

SEL-366 Comunicações Ópticas

Fibras Ópticas

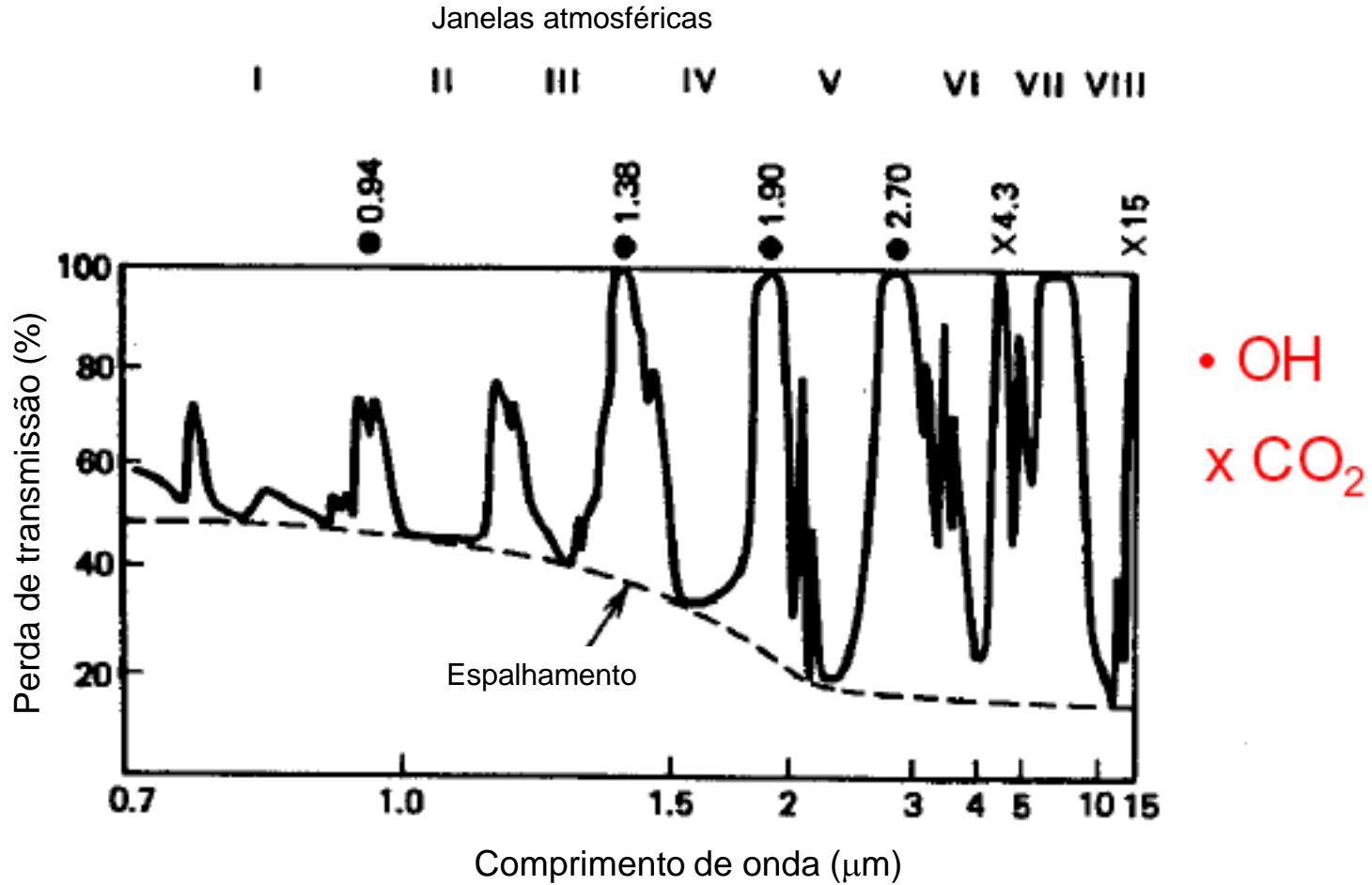
Conceitos Fundamentais

Aplicações

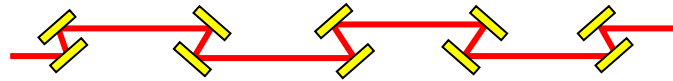
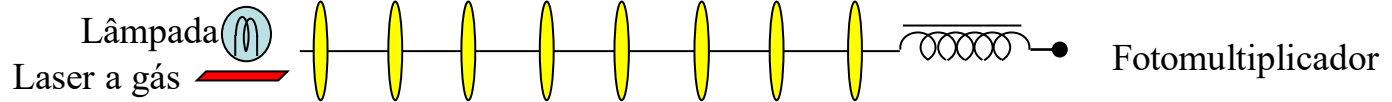
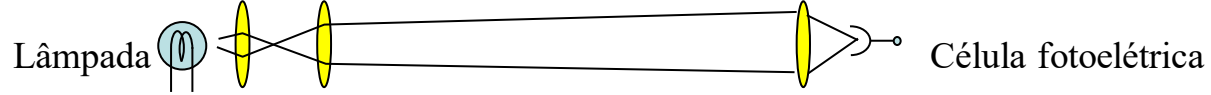
Um pouco de História:

- 1854 Jato de água como guia de (John Tyndall)
- 1880 O fotofone (Alexander Graham Bell)
- 1962 Primeiro Laser semiconductor (GE, IBM, Lincoln Lab)
- 1966 Primeira Fibra óptica, Perda: 1000 dB/km (Corning Glass)
- 1970 Fibra com atenuação óptica de 20 dB/km (Corning Glass)
- 1970 Lasers de AlGaAs operando em temperatura ambiente
- 1976 Primeiro Laser semiconductor operando em 1.3 e 1.55 μm
- 1977 Sistemas comerciais de primeira geração (0.85 μm)
- 1980 Sistemas comerciais de segunda geração (1.3 μm)
- 1982 Fibra monomodo com atenuação de 0.16 dB/km (\approx limite teórico)
- 1983 Enlace de 119 km sem repetidores com taxa de 420 Mbit/s (Bell Labs.)
- 1984 Sistemas comerciais de terceira geração (1.55 μm)
- 1985 Sistema WDM 1.37 Tbitkm/s;10 canais @ 2 Gbit/s (Bell Labs.)
- 1986 Laser semiconductor com 20 GHz de largura de banda (Bell Labs.,GTE)
- 1986 Amplificadores ópticos baseados em fibras dopadas com érbio
- 1988 Sistemas de cabos transatlânticos e transpacíficos (565 Mbit/s)
- 1989 Laser semiconductor coerente com largura espectral sub-MHz
- 1990 Transmissão de soliton sem repetidores a 2.5 Gbit/s por 13 Mm (Bell Labs.)
- 1992 Sistemas comerciais de quarta geração (amplificadores + WDM)
- 1995 Sistemas de cabos transoceânicos sem repetidores (5 Gbit/s), Amplif. A fibra
- 1997 Sistemas WDM comerciais
- 2001 Transmissão OTDM de 1Tb/s por 70 km (NTT)
- 2003 Transmissão de 10 Tb/s por 10 Mm

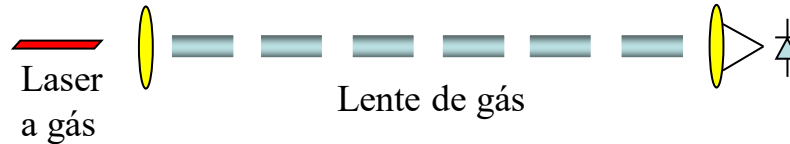
Transmissão na Atmosfera:



Evolução dos sistemas ópticos:



Guia baseado em espelhos



Filme fino



Guia de onda



Evolução dos sistemas ópticos:

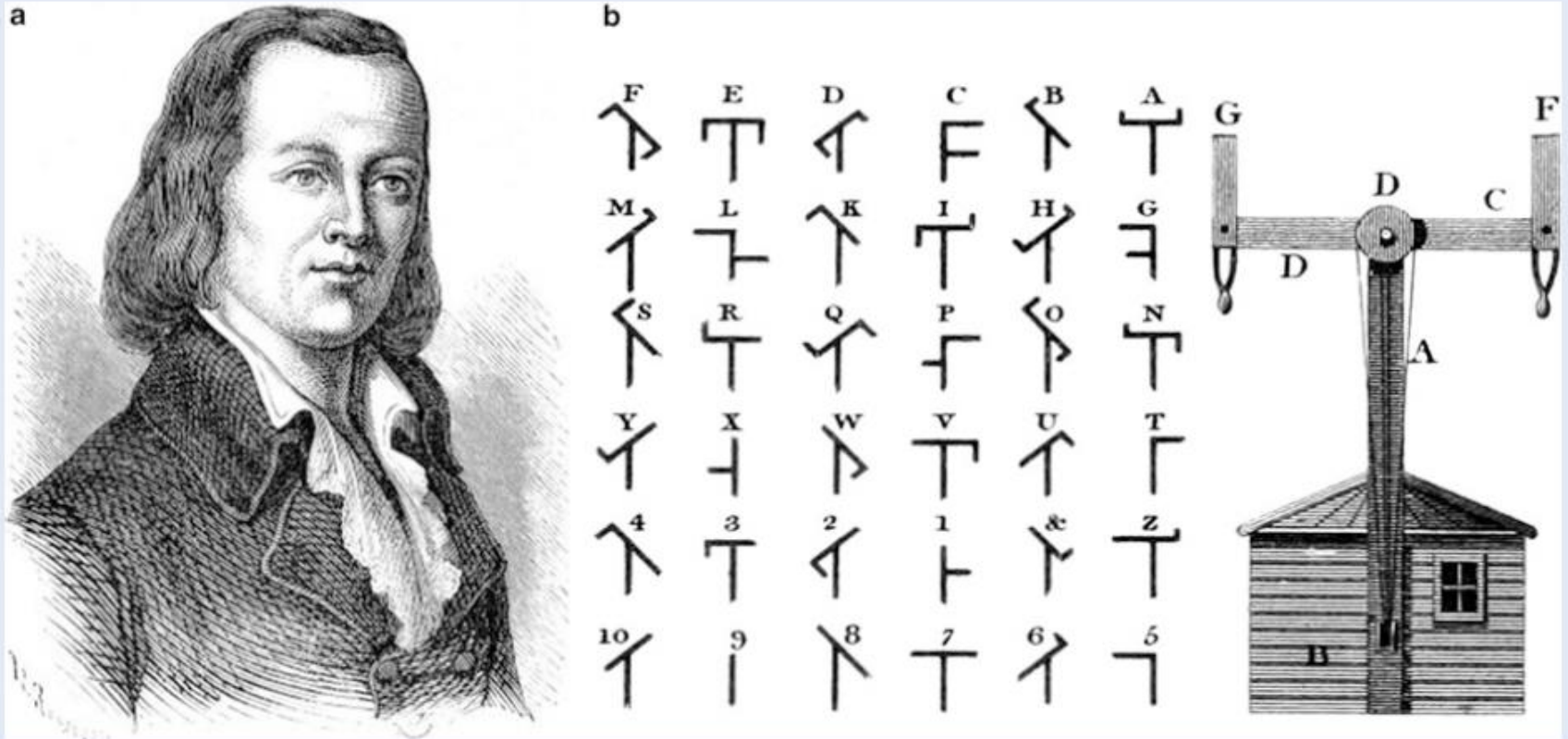
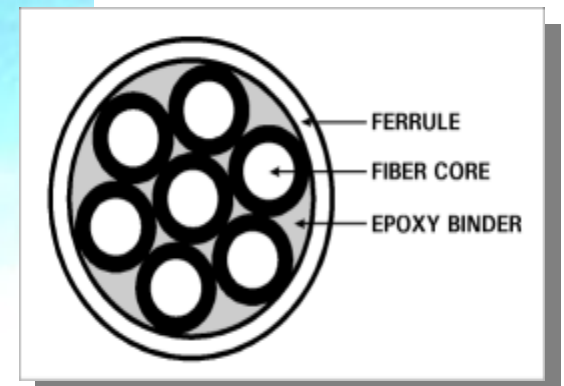
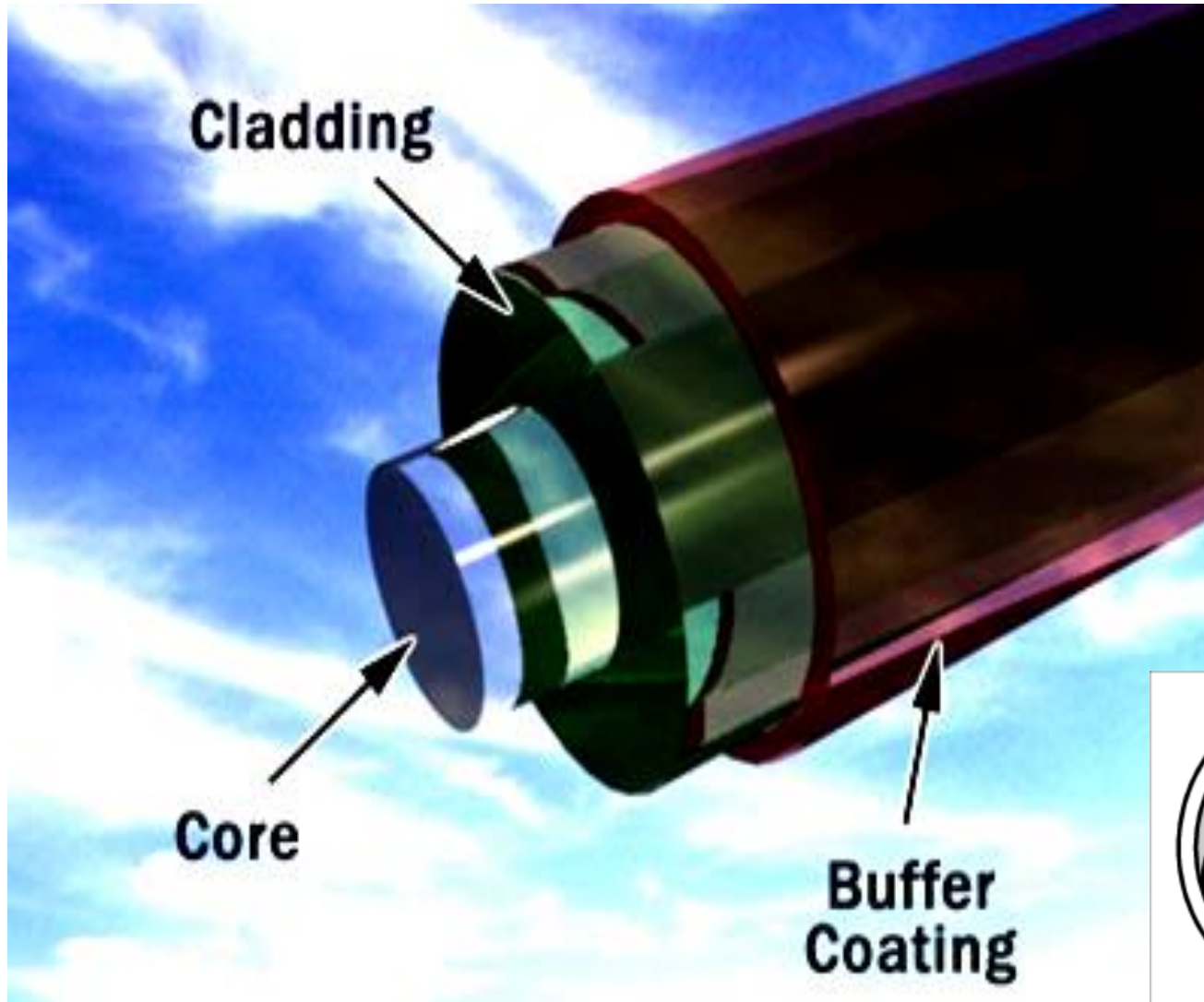


Fig. 8.1 Claude Chappe, his coding scheme, and the mechanical device used for making optical telegraphs (licensed under Public Domain via Wikimedia Commons)

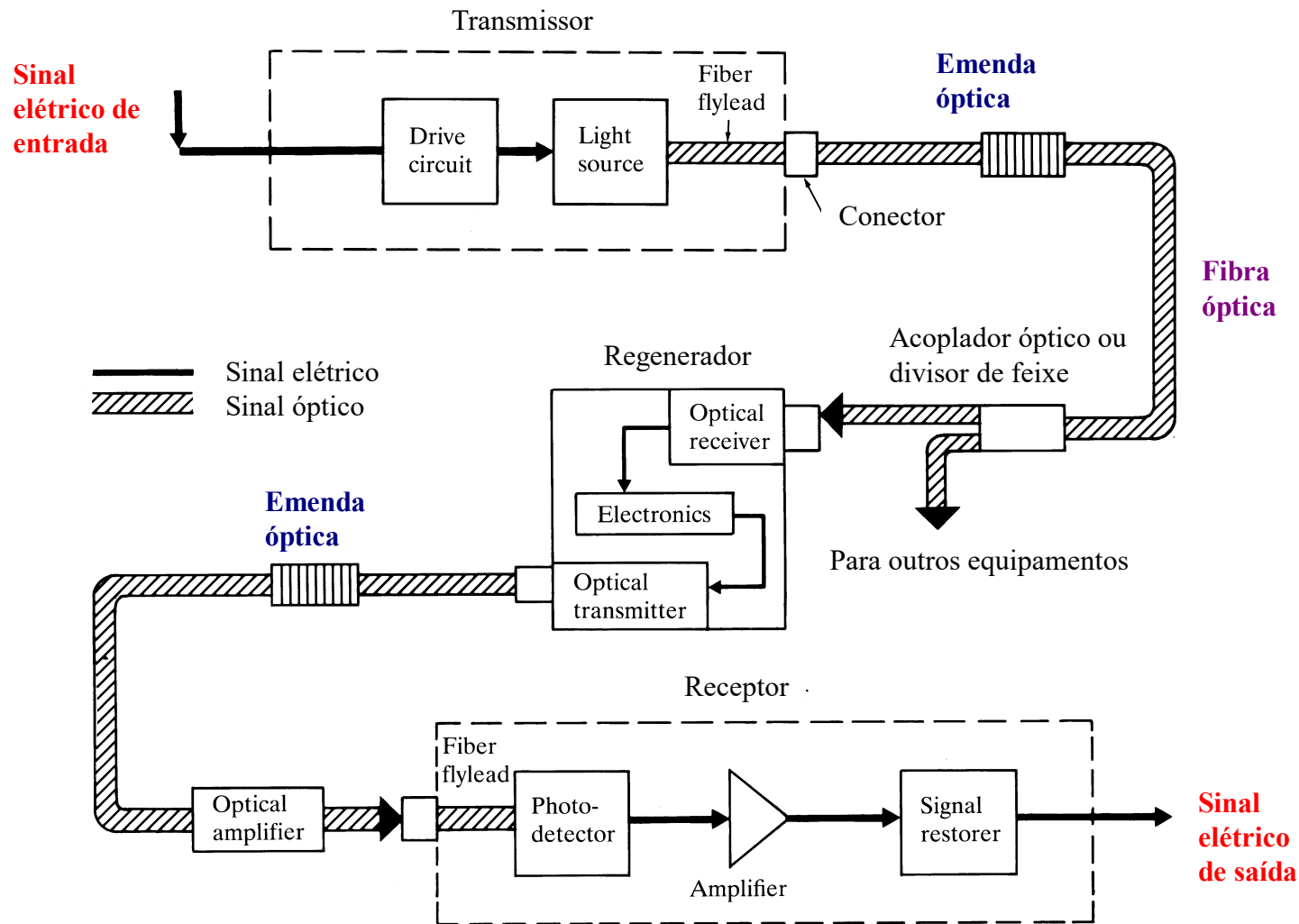
The first such optical telegraph was put in service in July 1794 between Paris and Lille (two French cities about 200 km apart). By 1830, the network had expanded throughout Europe.

Composição das Fibras Ópticas

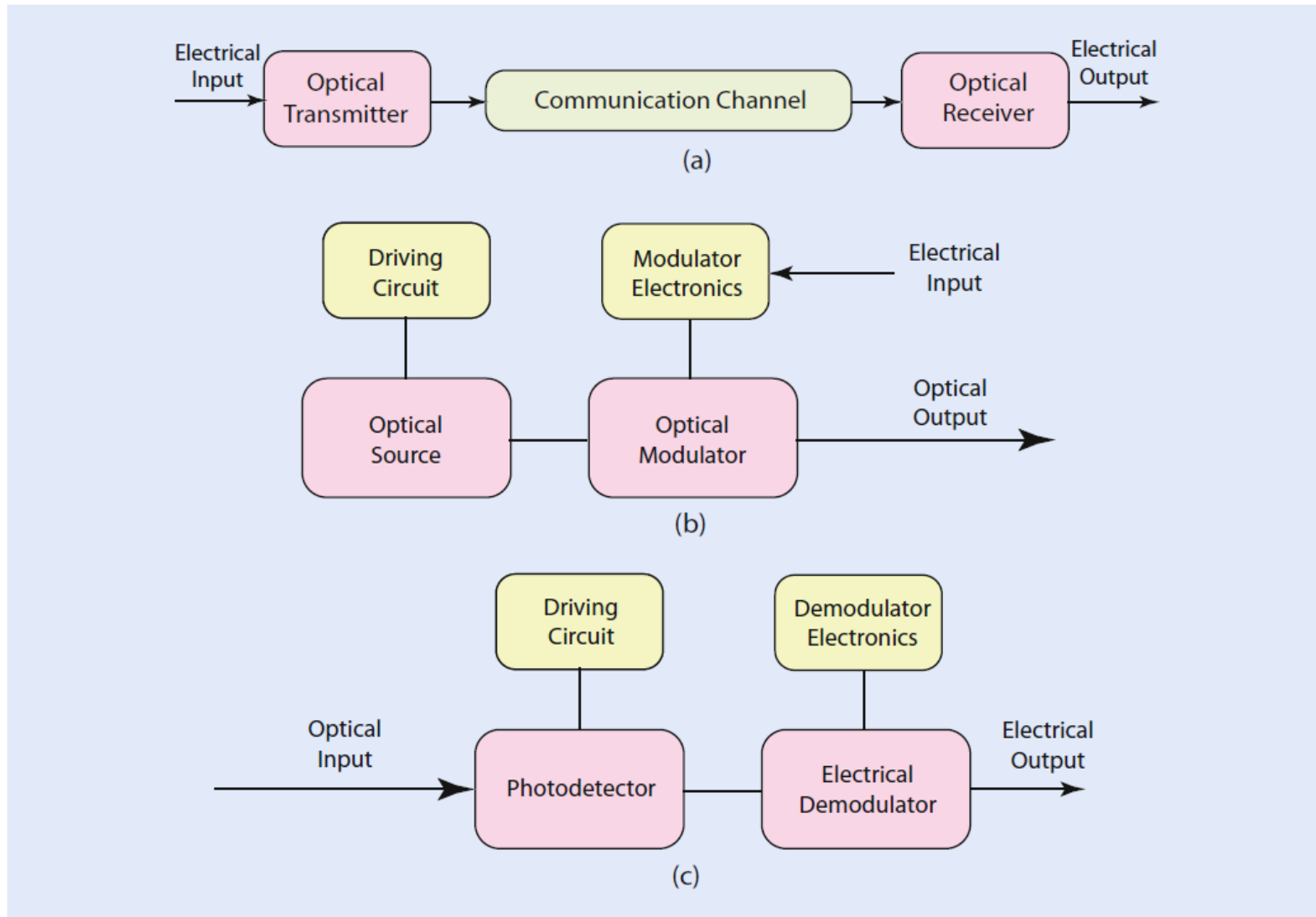


Seção Transversal de um cabo óptico

Componentes Principais em um Enlace de Comunicações



Componentes Principais em um Enlace de Comunicações



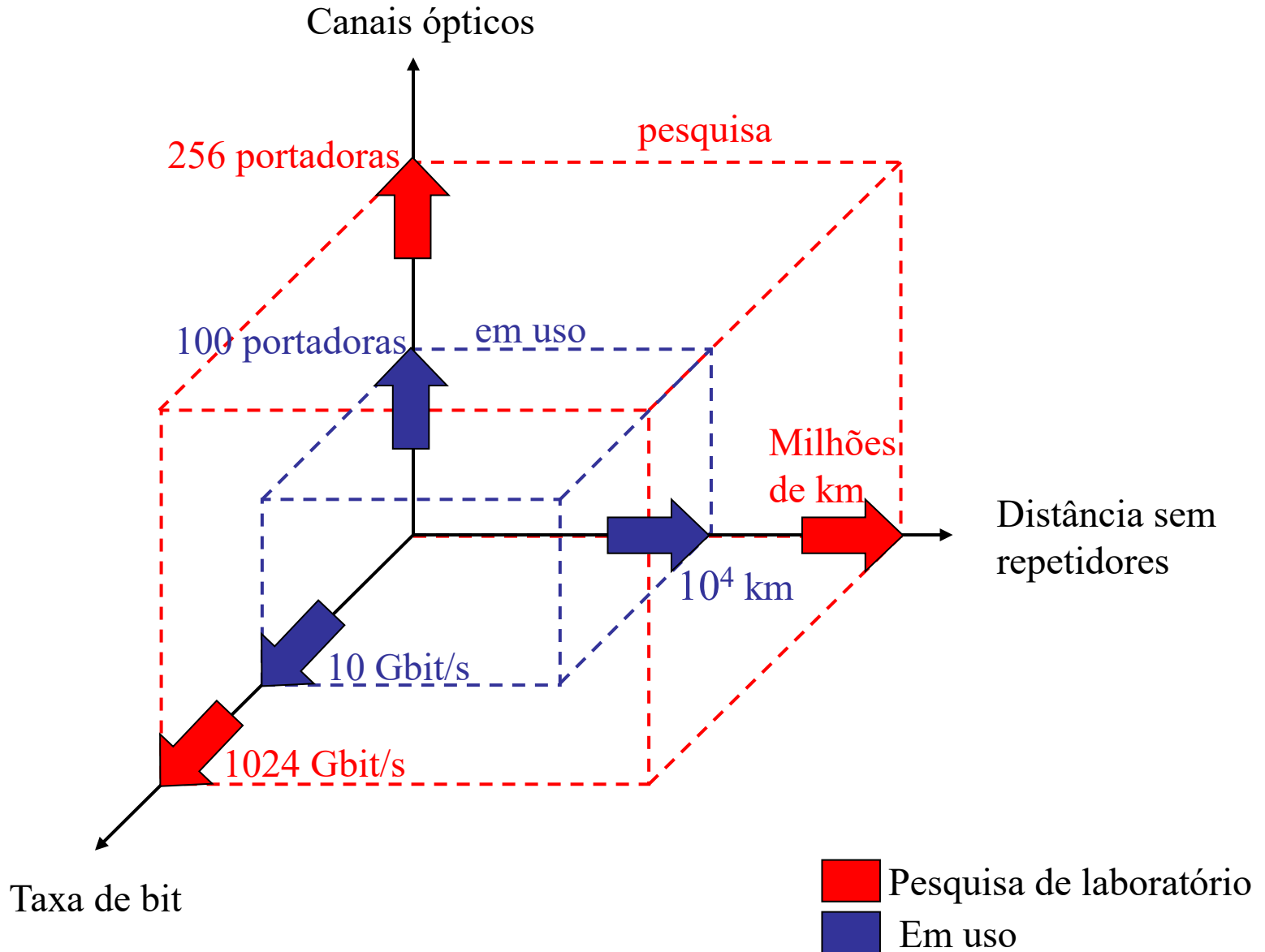
■ Fig. 8.3 (a) A generic optical communication system. (b) Components of an optical transmitter. (c) Components of an optical receiver

Evolução dos sistemas ópticos:

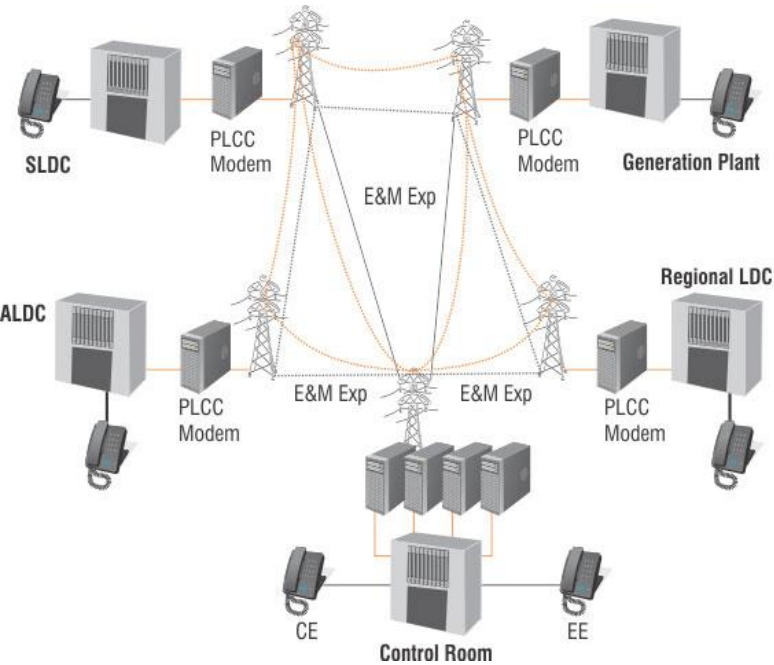
Sistema	Produto taxa de bit por distância (bit/s)*km
Antigo sistema de comunic. ópticos	1
Telégrafo	10
Telefone	10 ³
Cabos coaxiais	10 ⁵
Microondas	10 ⁶
Laser na atmosfera	10 ⁹

Geração	Compr. de onda da fonte(μm)	Taxa de bit (Mb/s)	Espaçamento entre repetidores (km)	Perdas (dB/km)	Existiu até
I	0,8	4,5	10	1	1980
II	1,3	1,7x10 ²	50	<1	1987
III	1,55	1,0x10 ⁴	70	<0,2	1990
IV	1,55	1,0x10 ⁵	100	<0,002	2000
V	1,55	> 1,0x10 ⁹	>100	<0,002	
Soliton					

Evolução dos sistemas ópticos:



Evolução dos sistemas ópticos:



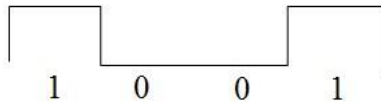
Power Line Carrier Communication - PLCC

— E&M - Express Lines

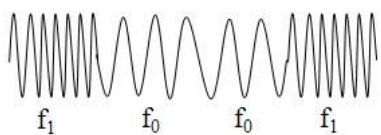
CE: Chief Engineer
 EE: Executive Engineer
 LDC: Load Dispatch Center

Frequency Shift Keying (FSK)

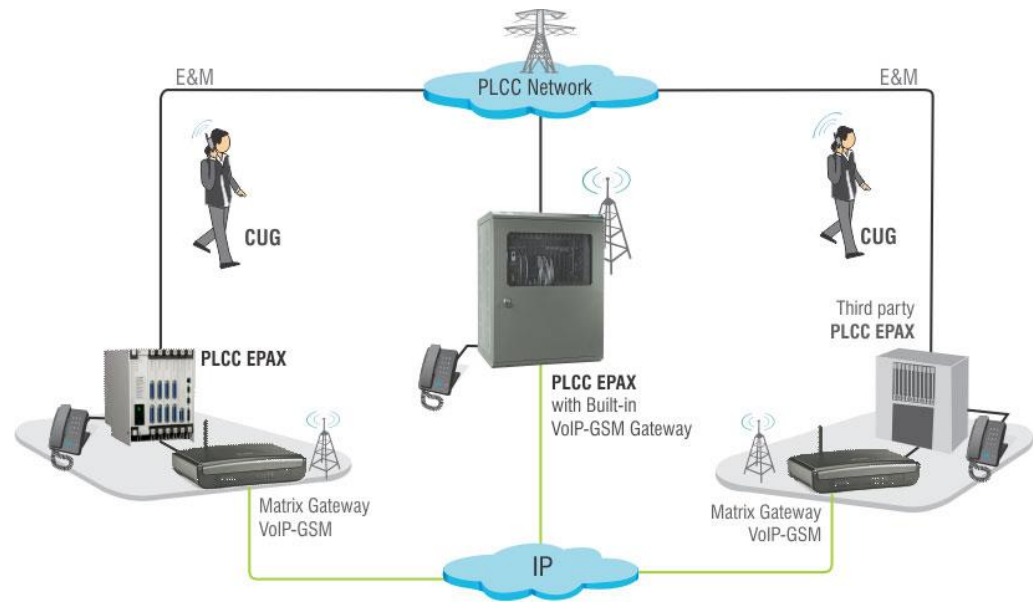
Baseband Data



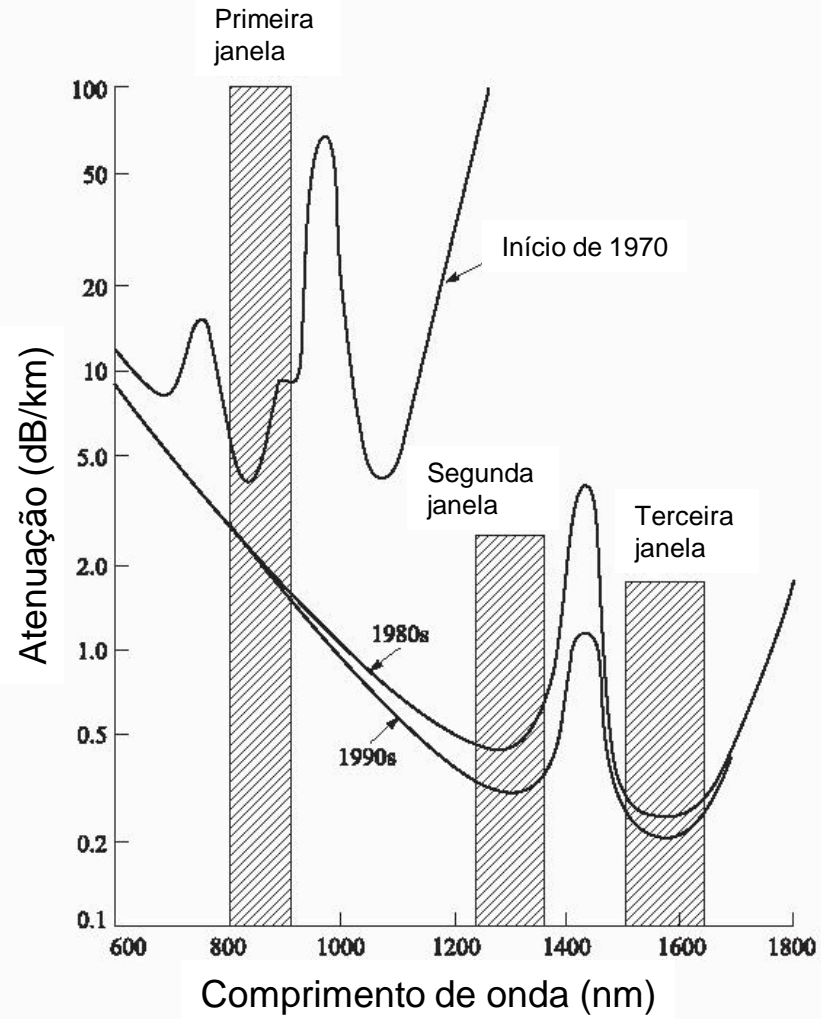
BFSK modulated signal



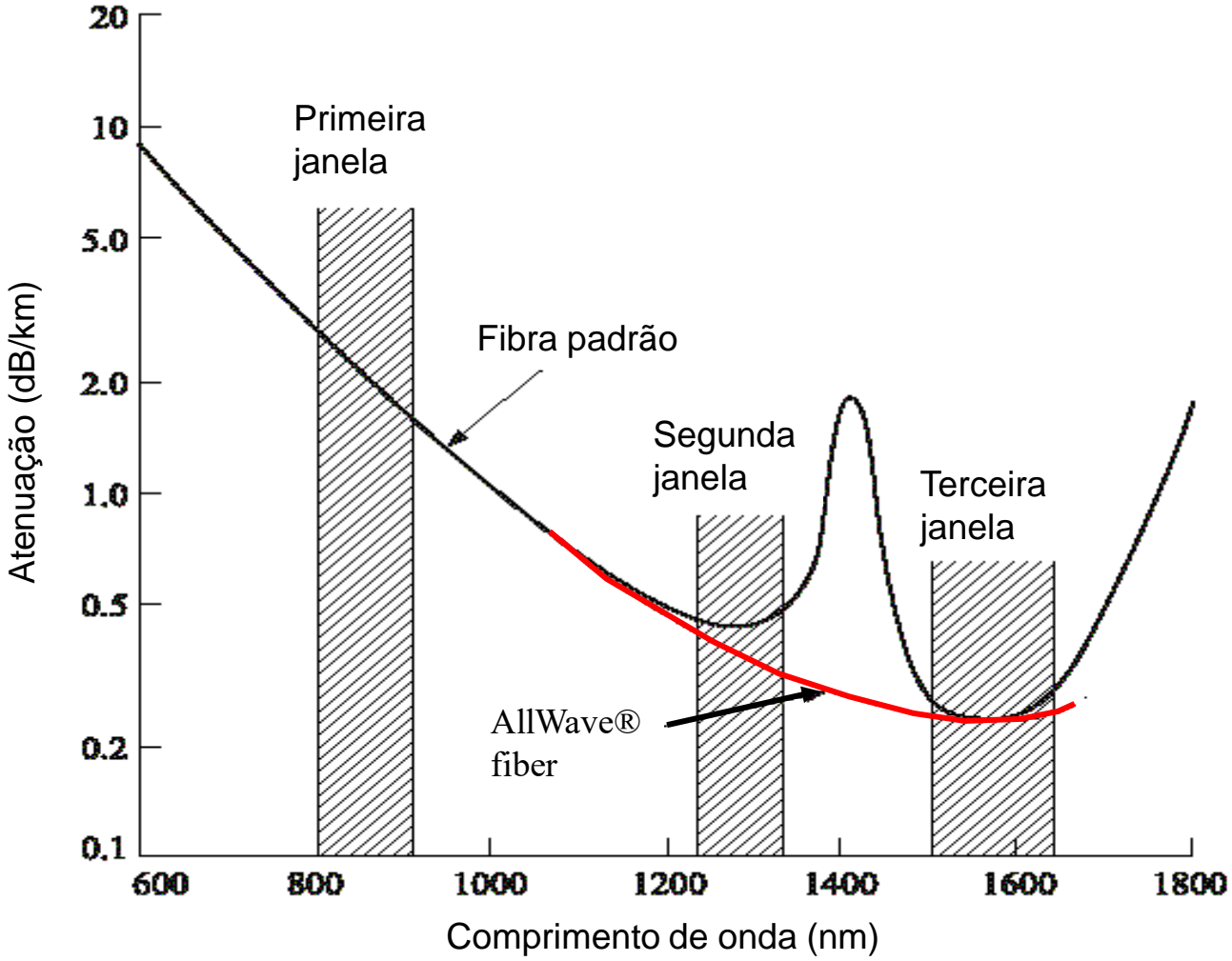
where $f_0 = A \cos(\omega_c - \Delta\omega)t$ and $f_1 = A \cos(\omega_c + \Delta\omega)t$



História da Atenuação

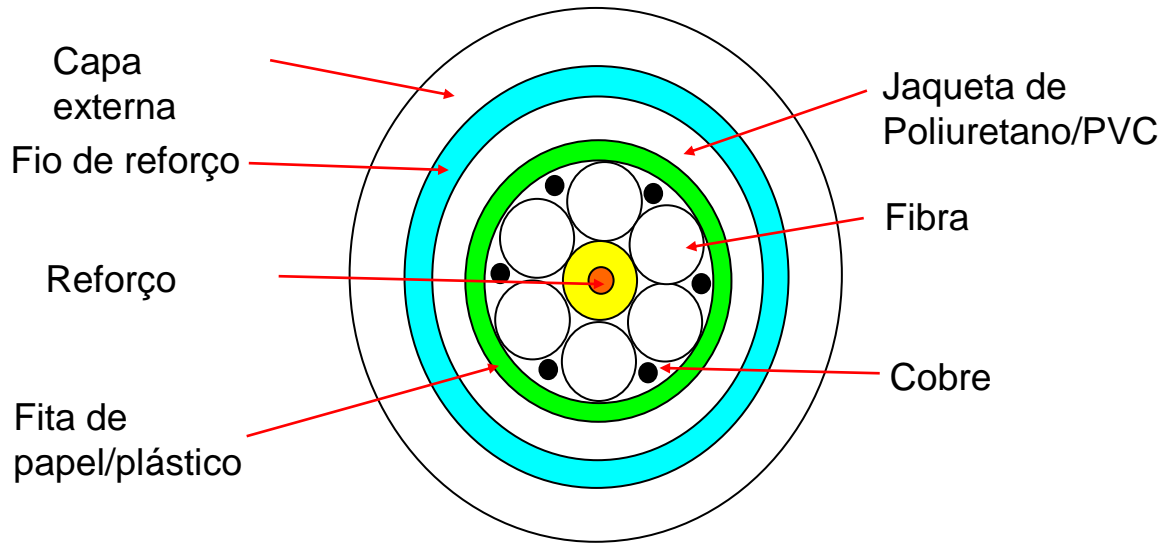


Atenuação - Estado da Arte



Cabo Óptico

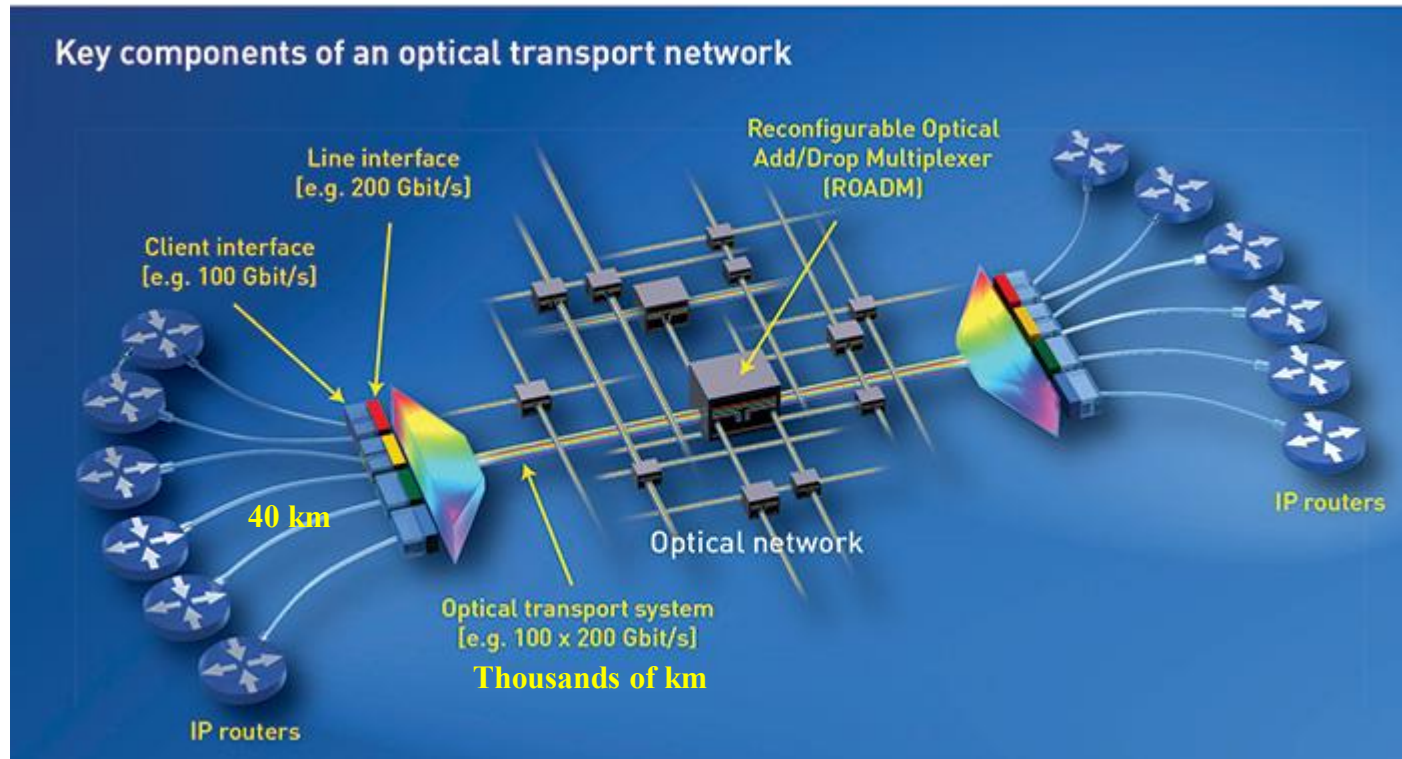
- Para aplicações práticas, a fibra precisa ser encapsulada em um cabo para proteção.



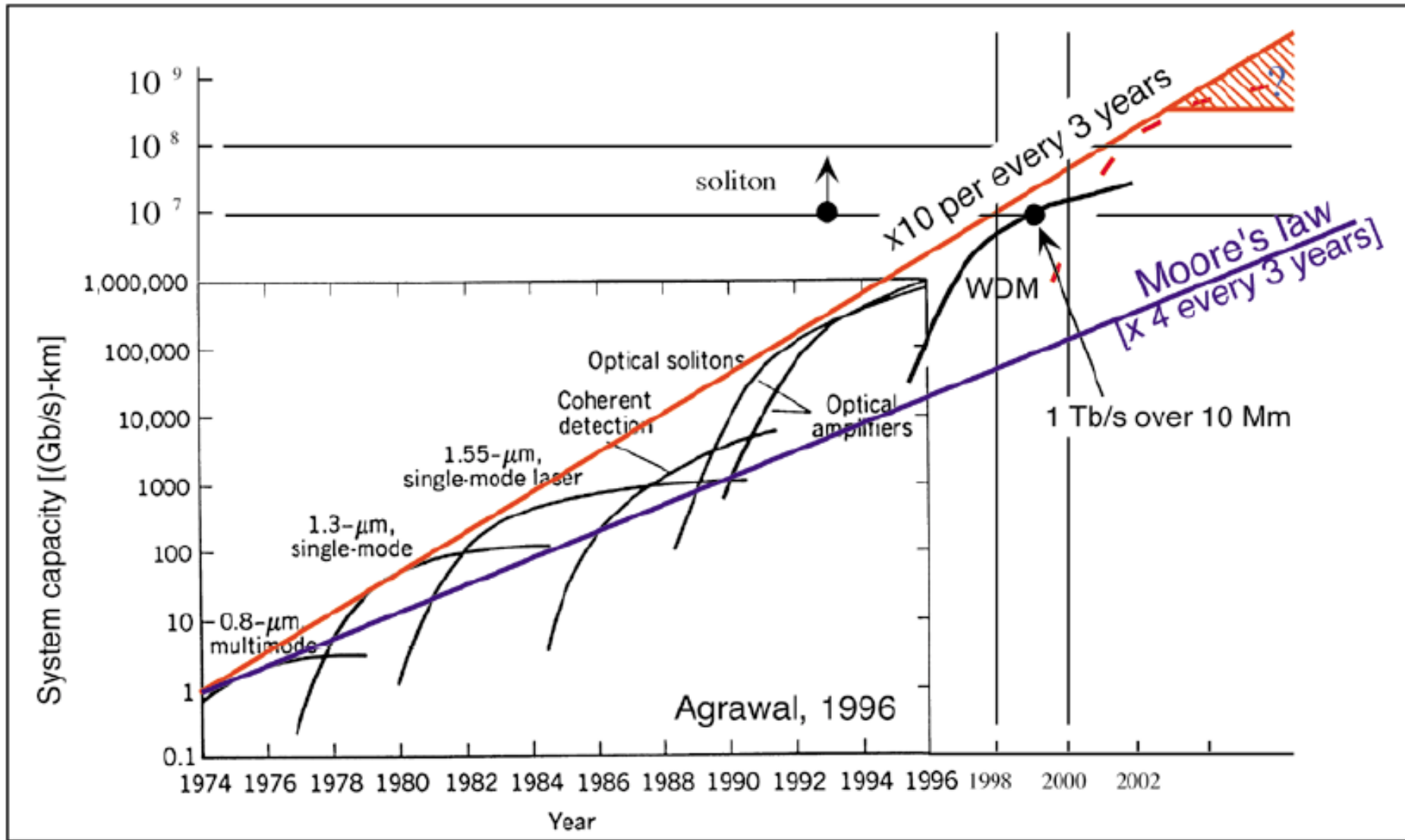
Cabo de seis fibras



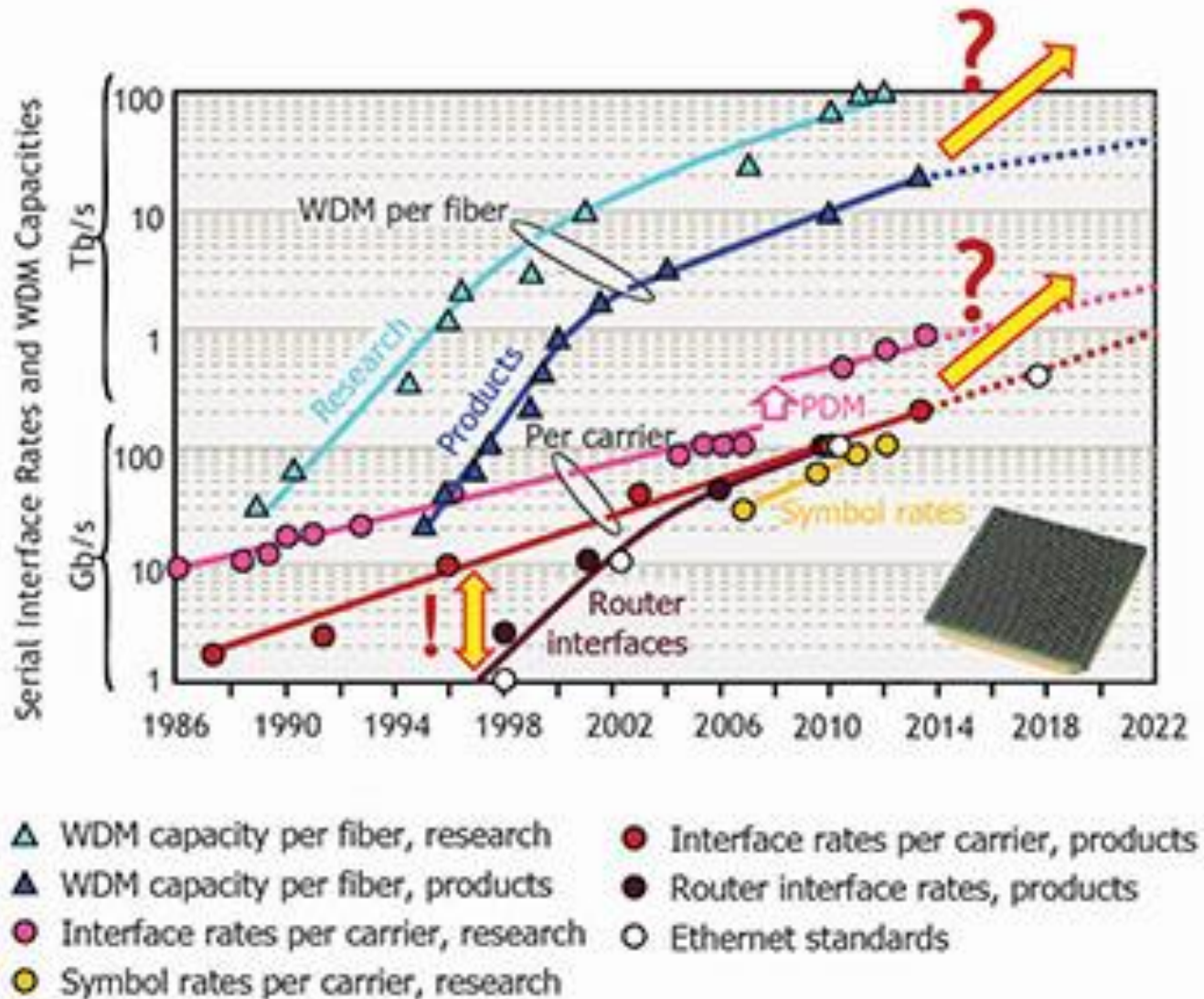
Progresso em Comunicações ópticas:



Progresso em Comunicações ópticas:

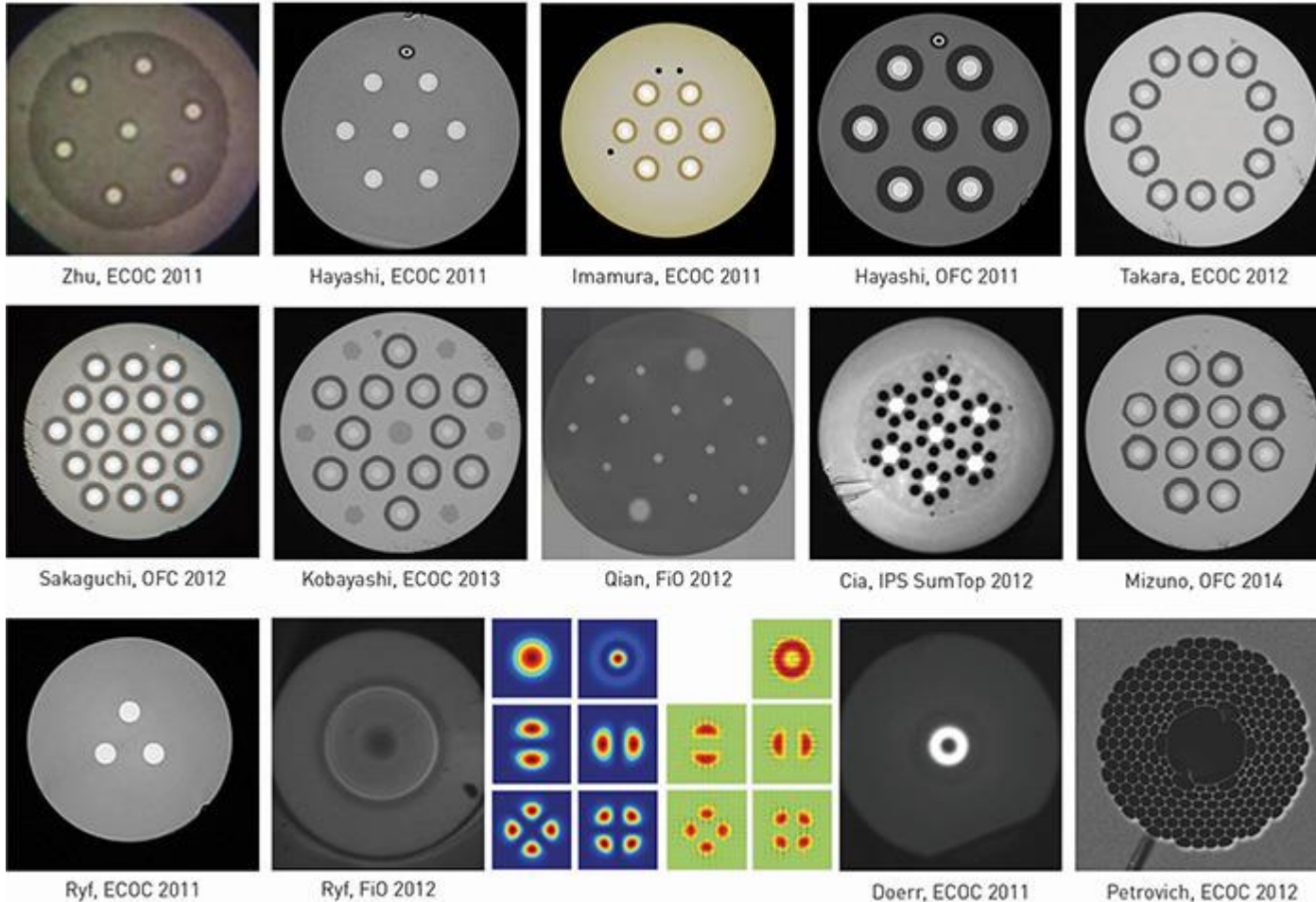


Progresso em Comunicações ópticas:



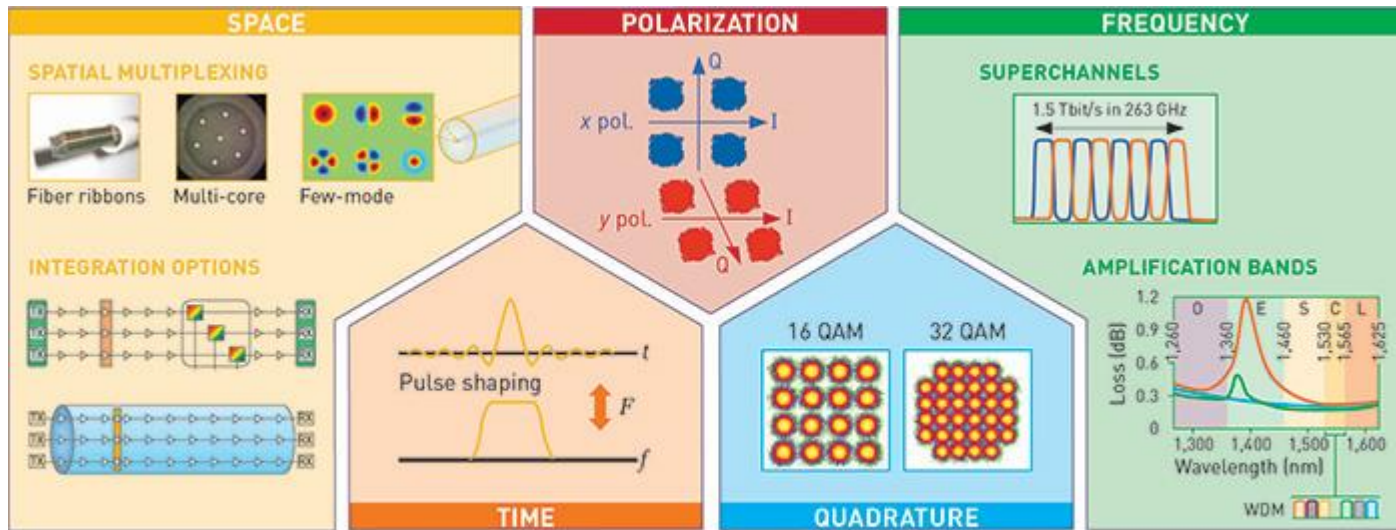
Symbol rate: number of symbol changes, waveform changes, or signaling events, across the transmission medium per time unit using a digitally modulated signal or a line code.

Progresso em Comunicações ópticas:



Some fibers for SDM transmission demonstrated over the past few years

Progresso em Comunicações ópticas (Paralelismo Óptico):

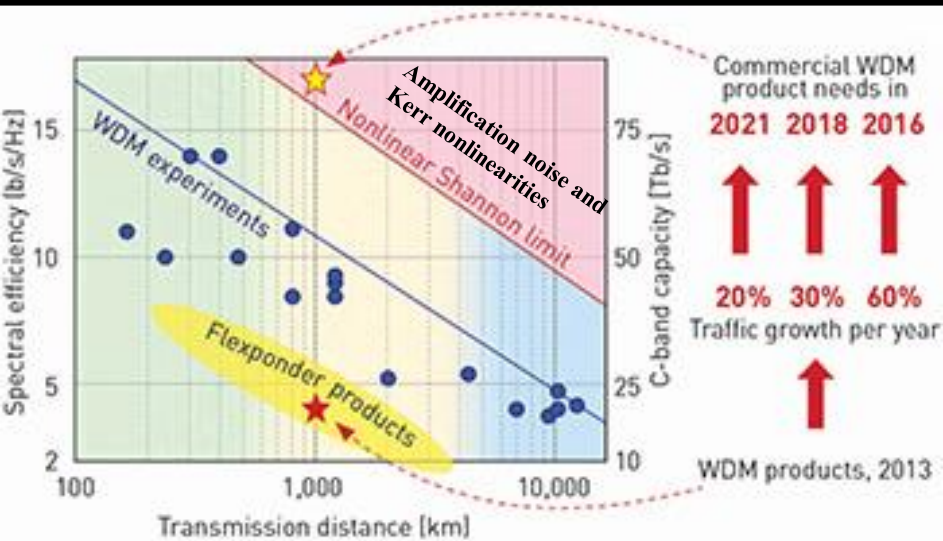


The five physical dimensions and their use in optical modulation and multiplexing

In 2013, leading system integrators started to offer, and leading service providers started to deploy, WDM products that, once fully populated with WDM signals, would support close to 20 Tbit/s over a distance of around 1,000 km. Assuming annual traffic growth rates of 20, 30 or 60 percent, leading-edge service providers will likely demand systems that can scale beyond 75 Tbit/s over the same distance by 2021, 2018 or 2016.

Optical Parallelism: independently modulates the complex optical field's real and imaginary parts—or its in-phase and quadrature components—as well as both polarizations with individual signal streams (polarization division multiplexing, or PDM).

Progresso em Comunicações ópticas:



Running up against the Shannon limit: Spectral efficiency (left scale) and approximate C-band WDM capacity (right scale) versus transmission distance.

Flexponder products: offer dynamic modulation format adaptability, allowing systems to trade off capacity for transmission reach in real time in a software-defined manner.

Shannon Limit: Given a channel with particular bandwidth and noise characteristics, Shannon showed how to calculate the **maximum rate** at which data can be sent over it with **zero error**

Bandwidth Efficiency characterizes how efficiently a system uses its allotted bandwidth and is defined as

$$\eta = \frac{\text{Transmission Rate}}{\text{Channel Bandwidth } W} \text{ [bits/s/Hz]}.$$

From it we calculate the *Shannon limit* as

$$\eta_{\max} = \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right) \text{ [bits/s/Hz]}. \quad (1)$$

Note: In order to calculate η , we must suitably define the channel bandwidth W . One commonly used definition is the 99% bandwidth definition, *i.e.*, W is defined such that 99% of the transmitted signal power falls within the band of width W .

Average Signal Power S can be expressed as

$$S = \frac{kE_b}{T} = RE_b,$$

- E_b is the energy per bit
- k is the number of bits transmitted per symbol
- T is the duration of a symbol
- $R = k/T$ is the transmission rate of the system in bits/s.
- S/N is called the signal-to-noise ratio
- $N = N_0W$ is the total noise power
- N_0 is the one-sided noise power spectral density

we obtain the Shannon limit in terms of the bit energy and noise power spectral density, given by

$$\eta_{\max} = \log_2 \left(1 + \frac{RE_b}{N_0W} \right).$$

This can be resolved to obtain the minimum bit energy required for reliable transmission, called the **Shannon bound**:

$$\frac{E_b}{N_0} \geq \frac{2^{\eta_{\max}} - 1}{\eta_{\max}}, \quad W \rightarrow \infty$$

Progresso em Comunicações ópticas:

Spectral efficiency, defined as the number of bits transmitted in 1s within a 1-Hz bandwidth

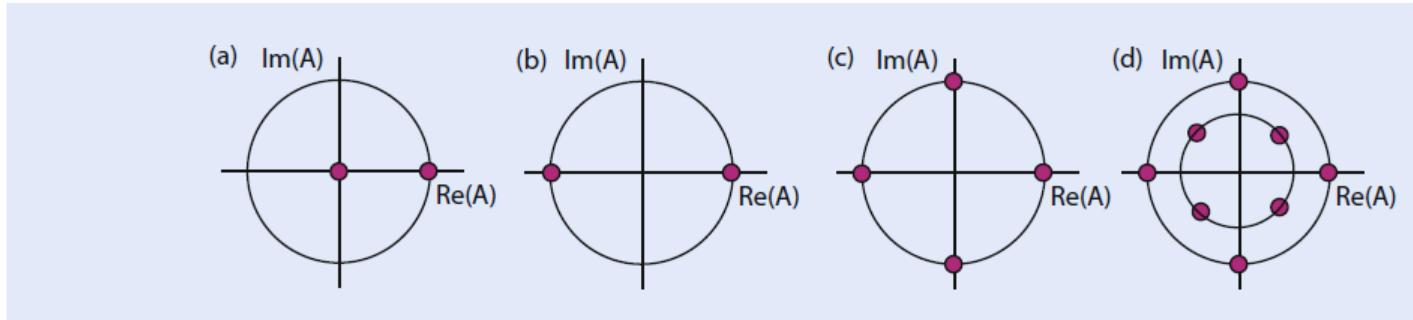


Fig. 8.11 Constellation diagrams for (a) ASK, (b) PSK, (c) QPSK, and (d) multilevel QPSK formats

tation of the electric field associated with the optical signal. As a result, special electronic chips can be designed to process this digital signal that can compensate for the degradation caused by such unavoidable factors as fiber dispersion. One can also implement [error-correcting codes](#) and employ encoder and decoder chips to improve the bit-error rate at the receiver end. A new record was set in 2011 when 64-Tbit/s transmission was realized over 320 km of a single-mode fiber using 640 WDM channels that spanned both the C and L bands with 12.5-GHz channel spacing [20]. Each channel contained two polarization-multiplexed 107-Gbit/s signals coded with a modulation format known as quadrature amplitude modulation. Such techniques are routinely implemented in modern optical communication systems.

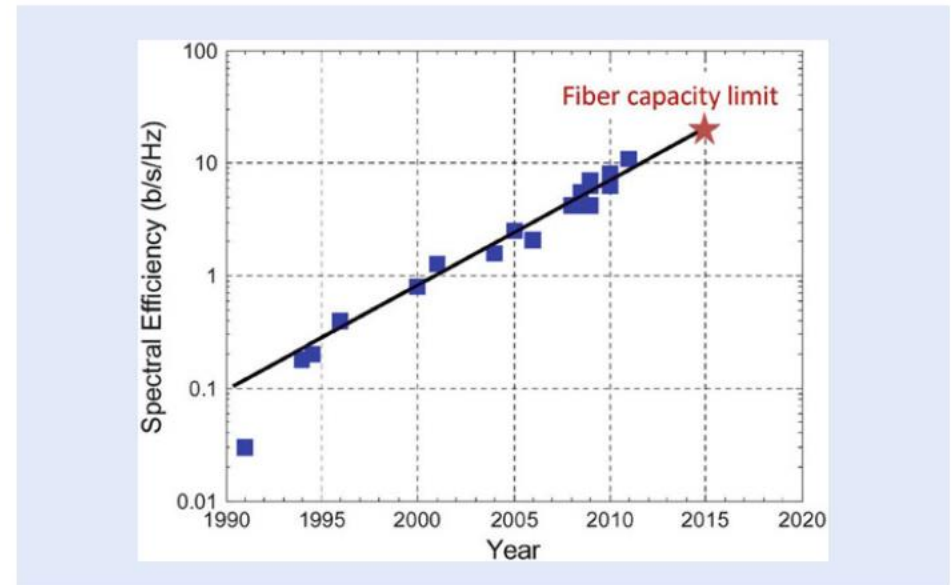


Fig. 8.12 Evolution of spectral efficiency after 1990 through laboratory demonstrations. The red star shows the fundamental capacity limit of optical fibers (after [19]; ©2012 IEEE)

Optics in Our Time

editado por Mohammad D. Al-Amri, Mohamed El-Gomati, M. Suhail Zubairy

Progresso em Comunicações ópticas:

The concept of the channel capacity C was first introduced by Shannon in 1948 paper in which he showed that **the SNR sets the fundamental limit for any linear communication channel** with a finite bandwidth W through the remarkably simple relation

$$C = W \cdot \log_2(1 + SNR).$$

The spectral efficiency ($SE = C/W$) is thus **only limited by the SNR of the received signal** and can, in principle, be **increased indefinitely** by sending more and more powerful signals over the channel.

Unfortunately, this conclusion does not hold for optical fibers that are inherently nonlinear and affect the bit stream propagating through them in a nonlinear fashion.

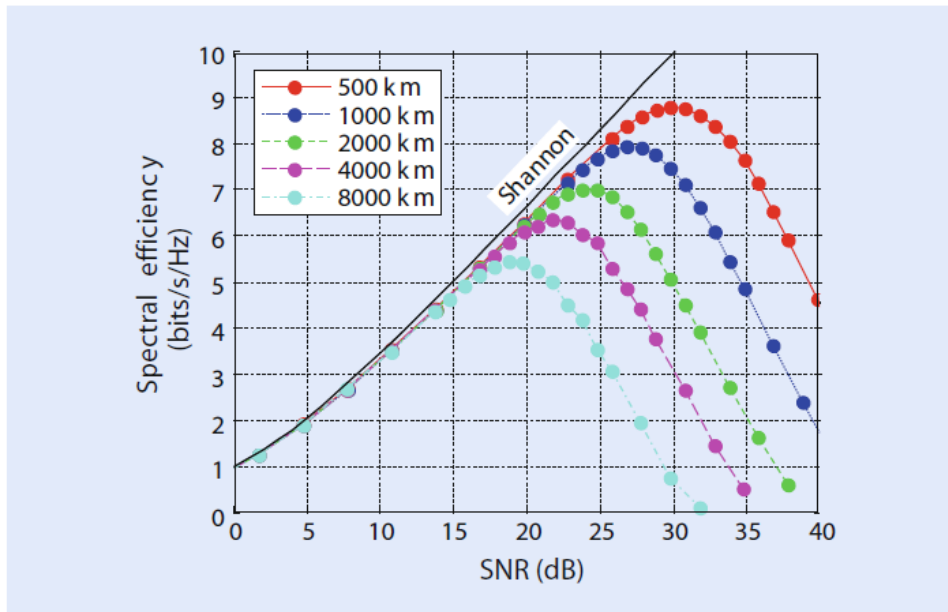


Fig. 8.13 Spectral efficiency as a function of SNR calculated numerically including the nonlinear effects over transmission distances ranging from 500 to 8000 km (after [22]; ©2010 IEEE)

We can use the results shown in Fig. 8.13 to estimate the ultimate capacity of a single-mode fiber. The usable bandwidth of silica fibers in the low-loss window centered around 1550 nm is about 100 nm. This value translates into a channel bandwidth of 12.5 THz. Using this value and a peak spectral efficiency of about 16 bit/s/Hz (assuming polarization-division multiplexing), the maximum capacity of a single-mode fiber is estimated to be 200 Tb/s. This is an enormous number and was thought to be high enough until recently that system designers did not worry about running out of capacity. However, data traffic over fiber-optic networks has experienced a steady growth, doubling every 18 months, since the advent of the Internet in the early 1990s. The growth has even accelerated in recent years owing to the new activities such as video streaming. One way to meet the demand would be to deploy more and more fiber cables. However, this approach will result in a larger and larger fraction of the total electrical power being devoted to supporting optical transport networks. It is estimated that by 2025 the energy demand of modern telecommunication systems will consume a very large fraction of the total US energy budget, unless a way is found to design energy efficient optical networks.

Progresso em Comunicações ópticas:

Space-Division Multiplexing Techniques

- Space-division multiplexing (SDM) **increases the capacity** of fiber-optic communication networks **at a reduced energy cost** per transmitted bit.
- **Employ multimode fibers** such that several WDM bit streams can be transmitted over different modes of the same fiber.
- Since 2010, several record-setting experiments have already been performed. Most of them employing **multicore fibers** in which several cores share the same cladding.
- **Each core is typically designed to support a single mode but that is not a requirement.** Figure 8.14 shows schematically the basic idea behind SDM using the case of a three-core fiber as an example.

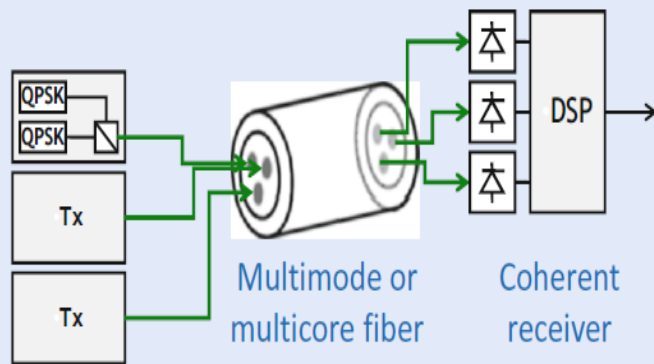


Fig. 8.14 Schematic illustration of the basic idea behind the SDM technique. WDM signals from different transmitters enter different cores or modes of a multimode fiber and are processed at the other end by different coherent receivers; DSP stands for digital signal processing (courtesy of S. Mumtaz)

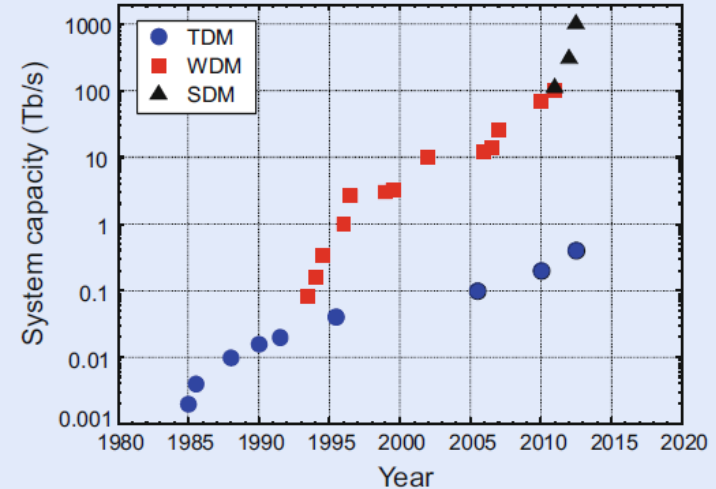
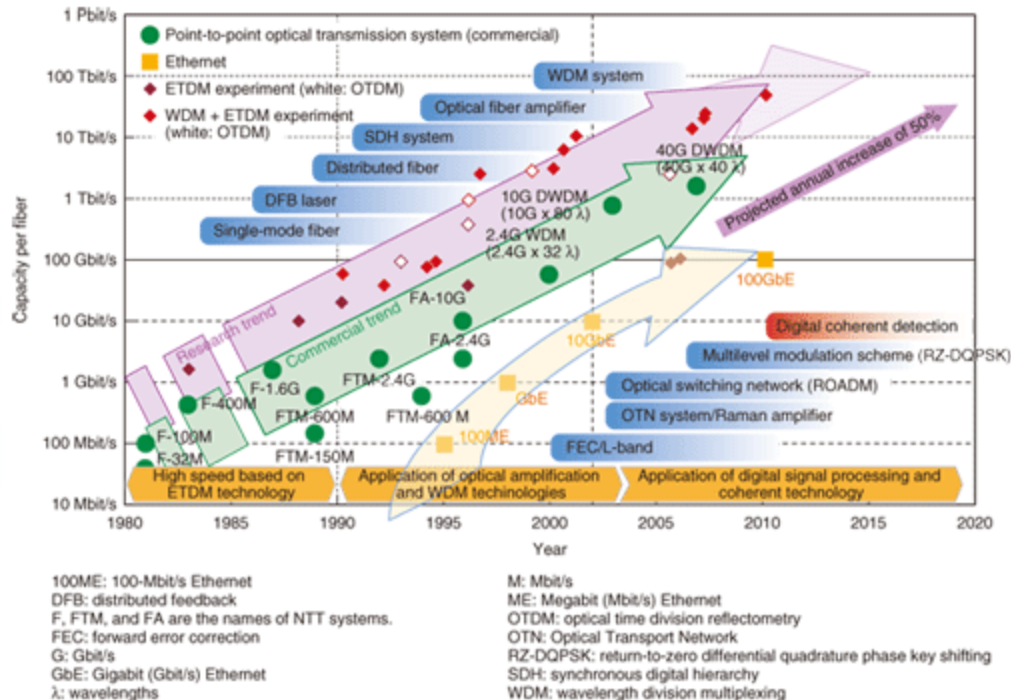
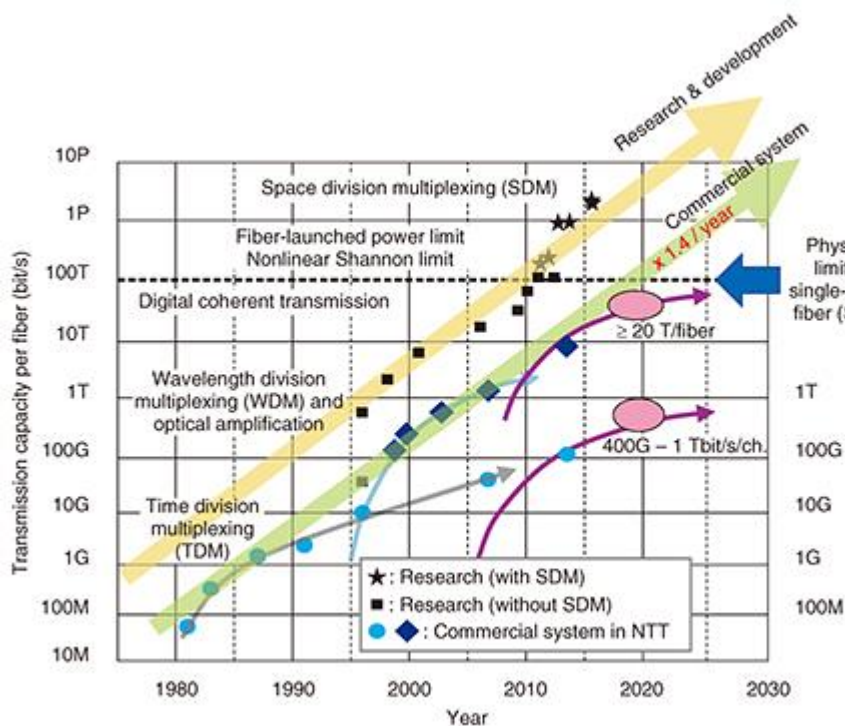
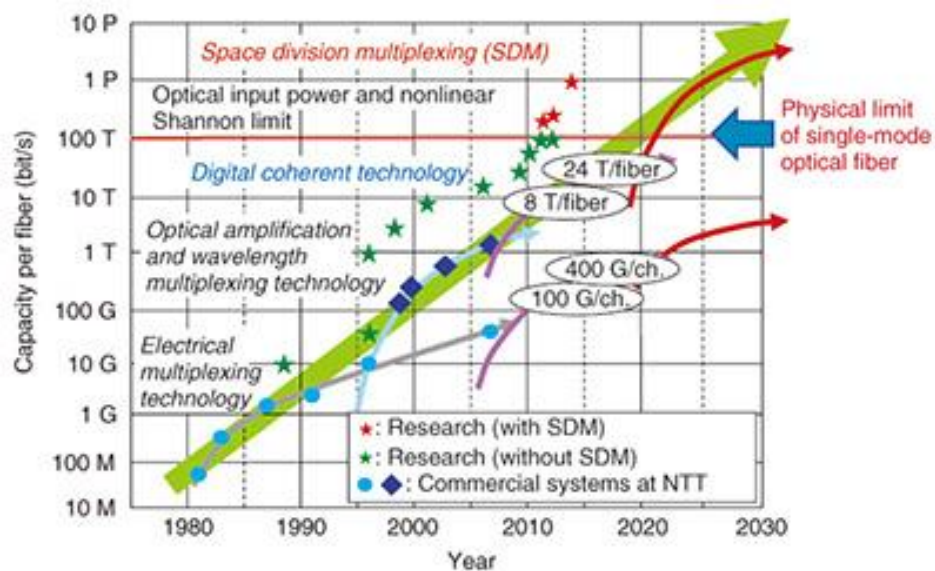
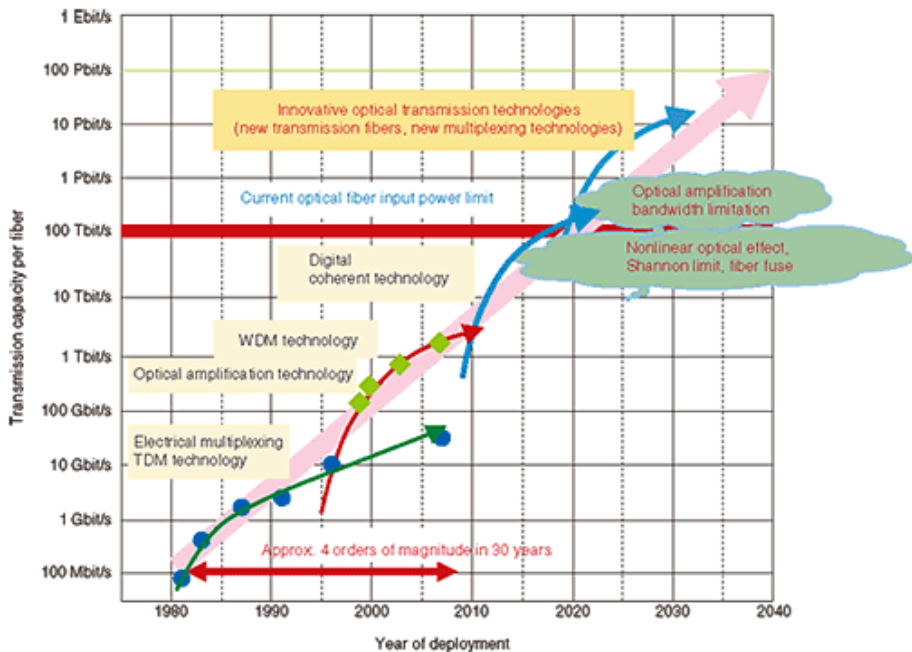


Fig. 8.15 Increase in the capacity of optical communication systems (on a logarithmic scale) realized from 1980 to 2015 using three different multiplexing techniques. Note the change in the slope around 1995 and 2011 when the WDM and SDM techniques were adopted (courtesy of R.J. Essiambre)

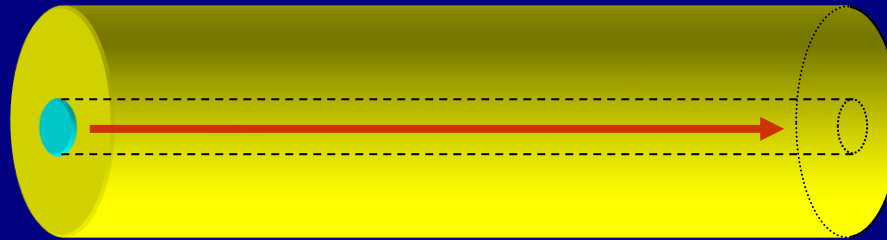
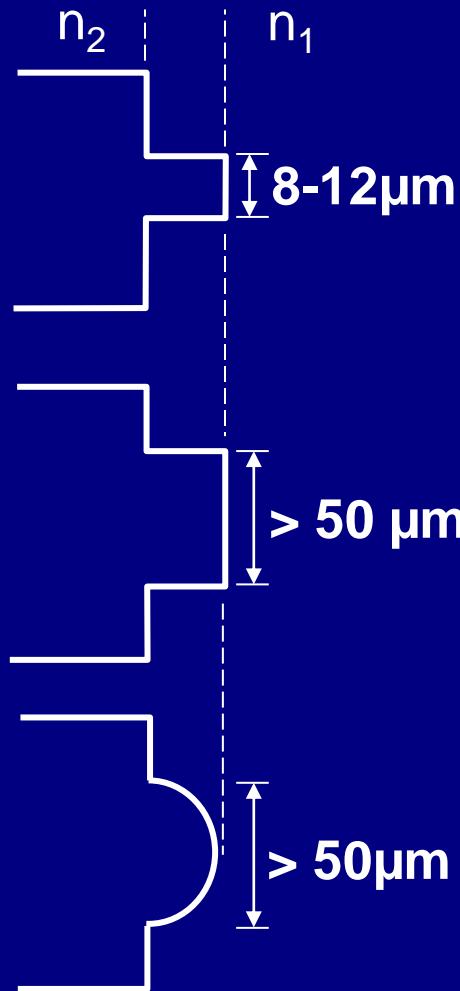
Progresso em Comunicações ópticas:

Similar to the case of WDM technology, the implementation of SDM requires not only new types of fibers but also many other active and passive optical components such as mode multiplexers/demultiplexers and fiber amplifiers that can amplify signals in all modes/cores simultaneously. A lot of progress has been made since 2010 in realizing such devices and many laboratory demonstrations have shown the potential of SDM for enhancing the system capacity [23–26]. ■ Figure 8.15 shows how the capacity of optical communication systems has evolved over a period ranging from 1980 to 2015 and covering all six generations. Single-wavelength systems, employing TDM in the electrical domain, started with a capacity of under 100 Mbit/s in the 1980s and were operating at 10 Gb/s around 1990. The advent of WDM in the early 1990 led to a big jump in the system capacity and subsequent adoption of coherent detection with digital signal processing allowed the capacity to reach 64 Tbit/s by the year 2010 [20]. Further increase in system capacity required the adoption of SDM. In a 2012 experiment, SDM was used to demonstrate data transmission at 1000 Tbit/s (or 1 Pbit/s) by employing a 12-core fiber [24]. Each fiber core carried 222 WDM channels, and each wavelength transmitted a 380-Gbit/s bit stream over a 52-km-long multicore fiber with a spectral efficiency of 7.6 bit/s/Hz.

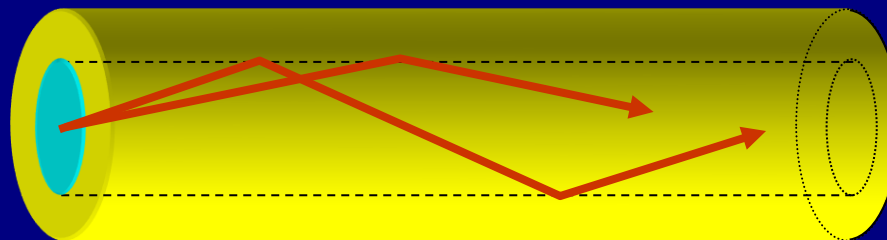
The simplest SDM case corresponds to a multicore fiber whose cores are far enough apart that they experience little coupling. In this situation, WDM signals in each core travel independently, and the situation is analogous to using separate fibers. Indeed, most high-capacity experiments have employed this configuration through multicore fibers with 7, 12, or 19 cores. In a second category of experiments single-core fibers supporting a few spatial modes are employed [23]. In this case, modes become invariably coupled, both linearly and nonlinearly, since all channels share the same physical path. Degradations induced by linear coupling are then removed at the receiver end through digital signal processing. In a 2015 experiment, a fiber supporting 15 spatial modes was used to transmit 30 - polarization-multiplexed channels over 23 km [27].



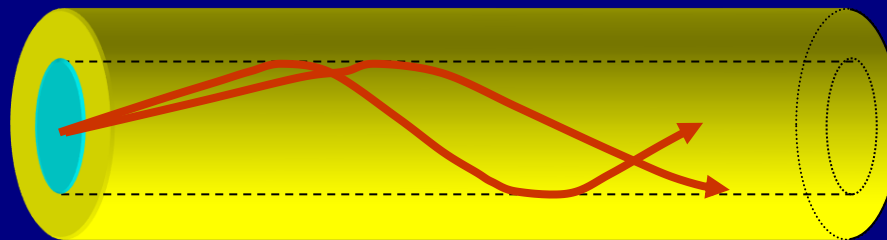
Tipos mais Comuns de Fibras Ópticas



**Monomodo
Índice Degrau**

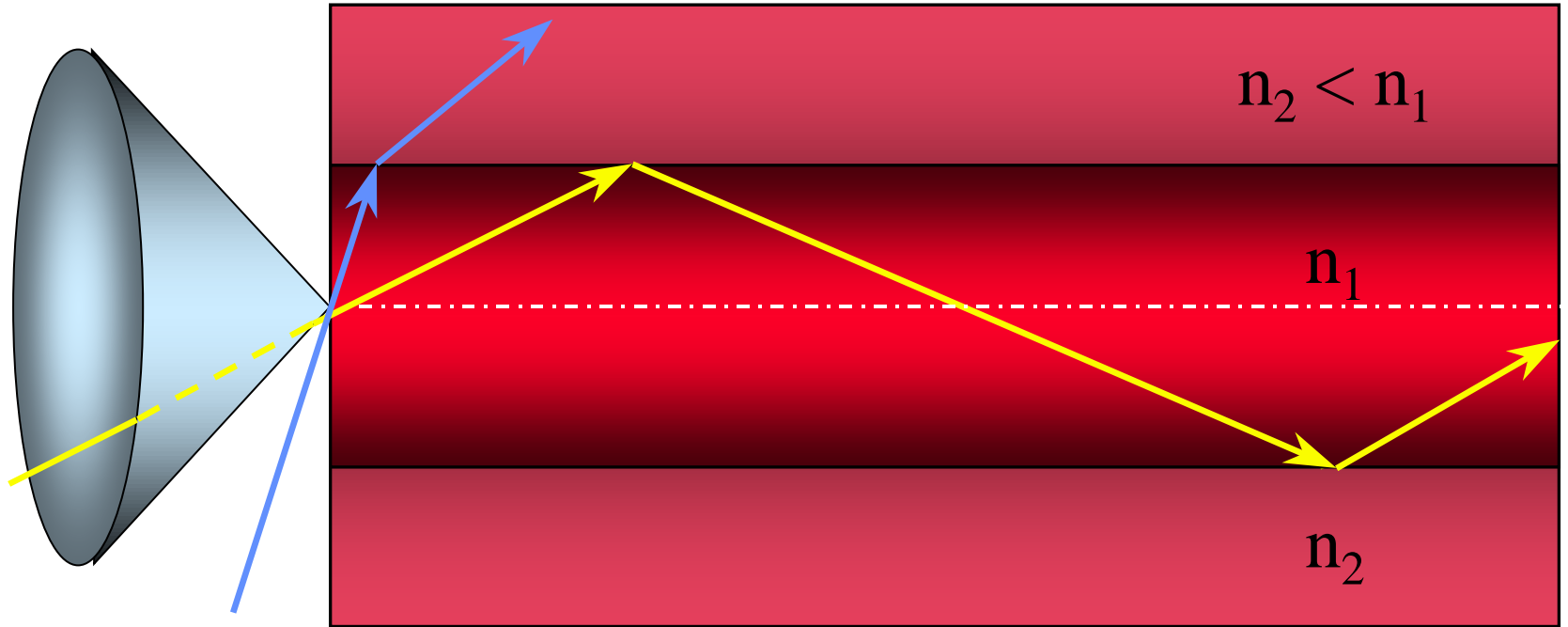


**Multimodo
Índice Degrau**



**Multimodo
Índice Gradual**

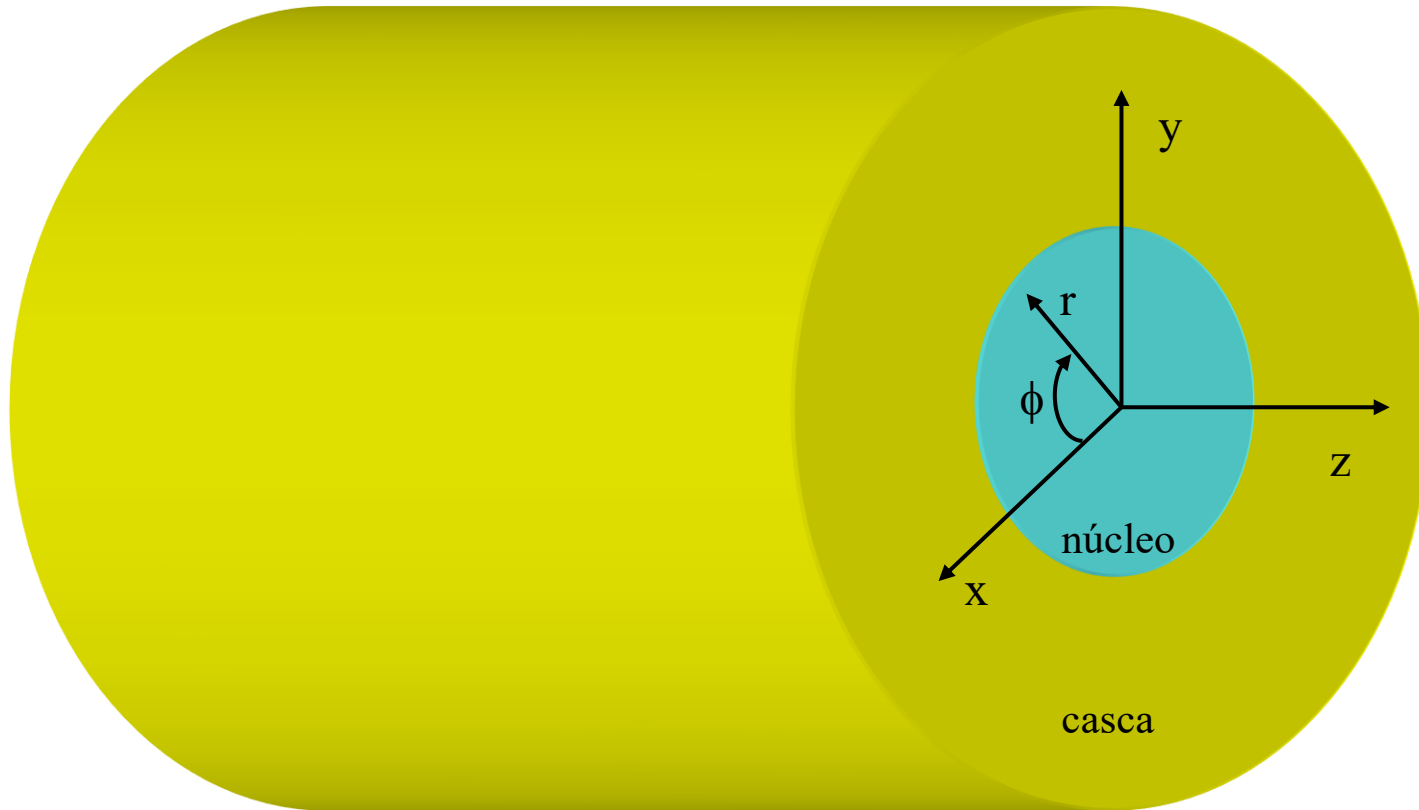
Cone de aceitação



Cone de
aceitação

Abertura Numérica:
 $NA = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2}$

Formulação Matemática:



Derivação completa será apresentada no quadro.

Formulação Matemática:

A fibra óptica é um guia de onda cilíndrico formado, tipicamente, por um núcleo com diâmetros variando entre 10 e 50 μm , e uma casca com diâmetro variando entre 125 e 400 μm . O procedimento de análise de uma fibra óptica é similar ao de guias de ondas retangulares, com a diferença de que as coordenadas agora são cilíndricas. Sendo assim, para uma onda eletromagnética se propagando na direção z , temos

$$\bar{E} = E_0(r, \phi) e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (1)$$

$$\bar{H} = H_0(r, \phi) e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (2)$$

Nas equações acima o parâmetro que mais nos interessa é a constante de propagação longitudinal β .

Esta constante de propagação será determinada nos mesmos moldes daquelas dos guias retangulares, o que requer o casamento das componentes tangenciais de campos elétrico e magnético na interface entre o núcleo e a casca da fibra.

Formulação Matemática:

Substituindo as equações (1) e (2) nas equações de Maxwell, resulta

$$\frac{1}{r} \left(\frac{\partial E_z}{\partial \phi} + jr\beta E_\phi \right) = -j\omega\mu H_r \quad (3)$$

$$j\beta E_r + \frac{\partial E_z}{\partial r} = j\omega\mu H_\phi \quad (4)$$

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (rE_\phi) - \frac{\partial E_r}{\partial \phi} \right] = -j\omega\mu H_z \quad (5)$$

$$\frac{1}{r} \left(\frac{\partial H_z}{\partial \phi} + jr\beta H_\phi \right) = j\omega\varepsilon E_r \quad (6)$$

$$j\beta H_r + \frac{\partial H_z}{\partial r} = -j\omega\varepsilon E_\phi \quad (7)$$

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (rH_\phi) - \frac{\partial H_r}{\partial \phi} \right] = j\omega\varepsilon E_z \quad (8)$$

Formulação Matemática:

As equações anteriores podem ser trabalhadas de forma que todas as componentes de campo sejam escritas em termos de E_z e H_z apenas, ou seja

$$E_r = -\frac{j}{q^2} \left[\beta \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{\omega \mu}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} \right] \quad (9)$$

$$E_\phi = -\frac{j}{q^2} \left[\frac{\beta}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \omega \mu \frac{\partial H_z}{\partial r} \right] \quad (10)$$

$$H_r = -\frac{j}{q^2} \left[\beta \frac{\partial H_z}{\partial r} - \frac{\omega \varepsilon}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} \right] \quad (11)$$

$$H_\phi = -\frac{j}{q^2} \left[\frac{\beta}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} + \omega \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial r} \right] \quad (12)$$

$$\text{Onde: } q^2 = k^2 - \beta^2 \quad k^2 = \omega^2 \mu \varepsilon$$

Substituindo (10) e (11) na equação (8) resulta na seguinte equação de onda em coordenadas cilíndricas para campo elétrico

Formulação Matemática:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \phi^2} + q^2 E_z = 0 \quad (13)$$

Substituindo (9) e (10) na equação (5) resulta na seguinte equação para campo magnético

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial \phi^2} + q^2 H_z = 0 \quad (14)$$

As soluções de (13) e (14) podem ser classificadas de acordo com o número de componentes de campo longitudinais presentes da seguinte forma:

- 1) se $E_z=0$, os modos assim obtidos são denominados modos elétricos transversais, ou modos TE;
- 2) se $H_z=0$, os modos são denominados modos magnéticos transversais, ou modos TM;
- 3) se E_z e H_z são ambos diferentes de zero, os modos são denominados modos híbridos, podendo ser separados em modos EH (se E_z é a componente mais significativa) e modos HE (se H_z é a componente mais significativa).

Formulação Matemática:

A expansão a seguir refere-se apenas à solução da equação (13), uma vez que (14) pode ser resolvida de forma análoga.

Para fibras com perfil de índice gradual, o leitor é referido ao ótimo livro de Gerd Keiser intitulado “*Optical Fiber Communications*”.

A solução de (13) é obtida mais facilmente se utilizarmos o conceito de separação de variáveis.

Como pode ser observado na equação (1), a componente E_z é uma função de r, ϕ, z e t . Ao utilizarmos separação de variáveis estamos supondo que as variações ao longo de r, ϕ, z e t não apresentam nenhuma dependência entre si. Sendo assim, podemos escrever uma solução para a componente E_z como sendo:

Formulação Matemática:

$$E_z = E_0 R(r) F(\phi) e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (15)$$

Vale lembrar que a dependência em relação ao tempo e a z já foram definidas em (1) e (2). Em virtude da geometria circular da fibra, sabemos que cada componente de campo elétrico e magnético não pode apresentar variação se a coordenada ϕ apresentar uma rotação de 2π . Portanto, podemos supor que a função $F(\phi)$ apresenta uma variação periódica da forma:

$$F(\phi) = e^{j\nu\phi} \quad (16)$$

onde ν é um número inteiro positivo ou negativo. Substituindo (16) em (15) e a expressão resultante em (13), temos

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} + \left(q^2 - \frac{\nu^2}{r^2} \right) R = 0 \quad (17)$$

O leitor mais atento irá observar que esta é a equação diferencial para as funções de Bessel.

Formulação Matemática:

A utilização de funções de Bessel simplifica razoavelmente nosso trabalho uma vez que suas soluções são funções já tabeladas que podem ser encontradas em vários livros de tabelas matemáticas. A solução de (17) deve ser obtida tanto **dentro** quanto **fora** do núcleo da fibra, e para cada região uma função de Bessel específica deve ser utilizada. Como sabemos, na região do **núcleo** da fibra os campos devem apresentar **oscilação** enquanto que na **casca** devem apresentar **decaimento exponencial**. No primeiro caso, oscilação, a função de Bessel a ser utilizada é a $J_n(z)$ e no segundo, decaimento, a função é a $K_n(z)$.

As funções de Bessel a serem utilizadas nesta derivação são mostradas a seguir.

Formulação Matemática: (Funções de Bessel)

No núcleo: $r < a$

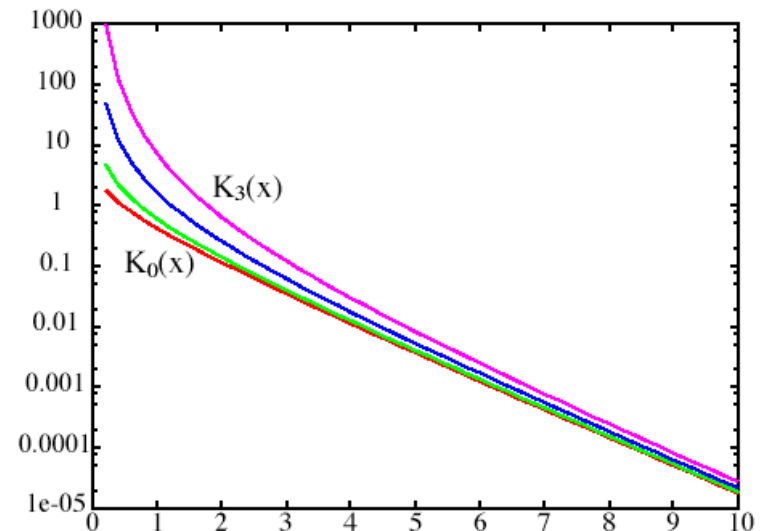
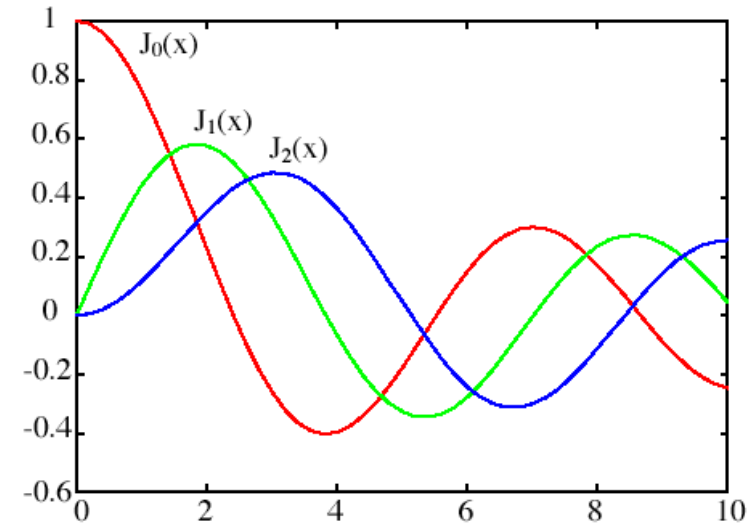
Oscilatório

$$u = \sqrt{k_0^2 n_1^2 - \beta^2}$$

Na casca: $r > a$

Decaimento exponencial

$$w = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_2^2}$$



Obs.: As variáveis u e w serão definidas a seguir.

Formulação Matemática:

Assim, para uma fibra cujo raio do núcleo é a , a solução para $r < a$ (**dentro do núcleo**) para campo elétrico e magnético pode ser escrita como:

$$E_z(\mathbf{r}) = AJ_v(ur) e^{j\nu\phi} e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (18)$$

$$H_z(\mathbf{r}) = BJ_v(ur) e^{j\nu\phi} e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (19)$$

Onde:

A e B são constantes arbitrárias

$$u = \sqrt{k_1^2 - \beta^2}$$

$$k_1 = k_0 n_1$$

$$k_0 = 2\pi/\lambda$$

λ é o comprimento de onda da luz no vácuo

n_1 é o índice de refração do núcleo

Formulação Matemática:

Na região da **casca** ($\mathbf{r} > \mathbf{a}$), temos

$$E_z(r) = CK_\nu(wr) e^{j\nu\phi} e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (20)$$

$$H_z(r) = DK_\nu(wr) e^{j\nu\phi} e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (21)$$

Onde:

C e D são constantes arbitrárias

$$w = \sqrt{\beta^2 - k_2^2}$$

$$k_2 = k_0 n_2$$

n_2 é o índice de refração da casca

Formulação Matemática:

Para que as funções de Bessel J e K descrevam o comportamento do campo corretamente, ou seja, oscilação no núcleo e decaimento exponencial na casca da fibra, as constantes de propagação w e u devem ambas ser puramente reais. Isto impõe uma restrição na faixa de variação possível para a constante de propagação β da seguinte forma

$$k_0 n_2 \leq \beta \leq k_0 n_1$$

Qualquer valor for a desta faixa irá produzir valores puramente imaginários para w e/ou u . O próximo passo consiste em promover o casamento das condições de contorno das componentes tangenciais à interface núcleo-casca. Isto nos permitirá obter uma equação transcendental onde a única variável a ser determinada é a constante de propagação longitudinal β .

Formulação Matemática:

As componentes tangenciais em um guia de onda cilíndrico como a fibra são: E_ϕ e E_z para as componentes de campo elétrico, e H_ϕ e H_z para as componentes de campo magnético.

As equações (18)-(21) já representam as componentes tangenciais na direção z e podem ser utilizadas diretamente.

Já as componentes tangenciais em ϕ devem ser obtidas a partir das equações (10) para campo elétrico, e (12) para o campo magnético.

Assim, o casamento das componentes tangenciais deve se proceder em $\mathbf{r} = \mathbf{a}$, uma vez que esta é a única interface em uma fibra óptica. Assim, a expansão deve ser feita seguindo a seguinte receita:

Formulação Matemática (Condições de Contorno):

$$E_z^{nucleo}(r = a) = E_z^{casca}(r = a)$$

$$E_\phi^{nucleo}(r = a) = E_\phi^{casca}(r = a)$$

$$H_z^{nucleo}(r = a) = H_z^{casca}(r = a)$$

$$H_\phi^{nucleo}(r = a) = H_\phi^{casca}(r = a)$$

O casamento das condições de contorno é trivial e segue o mesmo processo que foi detalhado para guias de ondas retangulares e será, portanto, omitido aqui. O leitor interessado em acompanhar todos os passos da expansão deve se referir ao capítulo 2 do livro do Keiser. Uma vez concluído o casamento das componentes tangenciais, as equações resultantes também poderão ser escritas em forma matricial.

Formulação Matemática

$$\begin{bmatrix} J_\nu(ua) & 0 & -K_\nu(wa) & 0 \\ \frac{\beta\nu}{au^2} J_\nu(ua) & \frac{j\omega\mu}{u} J'_\nu(ua) & \frac{\beta\nu}{aw^2} K_\nu(wa) & \frac{j\omega\mu}{w} K'_\nu(wa) \\ 0 & J_\nu(ua) & 0 & -K_\nu(wa) \\ -\frac{j\omega\varepsilon_1}{u} J'_\nu(ua) & \frac{\beta\nu}{au^2} J_\nu(ua) & -\frac{j\omega\varepsilon_2}{w} K'_\nu(wa) & \frac{\beta\nu}{aw^2} K_\nu(wa) \end{bmatrix} = 0$$

Fazendo o determinante da matriz dos coeficientes igual a zero resulta na seguinte equação transcendental para a constante de propagação β

Formulação Matemática:

Fazendo o determinante da matriz dos coeficientes igual a zero resulta na seguinte equação transcendental para a constante de propagação β

$$\left(\frac{J'_\nu(ua)}{uJ_\nu(ua)} + \frac{K'_\nu(wa)}{wK_\nu(wa)} \right) \cdot \left(k_1^2 \frac{J'_\nu(ua)}{uJ_\nu(ua)} + k_2^2 \frac{K'_\nu(wa)}{wK_\nu(wa)} \right) = \left(\frac{\beta v}{a} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{u^2} + \frac{1}{w^2} \right)^2 \quad (22)$$

Apesar de sua aparência complicada, a única variável desconhecida nesta equação é β , que por sua vez pode ser facilmente obtida com qualquer rotina para se encontrar raízes de funções. A função de Bessel J_ν apresenta um comportamento oscilatório, como já foi mencionado anteriormente. Isto irá fazer com que, **para um determinado valor de v** , existam **m raízes** possíveis para esta equação.

Por esta razão, as constantes de propagação longitudinal são melhor definidas em termos destes dois sub-índices, ou seja, β_{vm} .

Portanto, os modos propagantes correspondendo a cada uma destas constantes de propagação são assim denominados: TE_{vm} , TM_{vm} , HE_{vm} e EH_{vm} .

Em uma fibra óptica todos os modos são híbridos ($E_z \neq 0$ e $H_z \neq 0$), exceto aqueles nos quais $v = 0$.

Formulação Matemática:

Quando $v = 0$, a equação (22) reduz-se à seguinte forma:

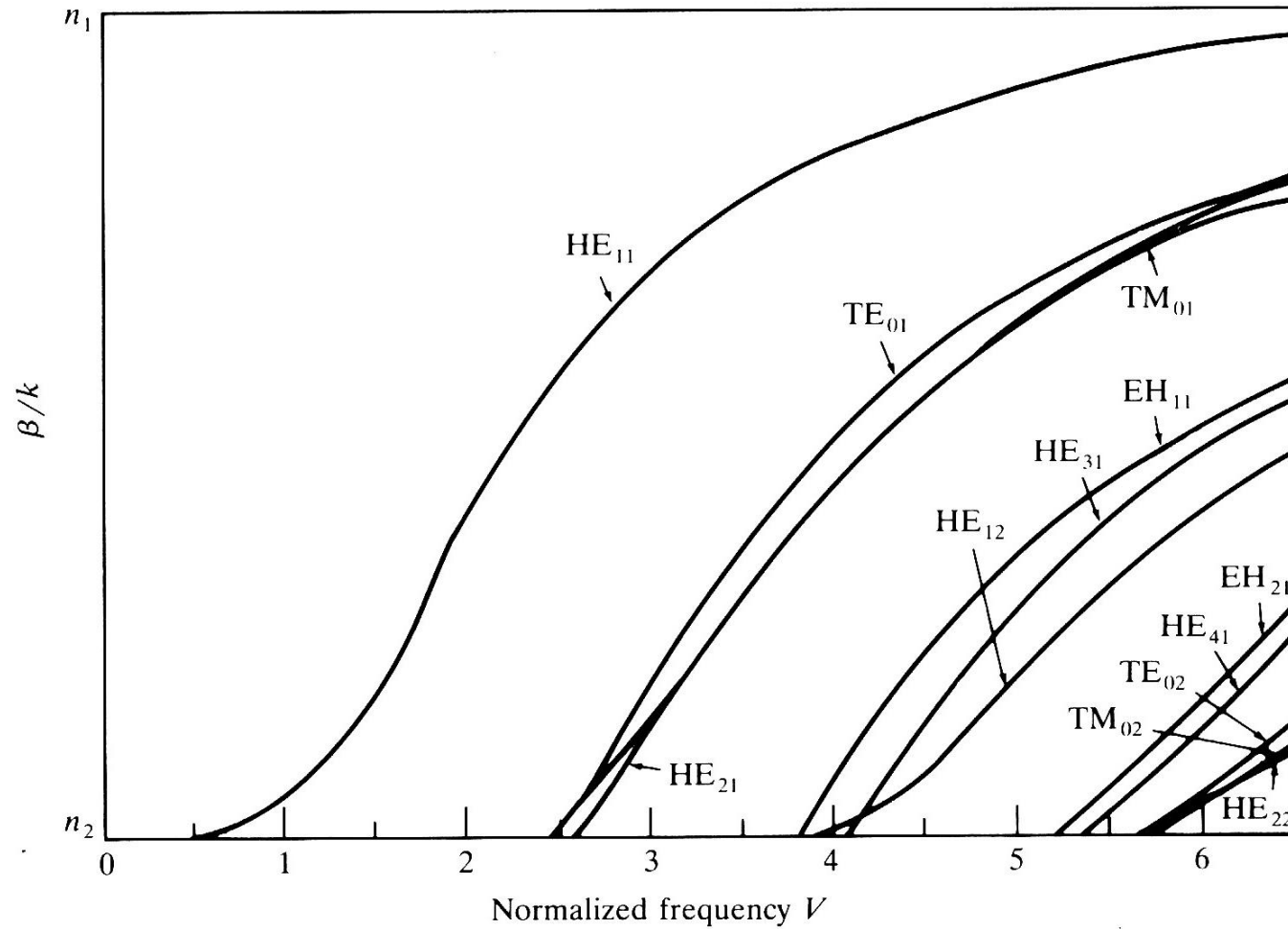
$$\frac{J_1(ua)}{uJ_0(ua)} + \frac{K_1(wa)}{wK_0(wa)} = 0$$

a qual representa a equação transcendental para modos TE_{0m} ($E_z = 0$), e

$$k_1^2 \frac{J_1(ua)}{uJ_0(ua)} + k_2^2 \frac{K_1(wa)}{wK_0(wa)} = 0$$

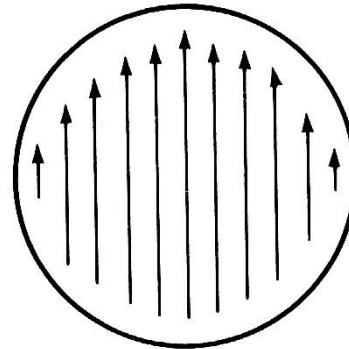
a qual representa a equação transcendental para modos TM_{0m} ($H_z = 0$).

Diagrama de dispersão - Solução da Equação (22):



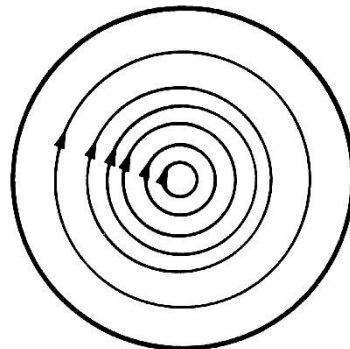
Distribuição de campo para os modos Híbridos:

Lowest-order mode

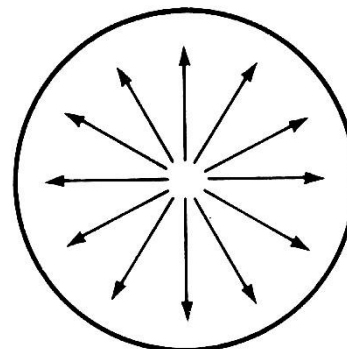


HE_{11}

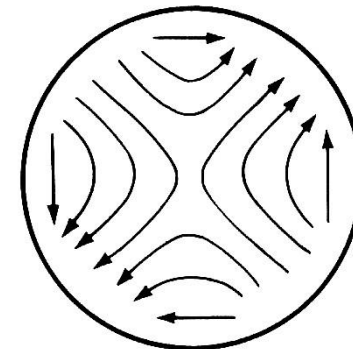
First set of higher-order modes



TE_{01}

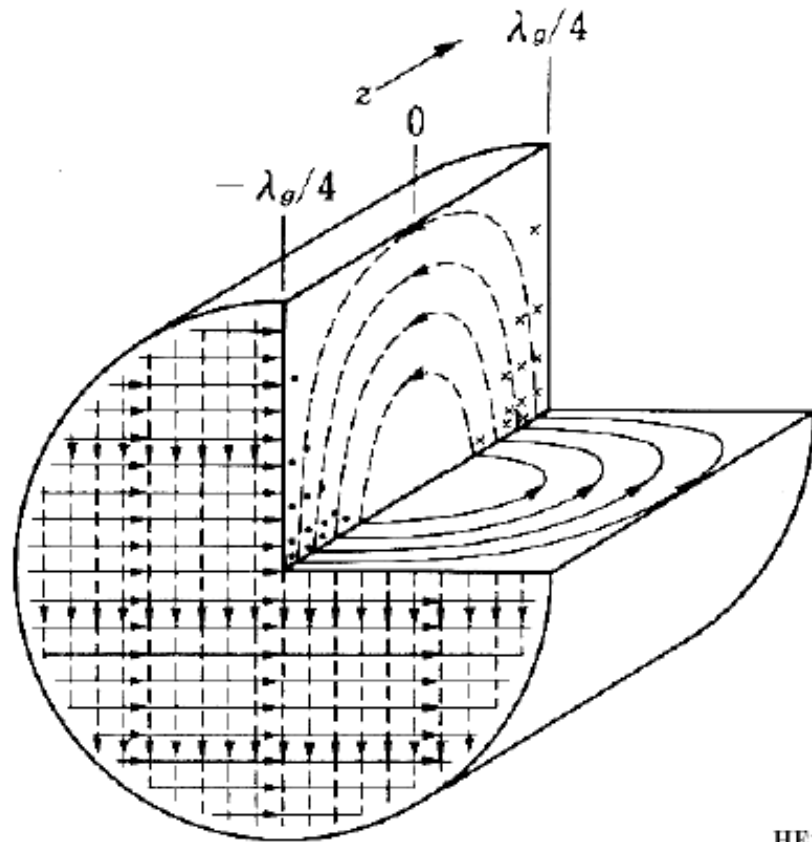


TM_{01}

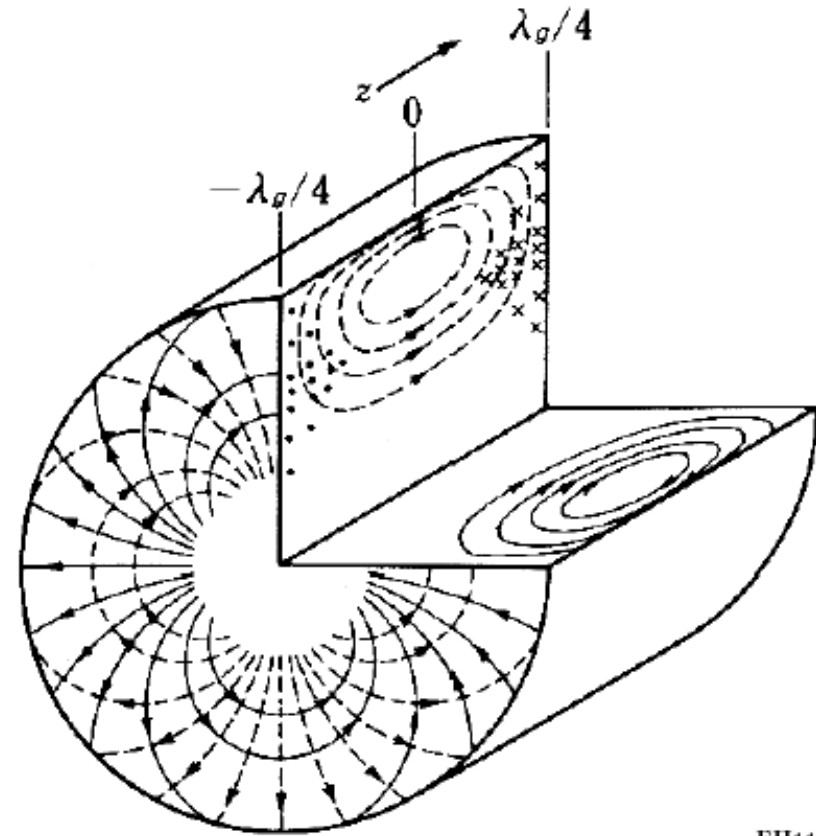


HE_{21}

Distribuição de campo para os modos Híbridos:

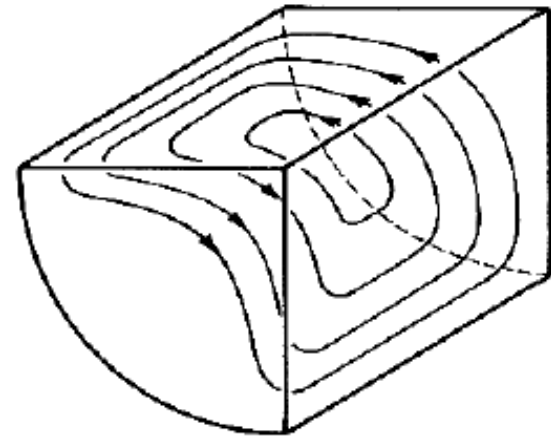
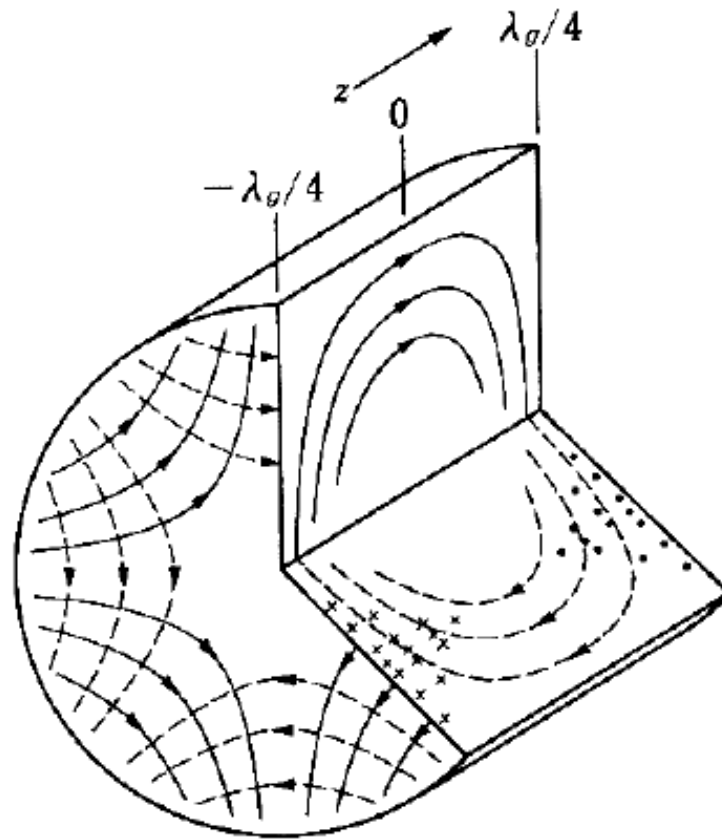


HE₁₁



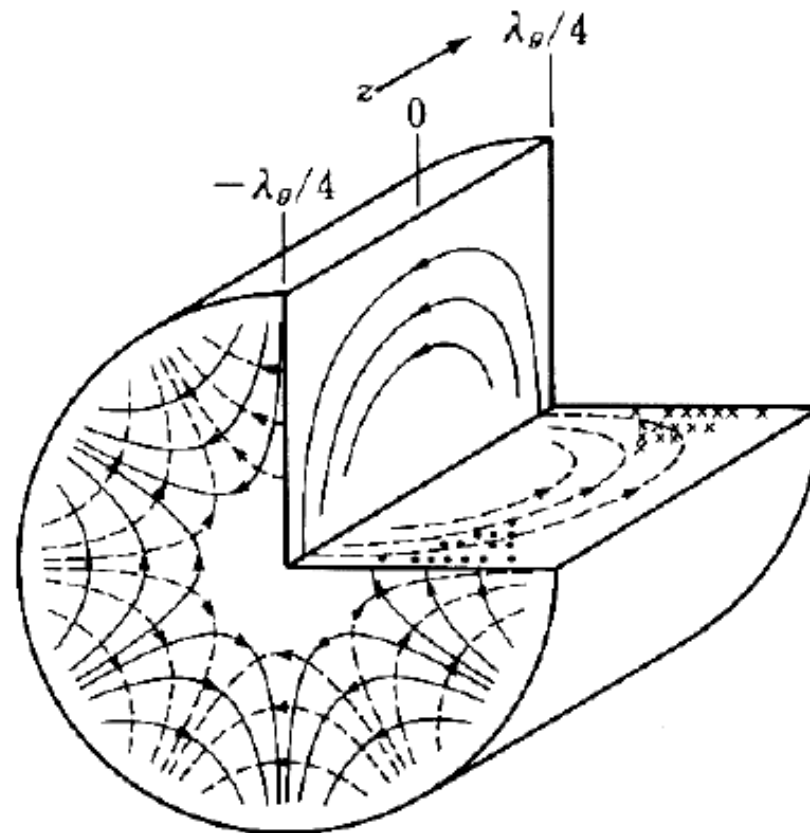
EH₁₁

Distribuição de campo para os modos Híbridos:



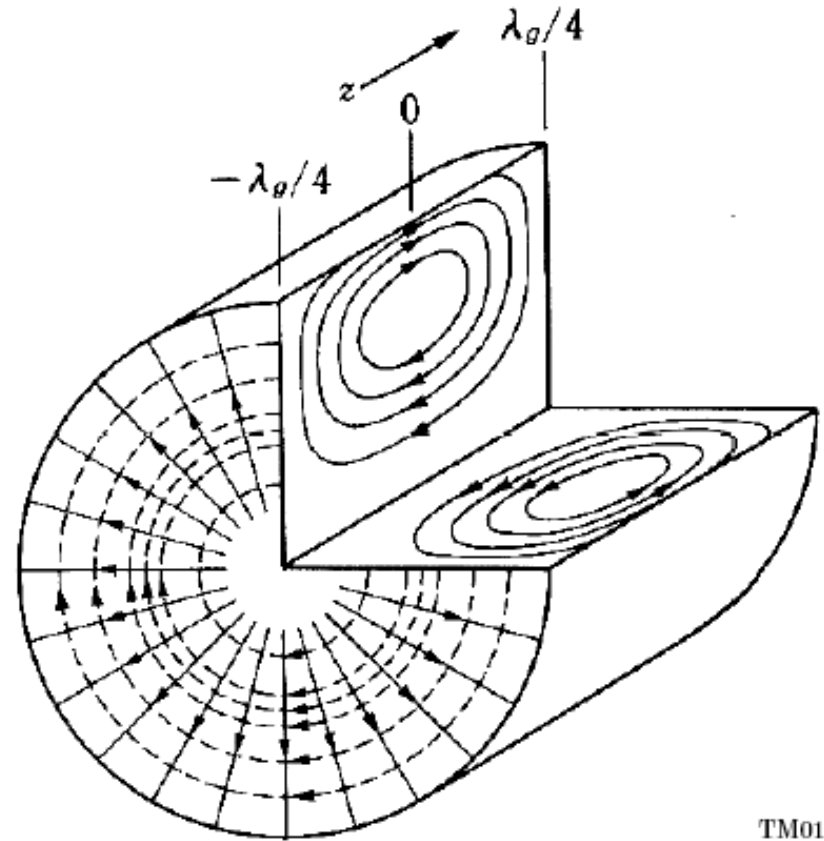
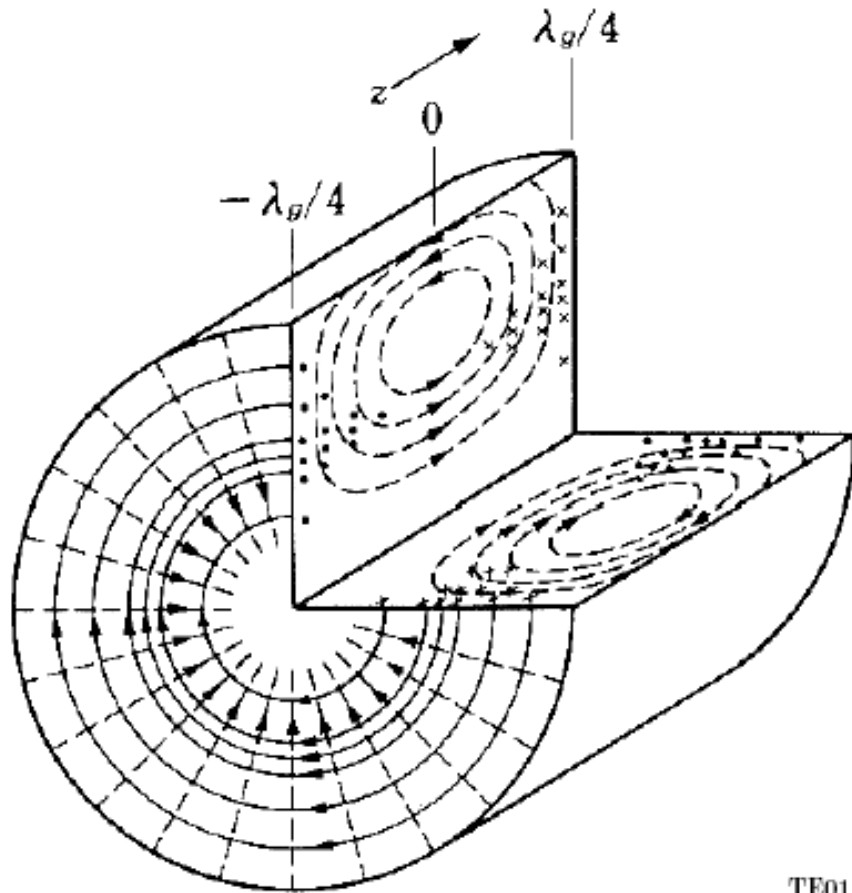
(d) HE₂₁

Distribuição de campo para os modos Híbridos:



HE₃₁

Distribuição de campo para os modos TE_{01} e TM_{01} :



Definições Importantes

Frequência Normalizada - V

Este parâmetro está diretamente relacionado à condição de corte dos modos e é definido como:

$$V = \frac{2\pi a}{\lambda} \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

Para operação monomodo, temos que $V < 2,405$

Número de modos que entram em uma fibra:

$$M = \frac{V^2}{2}$$

Constante de propagação normalizada:

$$b = \frac{a^2 w^2}{V^2} = \frac{\left(\frac{\beta}{k}\right)^2 - n_2^2}{n_1^2 - n_2^2}$$

Modos Linearmente Polarizados - Modos LP

Formalismo para modos LP é uma simplificação do formalismo derivado anteriormente. Ele utiliza o fato de que em fibras de índice degrau o contraste de índice de refração entre núcleo e casca é muito pequeno, ou seja:

$$\Delta = n_1 - n_2 \ll 1$$

Isto é comumente denominado de **aproximação de fibra de guiamento fraco**. Nesta aproximação as distribuições de campo e as constantes de propagação dos pares de modos $HE_{\nu+1,m}$ e $EH_{\nu-1,m}$ são muito similares. Isto também é verdade para os modos TE_{0m} , TM_{0m} e HE_{2m} .

Quando $\Delta \ll 1$ temos que $k_1^2 \approx k_2^2 \approx \beta^2$

Usando esta aproximação em (22), tem-se:

$$\frac{J'_\nu(ua)}{uJ_\nu(ua)} + \frac{K'_\nu(wa)}{wK_\nu(wa)} = \pm \frac{\nu}{a} \cdot \left(\frac{1}{u^2} + \frac{1}{w^2} \right)$$

Modos Linearmente Polarizados - Modos LP

Utilizando as relações de recorrência para as funções de Bessel, temos o seguinte conjunto de equações:

$$\frac{J_{\nu+1}(ua)}{uJ_{\nu}(ua)} + \frac{K_{\nu+1}(wa)}{wK_{\nu}(wa)} = 0 \quad \text{para o sinal positivo, Modos EH}$$
$$\frac{J_{\nu-1}(ua)}{uJ_{\nu}(ua)} - \frac{K_{\nu-1}(wa)}{wK_{\nu}(wa)} = 0$$

ou

$$-\frac{uJ_{\nu-2}(ua)}{J_{\nu-1}(ua)} = \frac{wK_{\nu-2}(wa)}{wK_{\nu-1}(wa)}$$

para o sinal negativo, Modos HE

Componente principal

Definindo um novo parâmetro:

$$j = \begin{cases} 1 & \text{Para modos TE e TM} \\ \nu+1 & \text{Para modos EH} \\ \nu-1 & \text{Para modos HE} \end{cases}$$

Assim,

$$-\frac{uJ_{j-1}(ua)}{J_j(ua)} = -\frac{wK_{j-1}(wa)}{wK_j(wa)}$$

Modos Linearmente Polarizados - Modos LP

Rescrevendo a equação para modos LP:

$$-\frac{uJ_{j-1}(ua)}{J_j(ua)} = -\frac{wK_{j-1}(wa)}{wK_j(wa)}$$

Esta equação mostra que, dentro da condição de guiamento fraco, todos os modos caracterizados por um conjunto comum de **j** e **m** satisfazem a mesma equação característica.

Isto significa que estes modos são **degenerados**.

Cada modo LP_{0m} é derivado de um modo HE_{1m}

Cada modo LP_{1m} vem dos modos TE_{0m} , TM_{0m} e HE_{2m}

Cada modo LP_{vm} ($v > 2$) vem dos modos $HE_{v+1,m}$ e $Eh_{v-1,m}$

Modos Linearmente Polarizados - Modos LP

Modo-LP	Designação tradicional e número de modos	Número de modos degenerados
LP_{01}	$HE_{11} \times 2$	2
LP_{11}	$TE_{01}, TM_{01}, HE_{21} \times 2$	4
LP_{21}	$EH_{11} \times 2, HE_{31} \times 2$	4
LP_{02}	$HE_{12} \times 2$	2
LP_{31}	$EH_{21} \times 2, HE_{41} \times 2$	4
LP_{12}	$TE_{02}, TM_{02}, HE_{22} \times 2$	4
LP_{41}	$EH_{31} \times 2, HE_{51} \times 2$	4
LP_{22}	$EH_{12} \times 2, HE_{32} \times 2$	4

Fluxo de Potência em modos LP

A potência óptica que flui pelo núcleo e casca podem ser obtidos pela integração do vetor de Poynting na direção axial, ou seja

$$S_z = \frac{1}{2} \text{Re}(E \times H^*) \cdot \hat{a}_z$$

Assim, a potência no núcleo e na casca são, respectivamente:

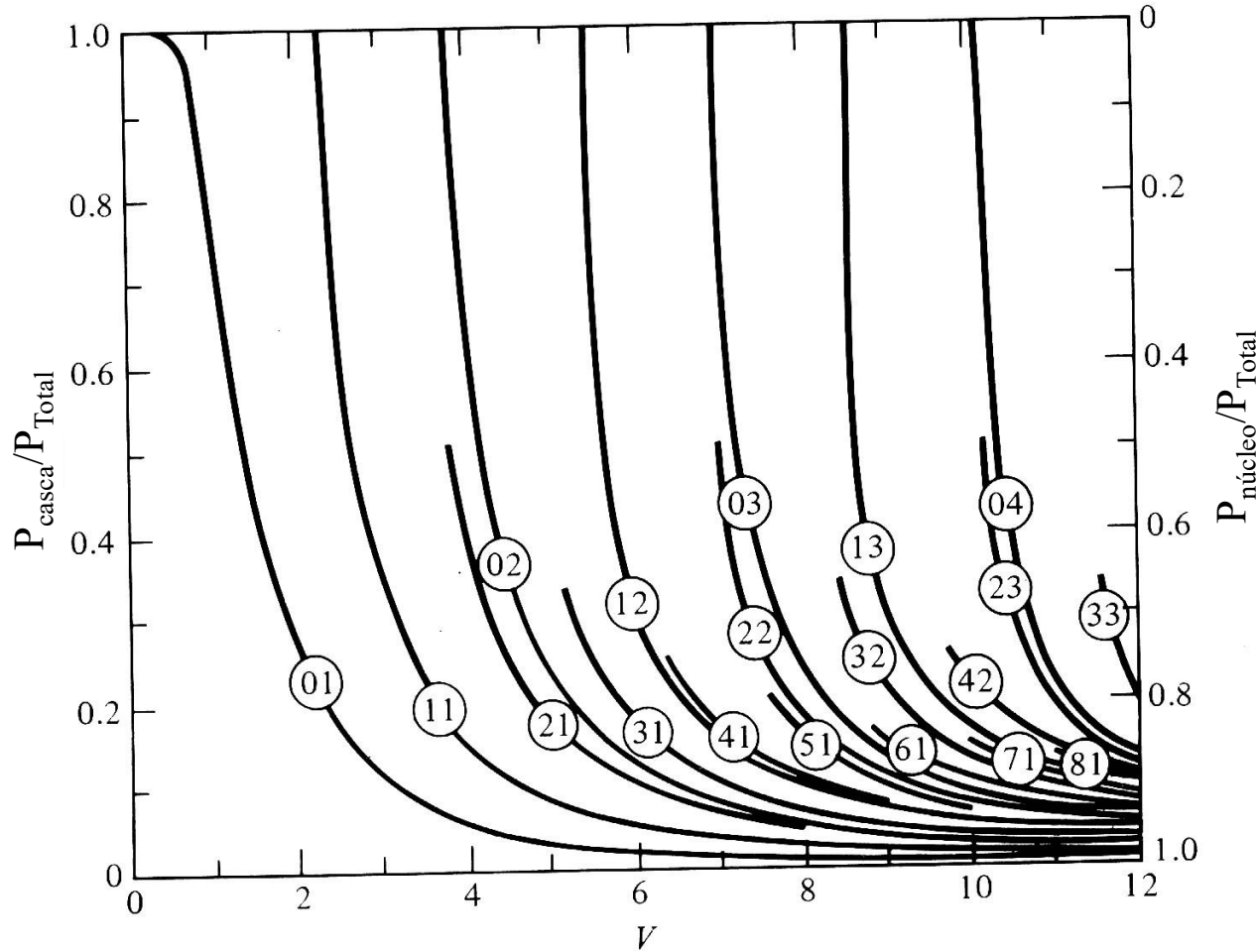
$$P_{núcleo} = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^{2\pi} r (E_x H_y^* - E_y H_x^*) d\phi dr$$

$$P_{casca} = \frac{1}{2} \int_a^\infty \int_0^{2\pi} r (E_x H_y^* - E_y H_x^*) d\phi dr$$

Utilizando a aproximação de guiamento fraco, temos:

$$\frac{P_{núcleo}}{P} = \left(1 - \frac{u^2}{V^2} \right) \left[1 - \frac{J_\nu^2(ua)}{J_{\nu+1}(ua)J_{\nu-1}(ua)} \right] \quad \text{e} \quad \frac{P_{casca}}{P} = 1 - \frac{P_{núcleo}}{P}$$

Fluxo de potência no núcleo e na casca em função de V , para modos LP.



$$S_z = \frac{1}{2} \text{Re}(E \times H^*) \cdot \hat{a}_z$$

$$\frac{P_{casca}}{P} = 1 - \frac{P_{núcleo}}{P}$$

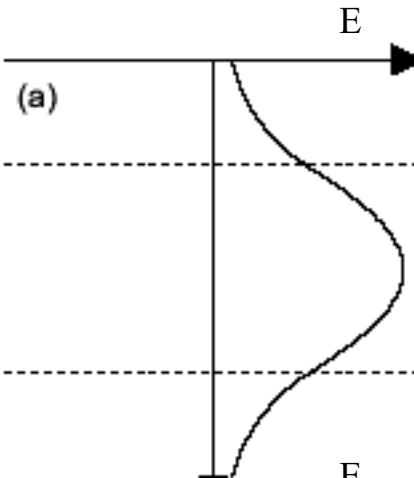
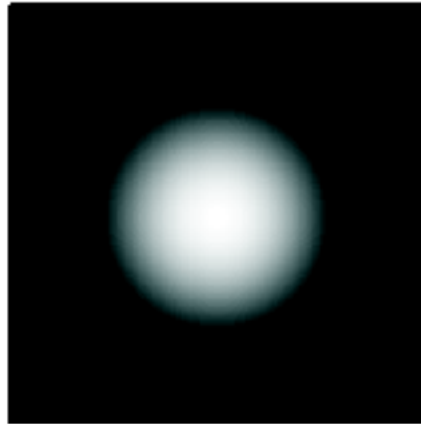
$$V = \frac{2\pi a}{\lambda} \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

$$\frac{P_{núcleo}}{P} = \left(1 - \frac{u^2}{V^2}\right) \left[1 - \frac{J_v^2(ua)}{J_{v+1}(ua)J_{v-1}(ua)}\right]$$

Distribuição Modal - Modos LP

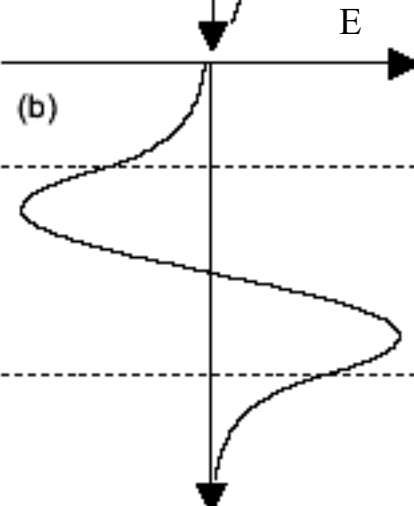
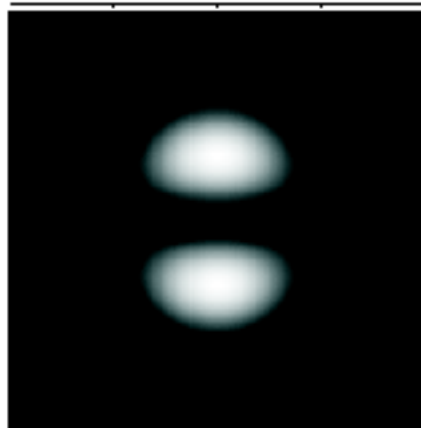
LP_{01}

$V = 2$



LP_{11}

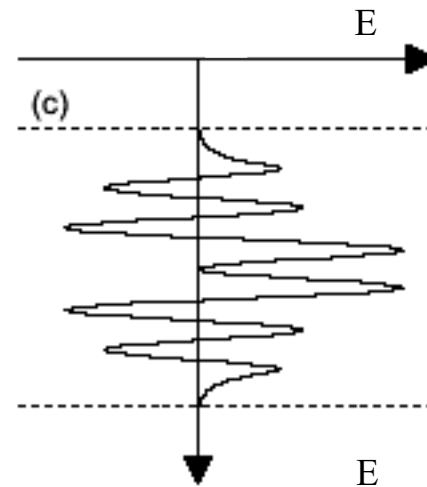
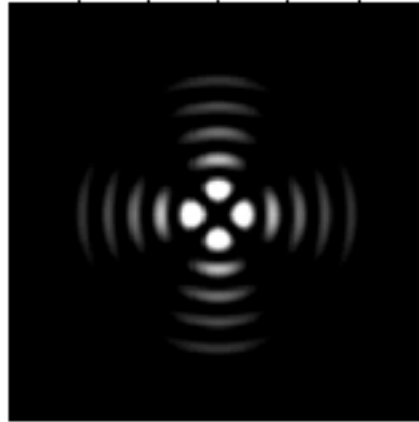
$V = 4$



Distribuição Modal - Modos LP

LP_{25}

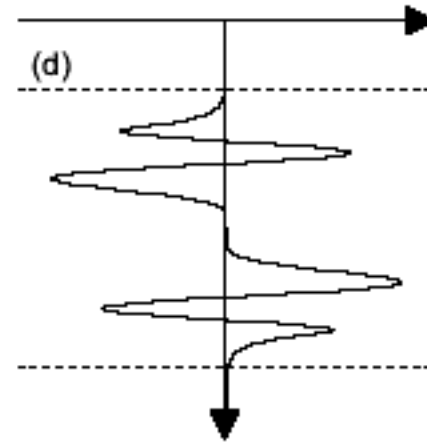
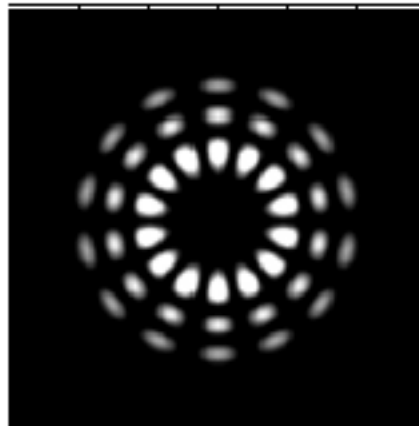
$V = 20$



(c)

LP_{73}

$V = 20$



(d)

Degradação de Sinal em Fibras Ópticas

Principais mecanismos de perdas em fibras ópticas:

1) Absorção

- Defeitos atômicos na composição do vidro;
- Absorção intrínseca por átomos de impurezas;
- Absorção extrínseca pelos átomos constituintes do material da fibra;

2) Espalhamento Rayleigh

3) Perdas por curvaturas

1) Perdas por absorção

As absorções materiais representam a perda mínima fundamental atingível. Só podem ser superadas através da mudança do material da fibra.

A procura continua para materiais com perdas ultra baixas. Vários candidatos foram identificados para a região do infra-vermelho médio de $2\mu\text{m}$ a $4\mu\text{m}$.

Absorção extrínseca (íons de impureza):

- Fonte principal de impurezas: íons metálicos e íon OH^- da água;
- Íons metálicos podem ser reduzidos para abaixo de 1dB/km refinando a mistura do vidro para níveis de impurezas abaixo de 1 parte por bilhão (1ppb);
- Os efeitos do vapor de água no vidro são localizados nos seguintes tons (comprimentos de onda): $1,4\mu\text{m}$ (fundamental), $0,95\mu\text{m}$ (segundo sobreton), e $0,725\mu\text{m}$ (terceiro sobreton);

Absorção intrínseca (material básico da fibra, por exemplo, SiO_2):

Resulta das bandas de absorção eletrônica na região ultravioleta e das bandas de vibração atômica na região do infravermelho próximo. São associadas com as bandas proibidas dos materiais amorfos.

Esta absorção ocorre quando um fóton interage com um elétron na banda de valência e o excita para um nível de energia mais alto.

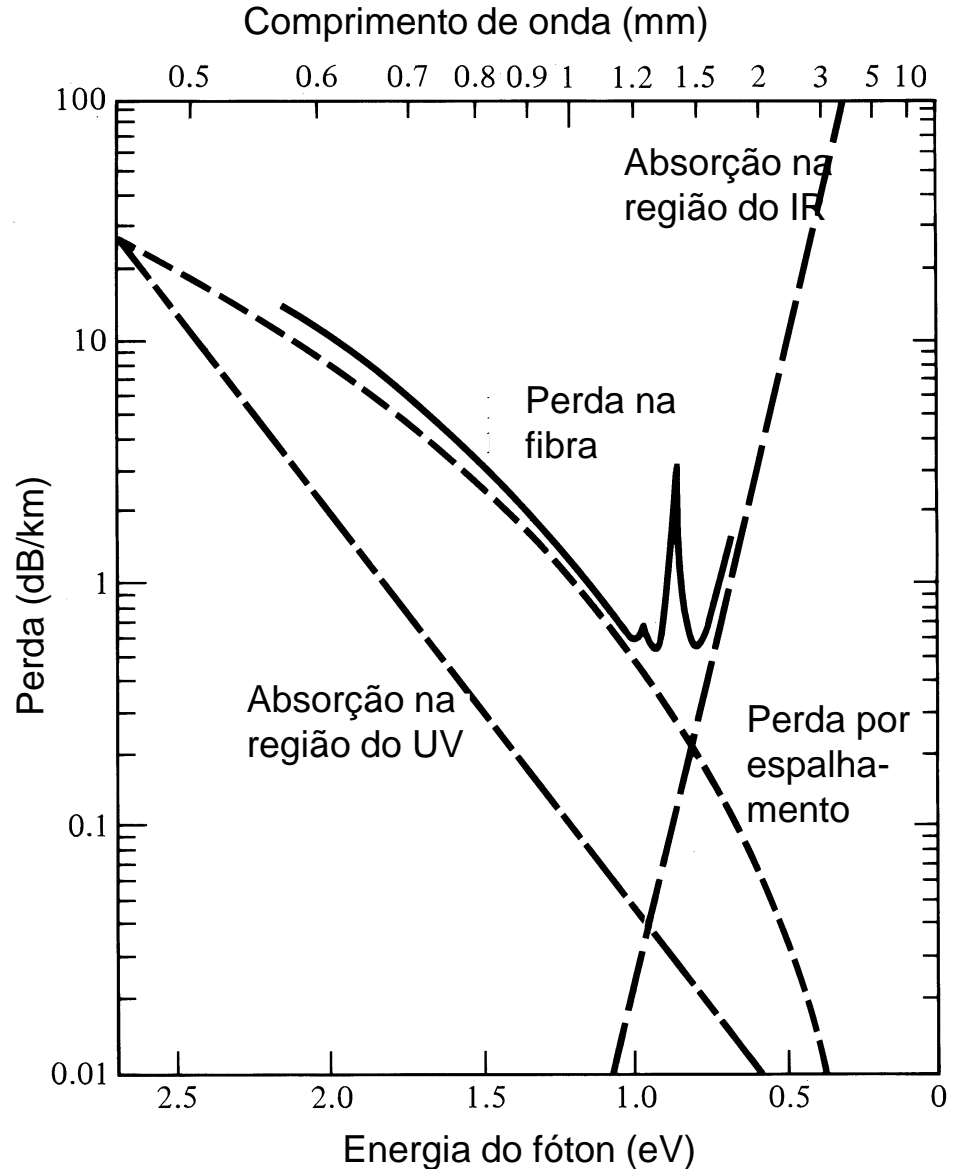
1) Perdas por absorção

Na região do ultravioleta, as perdas por absorção podem ser calculadas em função do fração molar x do GeO_2 , da seguinte forma:

$$\alpha_{uv} = \frac{154.2x}{46.6x + 60} \times 10^{-2} \exp\left(\frac{4.63}{\lambda}\right) \quad (\text{dB/km})$$

No IR próximo, as perdas são influenciadas principalmente pelo OH e pela absorção IR intrínseca do material. A absorção para o vidro $\text{GeO}_2\text{-SiO}_2$ pode ser descrita como:

$$\alpha_{IR} = 7,81 \times 10^{11} \exp\left(\frac{-48,48}{\lambda}\right) \quad (\text{dB/km})$$



2) Perdas por espalhamento Rayleigh

Surge de variações microscópicas na densidade do material, flutuações de composição, e de não-homogeneidades estruturais (defeitos) durante a fabricação da fibra.

Causam **variações no índice de refração** do material por distâncias pequenas comparadas ao comprimento de onda.

Espalhamento Rayleigh é o mesmo efeito que faz com que o céu seja azul.

Para um vidro constituído por apenas um componente, as perdas por espalhamento podem ser aproximadas por:

$$\alpha_{esp} = \frac{8\pi^3}{3\lambda^4} (n^2 - 1)^2 k_B T_f \beta_T \quad (\text{nepers})$$

Onde n é o índice de refração, k_B é a constante de Boltzmann, β_T é compressibilidade isotérmica do material, T_f é a temperatura na qual as flutuações de densidade são aprisionadas no vidro à medida em que ele se solidifica.

Perdas por curvaturas

Ocorrem sempre que um fibra sofre uma curvatura de raio finito.
Existem dois tipos:

a) Curvas macroscópicas (raio de curvatura > diâmetro da fibra);

$$\alpha_r = \exp \left[8,5 - 519 D_{mm} \left(\frac{\lambda_{CE}}{\lambda \rho} \right)^3 \right]$$

$$\lambda_{CE} = \frac{\pi D \sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{2,405}$$

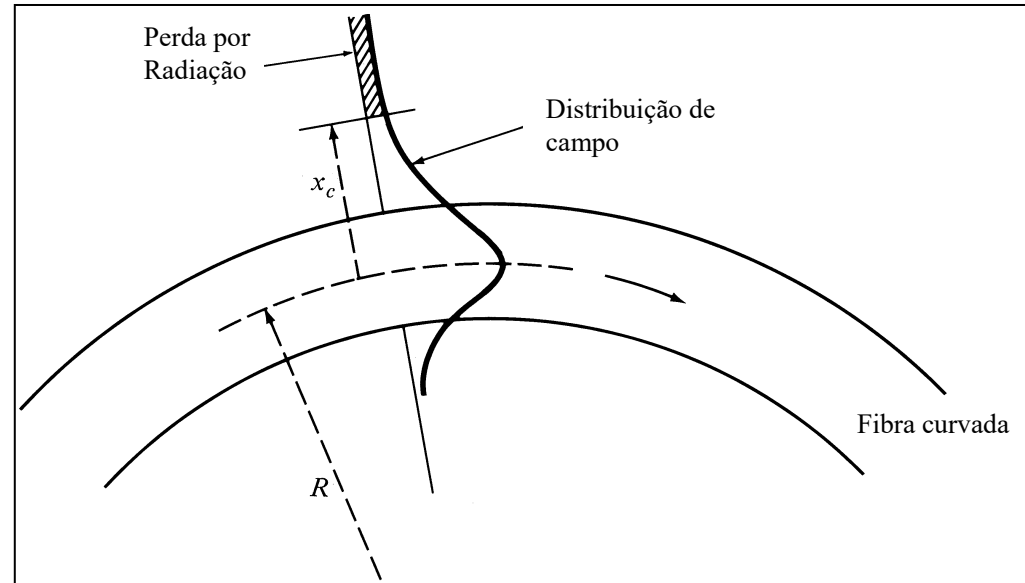
D é o diâmetro do núcleo em (μm)

D_{mm} é o diâmetro do núcleo em (mm)

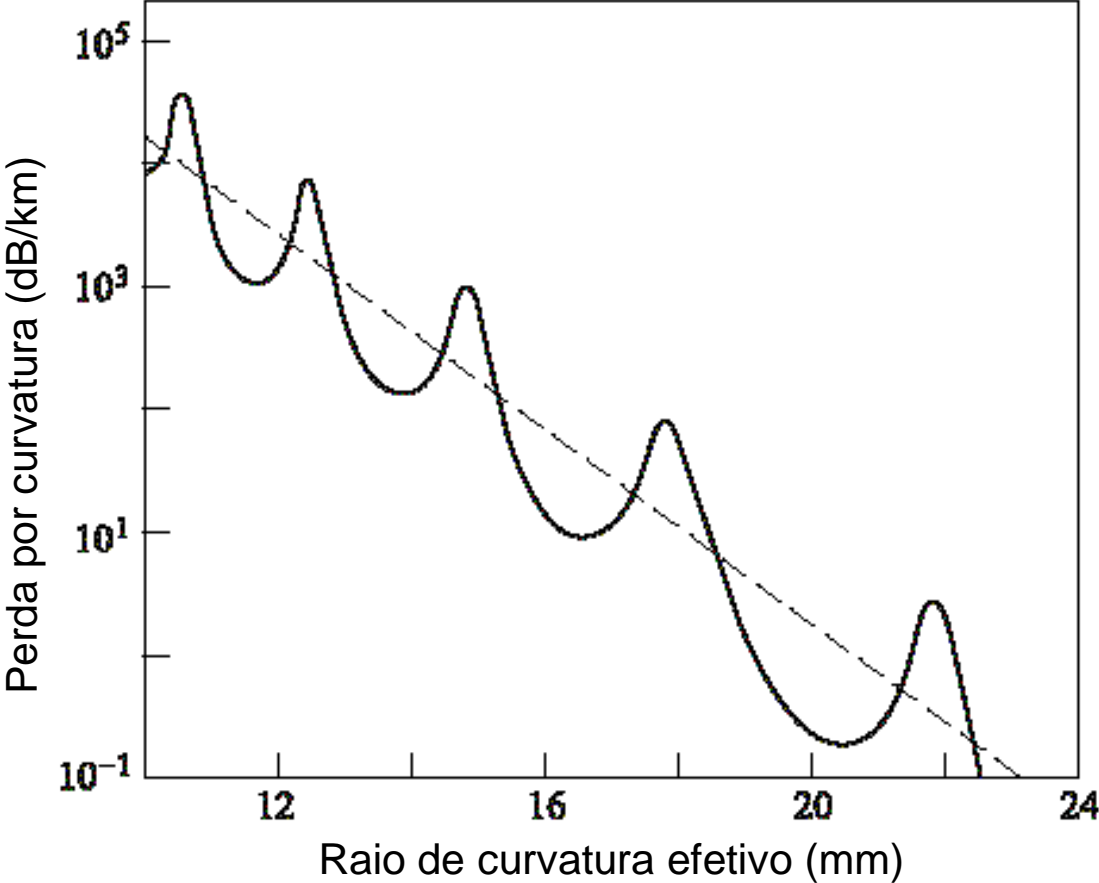
λ_{CE} é o comprimento de onda de corte em (μm)

λ é o comprimento de onda em (μm)

ρ é o diâmetro modal em (μm)

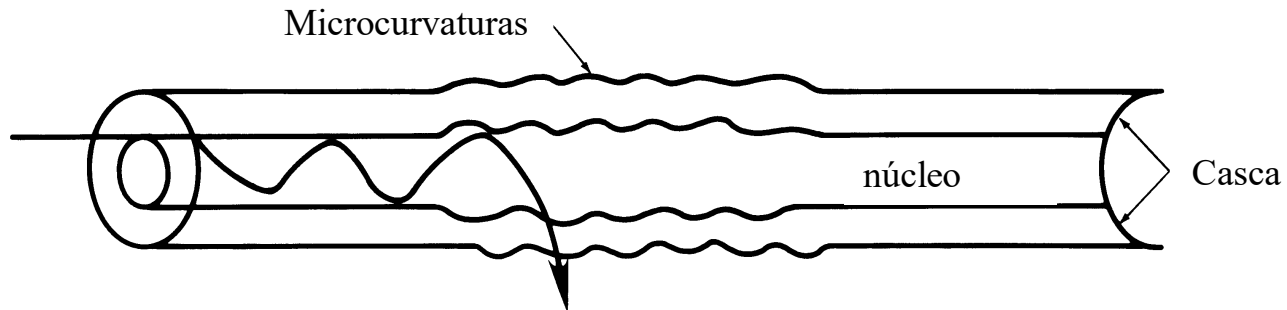


Perda de Curvatura versus Raio de Curvatura

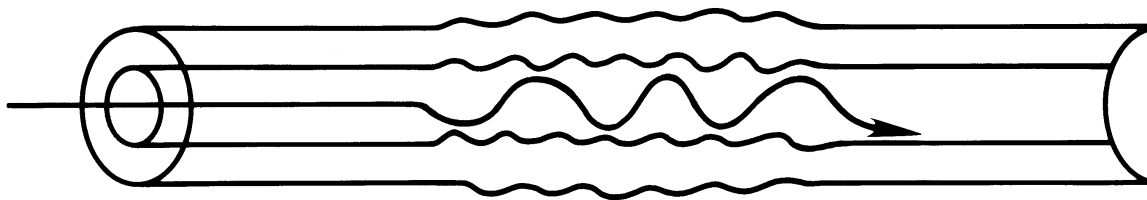


2) Perdas por curvaturas

b) Curvas microscópicas aleatórias (quando as fibras são incorporadas nos cabos).

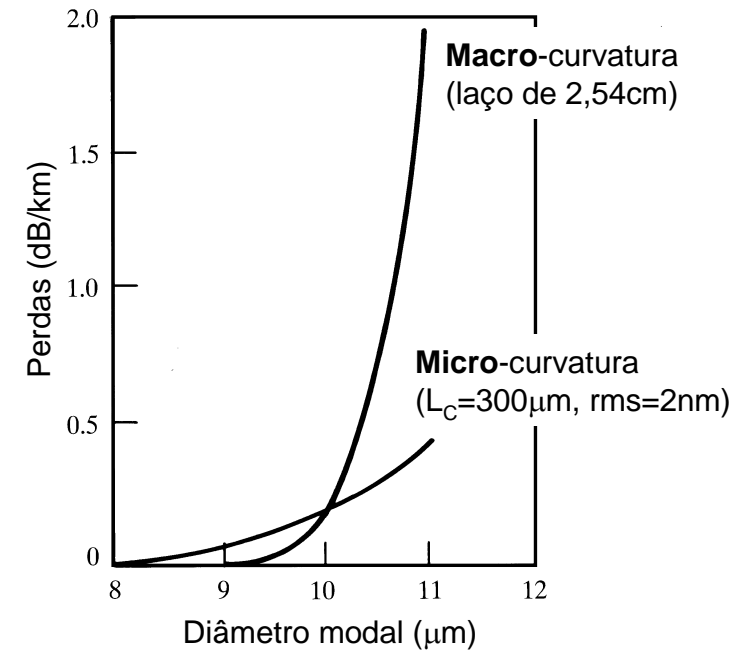
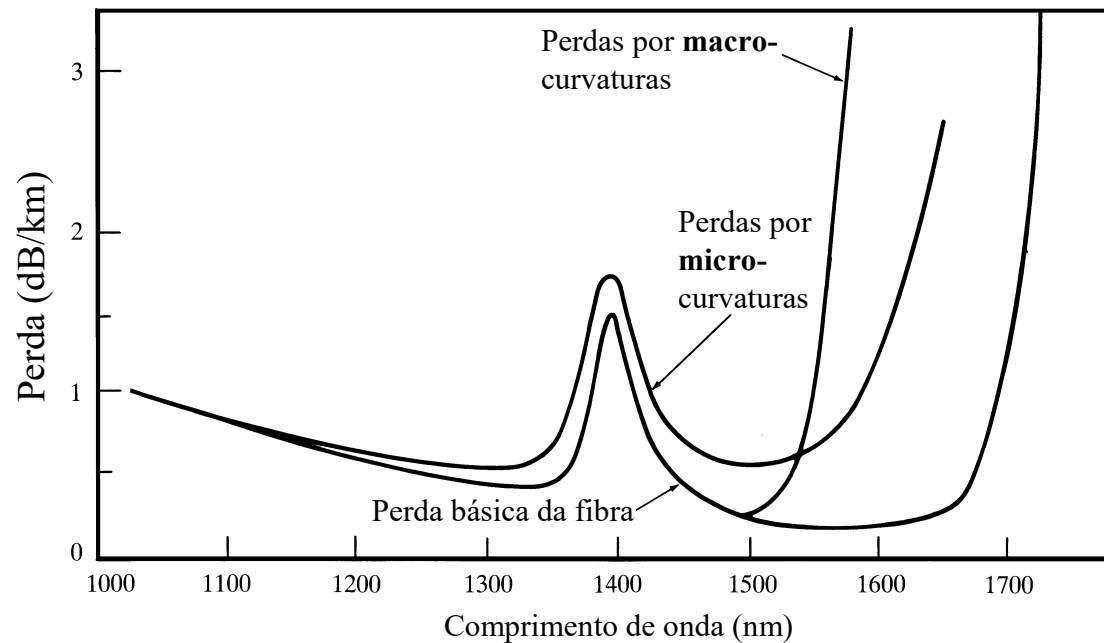


Perda de potência devido a modos de mais alta ordem



Acoplamento de potência para modos de mais alta ordem

Atenuação Induzida por Curvatura



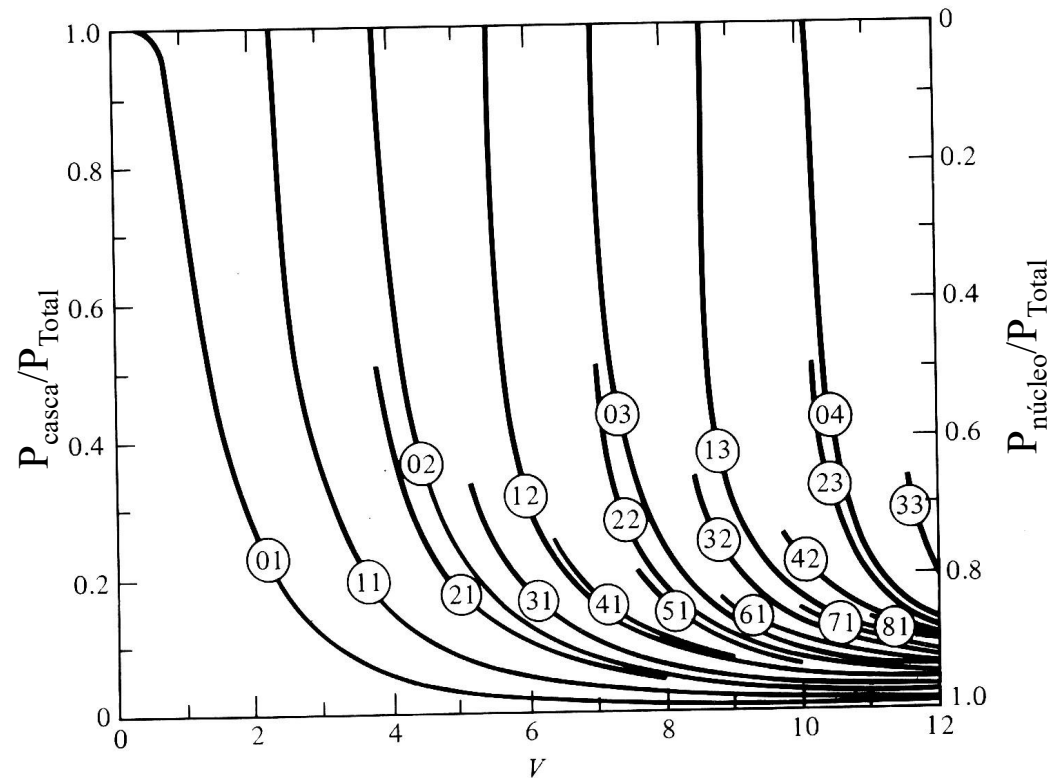
Perda de Potência no núcleo e na casca

Como o núcleo e a casca são feitos de materiais diferentes, eles irão apresentar perdas diferentes, denotadas por $\alpha_{\text{núcleo}}$ e α_{casca} . Ignorando as perdas por acoplamento modal, as perdas para um dado modo (vm) pode ser obtida da seguinte forma:

$$\alpha_{vm} = \alpha_{\text{núcleo}} \frac{P_{\text{núcleo}}}{P_{\text{Total}}} + \alpha_{\text{casca}} \frac{P_{\text{casca}}}{P_{\text{Total}}}$$

ou

$$\alpha_{vm} = \alpha_{\text{núcleo}} + (\alpha_{\text{casca}} - \alpha_{\text{núcleo}}) \frac{P_{\text{casca}}}{P_{\text{Total}}}$$



Distorção de sinal em fibras

Um sinal é distorcido continuamente à medida em que se propaga pela fibra. As principais causas de distorção são:

- 1) Distorção intramodal;
- 2) Distorção intermodal;

Dispersão intramodal: ocorre dentro de um único modo. Surge em virtude da velocidade de grupo ser função de λ . Portanto, esta distorção será tão maior quanto maior for a largura espectral da fonte óptica. Para o caso de um LED, a largura espectral, σ_λ , é em torno de 5% do comprimento de onda central.

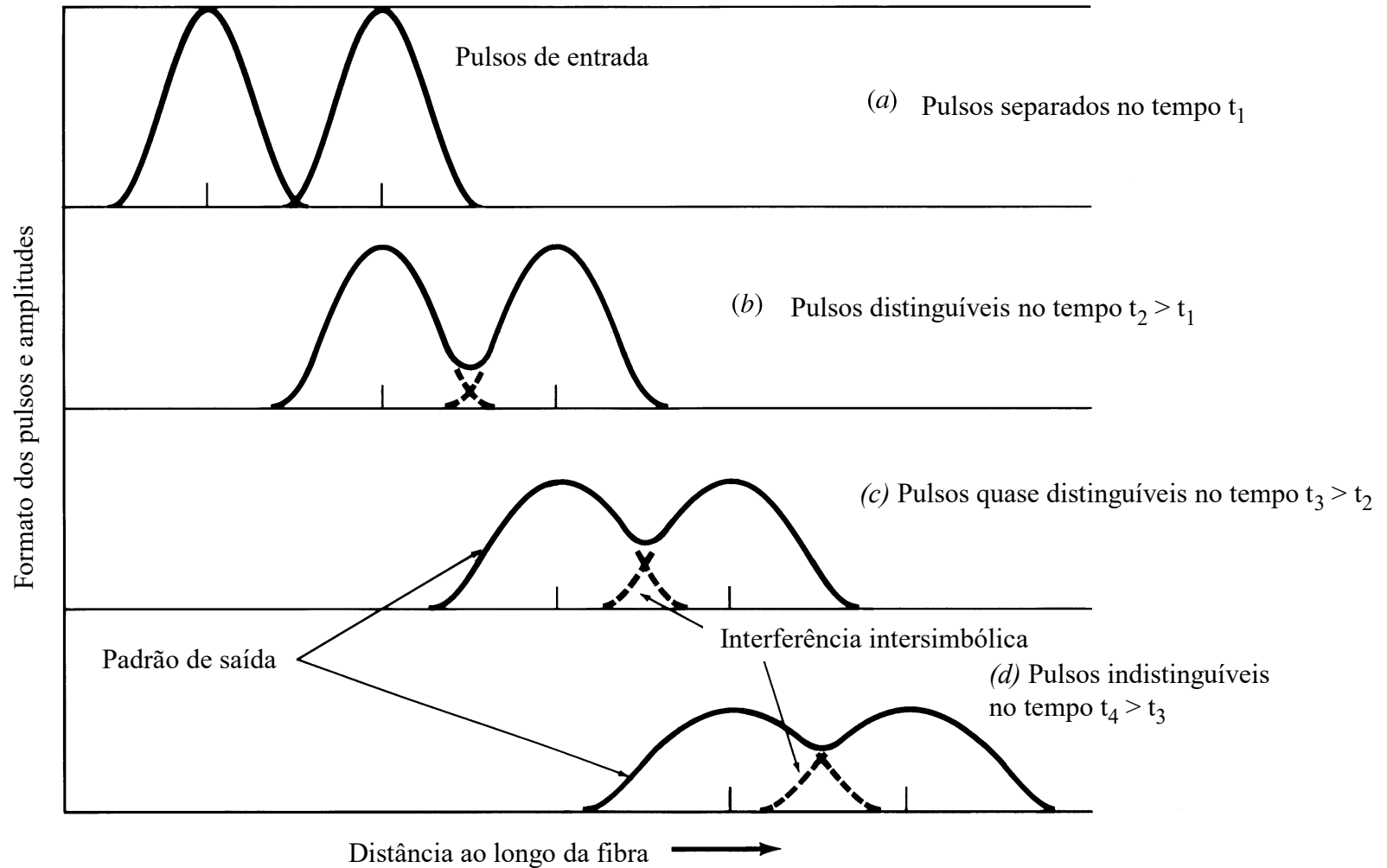
Ex.: LED emitindo em 850nm, $\sigma_\lambda=40\text{nm}$!

O Laser tem um largura espectral muito menor, em torno de 1nm ou menos.

Causas da dispersão intramodal:

- **Dispersão material:** índice de refração varia com o comprimento de onda. Também chamada de *dispersão cromática*.
- **Dispersão de guia de onda:** normalmente, 80% da luz viaja no núcleo, os outros 20% na casca. Como o índice de refração da casca é menor, a luz irá viajar mais rapidamente que na casca, causando um alargamento do pulso. *Controlada pela geometria do guia*.

Alargamento de Pulso e Atenuação



Velocidade de grupo

Supondo que a fonte óptica excita todos os modos igualmente, e supondo ainda que todos os modos contém todas as componentes espectrais na faixa de comprimentos de onda que a fonte emite. À medida que o sinal se propaga ao longo da fibra, cada componente espectral poderá se propagar independentemente e sofrer um **atraso de grupo** por unidade de comprimento, τ_g/L , na direção de propagação:

$$\frac{\tau_g}{L} = \frac{1}{V_g} = \frac{1}{c} \frac{d\beta}{dk} = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} \frac{d\beta}{d\lambda}$$

atraso de grupo por unidade de comprimento

$$V_g = c \left(\frac{d\beta}{dk} \right)^{-1}$$

Velocidade de grupo (a energia do pulso se propaga com esta velocidade).

Cada componente espectral de um modo se propaga com velocidade diferente. Conseqüentemente, haverá um alargamento do pulso.

Alargamento de pulso

Para uma fonte de largura espectral σ_λ (rms), o alargamento de pulso pode ser obtido da seguinte forma:

$$\sigma_g = \frac{d\tau_g}{d\lambda} = -\frac{L\sigma_\lambda}{2\pi c} \left(2\lambda \frac{d\beta}{d\lambda} + \lambda^2 \frac{d^2\beta}{d\lambda^2} \right) \quad \text{Espalhamento do pulso (rms)}$$

A dispersão pode então ser obtida da equação acima, e é dada por:

$$D = \frac{1}{L} \frac{d\tau_g}{d\lambda} \quad \text{ps/(nm*km)}$$

Esta equação fornece o alargamento do pulso para um comprimento de fibra L.

Dispersão material

Ocorre em virtude do índice de refração do material variar com o comprimento de onda. Para um modo bem confinado no núcleo da fibra, a constante de propagação β por ser aproximada da seguinte forma:

$$\beta = \frac{2\pi n(\lambda)}{\lambda}$$

Substituindo esta equação na expressão para o atraso de grupo, tem-se:

$$\tau_{mat} = \frac{L}{c} \left(n - \lambda \frac{dn(\lambda)}{d\lambda} \right) \quad \text{Atraso de grupo causado pela dispersão material.}$$

Para uma fonte óptica de largura espectral σ_λ , o espalhamento de pulso σ_{mat} é obtido diferenciando a equação acima com respeito a λ e multiplicando por σ_λ , ou seja:

$$\sigma_{mat} = \frac{d\tau_{mat}}{d\lambda} \sigma_\lambda = -\frac{L}{c} \lambda \frac{d^2n}{d\lambda^2} \sigma_\lambda = D_{mat}(\lambda) L \sigma_\lambda$$

$D_{mat}(\lambda)$ é a dispersão material.

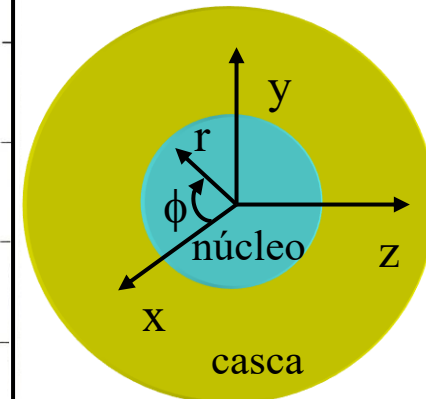
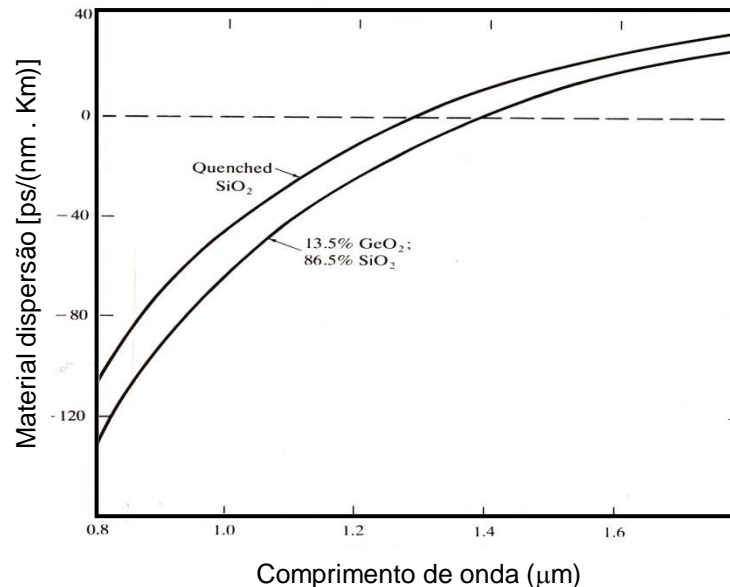
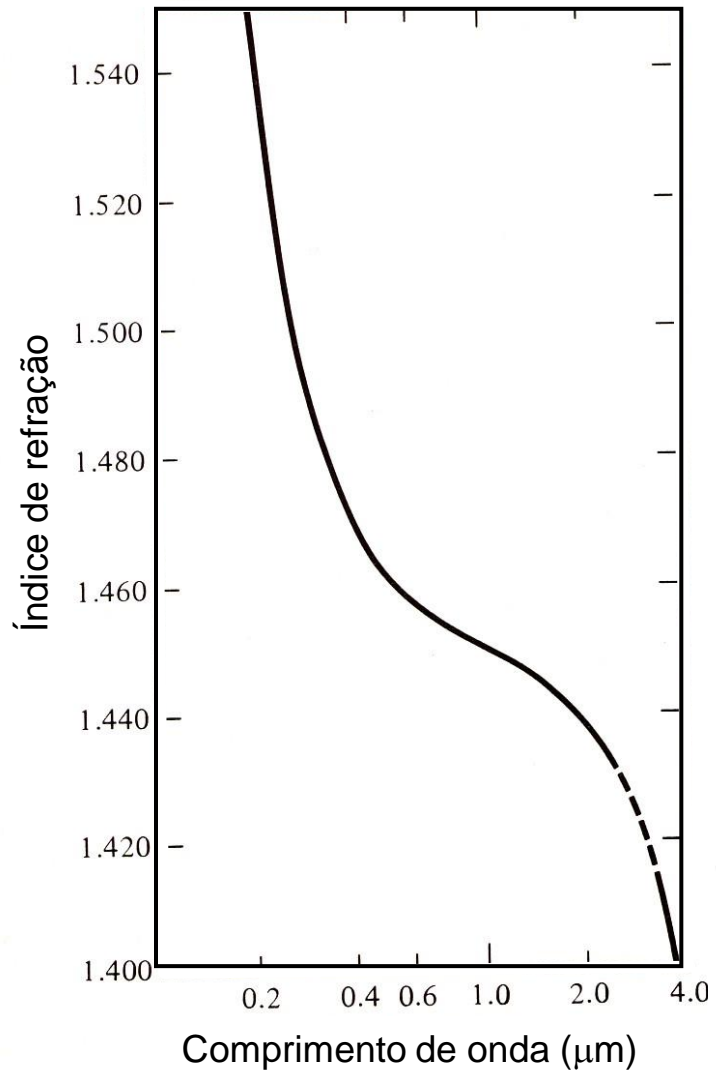
Dispersão material

Para valores de contraste de índice de refração $\Delta=0,01$ e $n_{\text{núcleo}}=1,5$:

$$\frac{\sigma_{wg}}{L} \approx -\frac{0,003}{c\lambda} \sigma_{\lambda} \quad \text{Dispersão de guia de onda}$$

$$\frac{\sigma_{mat}}{L} \approx -\frac{0,02}{c\lambda} \sigma_{\lambda} \quad \text{Dispersão material}$$

Com isso podemos verificar que a dispersão material é o efeito dominante em comprimentos de onda mais baixos.



Dispersão de guia de onda

Para que esta dispersão seja mais facilmente obtida, o atraso de grupo deve ser definido em termos da constante de propagação normalizada b :

$$b = 1 - \left(\frac{ua}{V} \right)^2 = \frac{\left(\frac{\beta}{k} \right)^2 - n_2^2}{n_1^2 - n_2^2}$$

Supondo fibra fracamente guiante, ou seja, $\Delta = \frac{(n_1 - n_2)}{n_1} \ll 1$, tem-se:

$$b = \frac{\left(\frac{\beta}{k} \right)^2 - n_2^2}{n_1^2 - n_2^2} \quad \text{Isolando } \beta: \quad \beta = n_2 k (b\Delta + 1)$$

Assim, podemos obter o atraso de grupo devido à dispersão material:

$$\tau_{\text{wg}} = \frac{L}{c} \frac{d\beta}{dk} = \frac{L}{c} \left[n_2 + n_2 \Delta \frac{d(kb)}{dk} \right]$$

Dispersão de guia de onda

O atraso de grupo devido à dispersão material pode expresso em termos da frequência normalizada da seguinte forma:

$$\tau_{wg} = \frac{L}{c} \left[n_2 + n_2 \Delta \frac{d(Vb)}{dV} \right]$$

Primeiro termo é uma constante, já o segundo representa o atraso de grupo devido à dispersão material. O Alargamento de pulso σ_{wg} para uma fonte de largura espectral σ_g pode agora ser obtido derivando-se a expressão para o atraso de grupo, ou seja:

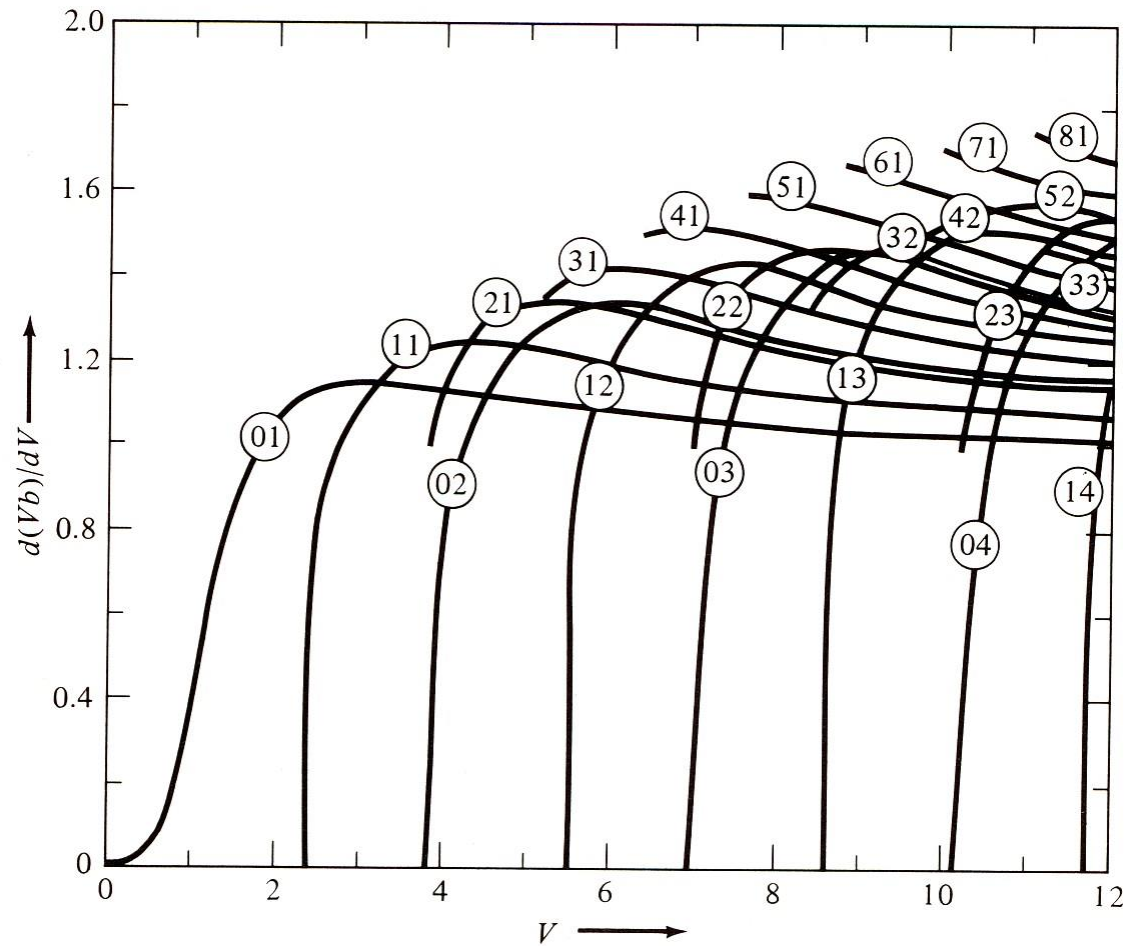
$$\sigma_{wg} = \sigma_\lambda \frac{d\tau_\lambda}{d\lambda} = -\frac{n_2 L \Delta \sigma_\lambda}{c \lambda} V \frac{d^2(Vb)}{dV^2}$$

Para valores de $\Delta=0,01$ e $n_2=1,5$ podemos obter a seguinte simplificação para σ_{mat} e σ_{wg} :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_{wg}}{L} &\approx -\frac{0,003}{c \lambda} \sigma_\lambda \\ \frac{\sigma_{mat}}{L} &\approx -\frac{0,02}{c \lambda} \sigma_\lambda \end{aligned} \right\}$$

Com isso podemos verificar que a dispersão material é o efeito dominante em comprimentos de onda mais baixos.

Dispersão de guia de onda



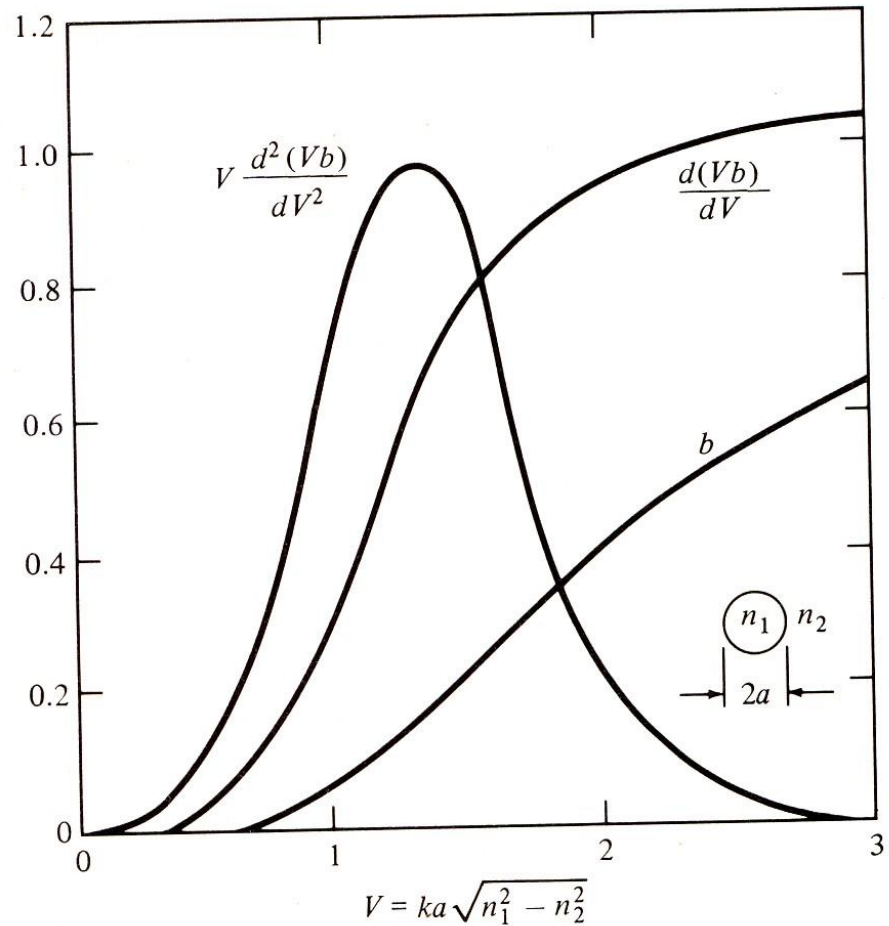
Atraso de grupo surgindo da dispersão de guia de onda em função de V para um fibra de índice degrau. Os índices referem-se aos modos LP_{jm} .

Dispersão de guia de onda

$V \frac{d^2(Vb)}{dV^2}$ Dispersão de guia de onda
ps/(nm*km).

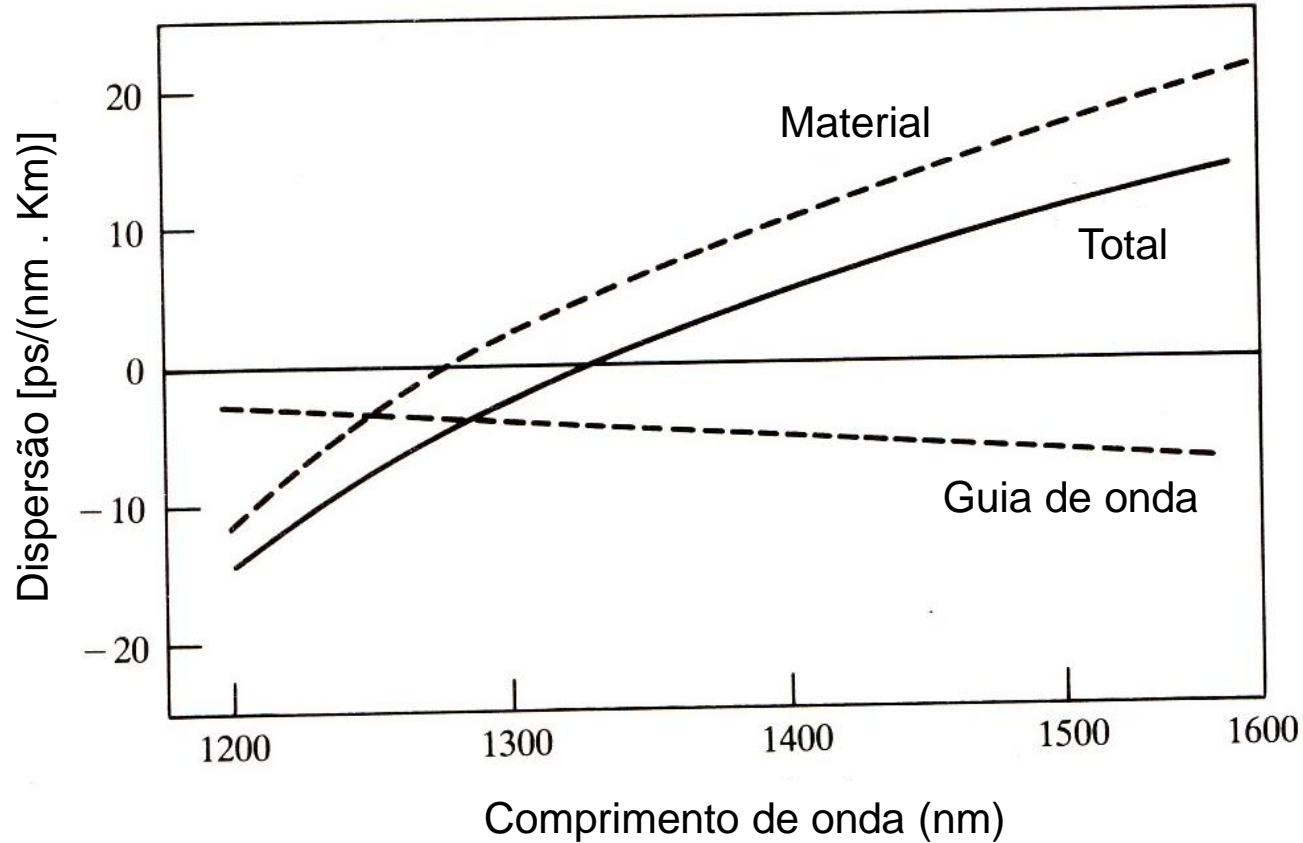
$\frac{d(Vb)}{dV}$ Atraso de grupo devido à
dispersão de guia de onda.

b Constante de propagação
normalizada.



Parâmetro b e suas derivadas versus V , para o modo LP_{01} .

Dispersão de guia de onda



Magnitudes das dispersões material e de guia de onda em função do comprimento de onda para uma fibra monomodo de núcleo de sílica fundida.

Alargamento de pulso em fibras multimodo

O Valor rms do alargamento de pulso, σ , é obtido através da seguinte forma:

$$\sigma = \left(\sigma_{intermodal}^2 + \sigma_{intramodal}^2 \right)^{1/2}$$

Onde:

$$\sigma_{intermodal} = \frac{LN_1\Delta}{2c} \frac{\alpha}{\alpha+1} \left(\frac{\alpha+2}{3\alpha+2} \right)^{1/2} \times \left[c_1^2 + \frac{4c_1c_2(\alpha+1)\Delta}{2\alpha+1} + \frac{16\Delta^2c_2^2(\alpha+1)^2}{(5\alpha+2)(3\alpha+2)} \right]^{1/2}$$

$$c_1 = \frac{\alpha-2-\varepsilon}{\alpha+2}$$

$$N_1 = n_1 + k \frac{\partial n_1}{\partial k}$$

$$n_2 = n_1(1-\Delta)$$

$$c_2 = \frac{3\alpha-2-2\varepsilon}{2(\alpha+2)}$$

$$\varepsilon = \frac{2n_1k}{N_1\Delta} \frac{\partial \Delta}{\partial k}$$

$$\sigma_{intramodal} = \frac{L}{c} \frac{\sigma_\lambda}{\lambda} \times \left[\left(-\lambda^2 \frac{d^2 n_1}{d\lambda^2} \right)^2 - N_1c_1\Delta \left(2\lambda^2 \frac{d^2 n_1}{d\lambda^2} \frac{\alpha}{\alpha+1} - N_1c_1\Delta \frac{4\alpha^2}{(\alpha+2)(3\alpha+2)} \right) \right]^{1/2}$$

Dispersão por Polarização Modal - PMD

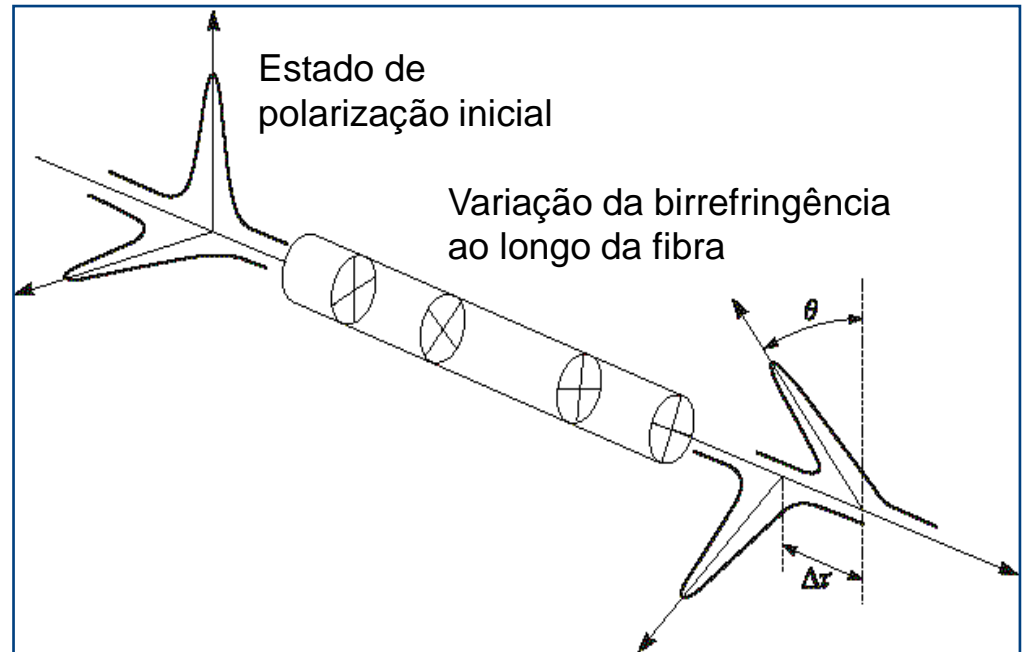
Uma fibra monomodo na verdade tem dois modos ortogonais. O modo HE_{11} é composto de dois modos cujos planos de polarização são ortogonais. Por conveniência será adotado aqui que **um modo é polarizado na direção x e outro na direção y**. Esta **degenerescência** ocorre em virtude da simetria da fibra. Na prática, a simetria da fibra é perturbada ao longo de seu comprimento por vários fatores: microcurvaturas, variações de diâmetro, etc. Estas perturbações quebram a degenerescência dos modos dando origem à PMD. A PMD torna-se mais crítica à medida que a taxa de transmissão aumenta.

A quebra da degenerescência faz com que os modos tenham constantes de propagação diferentes, β_x e β_y . Conseqüentemente, os índices efetivos serão diferentes ($n_{ef} = \beta/k_0$). Esta diferença entre os índices efetivos é chamada de **birrefringência**, e é definida como:

$$\beta = k_0(n_y - n_x)$$

$$L_p = \frac{2\pi}{\beta} \quad \text{Comprimento de batimento}$$

(ponto onde a polarização inicial é reproduzida).



Dispersão:

Diferentes componentes do sinal transmitido propagam-se com diferentes velocidades na fibra e chegam em tempos diferentes no receptor:

Dispersão modal: modos se propagam com velocidades diferentes. Quanto maior a ordem do modo, mais tempo ele leva para chegar no final da fibra.

Dispersão cromática: diferentes componentes espectrais de um pulso se propagam com velocidades diferentes. Tipos de dispersão cromática:

- ***dispersão material:*** devido à dependência do índice de refração com relação ao comprimento de onda;
- ***dispersão de guia de onda:*** devido ao projeto do guia de onda. Diz respeito ao confinamento modal. 80% da potência óptica se propaga no núcleo (índice maior) e os 20% restantes na casca (índice menor)

Dispersão de Polarização: componentes de polarização diferentes em um pulso se propagam com velocidades diferentes.

Limitação da Dispersão em Fibras Multimodo:

Dominada por dispersão modal:

$$\delta T = T_s - T_f < \frac{1}{2B}$$

Para fibra multimodo, o produto (taxa de bit)*(distância) é:

$$\delta T = \frac{Ln_1^2 \Delta}{cn_2} < \frac{1}{2B} \quad BL < \frac{cn_2}{2n_1^2 \Delta}$$

Valor típico para fibra MM degrau: <10Mb/s * km

Fibra de monomodo de índice degrau:

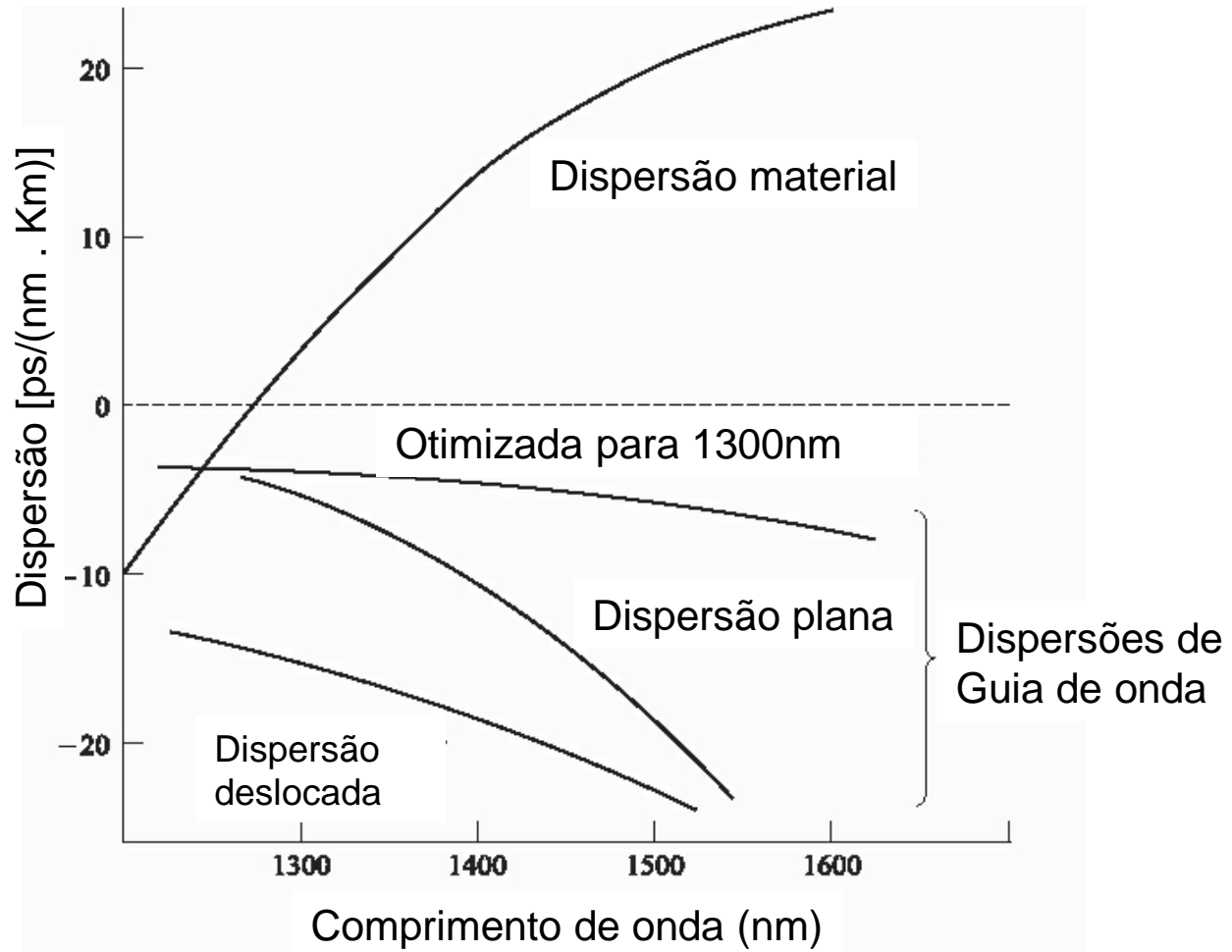
Definição de dispersão de velocidade de grupo (GVD),
Parâmetro β_2 e parâmetro de Dispersão D

$$\Delta T = \frac{dT}{d\lambda} \Delta\lambda = L \frac{d}{d\lambda} \left(\frac{1}{v_g} \right) \Delta\lambda = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 L \Delta\lambda = DL \Delta\lambda$$

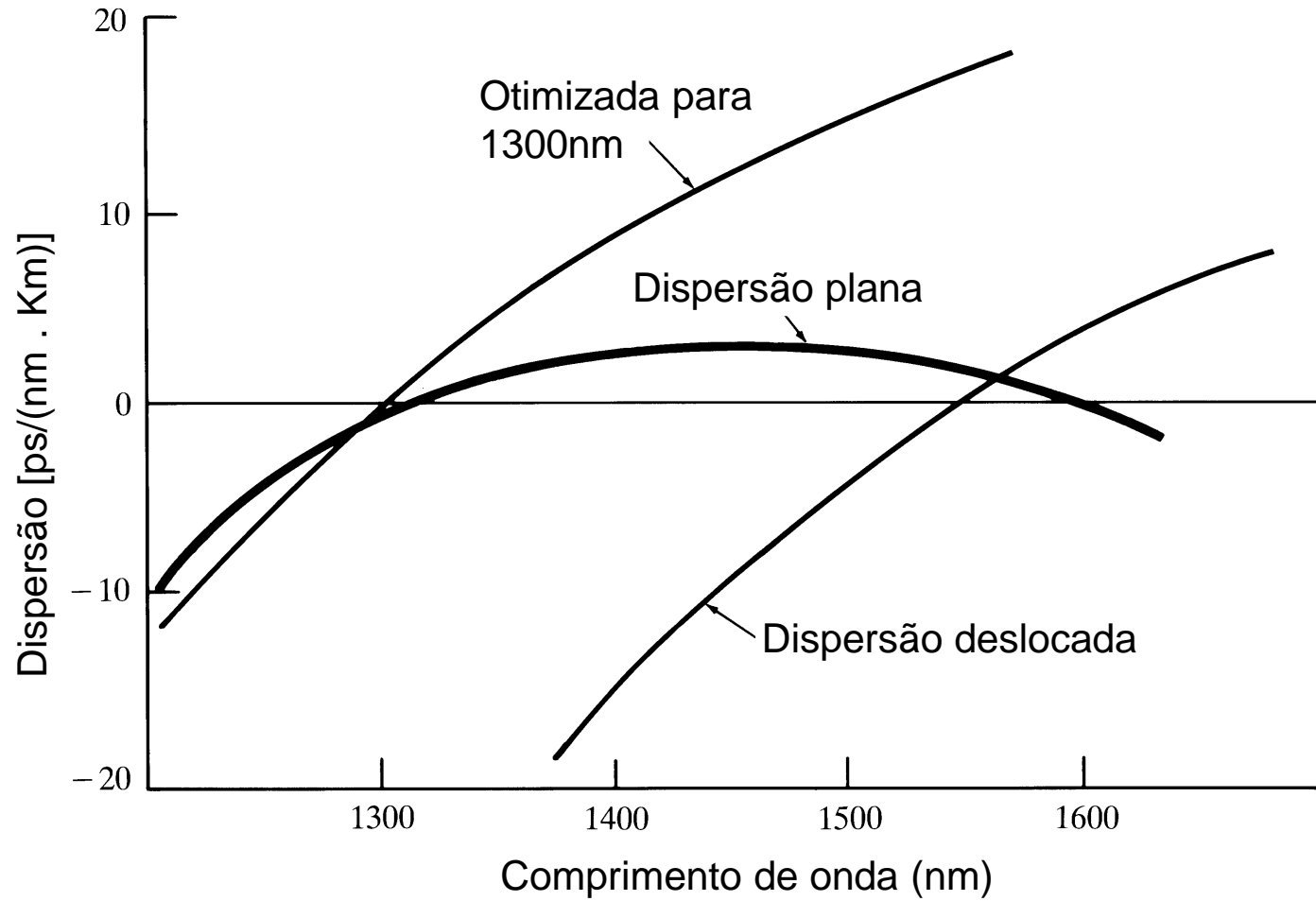
$$\beta_2 = \frac{d^2 \beta}{d\omega^2} \quad D = \frac{d}{d\lambda} \left(\frac{1}{v_g} \right) = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 = D_M + D_W$$

Interferência intersimbólica (ISI): efeito de alargamento de pulso devido à dispersão cromática faz com que o sinal de bits adjacentes se sobreponham.

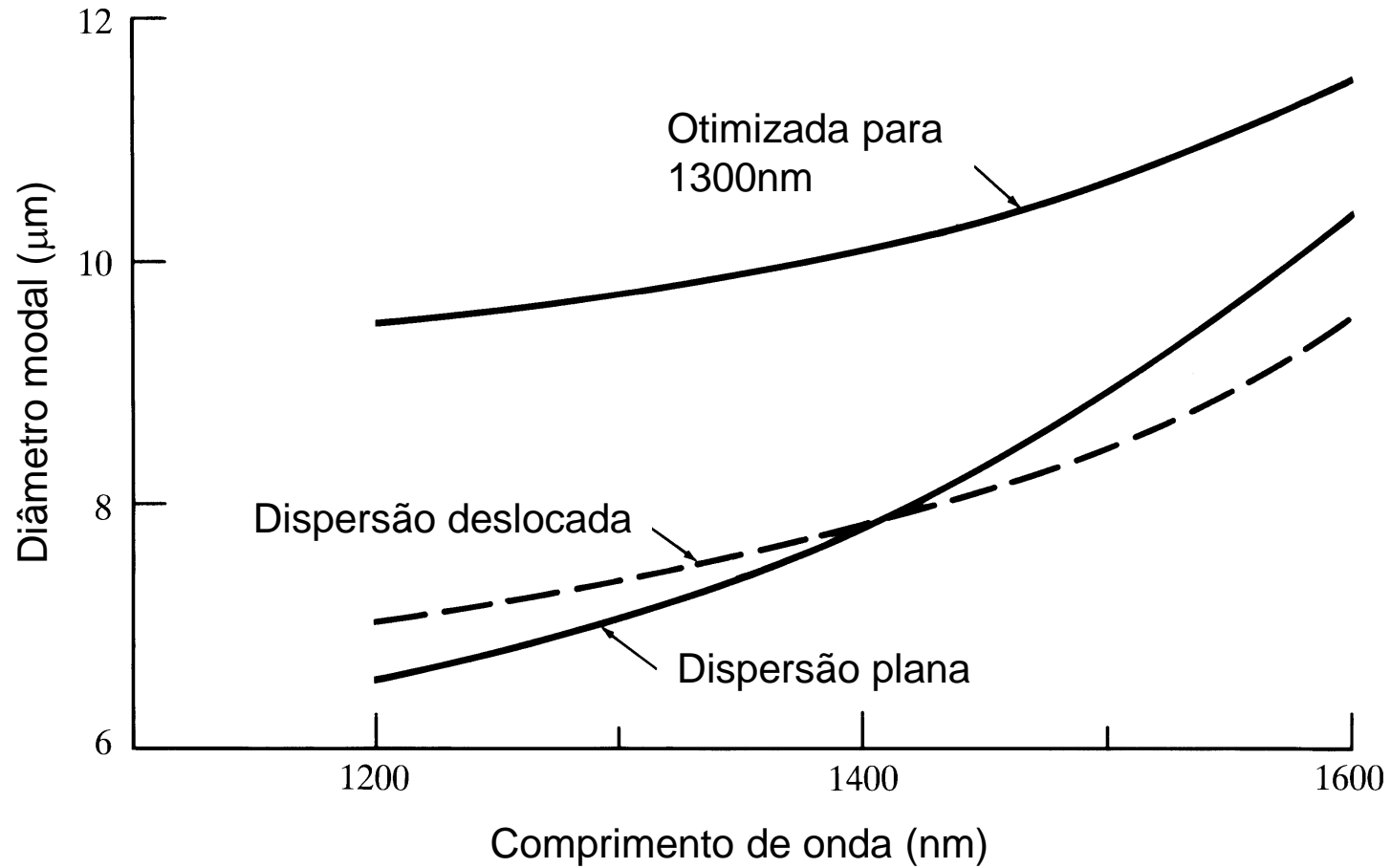
Dispersão em Fibras Monomodo



Dispersão em Fibras Monomodo

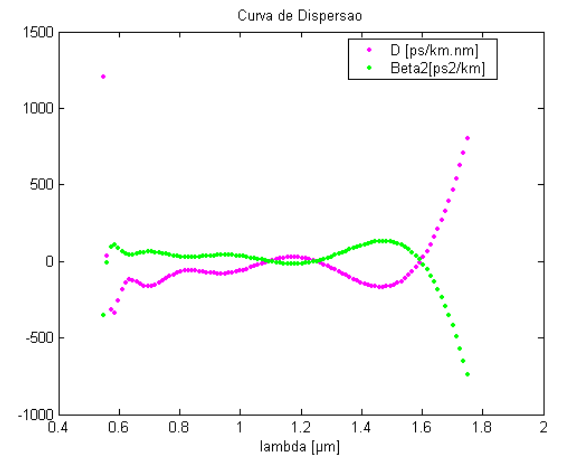
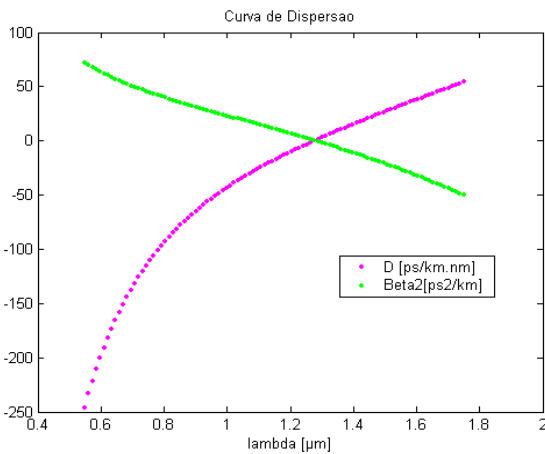
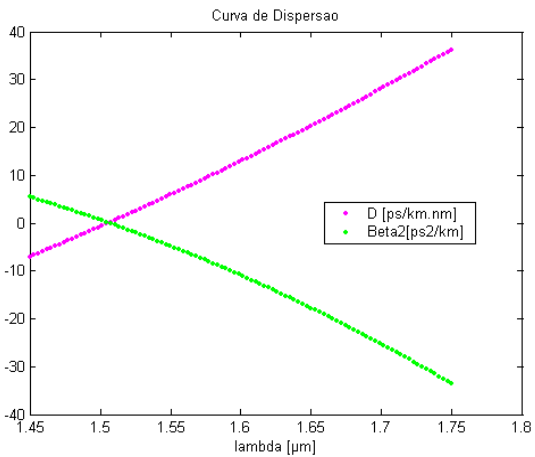
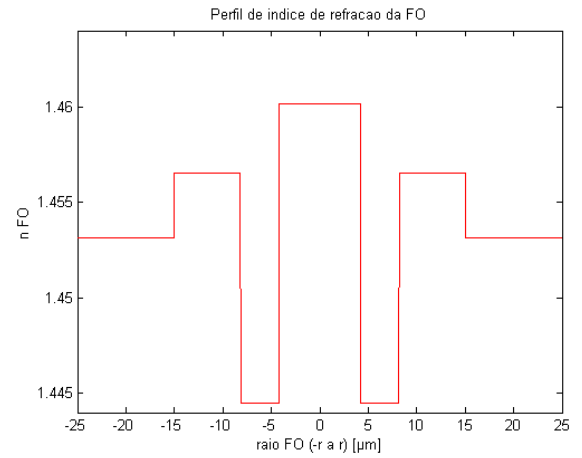
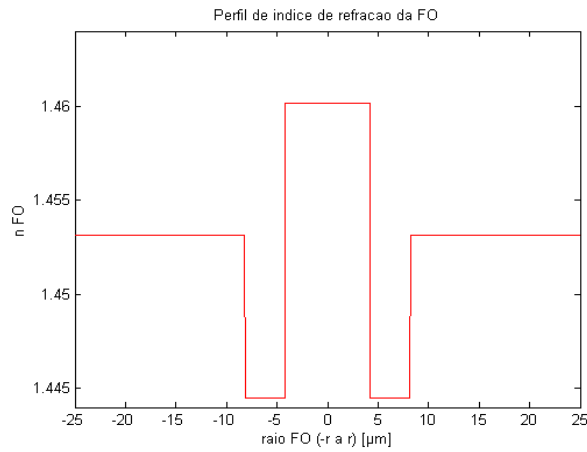
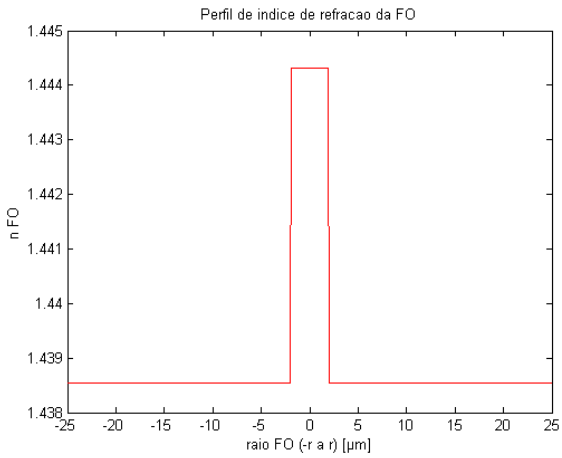


Diâmetro Modal versus Comprimento de Onda



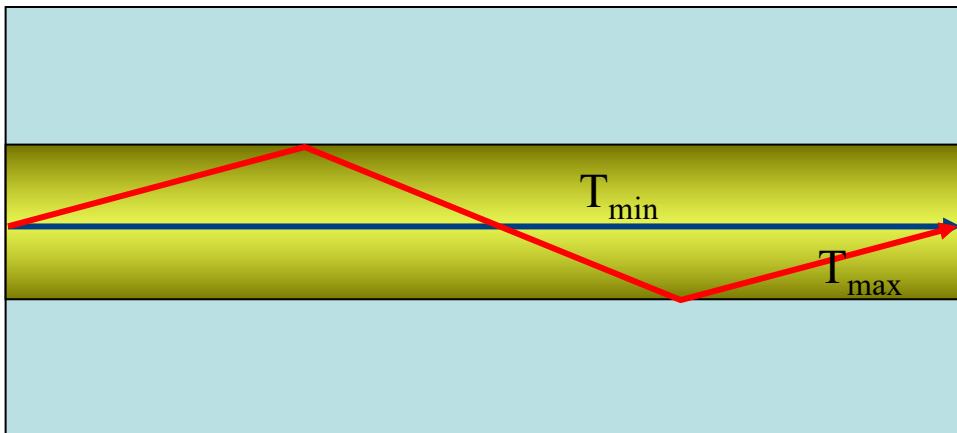
Dispersão para diferentes geometrias de fibras

Perfis de índices de refração para fibras com 1, 2 e 3 cascas e suas respectivas curvas de dispersão D [ps/(nm.km)] (ascendente) e β_2 [ps²/km] (descendente):



Distorção intermodal

- Surge em virtude de cada modo apresentar um atraso de grupo diferente para uma mesma frequência;
- Modos de mais alta ordem percorrem um caminho maior (mais zig-zags) que os modos de mais baixa ordem;
- A distorção intermodal ocorre apenas em fibras **multimodo**;
- Ela pode ser obtida através da diferença de tempo de propagação entre o modo fundamental (T_{\min}) e o modo de mais alta ordem (T_{\max}), ou seja:



$$\sigma_{mod} = T_{max} - T_{min} = \frac{n_1 \Delta L}{c}$$

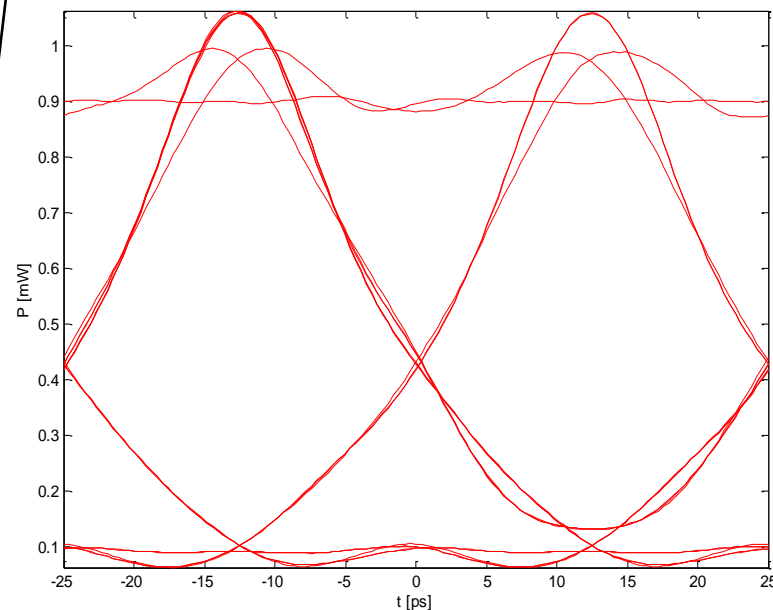
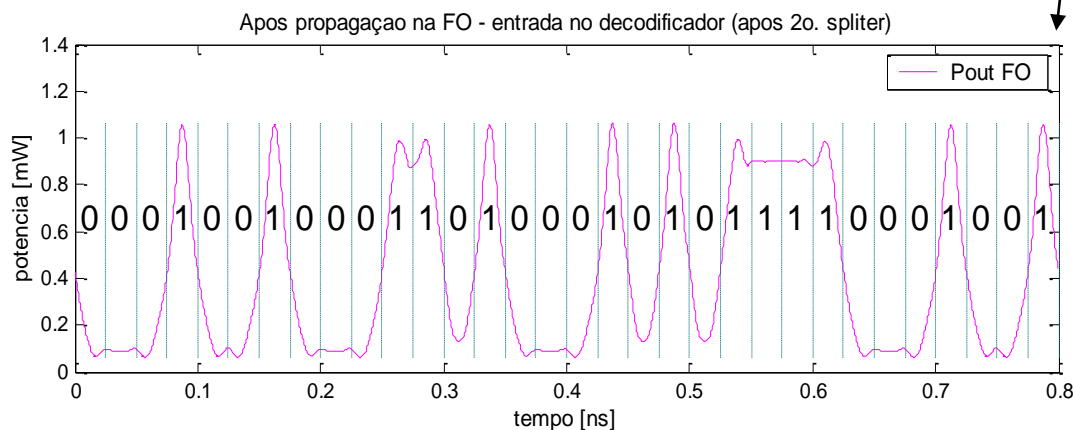
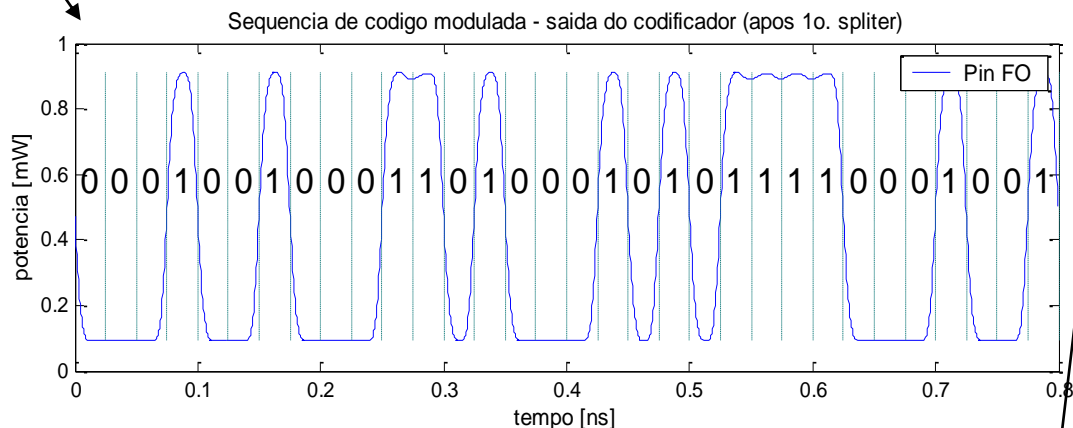
Propagação de Sinal sob PMD - I

Simulação com fibra altamente birefringente – HiBi:

Pulsos com modulação MZI
no início em $d = 0$

Pulsos em após $d = 400$ m
em fibra HiBi

$B = 40$ Gb/s
 $T = 25$ ps
 $T_{FWHM} = 24.3$ ps
 $d = 400$ m
 $\gamma = 8,5$ (kmW) $^{-1}$
 $D = -102$ ps/(nm.km)
 $D_{PMD} = 237,95$ ps/km $^{1/2}$



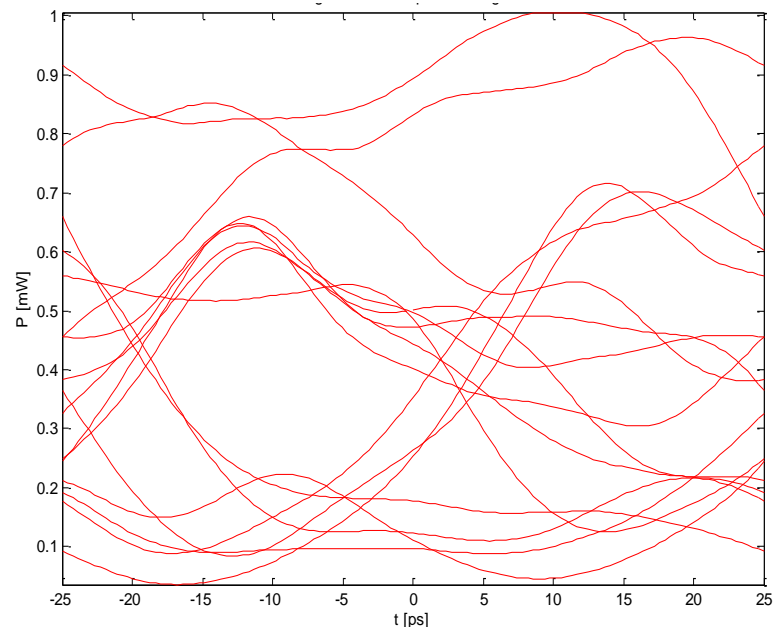
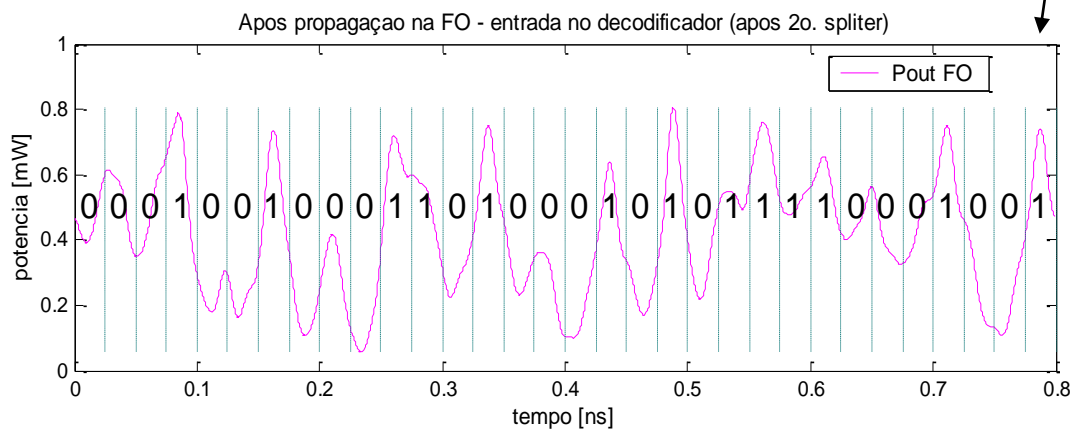
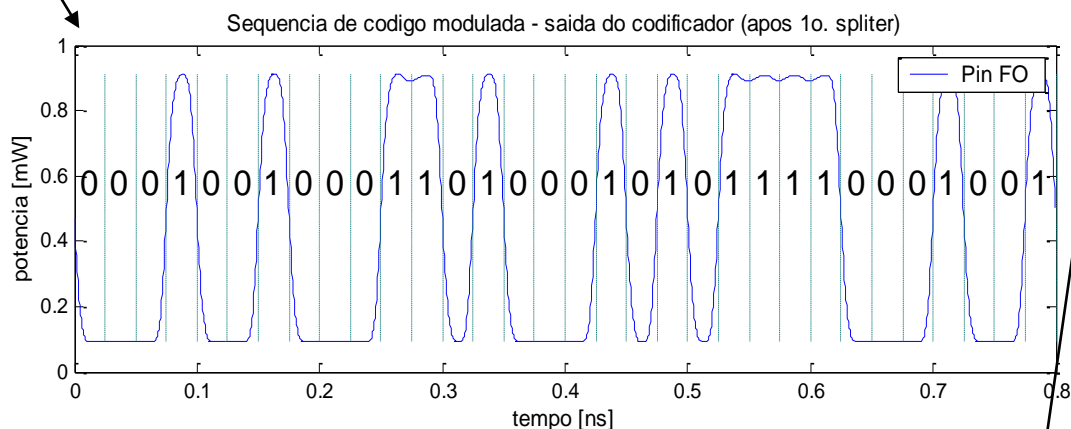
Propagação de Sinal sob PMD - II

Simulação com fibra altamente birefringente – HiBi:

Pulsos com modulação MZI
no início em $d = 0$

Pulsos em após $d = 1180\text{ m}$
em fibra HiBi

$B = 40\text{ Gb/s}$
 $T = 25\text{ ps}$
 $T_{\text{FWHM}} = 24,3\text{ ps}$
 $d = 1180\text{ m}$
 $\gamma = 8,5\text{ (kW)}^{-1}$
 $D = -102\text{ ps/(nm.km)}$
 $D_{\text{PMD}} = 237,95\text{ ps/km}^{1/2}$



Propagação de pulso ao longo de uma fibra não-ideal

Pulsos **NRZ com** modulação direta do SLD:

$B_{total} = 5 \times 155,52$ Mb/s em $T_c = 200$ ps

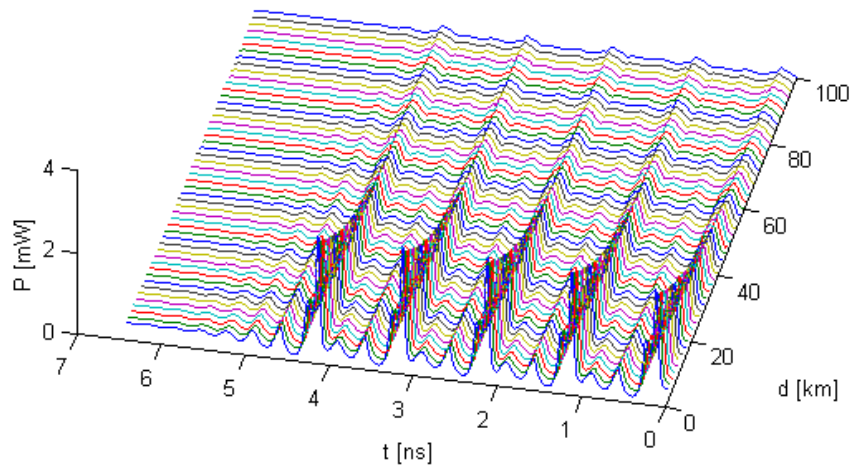
distância = 100 km

$\alpha = 0,1$ dB/km

$G_{AMP} = 10$ dB

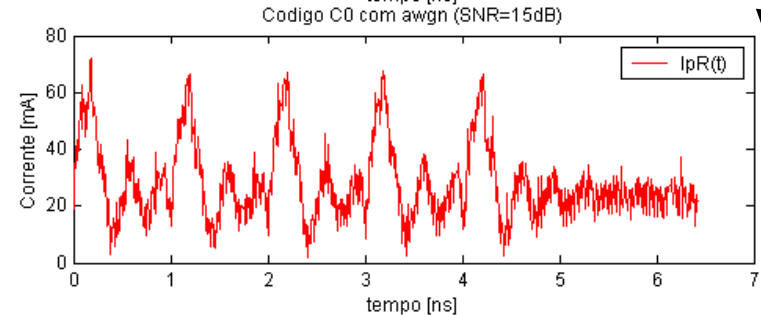
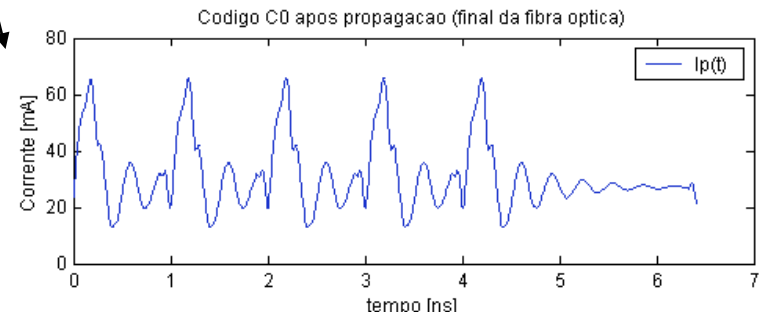
$D = -17$ ps/(nm.km)

$\lambda = 1,55$ μ m

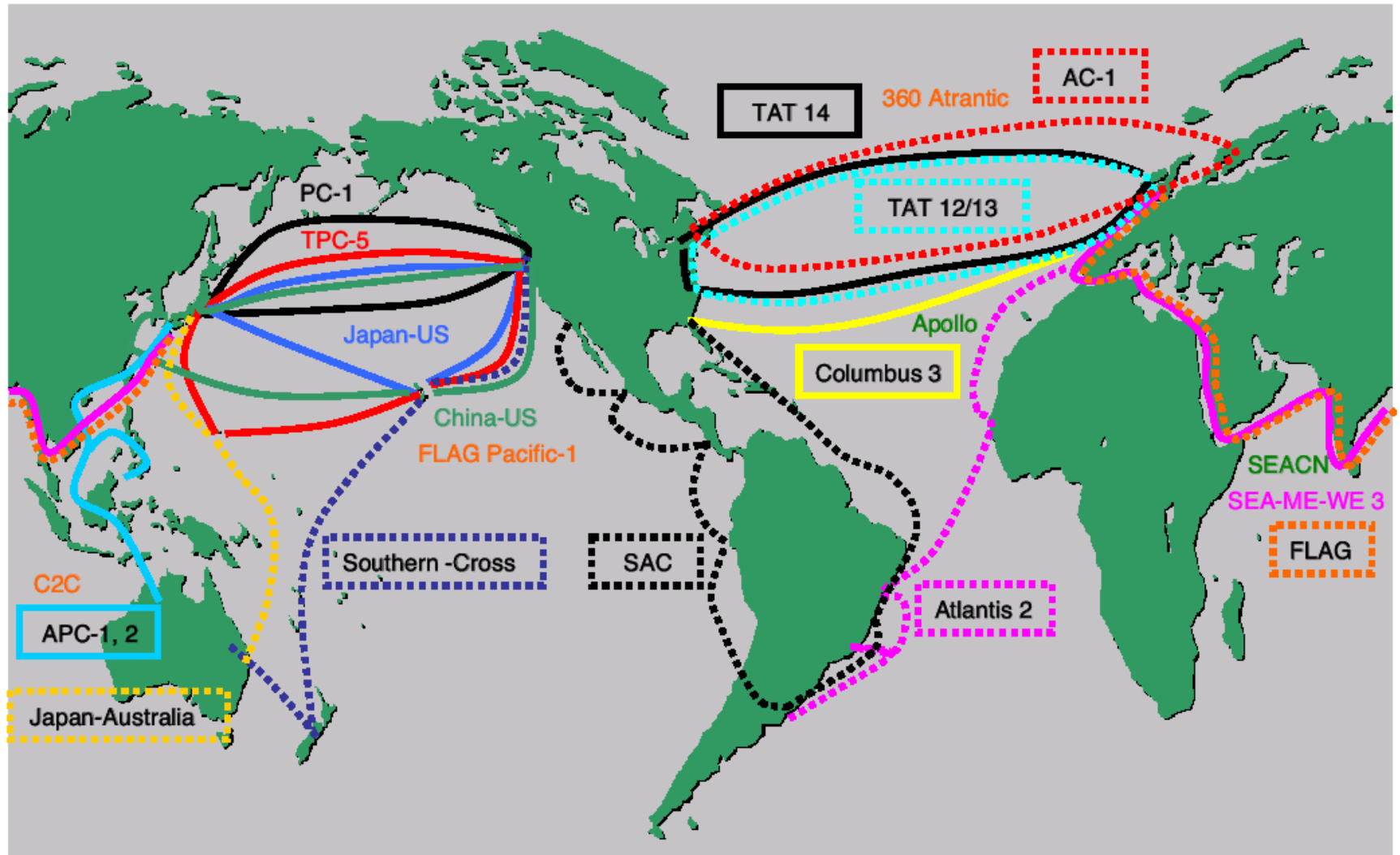


Pulsos em domínio óptico,
após $d=100$ km

Pulsos em domínio elétrico,
após recepção



Cabos Trans-oceânicos



Cabos Trans-oceânicos

	Cables	Zones	Total length (km)	Construction cost	Transmission capacity	Date operations started
Pacific ocean / Asia	TPC-5 CN	Japan Guam Hawaii The U.S. mainland	24,000		5G • 2WDM • 2 Fiber pair	1996/12
	APCN	Japan South East Asia	12,000		5G • 2 Fiber pair	1996/11
	CHINA– US	The U.S. mainland Japan Korea mainland China Taiwan Guam	27,000	1,300 billion yen	2.5G • 8WDM • 2 Fiber pair	1999/11
	Southern Cross	The U.S. mainland Hawaii Fiji Australia New Zealand	29,000	1,000 billion yen	2.5G • 16WDM • 3 Fiber pair	'99/12 , '00/9
	PC-1 *	Japan The U.S. mainland	20,900	1,600 billion yen	10G • 16WDM • 4 Fiber pair	2000/7
	Japan - US *	Japan The U.S. mainland	21,600	1,600 billion yen	10G • 16WDM • 4 Fiber pair	2000/5
	Japan-Australia	Japan Guam Australia	10,000		10G • 16WDM • 4 Fiber pair	Middle of 2001
	Asia Global Crossing	Japan South East Asian countries	18,000	1,400 billion yen	Under investigation	Middle of 2001
	APCN-2	Japan Taiwan China Hong Kong Singapore Malaysia	10,000	at first 600 billion yen	10G • 32WDM • 4 Fiber pair	Beginning of 2002
	C2C	South East Asian countries around Singapore	17,000	1,150 billion yen	10G • 96WDM • 8 Fiber pair	2001/3Q
	FLAG Pacific-1	Japan U.S. Canada	22,000	Under investigation	10G • 64WDM • 8 Fiber pair	2002
TGN Transpacific	Japan Guam U.S.	Under investigation	Under investigation	5.12 ~ 7.68 Tb/s	2002/2Q	
Atlantic ocean	TAT-12/13	The U.K. France U.S.	13,000		5G • 2WDM • 2 Fiber pair	1996/10
	GEMINI	U.S. The U.K.	14,000		2.5G • 8WDM • 2 Fiber pair	1998/3,10
	ATLANTIS - 2	Portugal Canary Islands Senegal Brazil Argentina	12,800		2.5G • 8WDM • 2 Fiber pair	1999/4
	Columbus 3	U.S. Portugal Spain Italy	11,000		2.5G • 8WDM • 2 Fiber pair	1999/7
	AC-1	U.S. The U.K. Germany	14,000		2.5G • 8WDM • 2 Fiber pair	1999/11
	TAT-14 CN *	U.S. The U.K. France Nether land Germany Denmark	15,500		10G • 16WDM • 4 Fiber pair	2000/10
	FLAG ATLANTIC-1 *	U.S. The U.K. France	12,500	1,200 billion yen	10G • 32WDM • 4 Fiber pair	2001/1
	Apollo *	U.S. The U.K. France	13,000		10G • 80WDM • 4 Fiber pair	2002/3Q
	360 Atrantic	(U.S.) Canada The U.K.	Under investigation	Under investigation	10G • 48WDM • 4 Fiber pair	Under investigation

Cabos Trans-oceânicos

	Cables	Zones	Total length(km)	Installation cost	Transmission capacity	Date of operations started
Europe / Asia	FLAG	Europe Middle East South East Asia Japan	27,000		5G • 2 Fiber pair	1997 / 11
	SEA ME WE 3	Europe Middle East South East Asia Japan	38,000	1,100 billion yen	2.5G • 8WDM • 2 Fiber pair	1999 / 3
	SEACN	The U.K. India	19,000	Under investigation	7.68Tb/s, 8 Fiber pair	2002 / 2Q
South America	South American Crossing *	The U.S. Latin American countries (South American continent via surface)	18,000	700 billion yen	2.5G • 8WDM • 4Fiber pair	2000~2001
	Atlantica-1	The U.S. Brazil Venezuela	22,500	Under investigation	Under investigation	2000~2001

* Under construction

* Under consideration