas por radiação nas junções.



Dispositivos passivos – Estrutura Mach-Zehnder

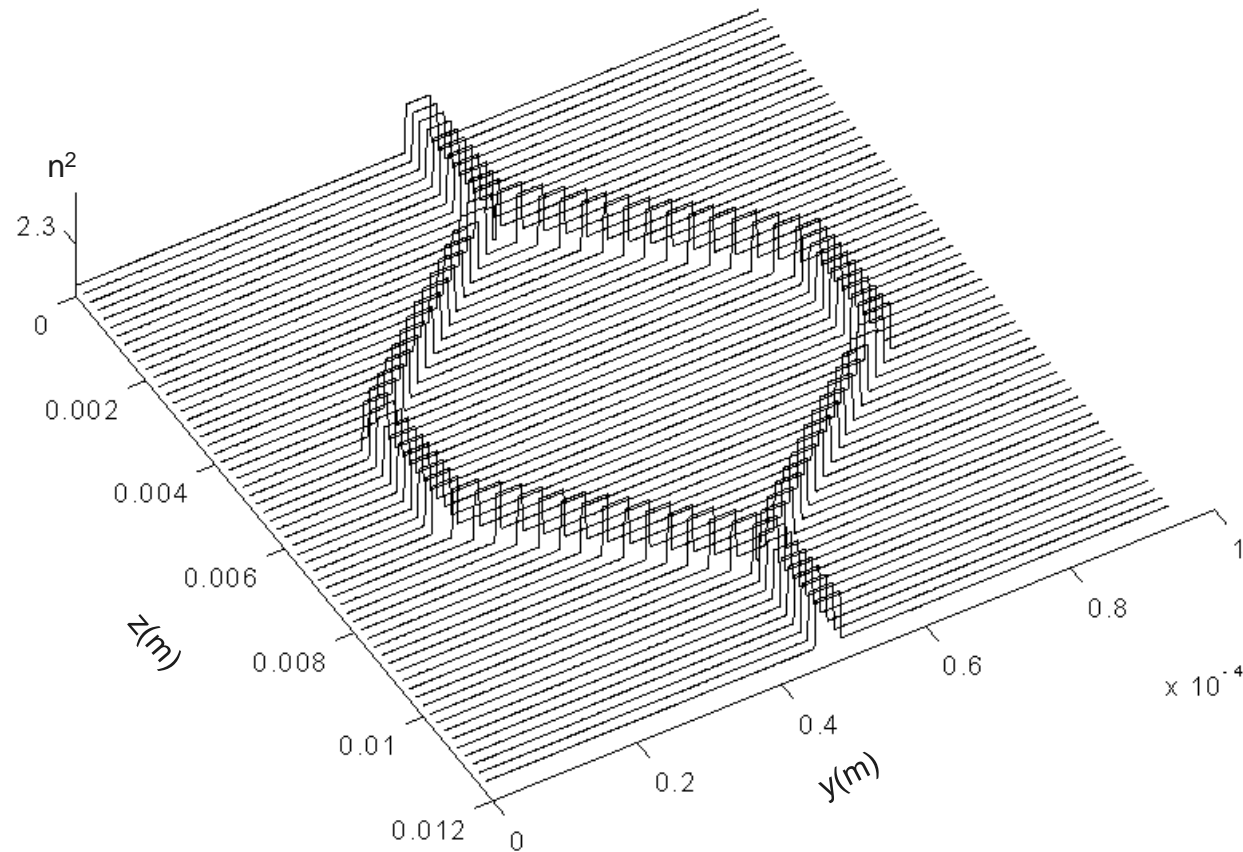
Reduzida através do Método do Índice Efetivo



Esta estrutura, apesar da aparência, é planar.
Estende para infinito na direção x.

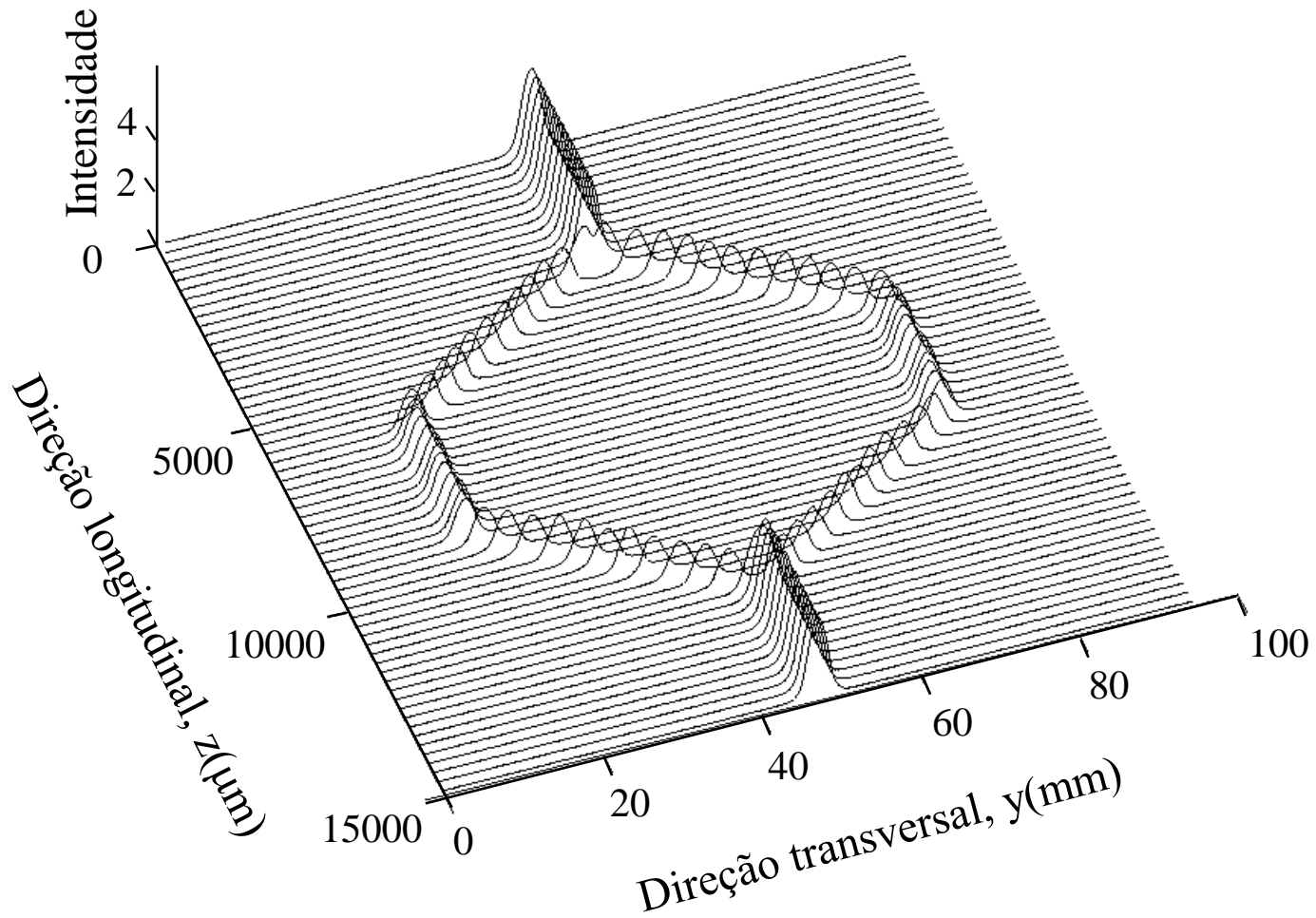
$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial x} = 0$$

Dispositivos passivos – Estrutura Mach-Zehnder



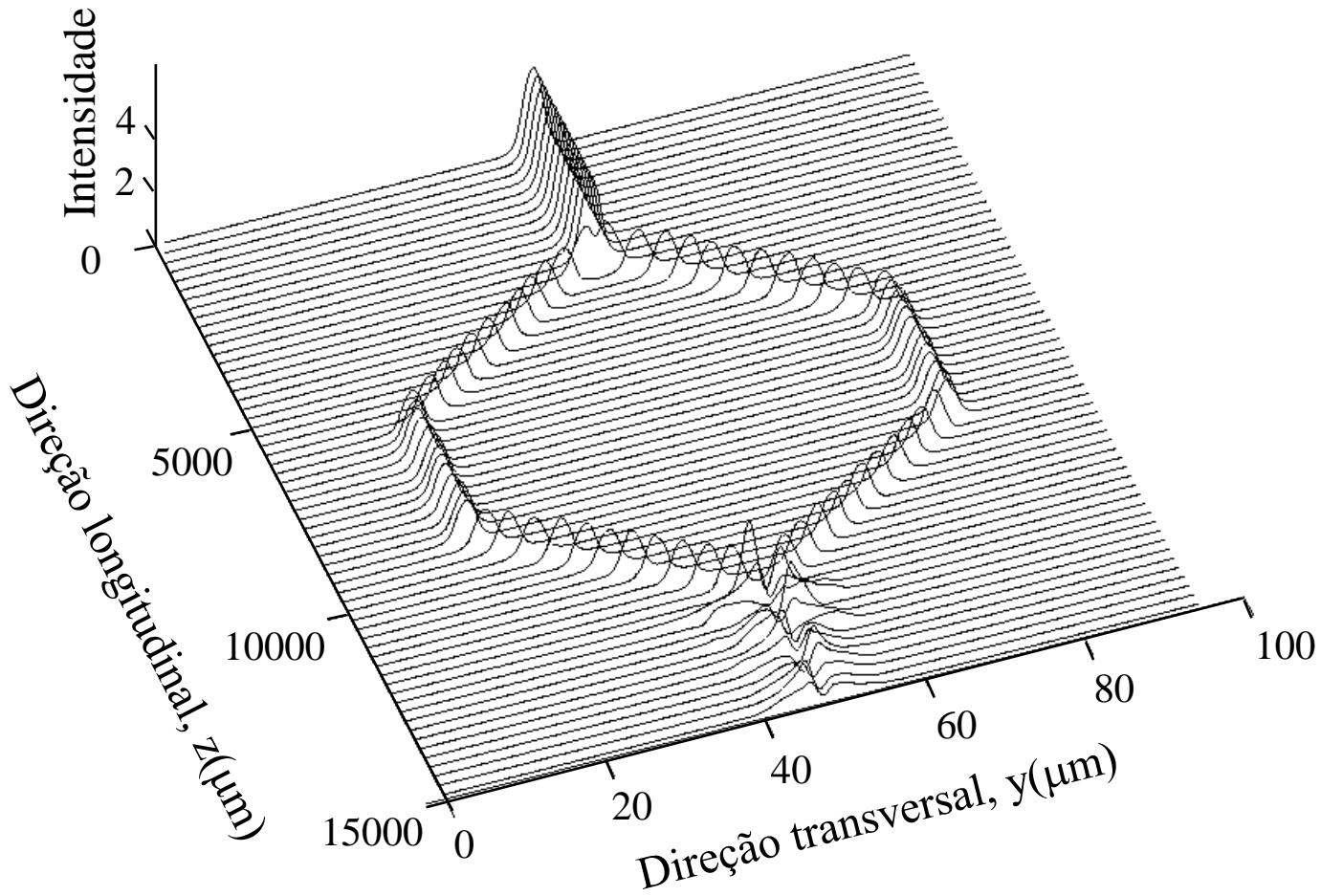
Discretização do Índice de Refração ao Longo da Estrutura

Dispositivos passivos – Estrutura Mach-Zehnder



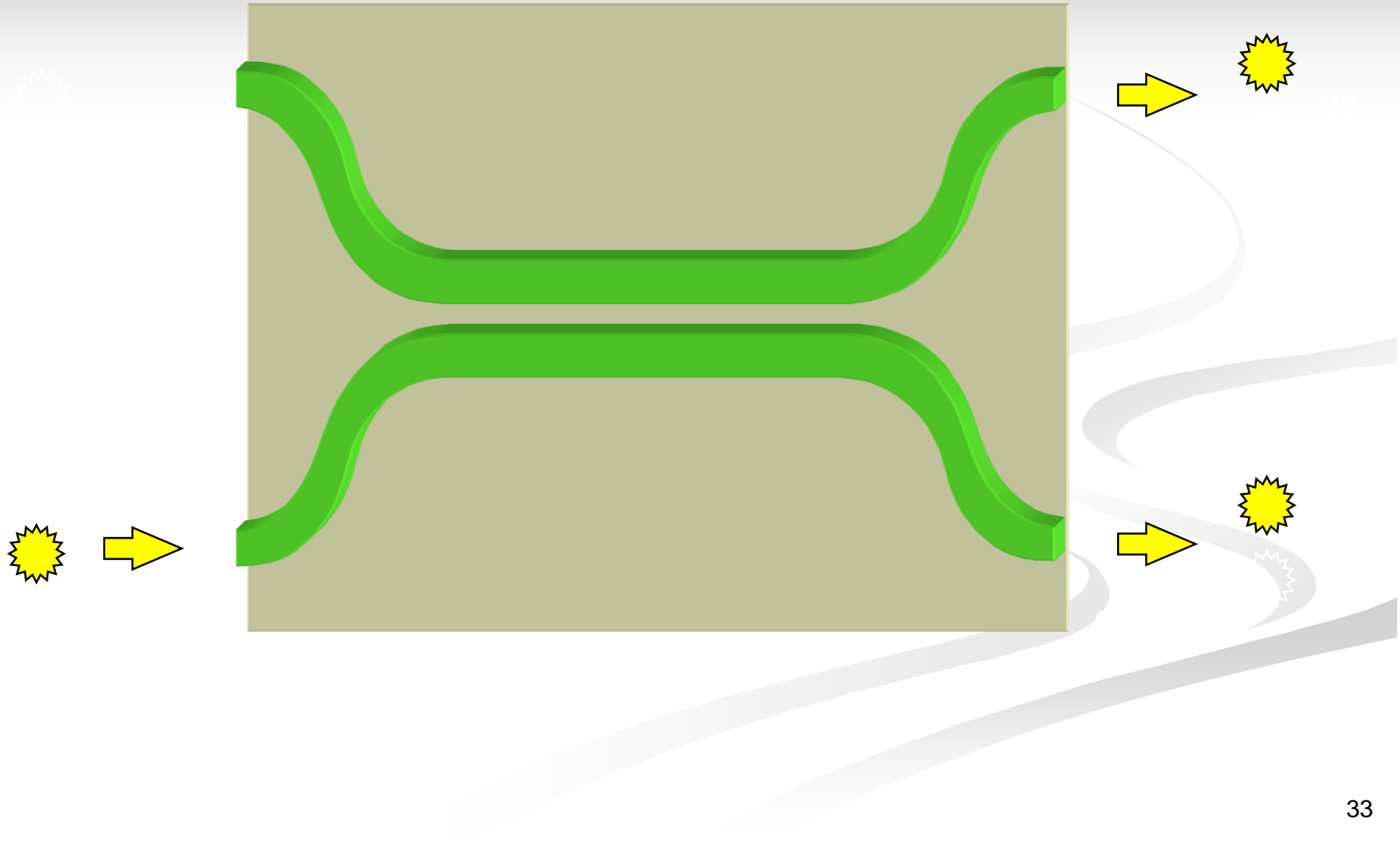
Interferômetro Mach-Zehnder (Sem Perturbação)

Dispositivos passivos – Estrutura Mach-Zehnder

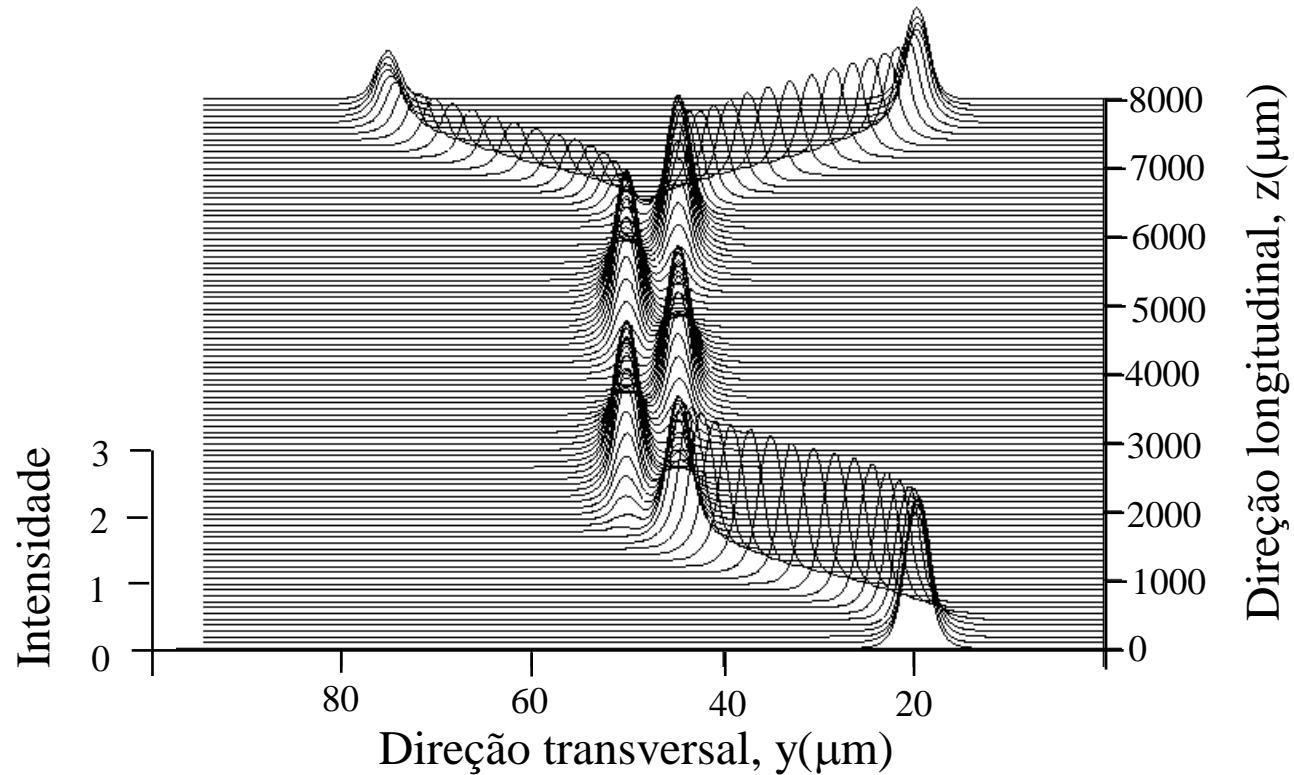


Interferômetro Mach-Zehnder (Com Perturbação)

Dispositivos passivos – Acoplador com Junção Y em Curva

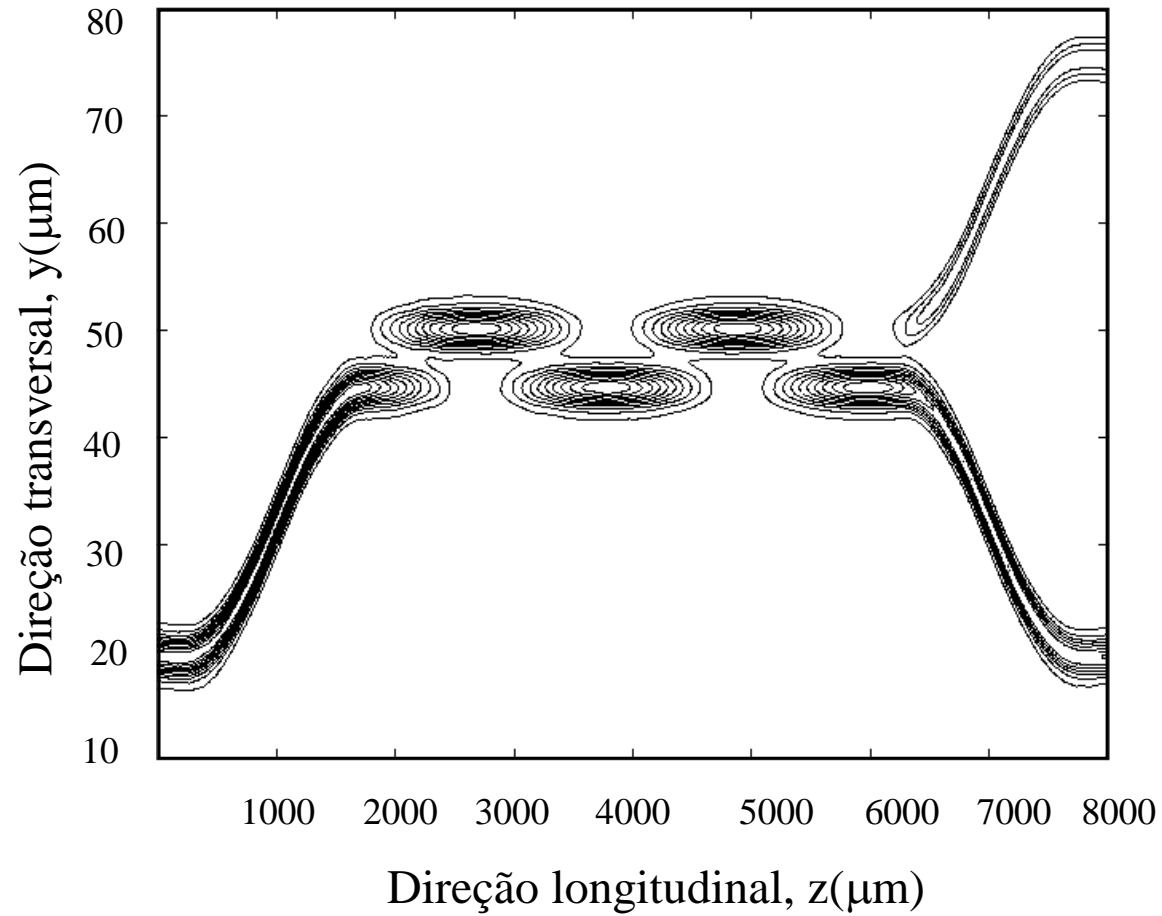


Dispositivos passivos – Acoplador com Junção Y em Curva



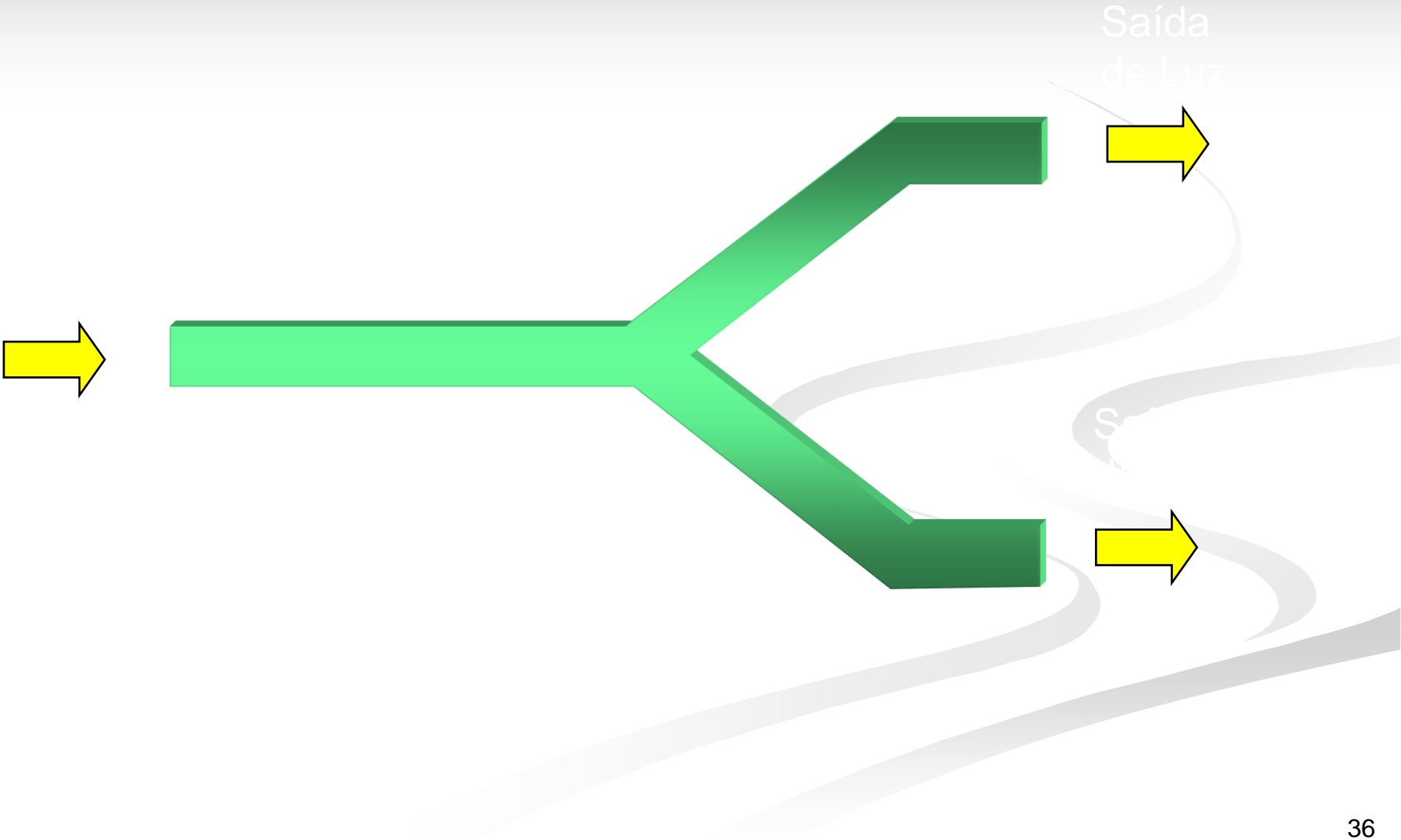
Distribuição de Campo para o Acoplador com Junção Y em Curva

Dispositivos passivos – Acoplador com Junção Y em Curva

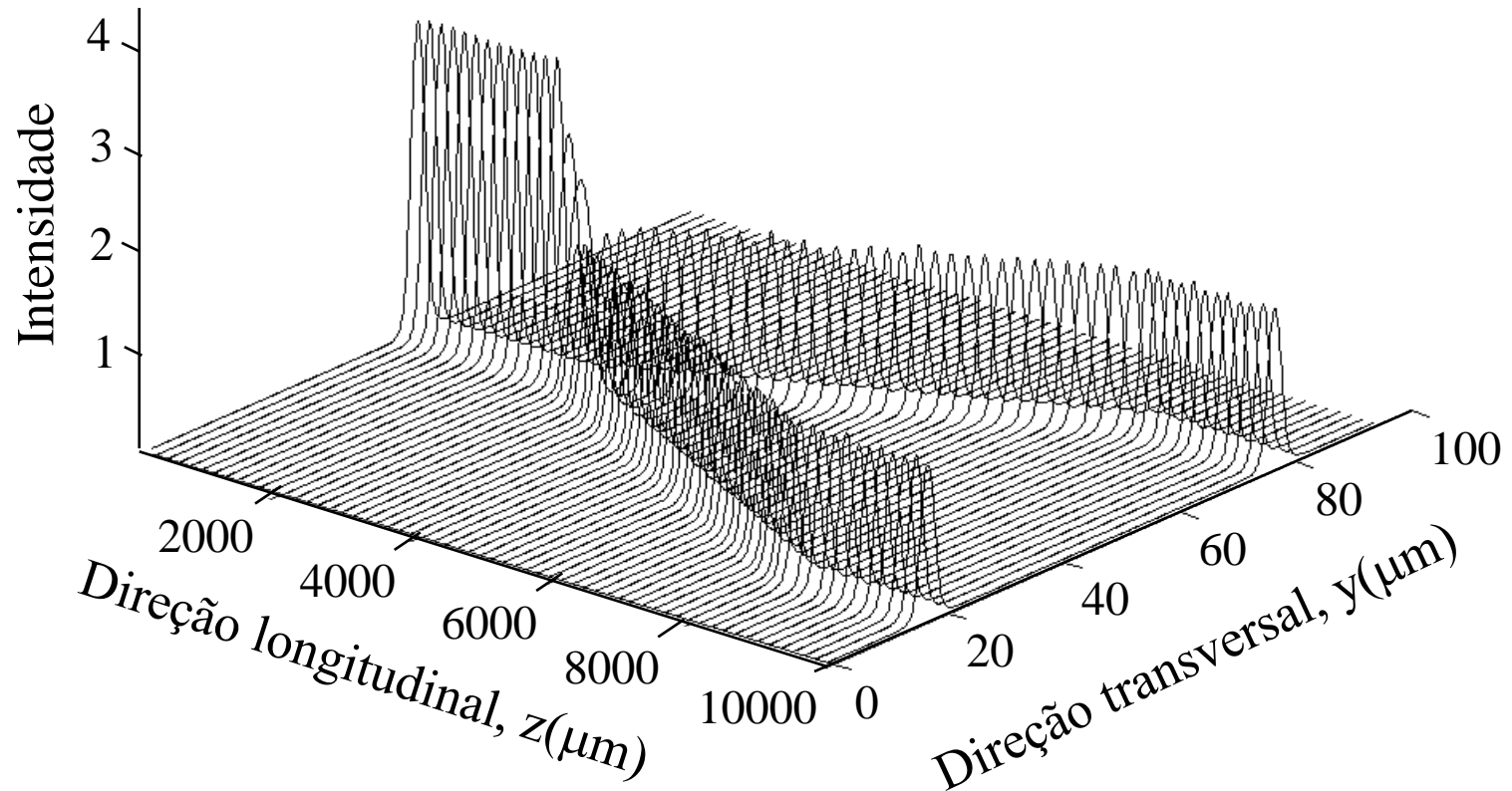


Contorno de Campo para o Acoplador com Junção Y em Curva

Dispositivos passivos – Junção Y Reta

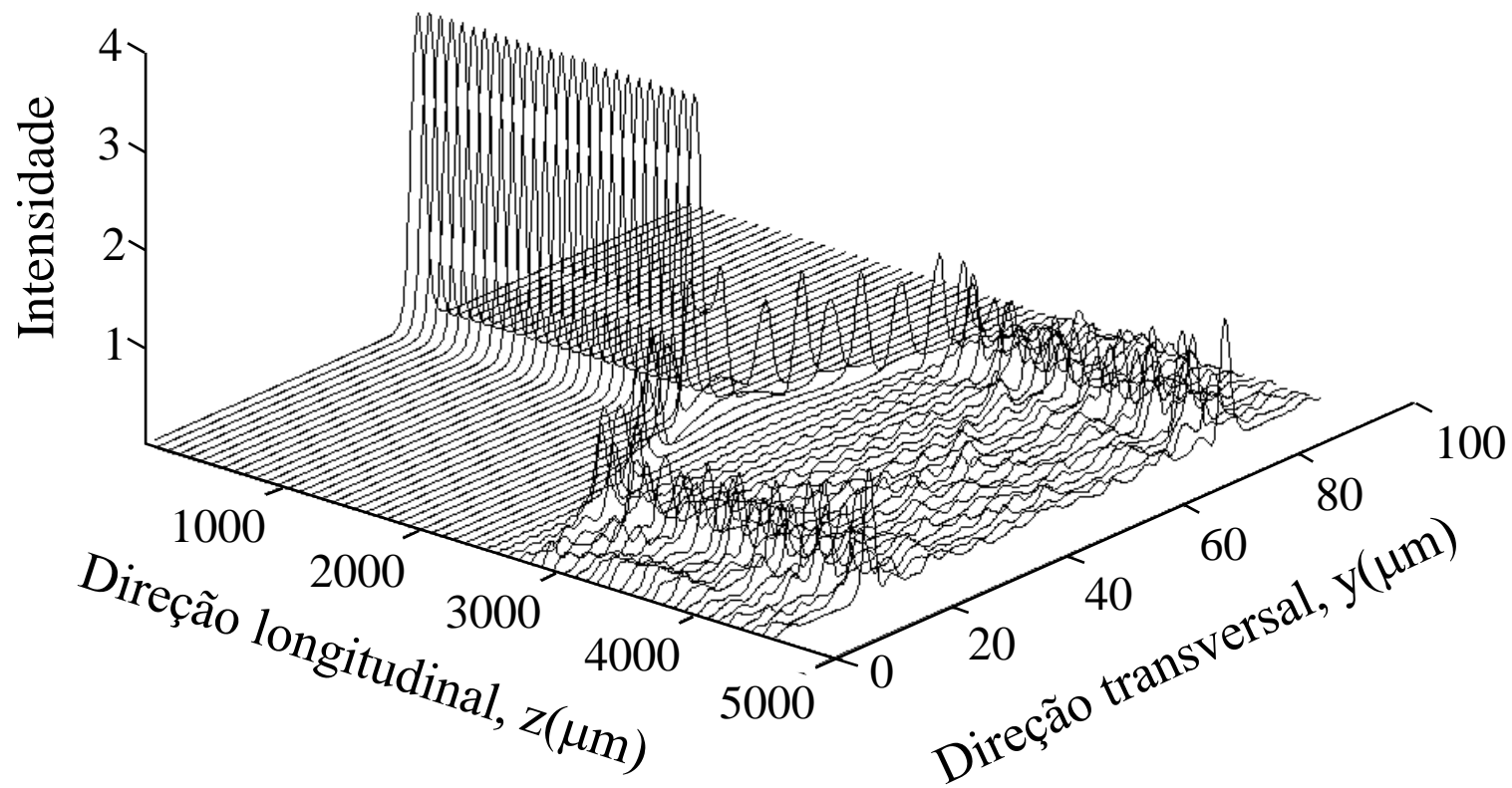


Dispositivos passivos – Junção Y Reta



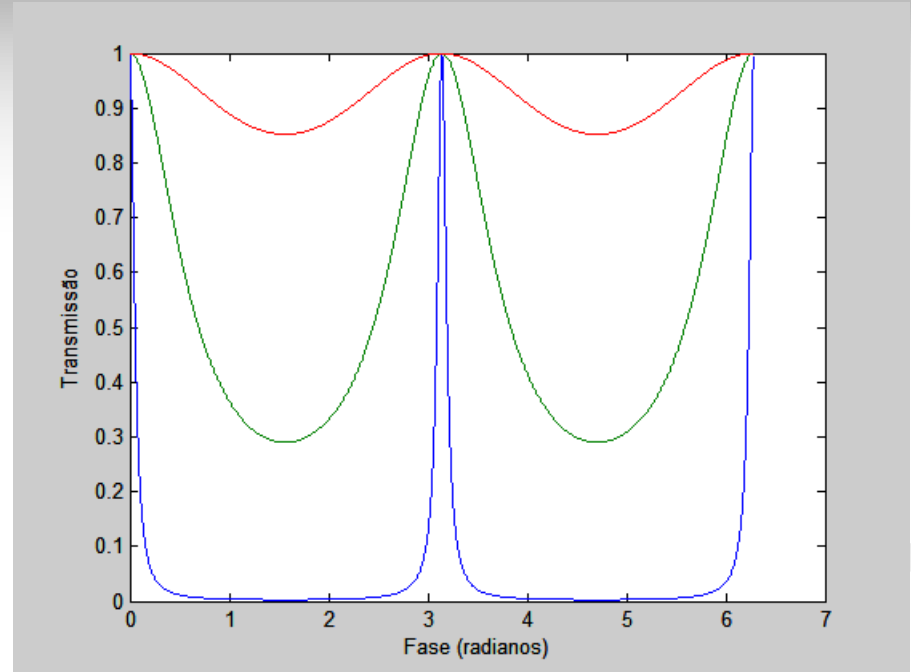
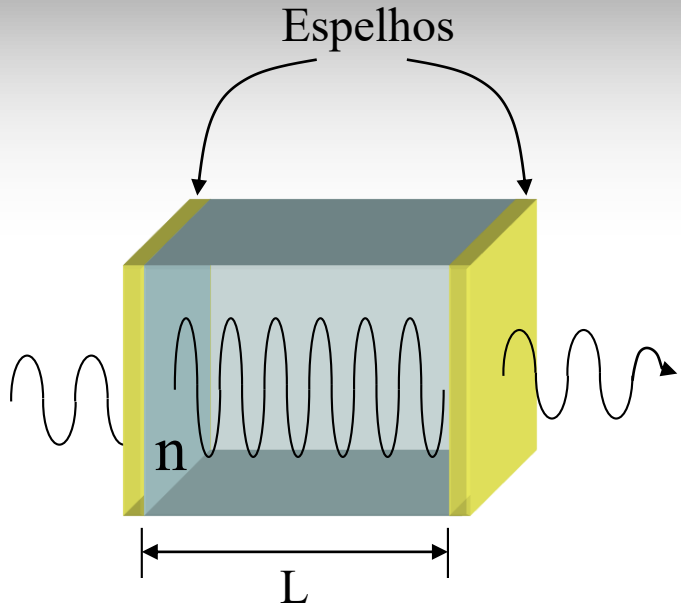
Ângulo de Abertura, $\theta=0,01$ radiano

Dispositivos passivos – Junção Y Reta



Ângulo de Abertura, $\theta=0,1$ radiano

Cavidades Fabry-Perot



n é o índice de refração

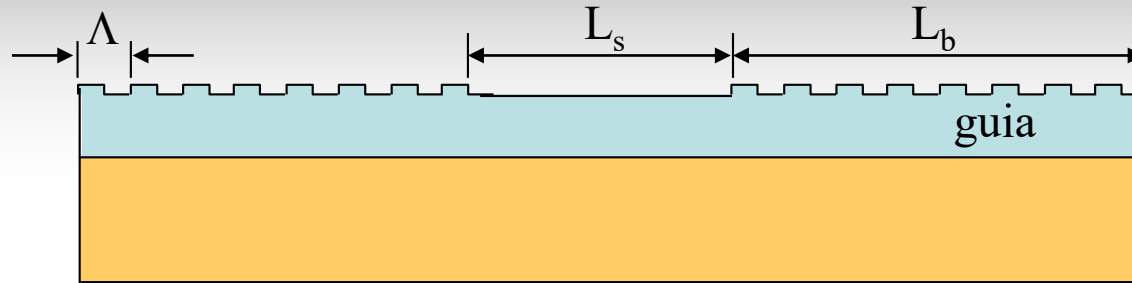
L é o comprimento da cavidade

λ é o comprimento de onda

R é refletividade

$$T = \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \operatorname{sen}^2\left(\frac{2\pi}{\lambda} nL\right)}$$

Filtro DBR (Duplo refrator de Bragg)



$$T_r = \frac{T^2 \exp\left(is - \frac{gL_s}{2}\right)}{1 - r^2 \exp(i2s - gL_s)}$$

L_B é o comprimento da rede

β é constante de propagação

g é o coeficiente de atenuação

λ é o comprimento de onda

λ_B é o comprimento de onda de Bragg

L_s é o comprimento da região ativa

$$T = \frac{1}{\cosh(uL_g)} - \left(iE_n - \frac{g}{2}\right) \frac{\sinh(uL_g)}{u}$$

$$R = -iT \frac{\kappa}{u} \sinh(uL_g)$$

$$E_n = \frac{D_w}{v_g}$$

$$u = \sqrt{\kappa^2 + \left(iE_n - \frac{g}{2}\right)^2}$$

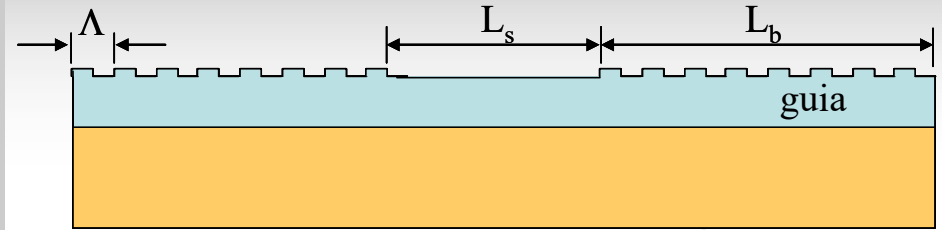
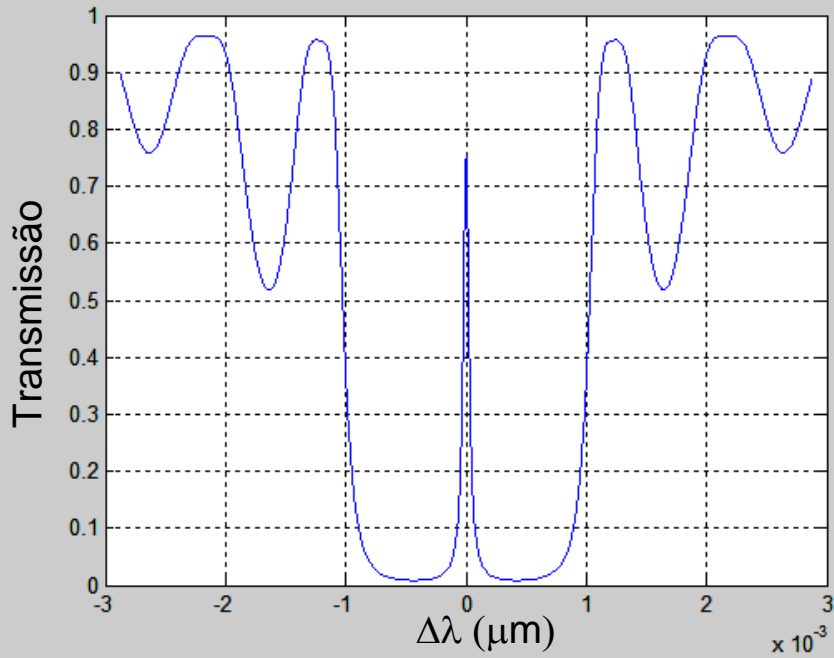
$$D_w = 2\pi c \left(\frac{1}{\lambda_B} - \frac{1}{\lambda} \right)$$

$$\kappa = \frac{1}{L_b}$$

$$v_g = \frac{2\pi c}{\lambda_0 \beta}$$

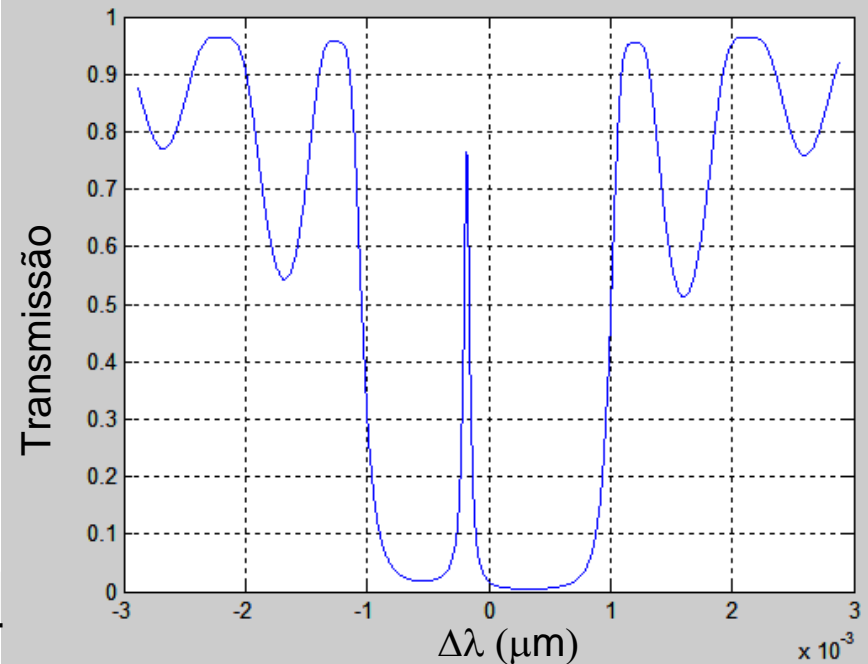
$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_B}$$

Filtro DBR passivo (Duplo refrator de Bragg)

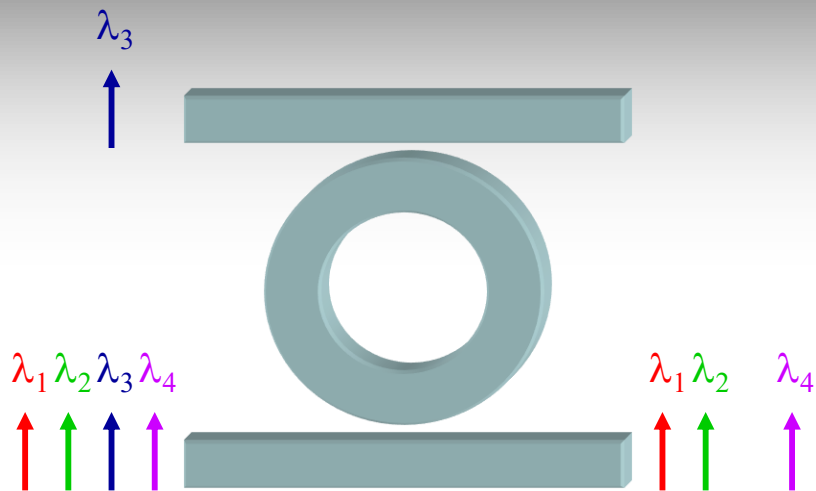


Operação **no** comprimento de onda de Bragg

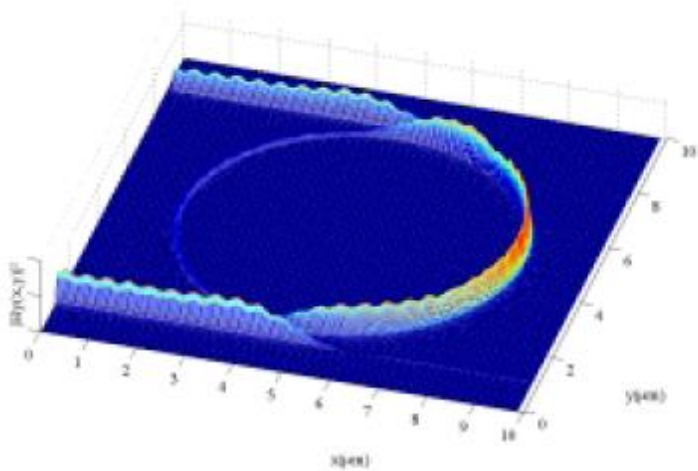
Operação **fora** do comprimento de onda de Bragg



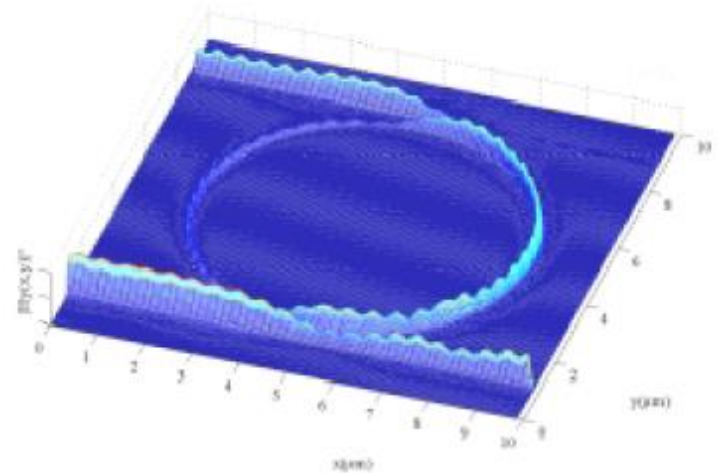
Ressonador em anel



Parâmetro da estrutura	Valor
Comprimento de onda	1,33 μm
Índice de refração do guia	3,20
Índice de refração do substrato	1,00
Espessura dos guias de onda retos	0,20 μm
Espessura do guia de onda em anel	0,20 μm
Espaçamento entre os guias retos e o anel	0,18 μm
Raio externo do anel	3,60 μm



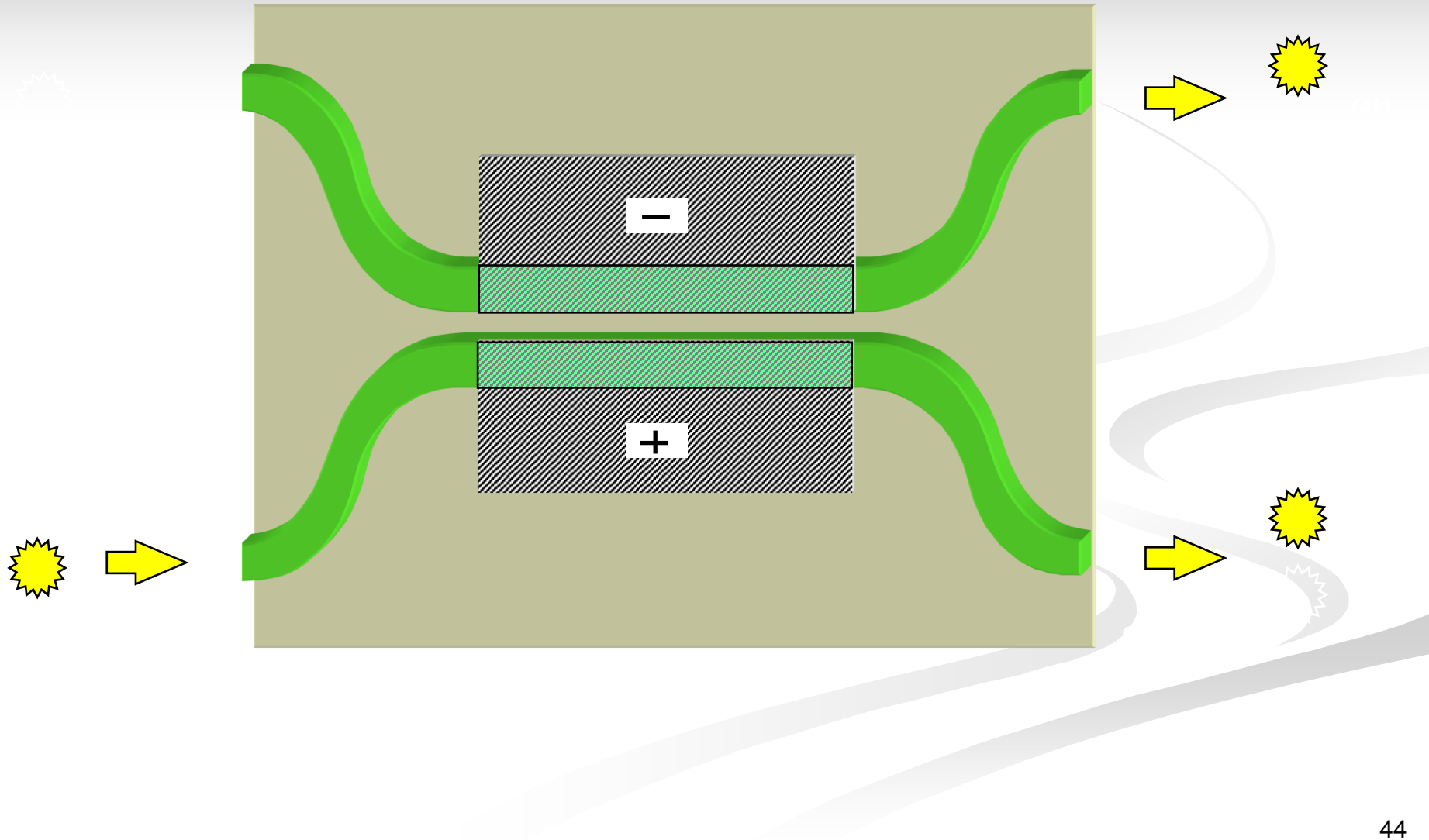
Comprimento de onda na ressonância



Comprimento de onda fora da ressonância

Dispositivos Ativos

Dispositivos ativos – Acoplador com Junção Y em Curva



Dispositivos ativos – Modulador de fase

$$\phi = n(E)k_0L = \frac{2\pi}{\lambda_0} n(E)L$$

$$\phi_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} nL$$

Fase sem tensão aplicada

$$\phi = \phi_0 - \pi \frac{rn^3EL}{\lambda_0}$$

Fase com tensão aplicada

$$E = \frac{V}{d}$$

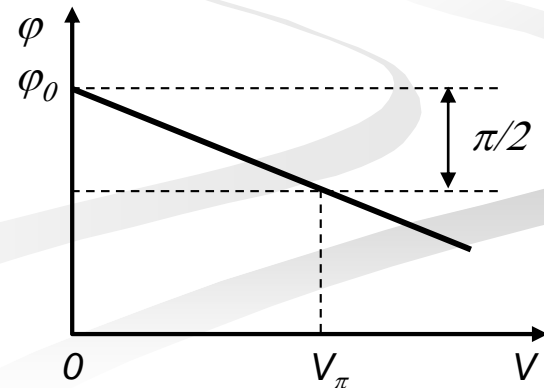
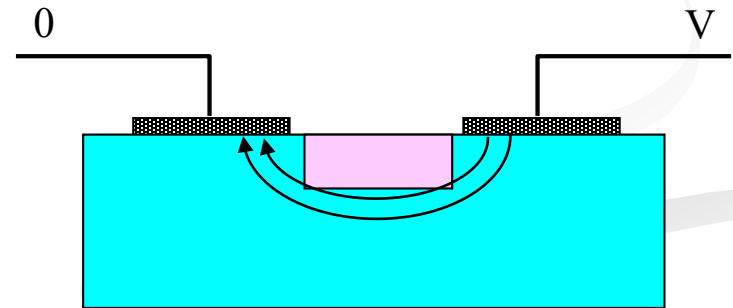
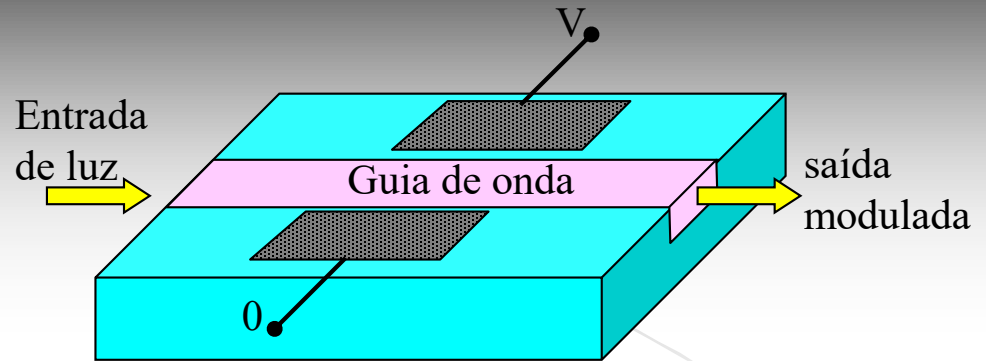
Campo elétrico aplicado

$$\phi = \phi_0 - \pi \frac{V}{V_\pi}$$

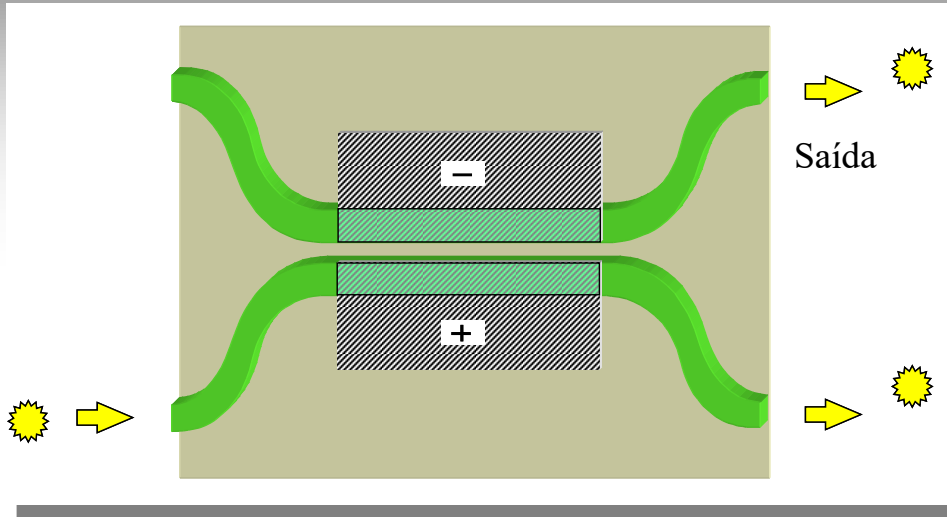
Modulação de fase

$$V_\pi = \frac{d}{2L} \frac{\lambda_0}{rn^3}$$

Tensão de meia onda
(para $\phi = \pi/2$)



Dispositivos ativos – Acoplador direcional



$$\frac{dA_1(z)}{dz} = -j\beta_1 A_1(z) - j\kappa A_2(z)$$

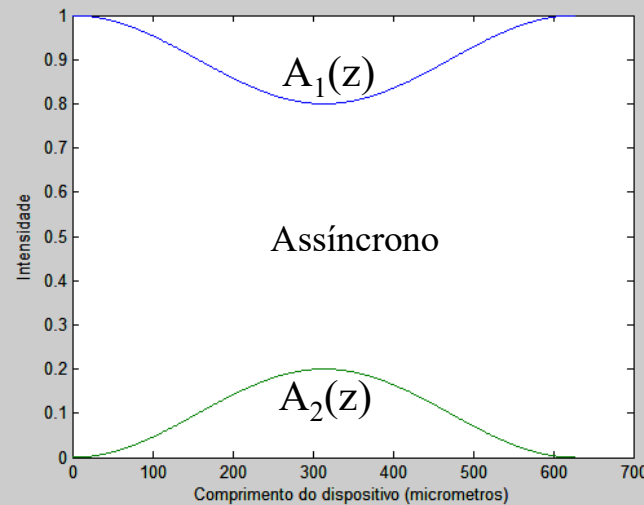
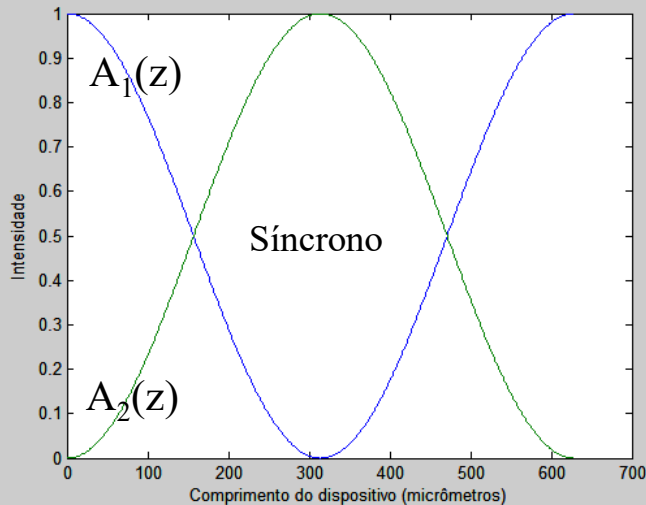
$$\frac{dA_2(z)}{dz} = -j\beta_2 A_2(z) - j\kappa A_1(z)$$

$$P_1(z) = |A_1(z)|^2 = \cos^2(gz) + \left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)^2 \frac{\sin^2(gz)}{g^2}$$

$$P_2(z) = |A_2(z)|^2 = \frac{\kappa^2}{g^2} \sin^2(gz)$$

β é a constante de propagação

κ é o coeficiente de acoplamento

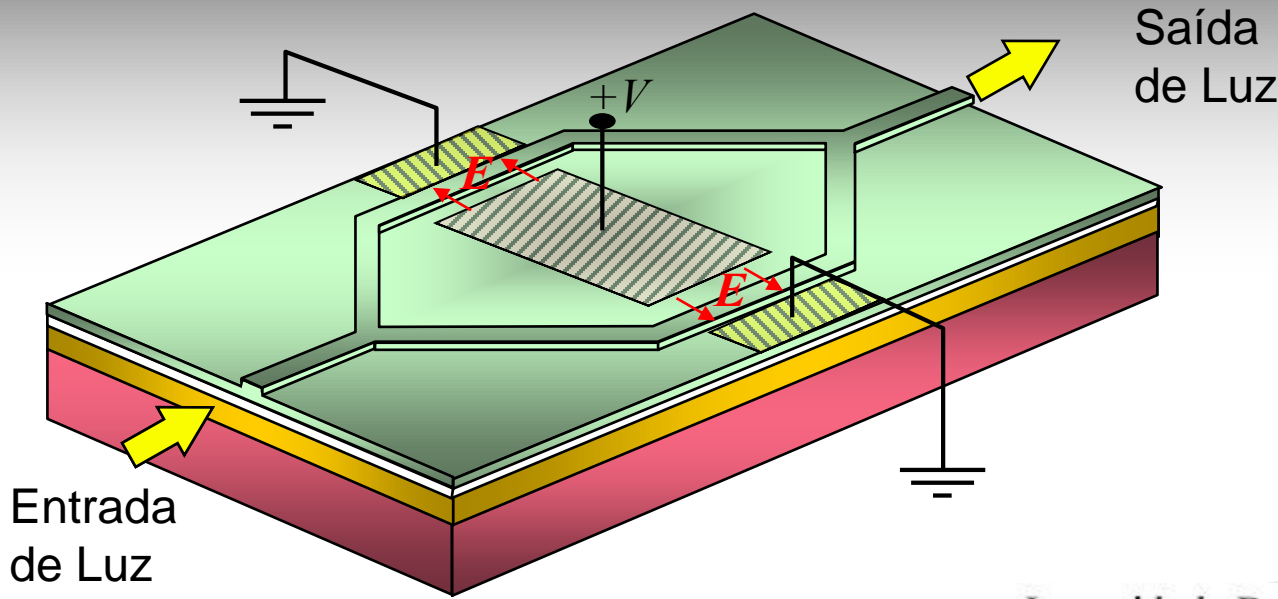


$$\beta = \bar{\beta} \pm g$$

$$\bar{\beta} = \frac{\beta_1 + \beta_2}{2}$$

$$g^2 = \kappa^2 + \left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)^2$$

Moduladores



$$I = \frac{I_o}{2} (1 + \cos \Delta\Phi)$$

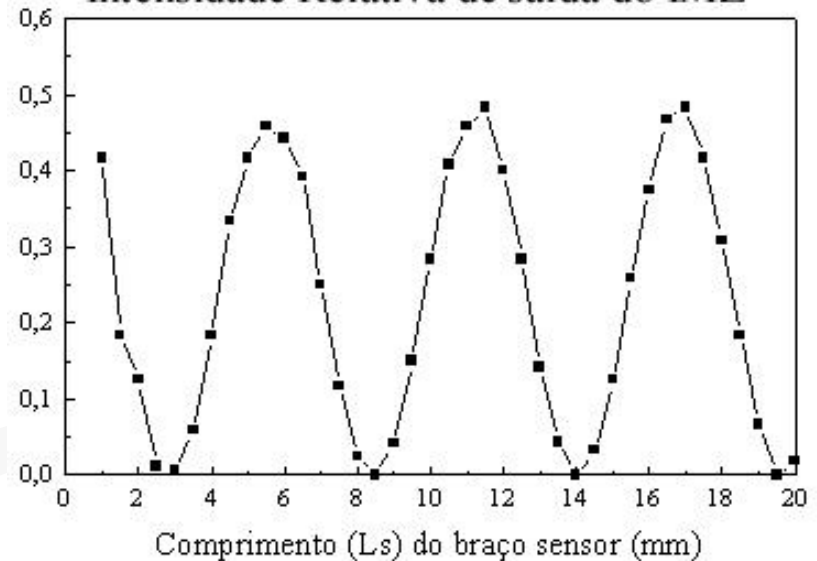
Layout de uma Estrutura Mach-Zehnder para Aplicações em Moduladores

Efeito Pockels (linear):

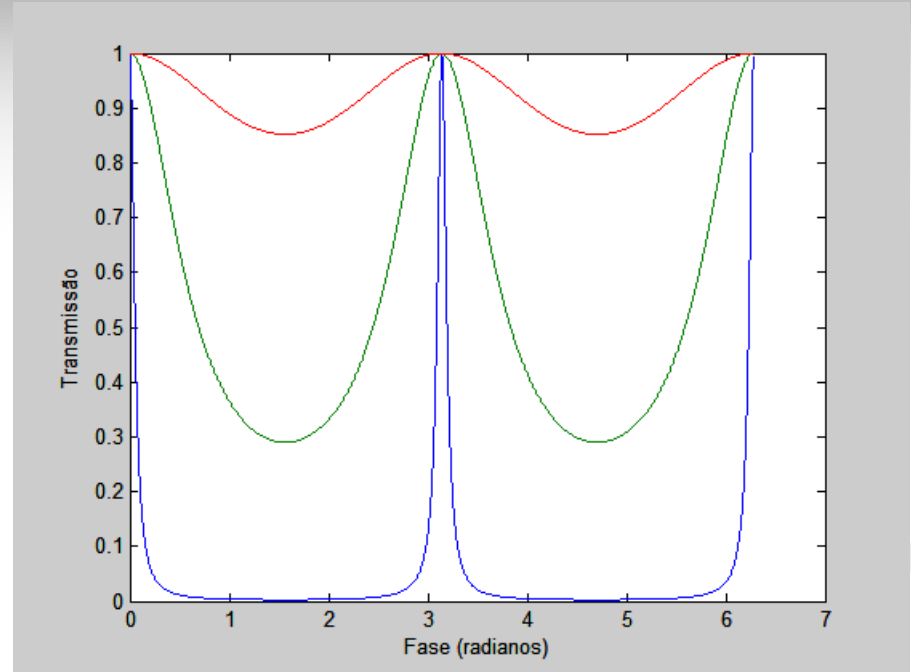
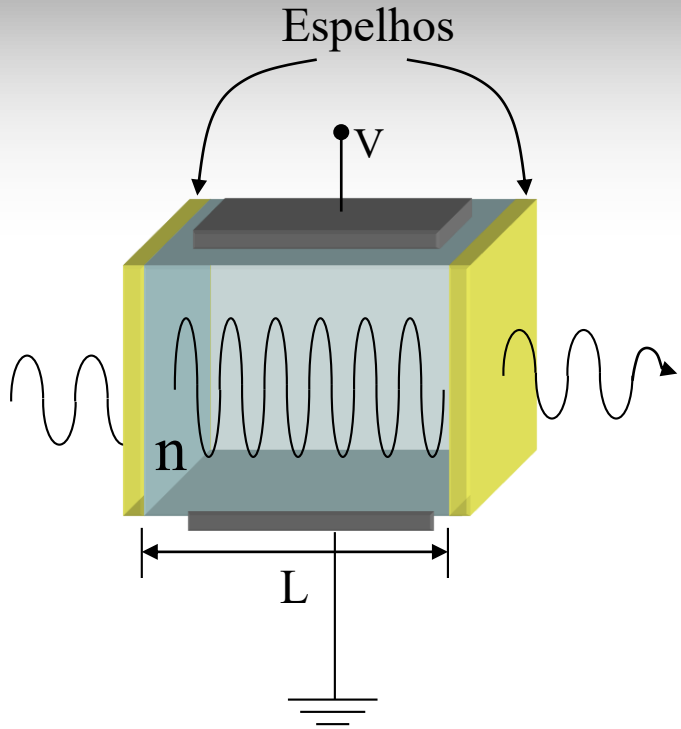
$$\Delta n = -\frac{n^3 r}{2} E$$

E é o campo elétrico aplicado

Intensidade Relativa de saída do IMZ



Moduladores Fabry-Perot



n é o índice de refração

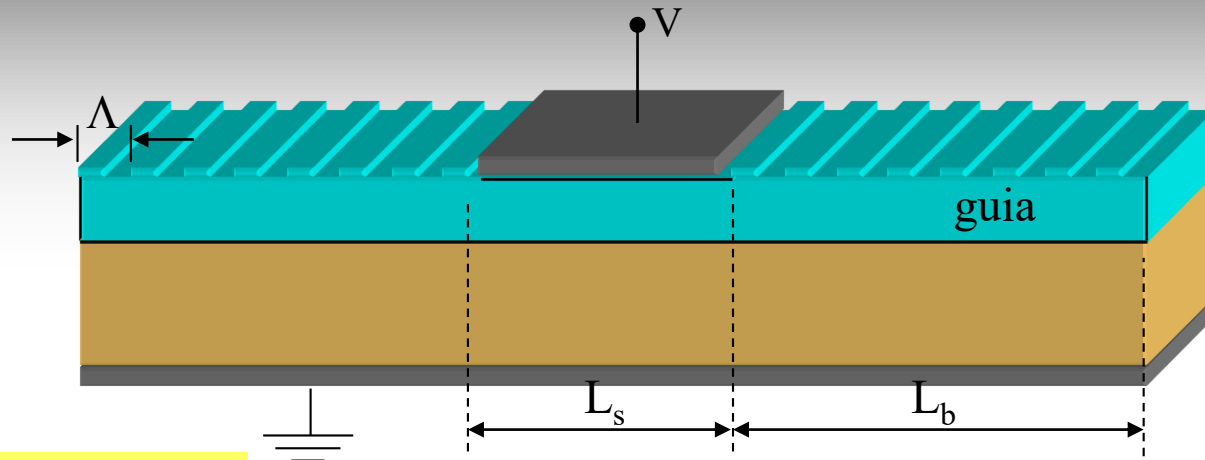
L é o comprimento da cavidade

λ é o comprimento de onda

R é refletividade

$$T = \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \operatorname{sen}^2\left(\frac{2\pi}{\lambda} nL\right)}$$

Filtro DBR (Duplo refrator de Bragg)



$$T_r = \frac{T^2 \exp\left(is - \frac{gL_s}{2}\right)}{1 - r^2 \exp(i2s - gL_s)}$$

$$T = \frac{1}{\cosh(uL_g)} - \left(iE_n - \frac{g}{2}\right) \frac{\sinh(uL_g)}{u}$$

$$\kappa = \frac{1}{L_b}$$

$$R = -iT \frac{\kappa}{u} \sinh(uL_g)$$

$$v_g = \frac{2\pi c}{\lambda_0 \beta}$$

$$E_n = \frac{D_w}{v_g}$$

$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_B}$$

$$u = \sqrt{\kappa^2 + \left(iE_n - \frac{g}{2}\right)^2}$$

$$D_w = 2\pi c \left(\frac{1}{\lambda_B} - \frac{1}{\lambda} \right)$$

L_B é o comprimento da rede

β é constante de propagação

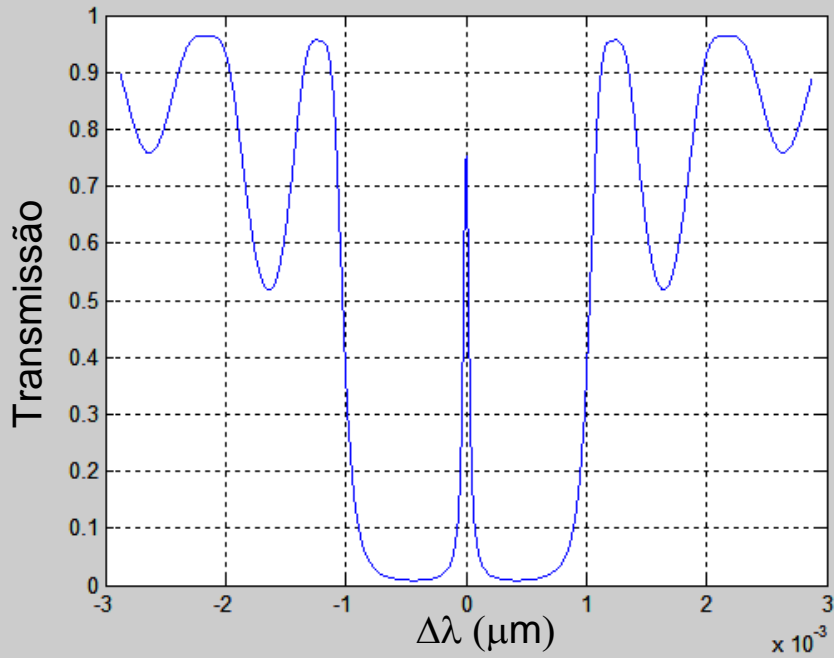
g é o coeficiente de atenuação

λ é o comprimento de onda

λ_B é o comprimento de onda de Bragg

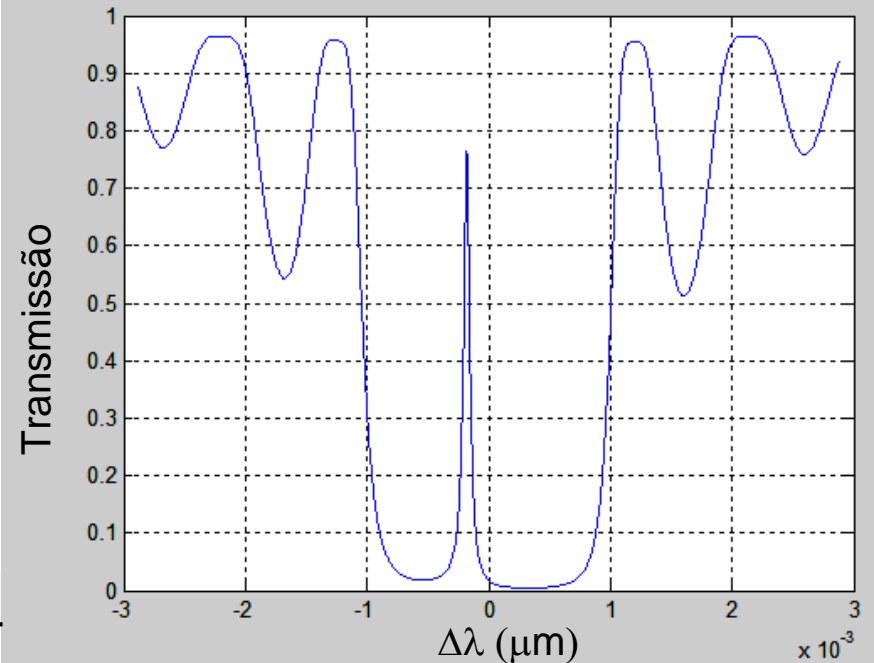
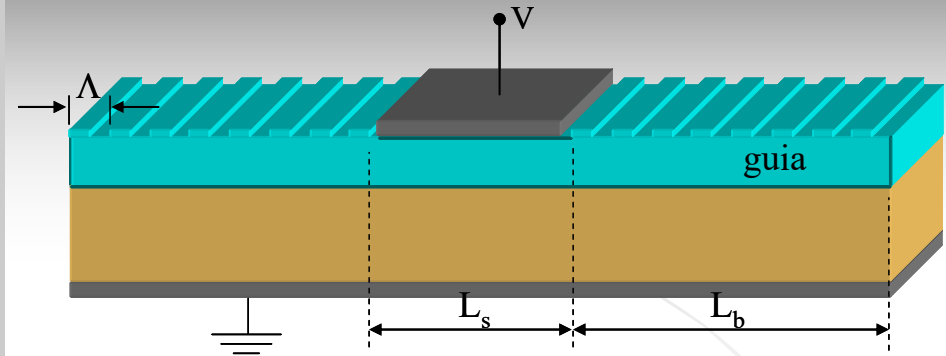
L_s é o comprimento da região ativa

Filtro DBR ativo (Duplo refrator de Bragg)



Operação **no** comprimento de onda de Bragg

Operação **fora** do comprimento de onda de Bragg



Lasers

Para se construir um laser, é preciso:

- **Dois espelhos**
- **Um meio que permita obter ganho óptico**
- **Bombeio**

A radiação Laser é caracterizada pelo grau extremo de:

- *Monocromaticidade;*
- *Coerência;*
- *Direcionalidade;*
- *Brilho.*

Dado histórico: A foto ao lado mostra o primeiro laser construído no mundo. Maiman, Asawa and D'Haenens, Hughes Research Labs. Maio 1960.



Freqüências de ressonância

Quando um laser se encontra no limiar de “*leisamento*” uma condição de onda estacionária deve se estabelecer dentro da cavidade. Assim, a magnitude e fase de uma onda refletida deve ser igual àquela que a originou, ou seja, em termos de intensidade de campo eletromagnético:

Sabendo que a intensidade $I(z) \propto |E(z)|^2$

$$E(z, t) = E(z) e^{j(\omega t - \beta z)}$$

Assim, após um zig-zag completo na cavidade, temos:

$$I(z = 2L) = I(z = 0) \quad \text{para a intensidade}$$

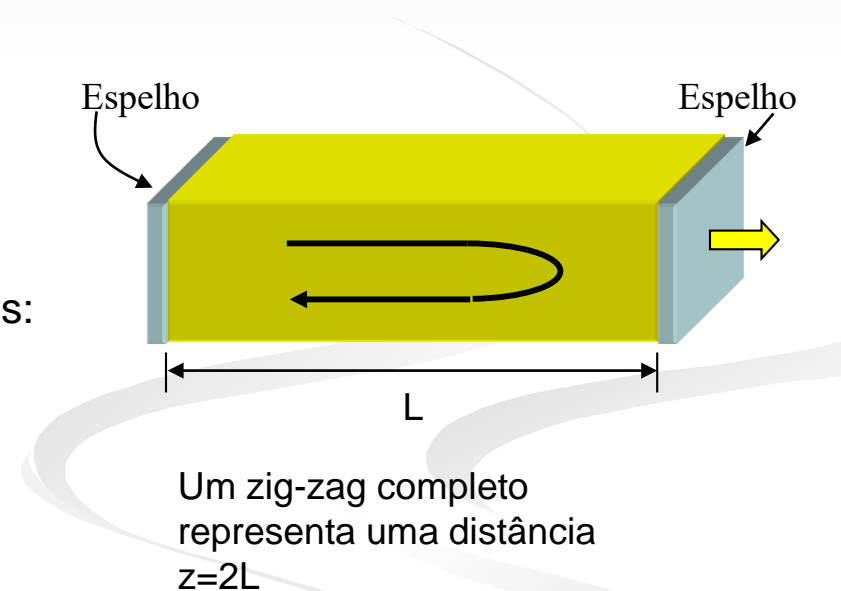
$$e^{-j2\beta L} = 1 \quad \text{para a fase}$$

A condição obtida para a fase só será verdadeira quando $2\beta L = 2\pi m$ (m é um número inteiro).

Sabendo que:

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_{ef} \quad \text{obtemos a seguinte expressão para o inteiro } m:$$

$$m = \frac{2Ln_{ef}}{\lambda_0} = \frac{2Ln_{ef}}{c} f$$



Freqüências de ressonância

Da expressão para m obtemos que a cavidade irá ressoar apenas quando o comprimento L for um múltiplo inteiro de meio comprimento de onda, ou seja:

$$L = m \frac{\lambda_0}{2n_{ef}}$$

Dependendo da estrutura do laser, qualquer número de freqüências pode satisfazer as condições impostas à magnitude e à fase. Assim, alguns lasers são multimodo e outros são monomodo. Com isso podemos obter a separação entre os modos de uma cavidade, considerando apenas modos longitudinais. Para isso, basta considerar dois modos consecutivos, ou seja:

$$m-1 = \frac{2Ln_{ef}}{c} f_{m-1} \quad \text{e} \quad m = \frac{2Ln_{ef}}{c} f_m$$

Subtraindo ambas equações, temos:

$$1 = \frac{2Ln_{ef}}{c} (f_m - f_{m-1}) = \frac{2Ln_{ef}}{c} \Delta f$$

Portanto, o espaçamento de freqüência é: $\Delta f = \frac{c}{2Ln_{ef}}$

Relacionando ao espaçamento $\Delta\lambda$ através da equação: $\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$ Logo: $\Delta\lambda = \frac{\lambda_0^2}{2Ln_{ef}}$

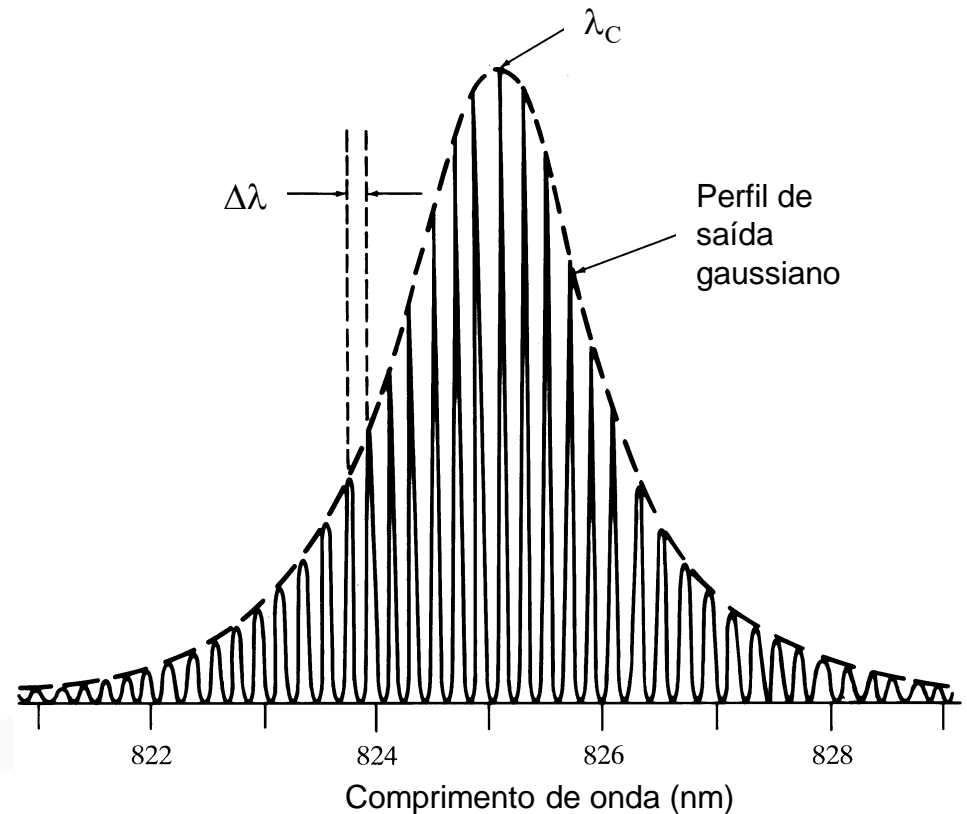
Espectro de um laser tipo Fabry-Perot

A relação entre ganho e frequência pode ser suposta como tendo uma forma gaussiana, ou seja:

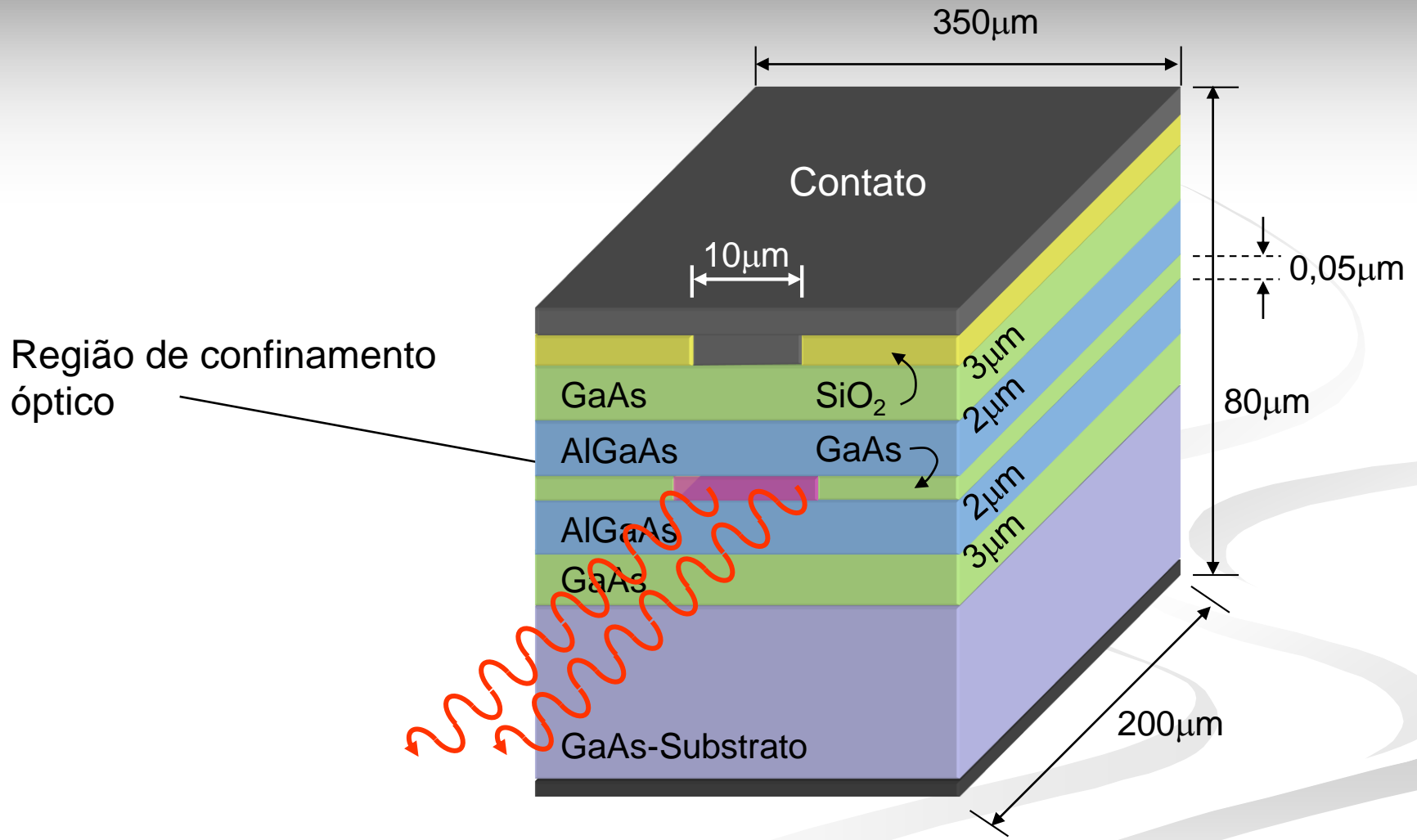
$$g(\lambda) = g(0) \exp\left[-\frac{(\lambda - \lambda_c)^2}{2\sigma^2}\right]$$

onde:

λ_c é o comprimento de onda central
 σ é a largura espectral do ganho
 $g(0)$ é o ganho máximo (proporcional à inversão de população)



Laser de dupla heteroestrutura



Bibliografia

- Ben-Hur V. Borges, “*Comunicações Ópticas*”, Notas de Aula SEL 366 Comunicações Ópticas, 2004.
- Reinhard März, “*Integrated Optics: Design and Modeling*”, Artech House, 1995.
- Gerd Keiser, “*Optical Fiber Communications*”, 2nd Ed., 1991.
- Dietrich Marcuse, “*Theory of Dielectric Waveguides*”, Second Edition, Academic Press, 1991.
- Robert G. Hunsperger, “*Integrated Optics: Theory and Technology*”, Third Edition, Springer Series in Optical Science, Springer-Verlag, 1991.
- Theodor Tamir, “*Guided-Wave Optoelectronics*”, Second Edition, Springer Series in Electronics and Photonics 26, Springer-Verlag, 1990.
- Amnon Yariv, “*Quantum Electronics*”, Third Edition, Wiley, 1989.