HIDRÁULICA, IRRIGAÇÃO E DRENAGEM

HIDRÁULICA

HIDROSTÁTICA- 2023

Prof. Tamara Gomes

Hidrostática ou Estática dos Fluídos

A estática dos fluídos é a parte da mecânica que estuda os fluídos em repouso (Equilíbrio), bem como as forças que podem ser aplicadas em corpos submersos.

A- estudo da pressão e de suas variações através do fluido

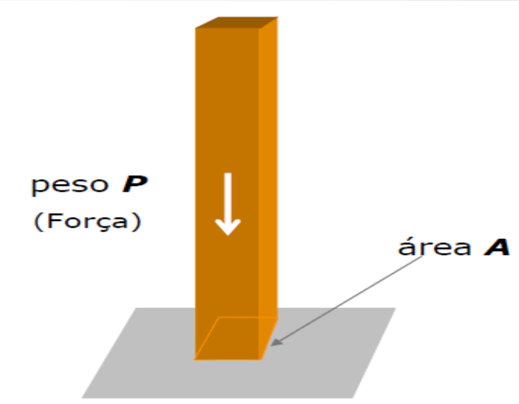
B- estudo das forças devidas à pressão hidrostática sobre superfícies finitas

Hidrostática ou Estática dos Fluídos

PRESSÃO E EMPUXO :

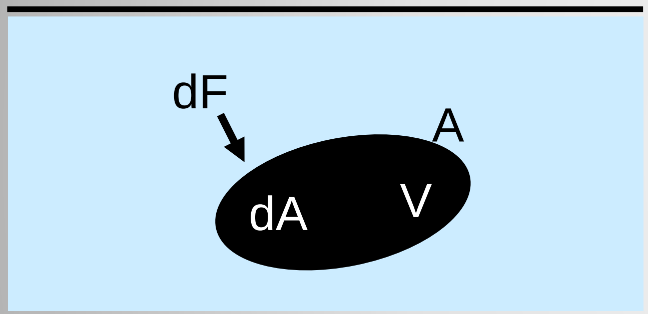
$$\boxed{pressão = \frac{Força}{Área} \Rightarrow P = \frac{F}{A}}$$

PRESSÃO **– A pressão de um fluido se define como a Força Normal que a massa líquida exerce sobre uma superfície qualquer. Logo, pressão é a força que atua em uma superfície por unidade de área.**



Hidrostática ou Estática dos Fluídos

EMPUXO **– é a força resultante da pressão.**



$$\boxed{P = \frac{dF}{dA} \Rightarrow dF = P.dA}$$

e

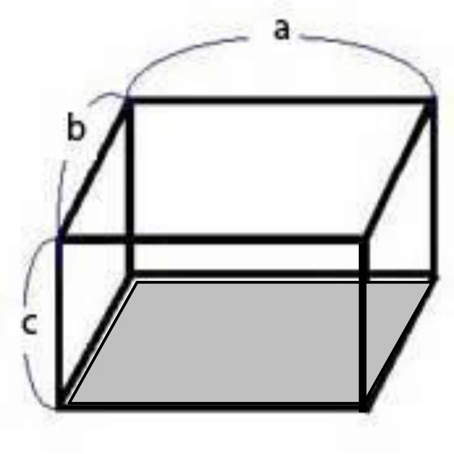
$$\boxed{E = \int_A P.dA}$$

Para o caso de superfícies horizontais: P = constante, então:

$$\boxed{E = P.A}$$

Exercício:

1) Um recipiente em forma de paralelepípedo com arestas: a=80cm; b=50cm e c=60cm, está cheio de óleo com peso específico de 900 kgf.m^3. Calcular a pressão unitária exercida pelo óleo sobre a face de arestas *a* e *b*.



Volume do Óleo

V=0,8×0,5×0,6=0,24 m^3

$$\gamma = \frac{peso}{Volume}$$

$$Peso = \gamma \times V$$

$$Peso = 900kgf / m^3 \times 0{,}24m^3 = 216kgf$$

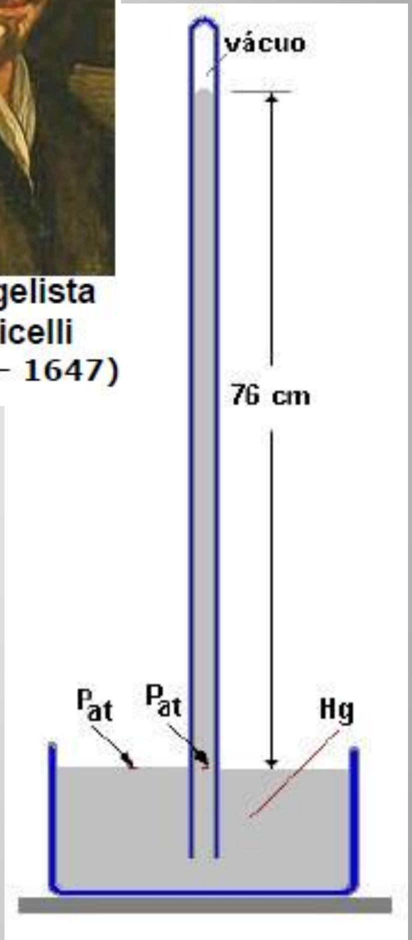
$$\text{Pressão} = \frac{peso}{área} = \frac{216kgf}{0{,}8m \times 0{,}5m} = 540kfg / m^2$$

Unidades de Pressão

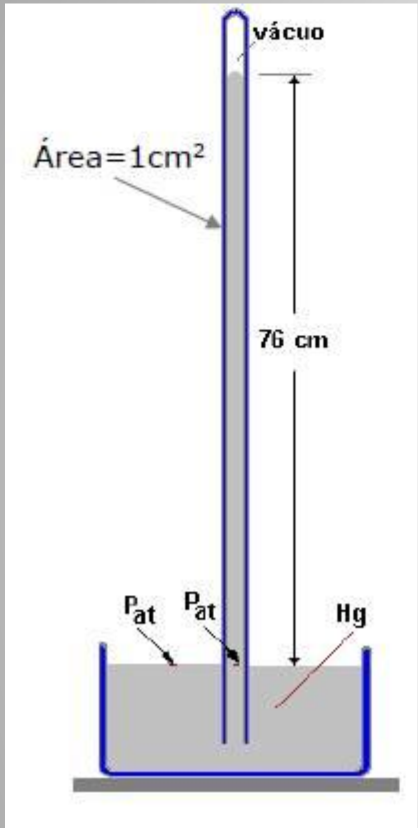
Experimento de Torricelli

Para determinar o valor da pressão atmosférica, Torricelli utilizou um tubo de um metro de comprimento cheio de mercúrio (barômetro). Ao colocar a extremidade livre do tubo num recipiente contendo Hg, ao nível do mar e a temperatura de 0°C, ele verificou que a coluna de Hg no tubo alcançou 76cm.

Evangelista Torricelli (1608 – 1647)



Experimento de Torricelli



Dados:

- $A = 1cm^2 = 10^{-4}\,m^2$
- $h = 76\ cm = 0{,}76\ m$
- $\rho = 13.600\ kg.m^{-3}$
- $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$

$$Peso = m \times g$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = V \times \rho$$

$$peso = V \times \rho \times g \Rightarrow \rho \times A \times h \times g$$

$$peso = 13600 kg/m^3 \times 10^{-4} m^2 \times 0{,}76m \times 9{,}8m/s^2$$

$$peso = 10{,}129 kgm/s^2 = 10{,}129N$$

$$Pressão = \frac{peso}{área} = \frac{10{,}129N}{10^{-4}m^2} = 101.293N/m^2 = 101.293Pa = 101{,}3kPa = 1atm = 760mmHg$$

Unidades de Pressão

Deste modo, a pressão atmosférica ao nível do mar, chamada Atmosfera Física, pode ser expressa em diversas unidades:

1 atm =
- **760 mm . Hg**
- **10,33 m c a**
- **1,033 kgf.cm^{-2}**
- **101,329 kPa**
- **1,033 bar**
- **14,69 PSI (libra/pol^{2})**

Unidades de Pressão

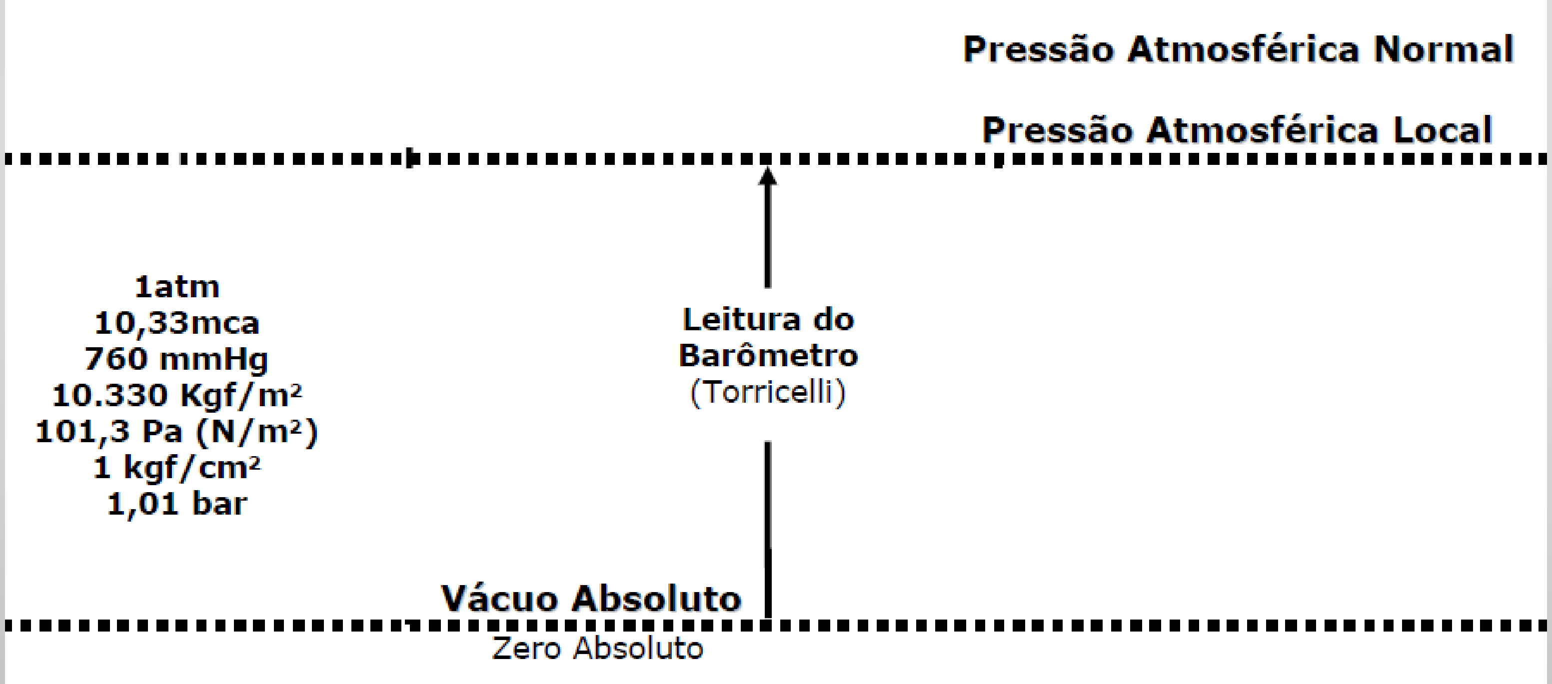
Variação da pressão atmosférica com a altitude:

Altitude (m)	p_{atm} (Pa)	Altitude (m)	p_{atm} (Pa)
0	101.293	1800	81.046
300	98.000	2100	78.400
600	94.472	2400	75.950
900	91140	2700	73.500
1200	87.808	3000	70.952
1500	84.476	-	-

Escalas de Pressão

Pressão relativa, barométrica e absoluta.

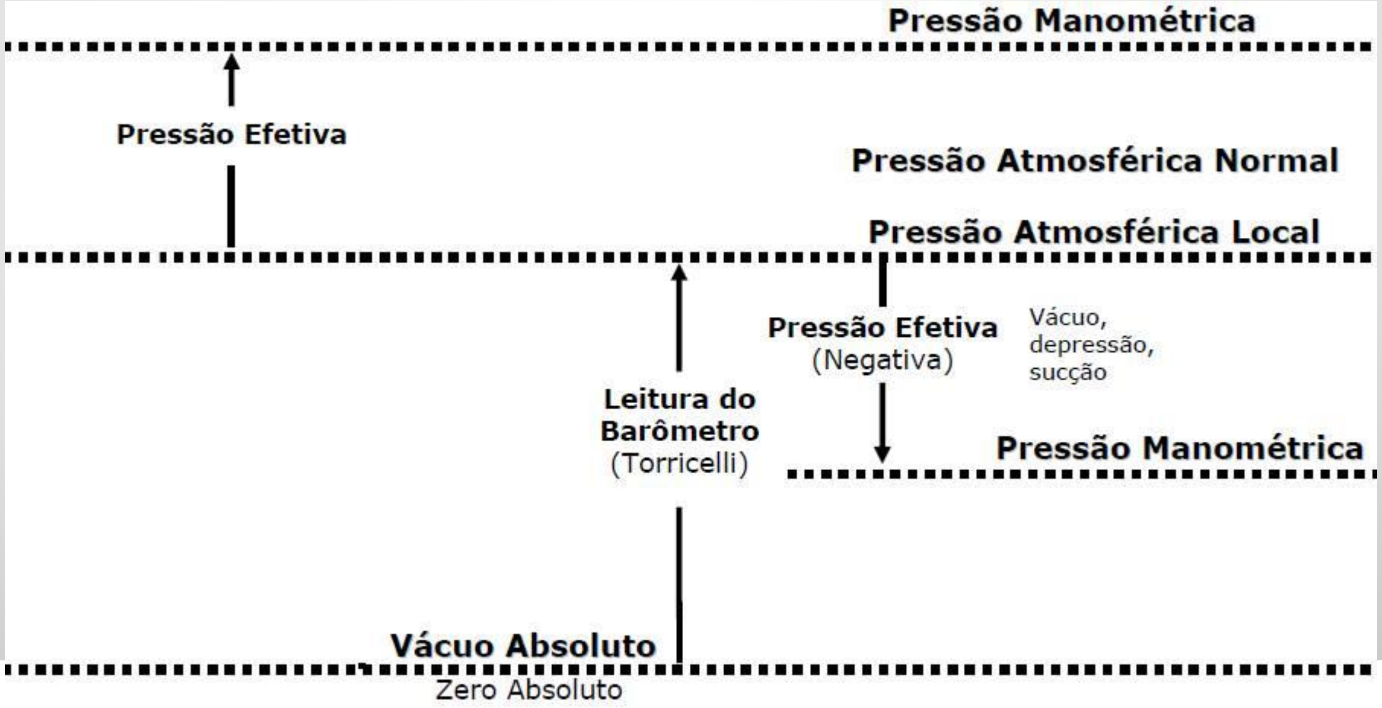
Conforme o esquema a seguir, tendo-se como referência o vácuo, a pressão atmosférica local é obtida pela leitura barométrica, se o local estiver ao nível do mar o valor da pressão será 760 mm.Hg (pressão atmosférica normal).



Escalas de Pressão

Pressão relativa, barométrica e absoluta.

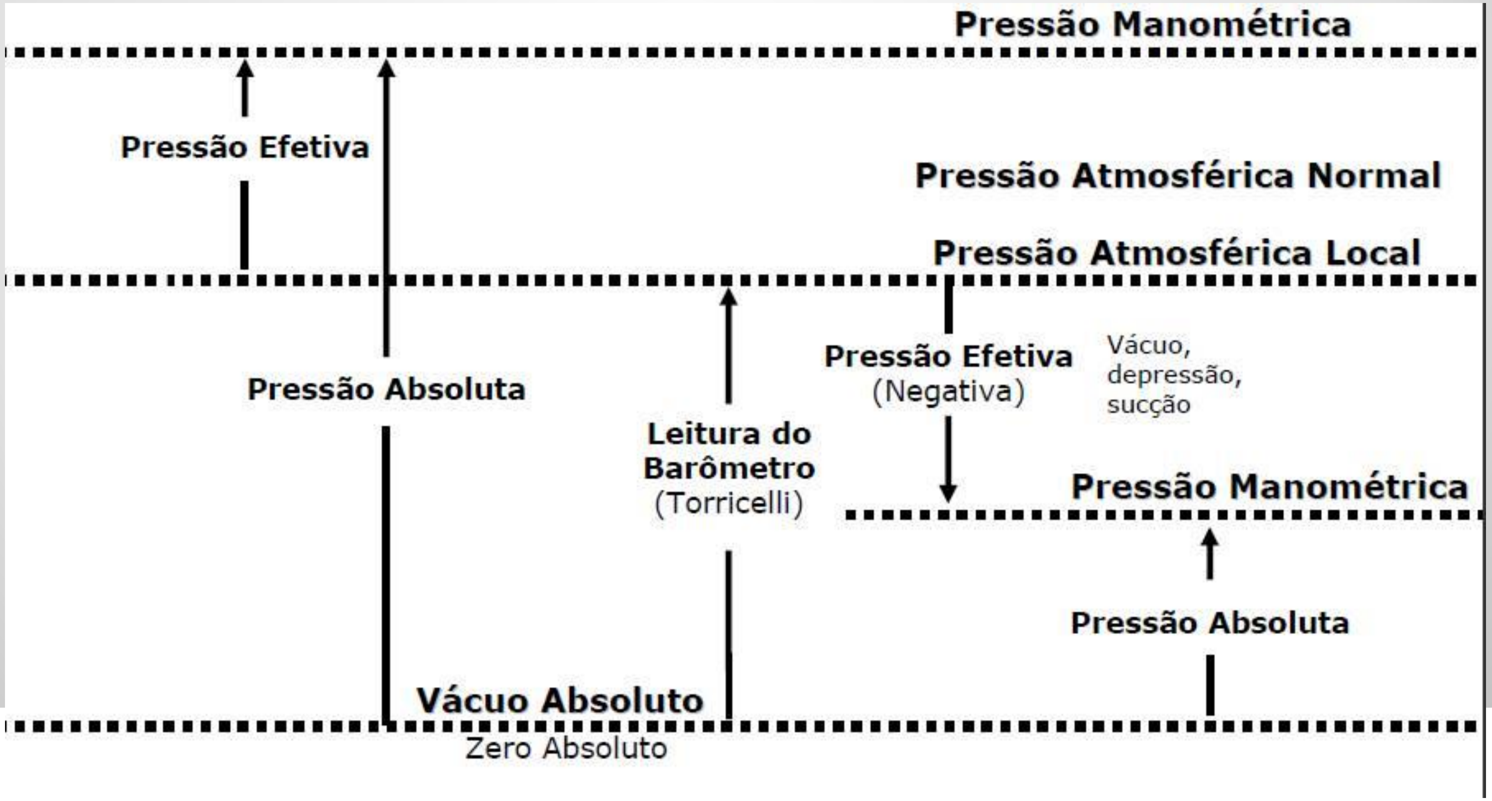
As pressões podem também ser medidas em relação a pressão atmosférica de um local, que nesse caso são chamadas pressões manométricas ou relativas. Como essas pressões podem ser maiores ou menores que a pressão local, elas podem ser positivas ou negativas.



Escalas de Pressão

Pressão relativa, barométrica e absoluta.

Se essas pressões tiverem como referencial o vácuo, elas serão obtidas pela soma da pressão atm local e a pressão manométrica, sendo chamada de pressão absoluta, com valores sempre positivos ou nulo.



Escalas de Pressão

Pressão relativa, barométrica e absoluta.

RESUMO:

- ***Pressão Barométrica***: **medida em referência ao vácuo.**
- ***Pressão manométrica***: **medida em referência a pressão atmosférica local.**
- ***Pressão Absoluta***: **pressão atm local + pressão manométrica**

OBS: O sistema MKS é o sistema internacional, portanto:
Pressão = Pa , sendo comum kgf/cm^2, atm, bar, mca...

Exercício:

Calcular a pressão absoluta em atm, com os dados abaixo:

Dados:

- $P_{atm\ local}$ = 750 mm.Hg
- $p_{manométrica}$ = 21,4 m c a

$$1atm = 760mmHg$$
$$x = 750mmHg$$
$$x = 0{,}986atm$$

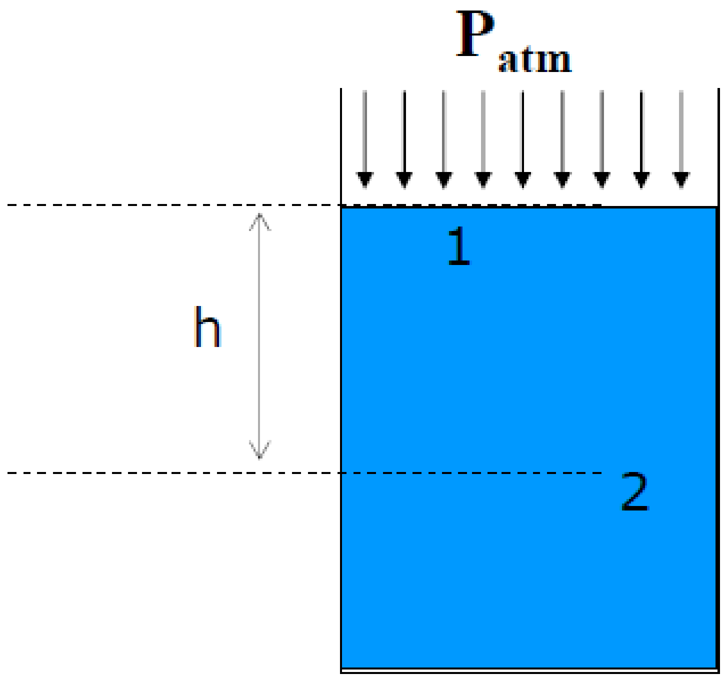
$$1atm = 10{,}33m.c.a$$
$$x = 21{,}4m.c.a$$
$$x = 2{,}07atm$$

$$Pabs = Pman + Patm_{local} \Rightarrow 2{,}07 + 0{,}986 = 3{,}056atm$$

Escalas de Pressão

Pressão relativa, barométrica e absoluta.

Modos de expressão em propriedades dos fluídos:



Pressão Absoluta

$$p_2 = p_{atm} + \gamma . h$$

Pressão Efetiva

$$p_2 = \gamma . h$$

$$\frac{kgf}{m^3} \times m \Rightarrow \frac{kgf}{m^2}$$

Escalas de Pressão

Pressão relativa, barométrica e absoluta.

Modos de expressão em propriedades dos fluídos:

Pressão Absoluta	Pressão Efetiva ou Relativa
➢ A pressão existente sobre o nível da água em um reservatório tem valor *1 atm ou 10,33 mca.*	➢ A pressão existente sobre o nível da água em um reservatório tem valor *zero*.
➢ A pressão na tubulação de sucção de uma bomba ou de um aspirador de pó tem valor *positivo e menor que uma atmosfera.*	➢ A pressão na tubulação de sucção de uma bomba ou de um aspirador de pó tem valor *negativo.*
➢ O vácuo absoluto recebe valor *zero.*	➢ O vácuo absoluto recebe valor *-1 atm ou 10,33 mca.*

Princípio de Pascal ou Lei de Pascal

" Em qualquer ponto no interior de um líquido em equilíbrio ou repouso, a pressão é a mesma em todos as direções".

$$\sum F_X = 0 \Rightarrow \sum F_Y = 0 \Rightarrow \sum F_Z = 0$$

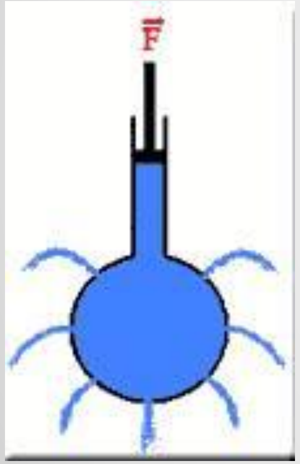
$$Logo, \quad P_1 = P_2 = P_3$$

A importância dessa Lei está na comunicabilidade das pressões entre os pontos de uma massa fluída.

Os elevadores, prensas e freios hidráulicos são fundamentados nessa lei.

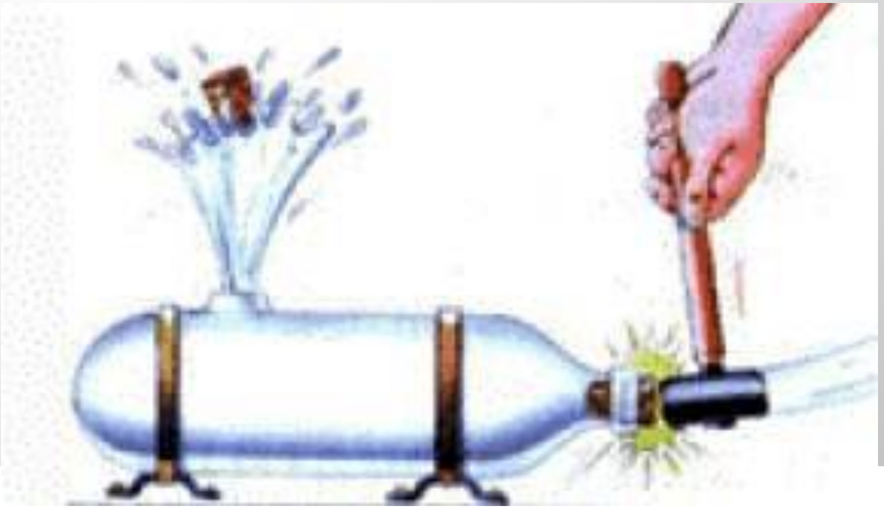
Princípio de Pascal ou Lei de Pascal

" Em qualquer ponto no interior de um líquido em equilíbrio, a pressão é a mesma em todos os sentidos".



"Uma pressão externa aplicada a um fluido dentro de um recipiente se transmite sem diminuição a todo o fluido e às paredes do recipiente".

O líquido sai pelos orifícios formando esguichos de mesma intensidade



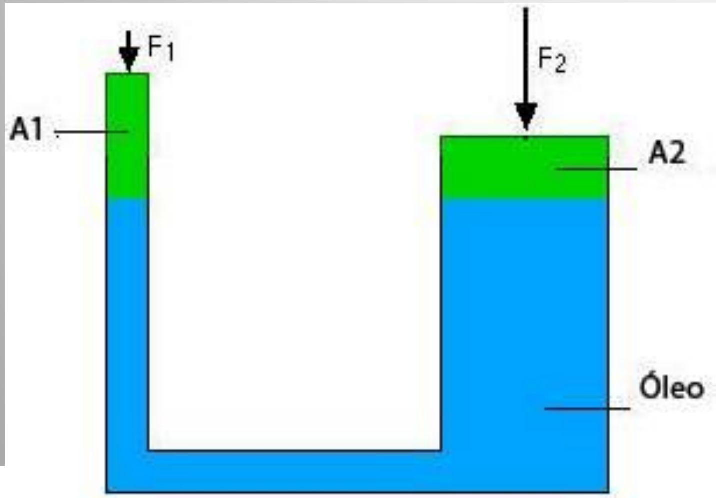
Princípio de Pascal ou Lei de Pascal

Ex: Uma carga de 100.000 kgf está assentada em um êmbolo de um macaco hidráulico (prensa), que possuí 1000cm² de área.
Que força deve-se aplicar no outro êmbolo de área de 50cm² para que a carga seja equilibrada?

Dados:
- $F_2 = 100.000$ kgf
- $A_2 = 1.000$ cm²
- $A_1 = 50$ cm²

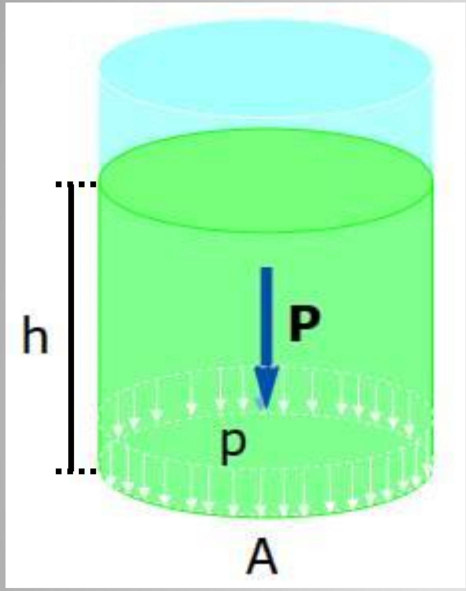
$$P_1 = P_2$$

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$



$$F_1 = \frac{100.000kgf \times 50cm^2}{1000cm^2} \Rightarrow F_1 = 5000kgf$$

<u>Lei de Stevin</u>: pressão devido à uma coluna líquida.



Para o reservatório com base (A), contendo um líquido de peso específico (γ), até a altura (h), a pressão exercida na base é:

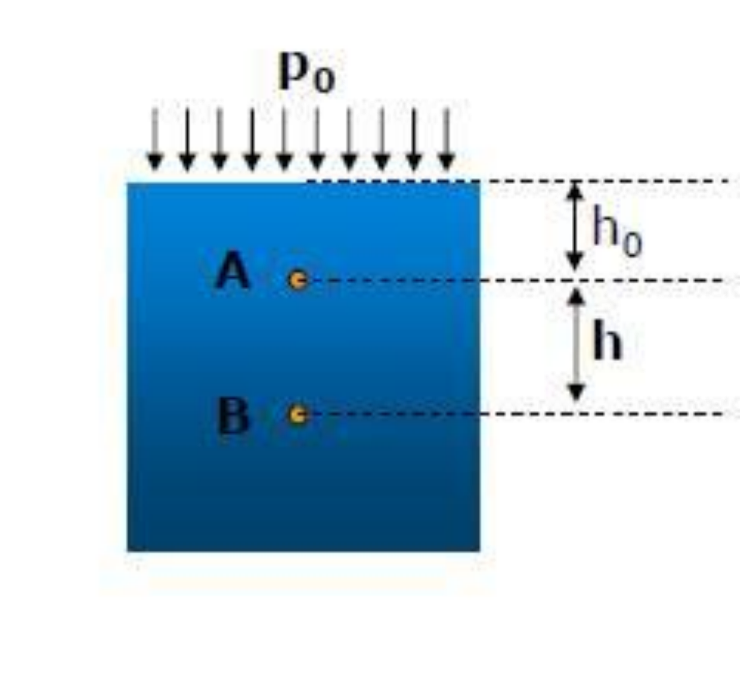
$$pressão = \frac{peso}{área} = \frac{\gamma \, . \, volume}{área} = \frac{\gamma \, . A . \, h}{A} = \gamma \, . \, h$$

$$\boxed{pressão = \gamma \, . \, h}$$

Por essa expressão verifica-se que a pressão exercida pela coluna do fluído (pressão hidrostática), não depende da área envolvida, somente da natureza do fluído (γ) e da altura da coluna (h).

Lei de Stevin: pressão devido à uma coluna líquida.

" A diferença de pressão entre dois pontos da massa de um líquido em equilíbrio é igual a diferença de nível entre os pontos, multiplicado pelo peso específico do líquido".



$$P_A = P_o + \gamma \times h_o$$

$$P_B = P_A + \gamma \times h$$

$$P_B - P_A = (P_A + \gamma \times h) - (P_o + \gamma \times h_o)$$

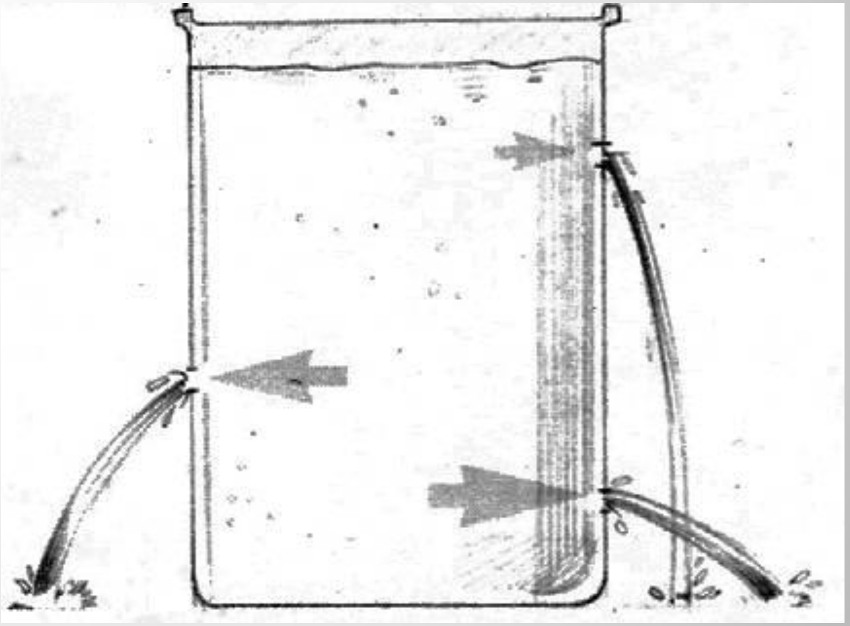
$$P_B - P_A = (P_o + \gamma \times h_o + \gamma \times h) - (P_o + \gamma \times h_o)$$

$$P_B - P_A = \gamma \times h = \rho \times g \times h$$

Lei de Stevin: pressão devido à uma coluna líquida.

Maior Profundidade...

Maior Pressão.



Exercício:

Calcular a força P que deve ser aplicada ao êmbolo menor da prensa hidráulica para equilibrar a carga Q de 98.000 N, colocada no êmbolo maior. Os cilindros estão cheios, de um óleo com d = 0,75 e as seções dos êmbolos são A1 = 0,05 m² e A2 = 0,5 m².

$$1 \quad = 2$$

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$\frac{P}{0{,}05} + 7.357{,}50N/m^3 \times 0{,}4m = \frac{98.000N}{0{,}5m^2}$$

$$d = \frac{\rho_{óleo}}{\rho_{água}} \Rightarrow 0{,}75 = \frac{\rho_{óleo}}{1000kg/m^3} \Rightarrow \rho_{óleo} = 750kg/m^3$$

$$\boxed{P = 9.652{,}85N}$$

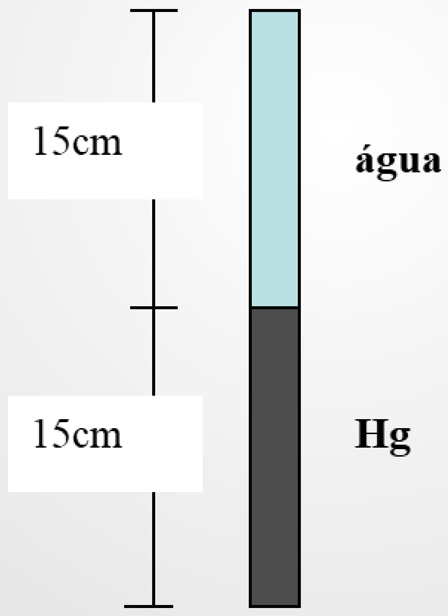
$$\gamma_{óleo} = 750kg/m^3 \times 9{,}81m/s^2 \Rightarrow \gamma_{óleo} = 7.357{,}50\frac{kg \times m}{m^3 \times s^2} = 7.357{,}50N/m^3$$

Exercício:

Um tubo vertical, de 25mm de diâmetro e 30cm de comprimento, aberto na extremidade superior, contém volumes iguais de água e mercúrio. Pergunta-se:

a) qual os pesos dos líquidos nele contido?

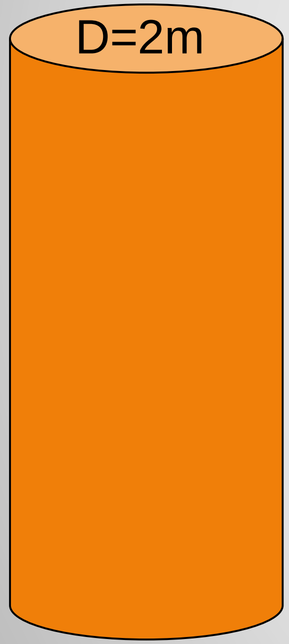
b) qual a pressão manométrica, em $kgf.m^{-2}$, no fundo do tubo?



PRESSÃO EM METROS DE COLUNA D' ÁGUA (M.C.A)

A pressão só depende da altura da coluna d' água

Reservatório A



h_A=10m

$$A = \frac{\pi \times D^2}{4} = 3{,}1416m^2$$

Volume=F (kgf) ou (m^3)

$$F = A \times h = 3{,}1416m^2 \times 10m$$

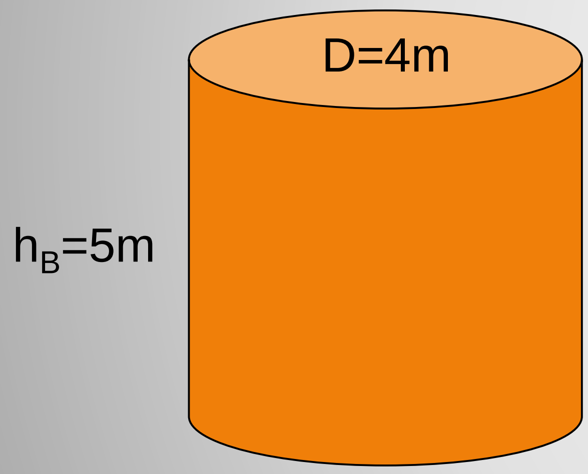
$$F = 31{,}42m^3$$

$$\text{Pressão} = \frac{F}{A} \Rightarrow \frac{31{,}42m^3}{3{,}1416m^2} \Rightarrow \text{Pressão} = 10m.c.a$$

PRESSÃO EM METROS DE COLUNA D' ÁGUA (M.C.A)

A pressão só depende da altura da coluna d' água

Reservatório B



$$A = \frac{\pi \times D^2}{4} = 12{,}57m^2$$

Volume=F (kgf) ou (m^3)

$$F = A \times h = 12{,}57m^2 \times 5m$$

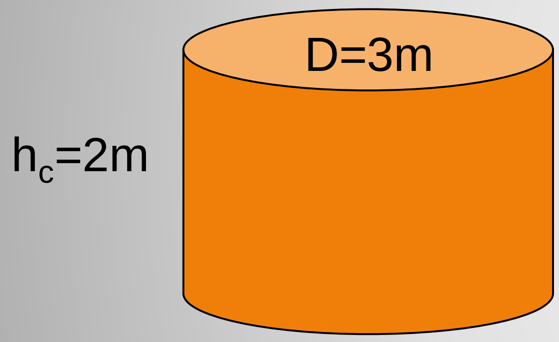
$$F = 62{,}83m^3$$

$$\text{Pressão} = \frac{F}{A} \Rightarrow \frac{62{,}83m^3}{12{,}57m^2} \Rightarrow \text{Pressão} = 5m.c.a$$

PRESSÃO EM METROS DE COLUNA D' ÁGUA (M.C.A)

A pressão só depende da altura da coluna d' água

Reservatório c



$$A = \frac{\pi \times D^2}{4} = 7{,}07m^2$$

Volume=F (kgf) ou (m^3)

$$F = A \times h = 7{,}07m^2 \times 2m$$

$$F = 14{,}14m^3$$

$$Pressão = \frac{F}{A} \Rightarrow \frac{14{,}14m^3}{7{,}07m^2} \Rightarrow Pressão = 2m.c.a$$

Medidores de Pressão em Fluidos

Manometria

A determinação da pressão tem as seguintes finalidades:

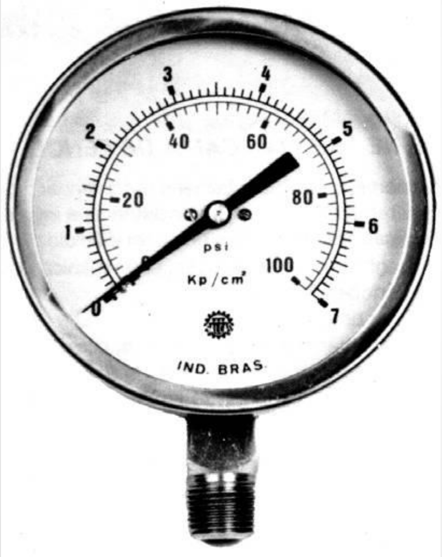
a) Controlar a vazão que escoa em uma tubulação.
b) Conhecer as condições de funcionamento de um conjunto moto-bomba;
c) Determinar o alcance do jato emitido por um aspersor;
d) Calcular o esforço exercido sobre as paredes de um reservatório;
e) Determinar o potencial da água no solo.

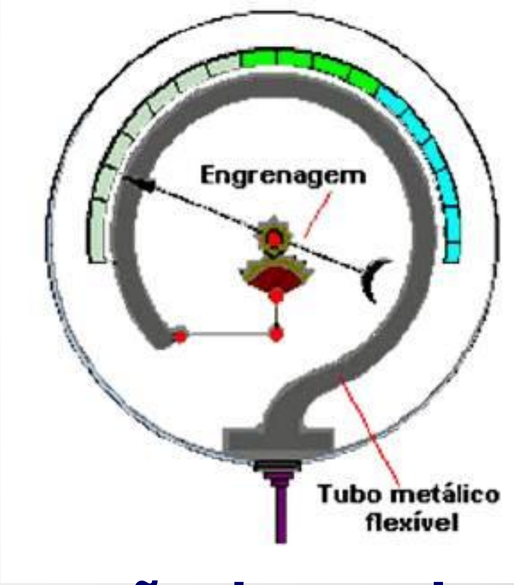
Nestas condições, as pressões que nos interessam medir, são as pressões manométricas, efetivas ou relativas. Os aparelhos utilizados para medir tais pressões, são chamados de Manômetros.

Pressão Efetiva ou Manométrica:

O manômetro tipo "Bourdon" é um dos dispositivos típicos para a medida de pressões efetivas.

Permitem uma leitura direta da pressão em um mostrador.

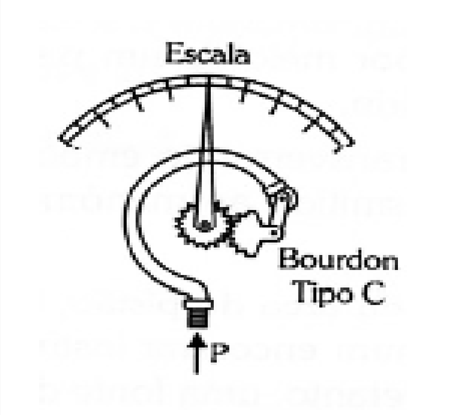


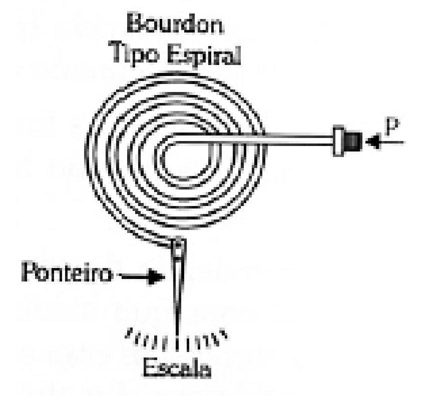


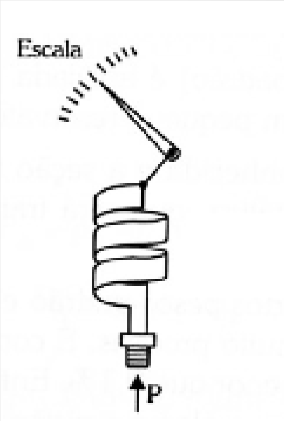
As pressões são determinadas pela deformação de uma haste metálica oca, provocada pela pressão do líquido ou gás na mesma. A deformação movimenta um ponteiro que se desloca em uma escala.

Pressão Efetiva ou Manométrica:

Tipos de hastes:







Tubo em C
Baixas pressões

Tubo em espiral

Tubo em hélice
Altas pressões

Só escala positiva = manômetro
Só escala negativa = vacuômetro

Pressão Efetiva ou Manométrica:

PRINCIPAIS VANTAGENS:

- o seu baixo custo e elevada longevidade
- instrumento muito utilizado na indústria
- os manômetros em espiral e em hélice permitem, relativamente aos manômetros com o tubo em C, uma maior amplitude de movimentos permitindo também uma maior rapidez de resposta.

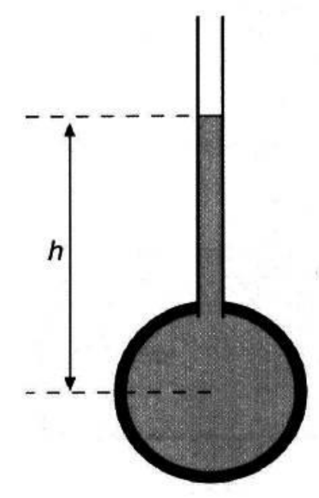
Manômetro de líquido ou coluna líquida:

São aqueles que medem as pressões em função dos líquidos que se elevam ou descem em tubos apropriados. Nessa categoria se agrupam:

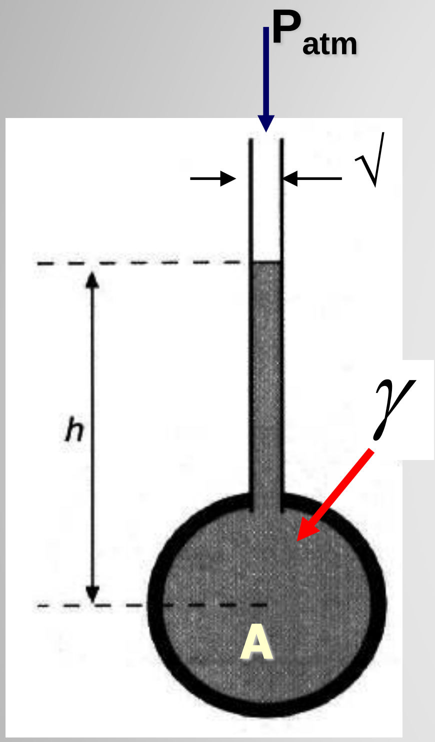
a) Tubo Piezométrico, Piezômetro ou manômetro aberto

É o tipo mais simples, consiste de um tubo transparente graduado inserido no interior do ambiente onde se deseja medir a pressão.

- O líquido no conjunto se elevará no tubo piezométrico a uma altura h. Um maior critério exige correção do efeito da capilaridade.



a) Tubo Piezométrico, Piezômetro ou manômetro aberto



A pressão no ponto A será:

$$p_A = \gamma . h \quad em \ \ que:$$

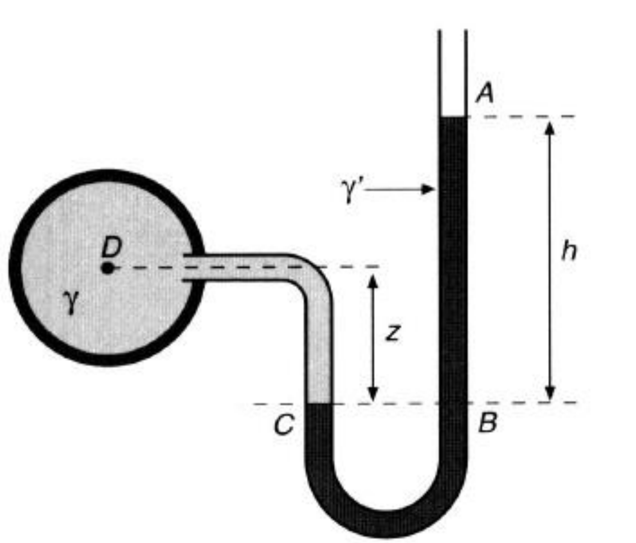
- **p_A = pressão no ponto A: N/m^2, kgf/m^2 ;**
- **γ = peso específico do líquido: N/m^3, kgf/m^3**
- **h = altura da coluna líquida acima do pto A: m.**

OBS: - O diâmetro do tubo piezométrico deve ser maior que 1,0cm, quando o efeito da capilaridade é desprezível.
- O tubo piezométrico pode ser inserido em qualquer posição em torno de uma tubulação, que o líquido atingirá a mesma altura h.

b) <u>Manômetro de tubo em U:</u>

É utilizado quando a pressão a ser medida tem um valor grande ou muito pequeno, para tanto é necessário o uso de líquidos manométricos que permitem reduzir ou ampliar as alturas da coluna líquida.

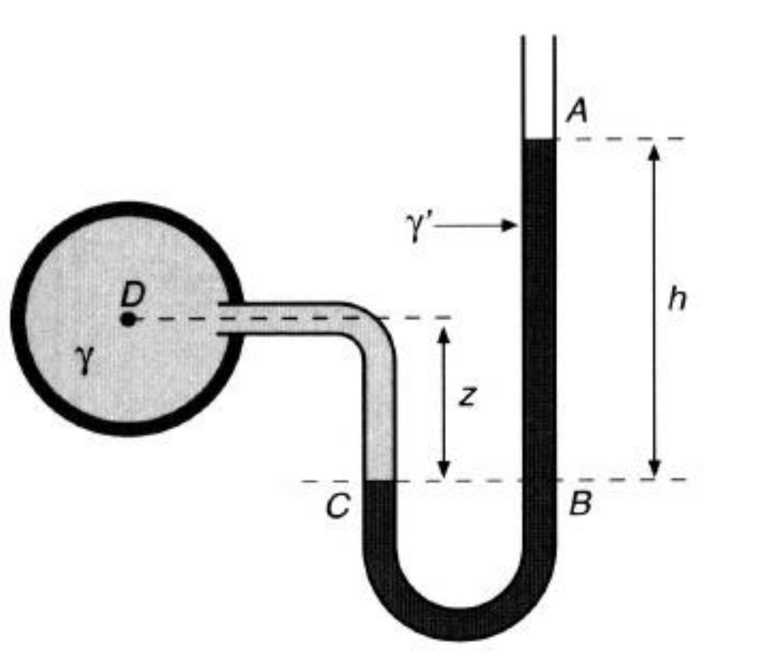
A redução ou ampliação da coluna líquida é obtida utilizando-se um outro líquido, que tenha maior ou menor peso específico em relação ao líquido escoante.



b) Manômetro de tubo em U:

O Líquido deve:

- Não ser miscível com o fluído escoante;
- Formar meniscos bem definidos;
- Ter densidade bem definida.

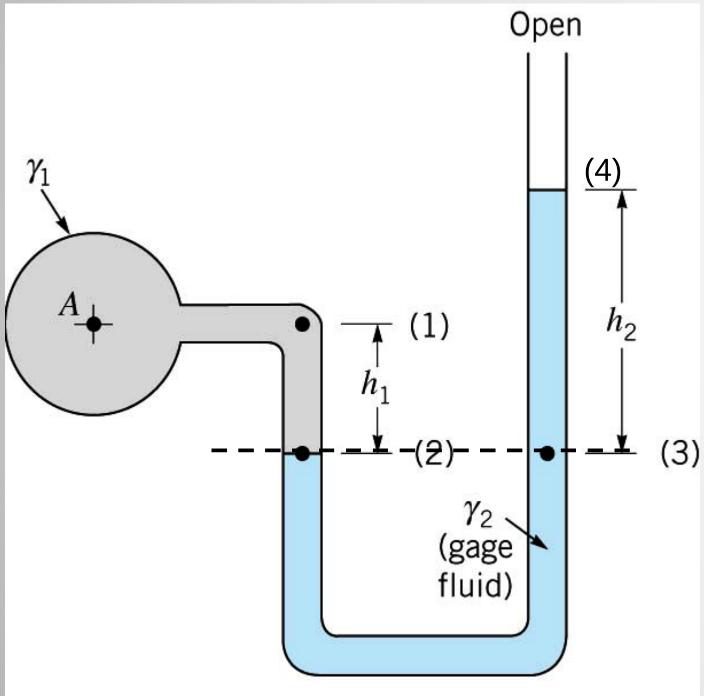


Para pequenas pressões:

- água;
- Cloreto de carbono;
- benzina;
- Tetra cloreto de carbono;
-Tetra cloreto de acetileno;

Para grandes pressões: - Hg

b) Manômetro de tubo em U:



P_A ?

$$P_2 = P_3$$

$$P_A + \gamma_1 \times h_1 = \cancel{P_4}^{\,0} + \gamma_2 \times h_2$$

$$P_A = \gamma_2 \times h_2 - \gamma_1 \times h_1$$

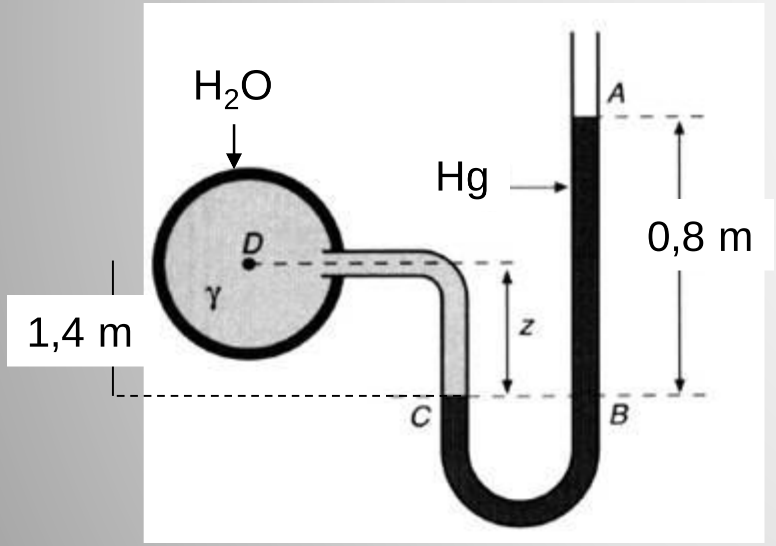
Exercício:

Dados: vide esquema, pede-se:

a) A pressão relativa em (D) em kgf.m^{-2} .

$$\gamma_{Hg} = 13.600 kgf.m^{-3}$$

$$\gamma_{água} = 1.000 kgf.m^{-3}$$



$$C = B$$

$$P_D + \gamma_{ag} \times h = P_A + \gamma_{Hg} \times h$$

$$P_D + 1000\frac{kgf}{m^3} \times 1{,}4m = \cancel{P_A}^{\,0} + 13600\frac{kgf}{m^3} \times 0{,}8m$$

$$P_D = 9.480\frac{kgf}{m^2}$$

Pressão Relativa

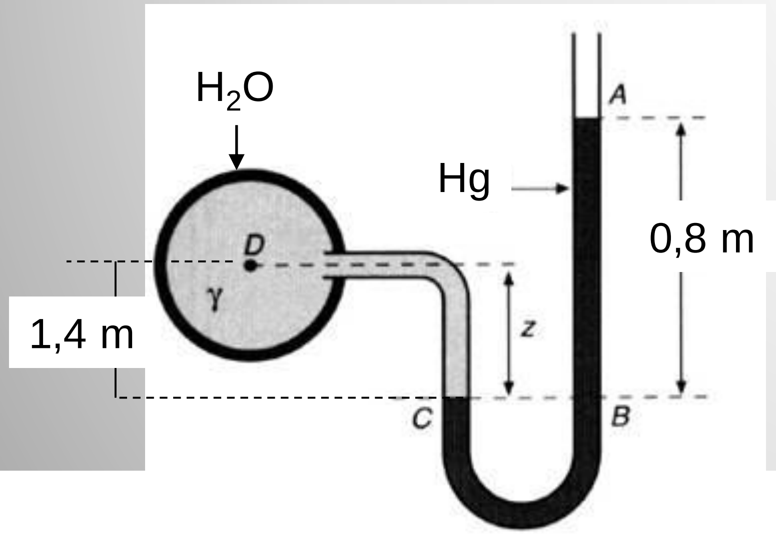
Exercício:

Dados: vide esquema, pede-se:

b) A pressão absoluta em (D) sabendo-se que a pressão atmosférica local é 680 mm.Hg.

$$\gamma_{Hg} = 13.600 kgf.m^{-3}$$

$$\gamma_{água} = 1.000 kgf.m^{-3}$$



$$1atm = 10.325\frac{kgf}{m^2} = 760 mmHg$$

$$680 mmHg = 9.238{,}16\frac{kgf}{m^2}$$

$$P_D = 9.480\frac{kgf}{m^2} + 9.238{,}16\frac{kgf}{m^2}$$

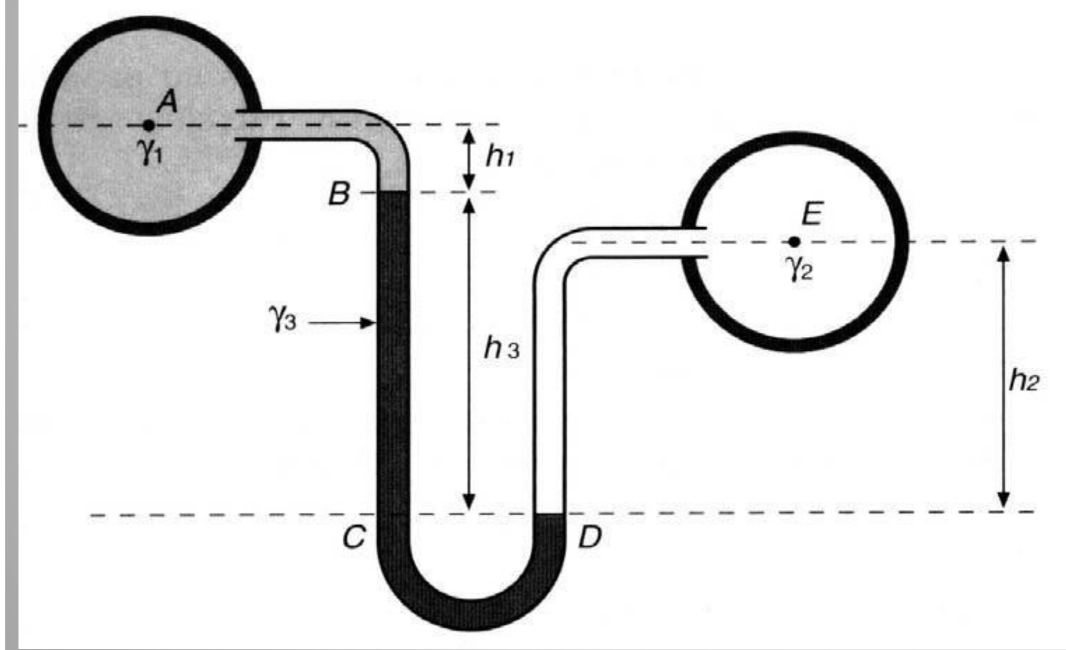
$$P_D = 18.718{,}16\frac{kgf}{m^2}$$

Pressão Absoluta

c) Manômetro diferencial:

É utilizado para medir a diferença de pressão entre dois pontos.

$$P_E - P_A$$



$$P_C = P_D$$

$$P_C = P_A + \gamma_1 \times h_1 + \gamma_3 \times h_3$$

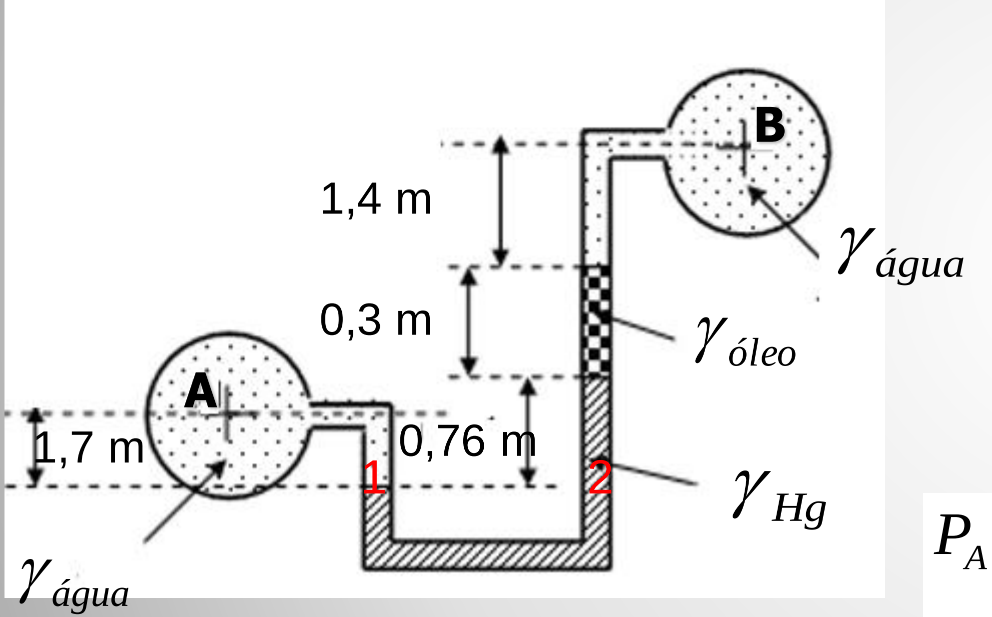
$$P_D = P_E + \gamma_2 \times h_2$$

$$P_A + \gamma_1 \times h_1 + \gamma_3 \times h_3 = P_E + \gamma_2 \times h_2$$

$$\boxed{P_E - P_A = \gamma_1 \times h_1 + \gamma_3 \times h_3 - \gamma_2 \times h_2}$$

Exercício:

Vide esquema, pede-se:
a) A diferença de pressão entre os pontos (A) e (B) em kgf.m^{-2} .



$$P_A - P_B$$

$$1 = 2$$

$$\gamma_{Hg} = 13.600 kgf.m^{-3}$$

$$\gamma_{água} = 1.000 kgf.m^{-3}$$

$$\gamma_{óleo} = 1.750 kgf.m^{-3}$$

$$P_A + \gamma_{ag} \times h_{ag} = P_B + \gamma_{ag} \times h_{ag} + \gamma_{ol} \times h_{ol} + \gamma_{Hg} \times h_{Hg}$$

$$P_A + 1000 \times 1{,}7 = P_B + 1000 \times 1{,}4 + 1750 \times 0{,}3 + 13600 \times 0{,}76$$

$$\boxed{P_A - P_B = 10.561{,}00 \frac{kgf}{m^2}}$$

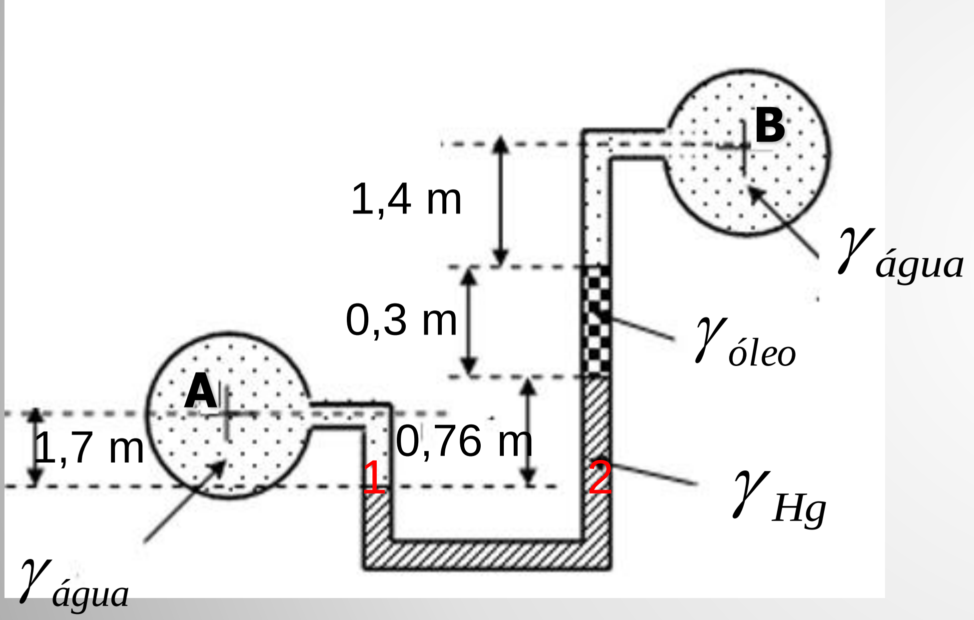
Exercício:

Vide esquema, pede-se:
b) Idem em m.c.a

$$\gamma_{Hg} = 13.600\,kgf.m^{-3}$$

$$\gamma_{água} = 1.000\,kgf.m^{-3}$$

$$\gamma_{óleo} = 1.750\,kgf.m^{-3}$$



$$P_A - P_B = 10.561{,}00\frac{kgf}{m^2}$$

$$\frac{10.561{,}00\frac{kgf}{m^2}}{\gamma_{ag}} = \frac{10.561{,}00\frac{kgf}{m^2}}{1000\frac{kgf}{m^3}}$$

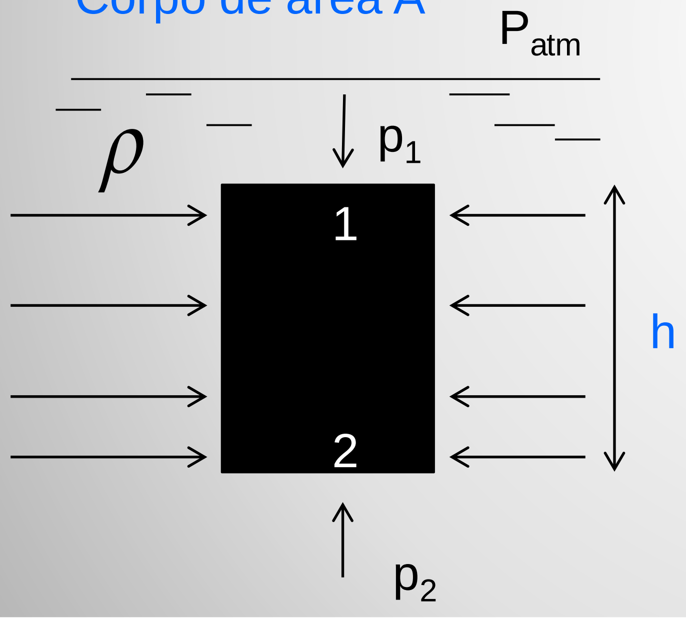
$$\boxed{P_A - P_B = 10{,}561\,m.ca}$$

EMPUXO

Princípio de Arquimedes

"Um corpo, total ou parcialmente imerso em um fluido, recebe dele um empuxo igual e de sentido contrário ao peso de fluido deslocado pelo corpo e que se aplica no centróide"

Corpo de área A



Lei de Stevin

$$p_2 - p_1 = \rho g h$$

A resultante das forças superficiais exercidas pelo fluído sobre o corpo submerso é uma força vertical, dirigida de baixo para cima, denominada de empuxo

$$E = p_2 A - p_1 A \leftrightarrow E = A(p_2 - p_1)$$

$$E = \rho g h A \therefore E = \rho g V$$

Corresponde ao peso do fluido deslocado pelo corpo nele imerso

EMPUXO

Forças sobre superfícies planas submersas em um líquido

Problemas envolvendo a ação de forças devidas à pressão hidrostática sobre superfícies planas submersas são encontrados, por exemplo, no dimensionamento de comportas, tanques e registros.

- A superfície plana está submersa na posição horizontal em relação à superfície livre do líquido.

- A superfície plana está submersa na posição inclinada em relação à superfície livre do líquido

EMPUXO

Forças sobre superfícies planas submersas em um líquido – ***na posição horizontal***

A pressão sobre uma superfície plana horizontal imersa em um líquido em repouso será a mesma em todos os seus pontos e agirá sempre perpendicularmente a ela.

Se a área da superfície submersa é ***A*** e ***p*** a pressão que atua sobre ela, a força resultante ***F*** é obtida por:

$$F = pA$$

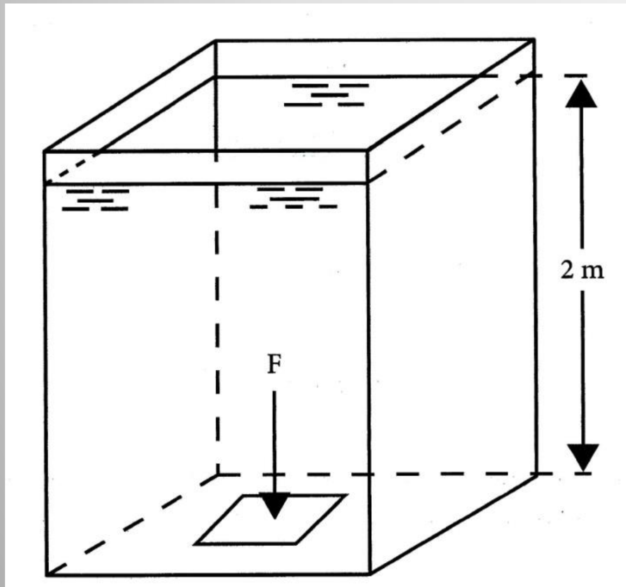
A força resultante ***F*** atuará verticalmente no ***centro de pressão*** da superfície, o qual, no caso de uma superfície horizontal, coincide com o seu ***centro de gravidade*** ou ***centróide***.

Exercício:

Calcular a pressão (p) e a força (F) exercidas sobre uma comporta plana quadrada (1mx1m) instalada no fundo de um reservatório por uma coluna de água de 2 m de profundidade.

$\rho_{água} = 1.000 kg.m^{-3}$

$g = 9{,}81 m.s^{-2}$



A- Calcular a pressão (p)

$$p = \rho g h$$

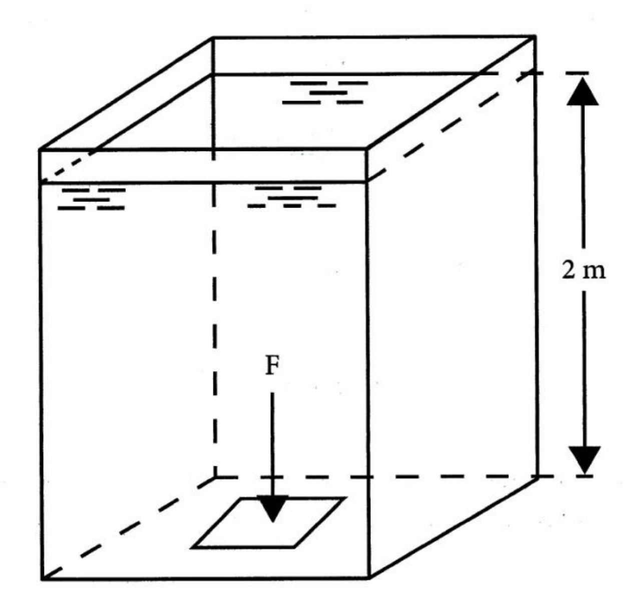
$$p = 1000\frac{kg}{m^3} \times 9{,}81\frac{m}{s^2} \times 2m = 19.620\frac{kgf}{m \times s^2}$$

Exercício:

Calcular a pressão (p) e a força (F) exercidas sobre uma comporta plana quadrada (1mx1m) instalada no fundo de um reservatório por uma coluna de água de 2 m de profundidade.

$$\rho_{água} = 1.000 kg.m^{-3}$$

$$g = 9,81 m.s^{-2}$$



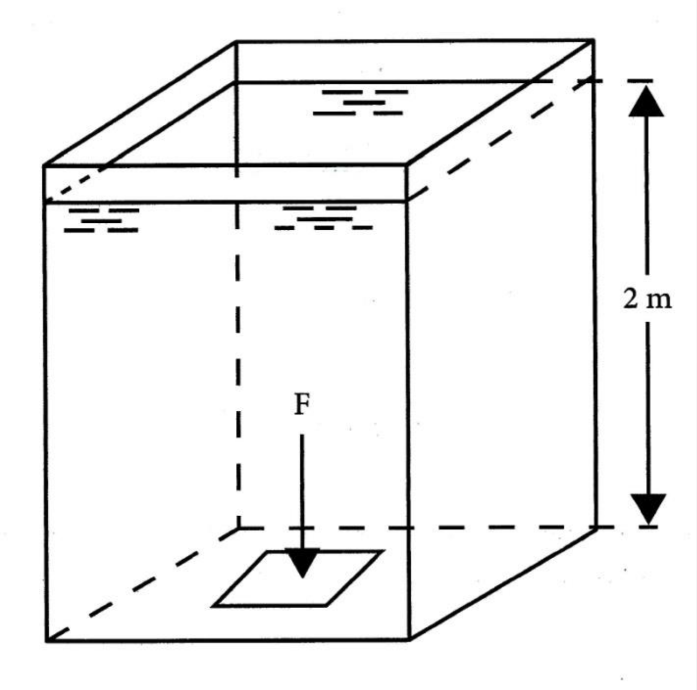
B- Calcular a força (F)

$$F = p \times A$$

$$F = 19.620 \frac{kgf}{m \times s^2} \times 1m^2 = 19.620 \frac{kgf \times m}{s^2}$$

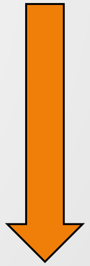
$$F = 19.620 N$$

Comparando as forças:



$$F = 19.620N \Rightarrow 1.960kgf$$

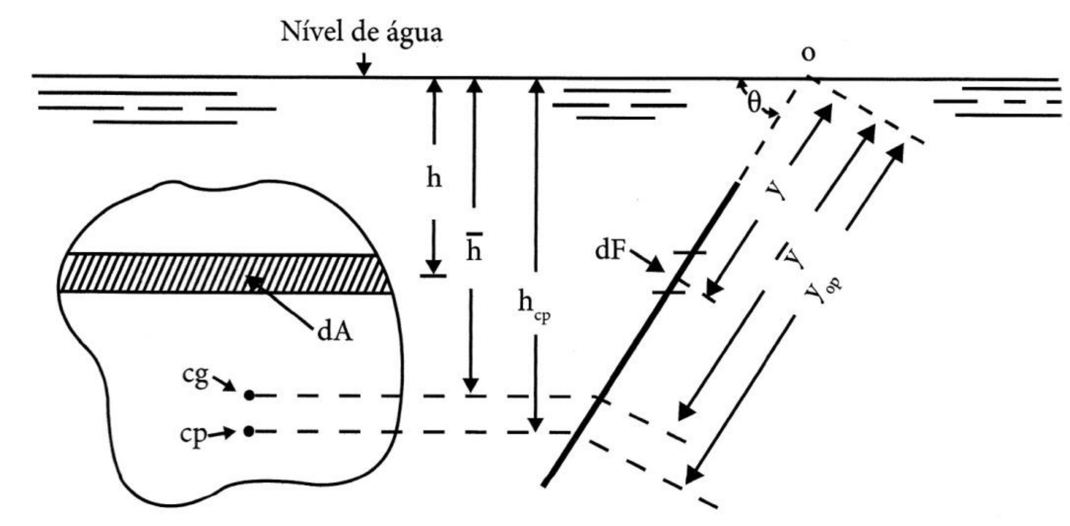
Considerando: 1 saco de fertilizante 50kgf



39 sacos de fertilizantes

EMPUXO

Forças sobre superfícies planas submersas em um líquido – *na posição inclinada*



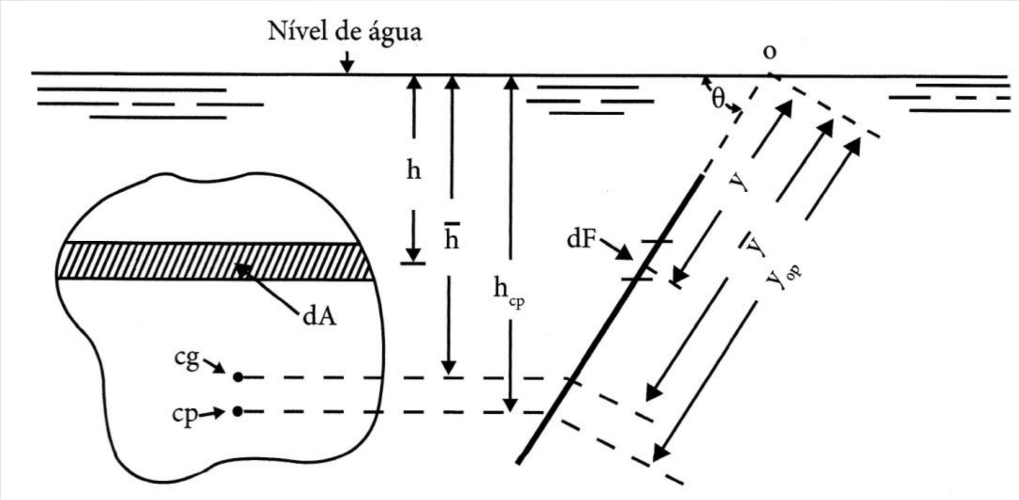
Considerando-se somente um lado da superfície submersa, haverá uma pressão ***p*** agindo sobre cada área elementar ***dA***. Se a profundidade ***h*** for medida perpendicularmente à superfície livre do líquido, a pressão ***p*** agindo sobre ***dA*** é obtida a partir da relação hidrostática:

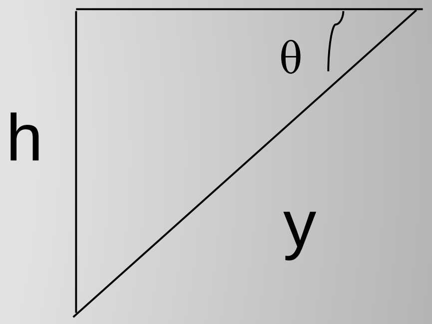
$$p = \rho g h$$

ρ=massa especifica do fluido

EMPUXO

Forças sobre superfícies planas submersas em um líquido – *na posição inclinada*





$$sen\theta = \frac{h}{y}$$

$$p = \frac{dF}{dA} \qquad p = \rho g h$$

$$dF = \rho g h dA$$

$$h = y sen\theta$$

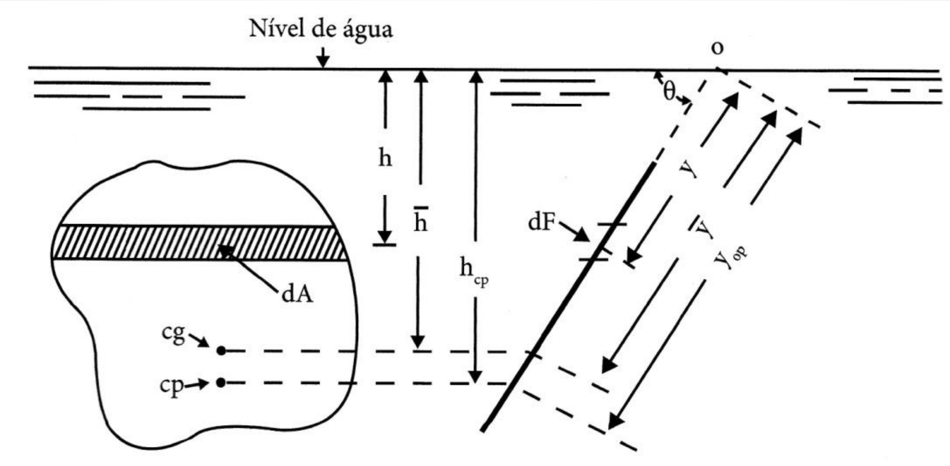
$$dF = \rho g y sen\theta dA$$

A superfície plana submersa está inclinada de um ângulo θ.

Portanto:

EMPUXO

Forças sobre superfícies planas submersas em um líquido – ***na posição inclinada***



$$dF = \rho g y sen\theta dA$$

Integrando e considerando
ρ, g e senθ constantes....

$$\int_A dF = \rho g sen\theta \int_A y dA$$

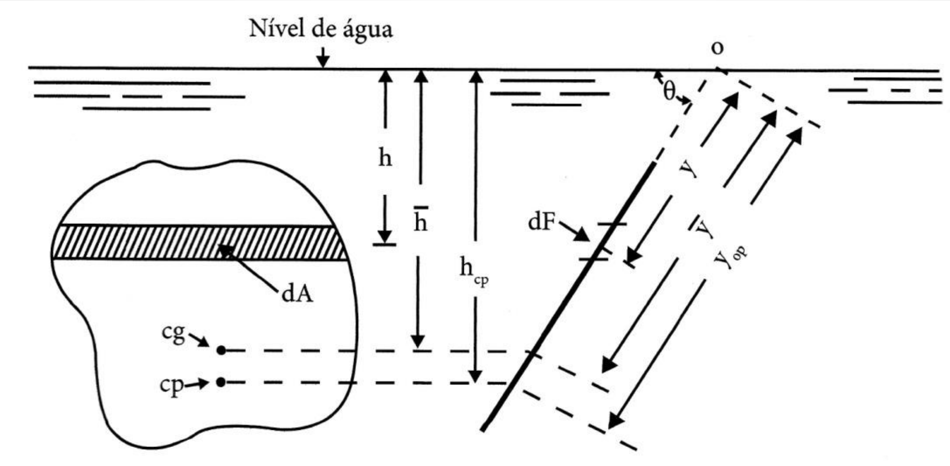
Essa integral é numericamente igual:

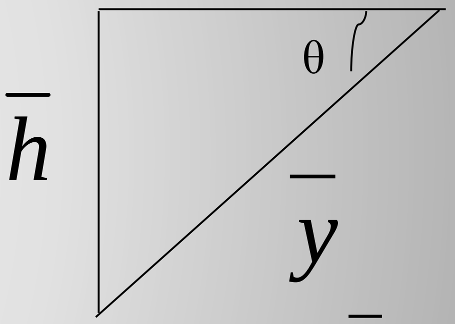
$$A\bar{y}$$

Corresponde à distância do centróide

EMPUXO

Forças sobre superfícies planas submersas em um líquido – ***na posição inclinada***





$$sen\theta = \frac{\bar{h}}{\bar{y}}$$

Como: $$\int_A dF = F$$

Se tem:

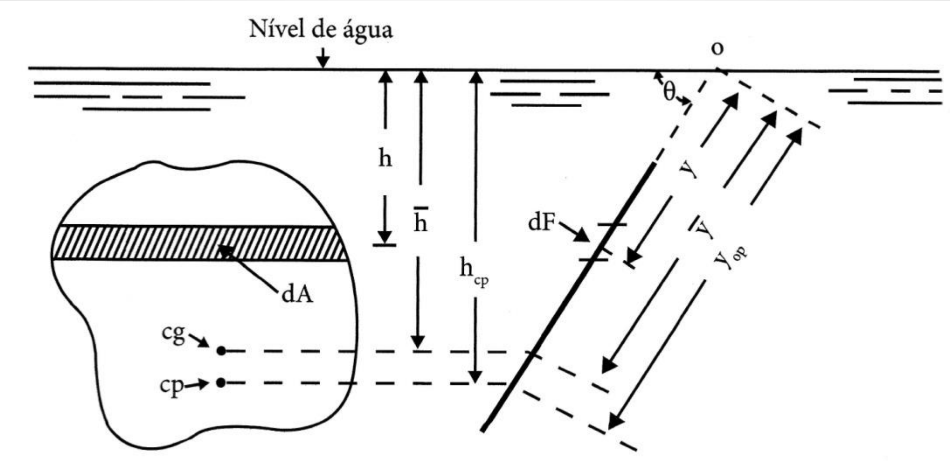
$$F = \rho g sen\theta \bar{y} A$$

Observando.... $\bar{y} sen\theta = \bar{h}$ Portanto....

$$F = \rho g \bar{h} A$$

EMPUXO

Forças sobre superfícies planas submersas em um líquido – ***na posição inclinada***

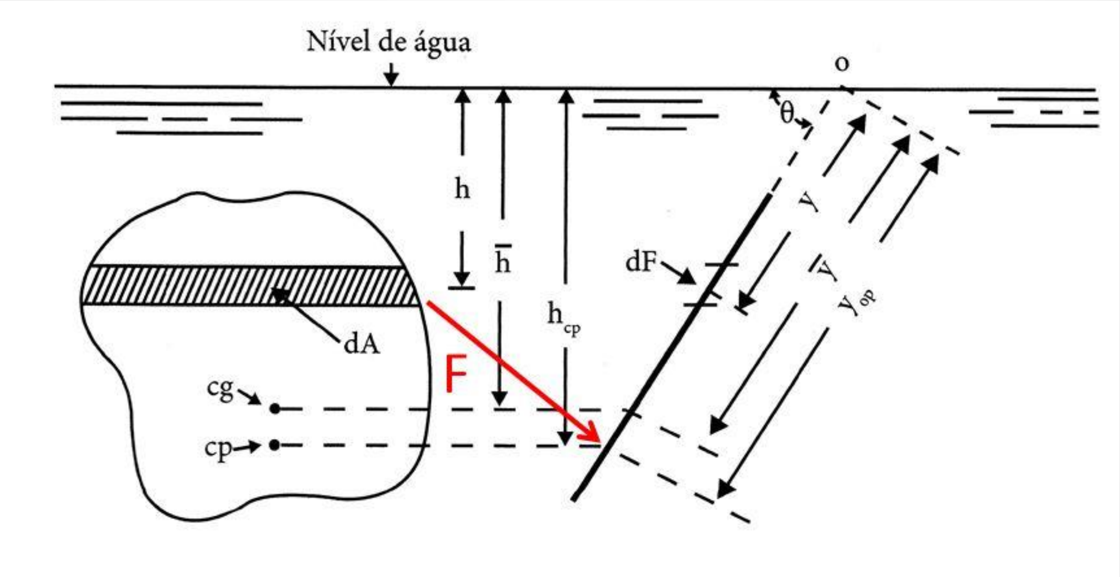


$$F = \rho g \bar{h} A \quad \text{ou} \quad F = \gamma \bar{h} A$$

$\bar{h}$ é a profundidade do centro de gravidade da área submersa até o nível do líquido e A é a área total da superfície nele submersa

EMPUXO

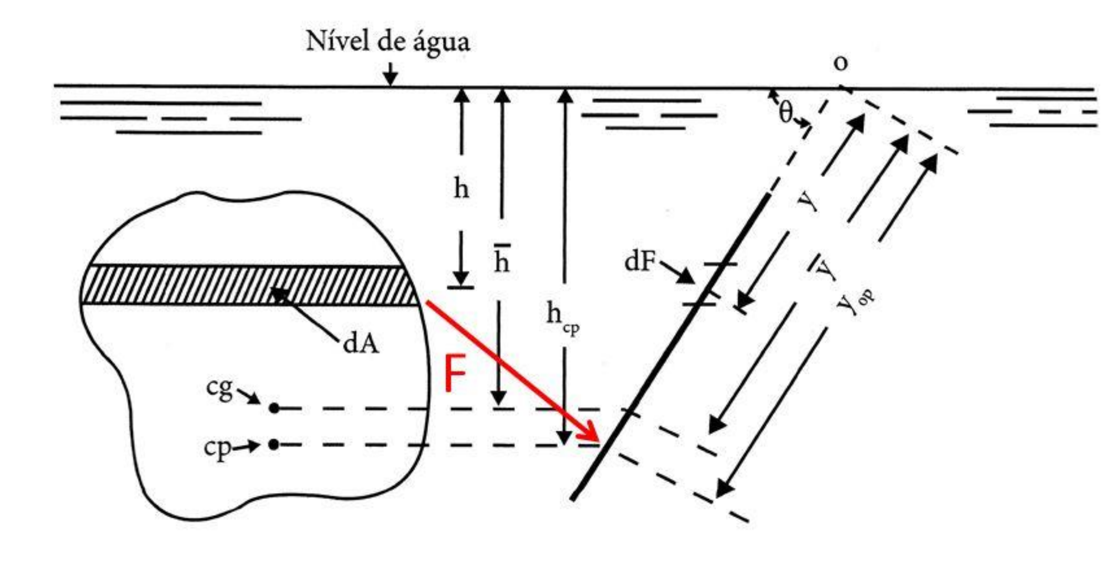
Centro de pressão. Ponto de aplicação da força resultante.



A força resultante (F) atuará perpendicular à superfície submersa em um ponto denominado de centro pressão (C_p), situado na mesma vertical, porém abaixo, do seu centro de gravidade

EMPUXO

Centro de pressão. Ponto de aplicação da força resultante.



$$Fy_{cp} = \int_A ydF$$

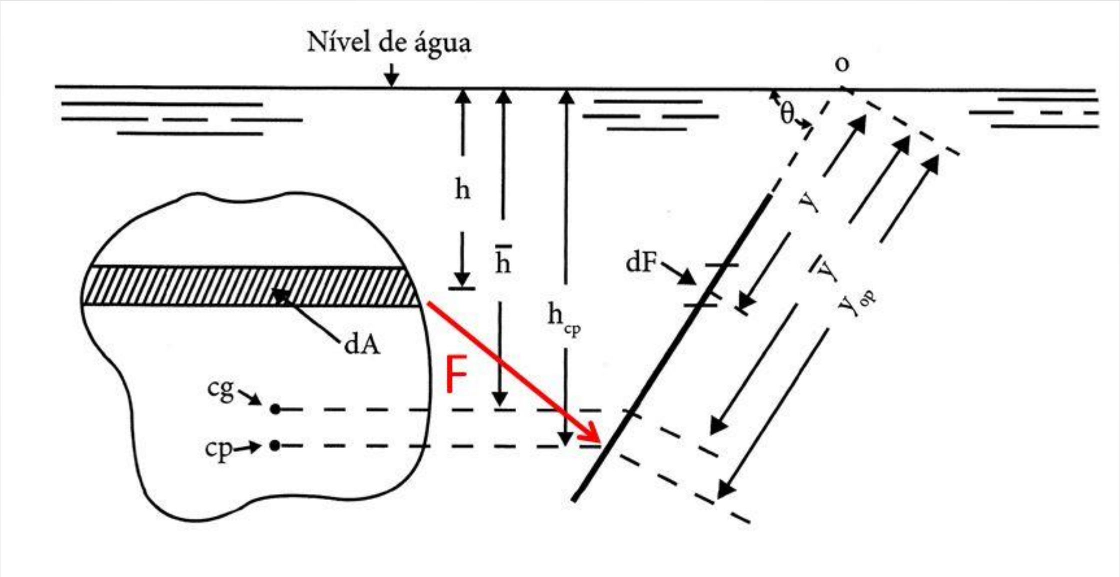
$$\begin{cases} F = \rho g sen\theta \bar{y} A \\ dF = \rho g y sen\theta dA \end{cases}$$

Substituindo:

$$\rho g \bar{y} sen\theta A y_{cp} = \int_A y^2 \rho g sen\theta dA$$

EMPUXO

Centro de pressão. Ponto de aplicação da força resultante.



$$\cancel{\rho g}\,\bar{y}\,\cancel{sen\theta}\,A\,y_{cp} = \int_A y^2\,\cancel{\rho g}\,\cancel{sen\theta}\,dA$$

Eliminando os termos constantes e comuns:

$$y_{cp} = \frac{\int_A y^2 dA}{\bar{y}A}$$

EMPUXO

Centro de pressão. Ponto de aplicação da força resultante.

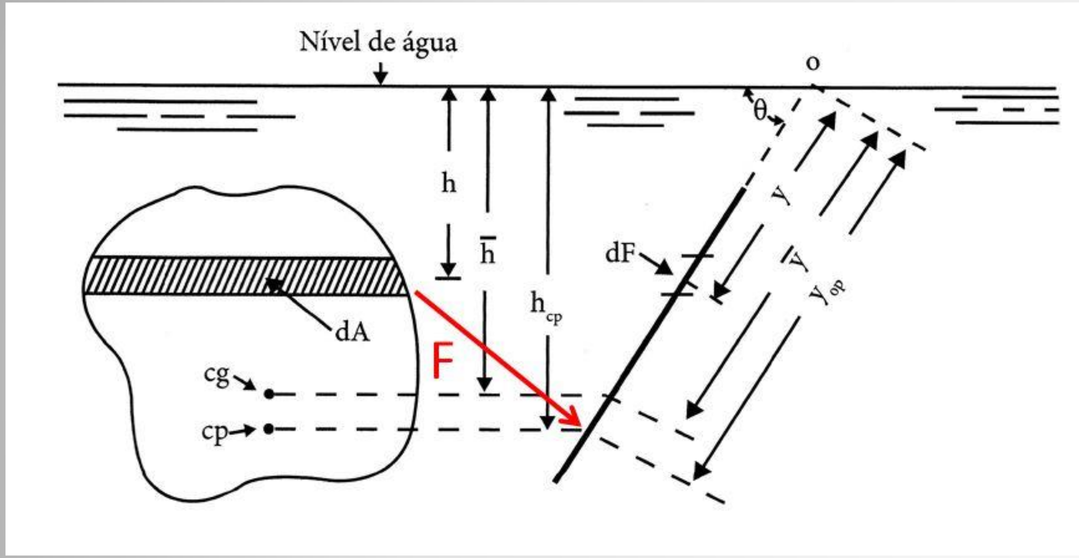
A integral $\int_A y^2 dA$ representa o momento da área A em relação a um eixo passando pelo ponto o na superfície livre do líquido. Simbolizado pela letra (I).

É mais usado conhecer o momento de inércia da área submersa “A” em relação ao eixo que passa pelo centro de gravidade (I_{cg}).

$$I = I_{cg} + A\left(\overline{y}\right)^2$$

EMPUXO

Centro de pressão. Ponto de aplicação da força resultante.



$$I = I_{cg} + A\left(\bar{y}\right)^2$$

$$y_{cp} = \frac{\int_A y^2 dA}{\bar{y}A}$$

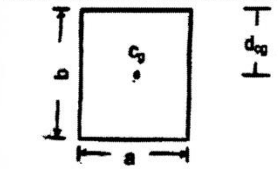
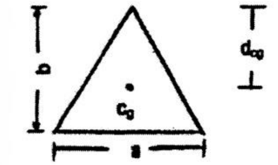
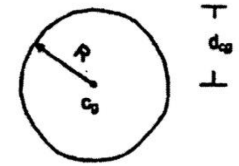
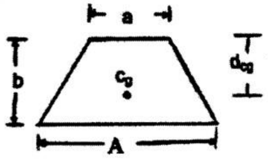
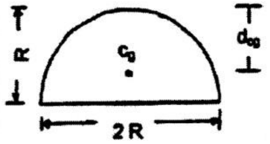
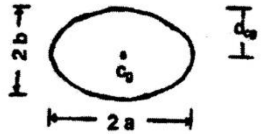
Pela combinação:

$$y_{cp} = \bar{y} + \frac{I_{cg}}{\bar{y}A}$$

$$\bar{y} = \frac{\bar{h}}{sen\theta} \quad \text{e} \quad y_{cp} = \frac{h_{cp}}{sen\theta}$$

Centro de aplicação da força resultante F

Área (A), Momento de Inércia (I_{cg}) e localização do centro de gravidade ($\bar{h}$)

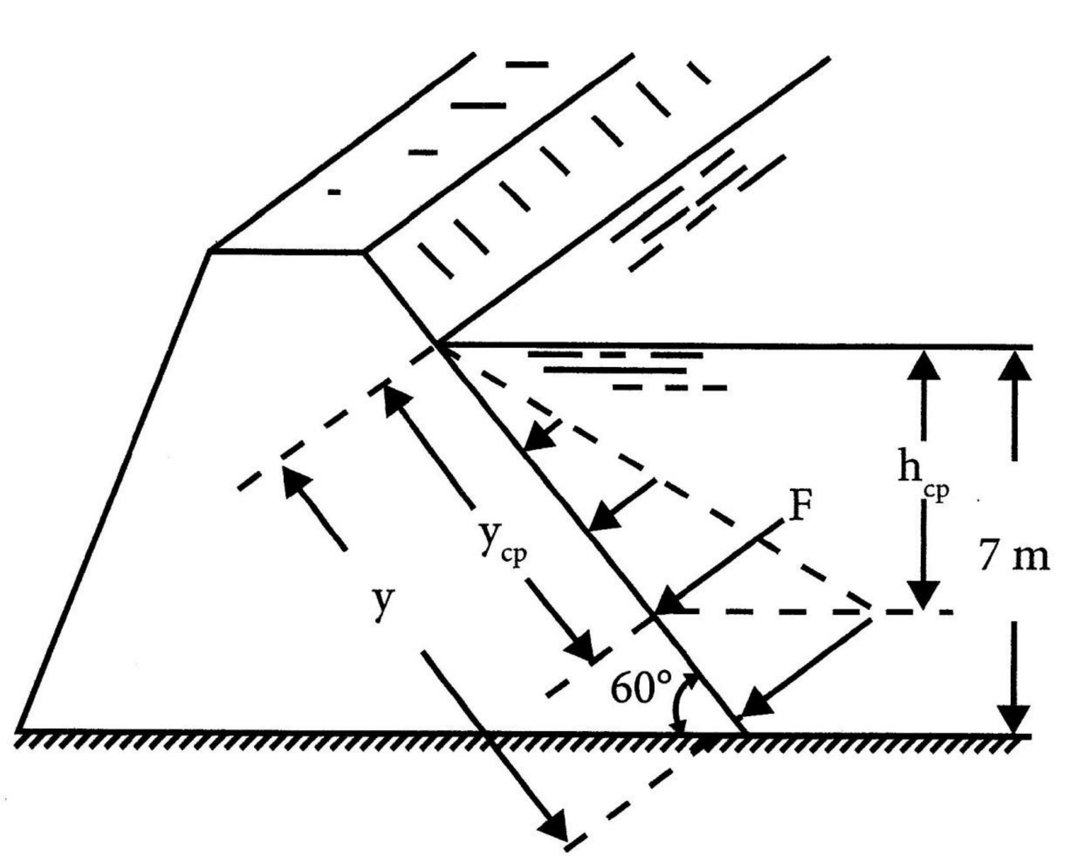
Figura	A (L^2)	I_{cg} (L^4)	$\bar{h}$ (L)
	ab	$\frac{ab^3}{12}$	$\frac{b}{2}$
	$\frac{ab}{2}$	$\frac{ab^3}{36}$	$\frac{2b}{3}$
	πR^2	$\frac{\pi R^4}{4}$	R
	$\left(\frac{A+a}{2}\right)b$	$\frac{b^3}{36}\left[\frac{(A+a)^2+2aA}{A+a}\right]$	$\frac{b}{3}\left(\frac{2A+a}{A+a}\right)$
	$\frac{\pi R^2}{2}$	$0{,}1998\ R^4$	$0{,}5756\ R$
	πab	$\frac{\pi ab^3}{4}$	b

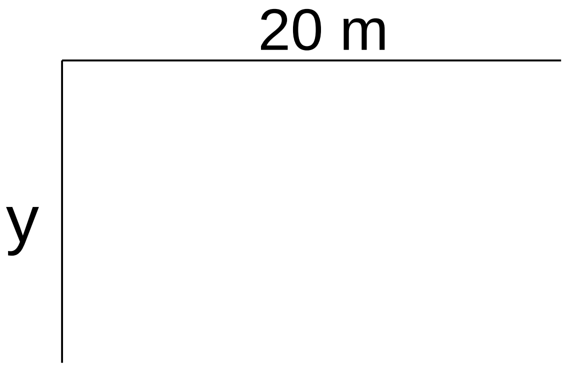
Exercício:

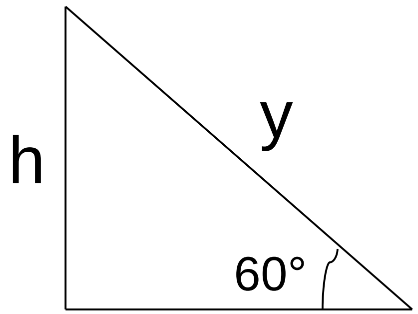
A barragem na figura tem 20 m de comprimento e retém uma lâmina de água de 7 m. Determinar a força resultante (F) sobre o talude de montante e localizar o seu centro de aplicação (y_{cp} e h_{cp}).

$$\rho_{água} = 1.000 kg.m^{-3}$$

$$g = 9{,}81 m.s^{-2}$$





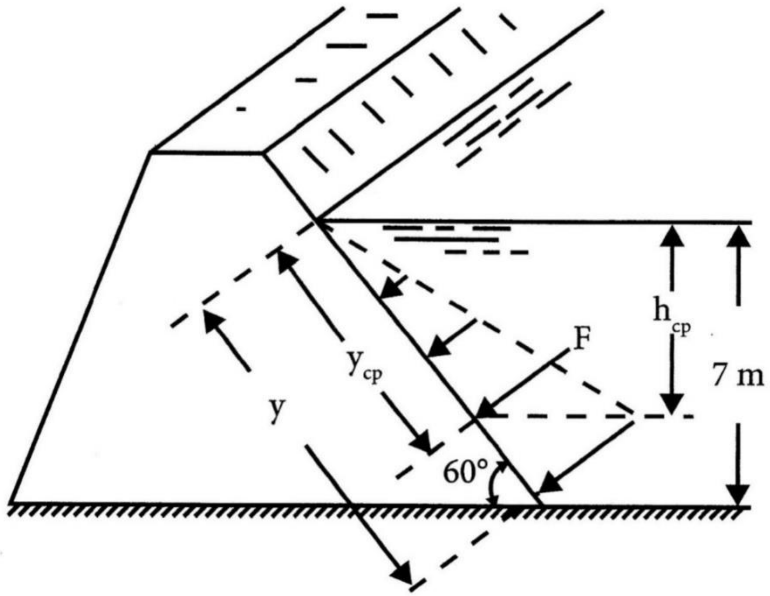


$$sen\ 60° = \frac{h}{y}$$

$$y = \frac{h}{sen\ 60°}$$

$$\rho_{água} = 1.000\,kg.m^{-3}$$

$$g = 9{,}81\,m.s^{-2}$$



Consideramos um retângulo (b = y; a = 20 m)

$h = 7$ $\quad \bar{h} = \frac{h}{2}$ $\qquad \bar{h} = altura\ do\ centro\ de\ gravidade\ do\ retângulo$

h – altura; y - profundidade

<u>A – Cálculo da força resultante</u>

$$\bar{h} = \frac{h}{2} \Rightarrow \bar{h} = \frac{7}{2} = 3{,}5\ m$$

$$A = 20.y \;= 20.\frac{h}{sen60°} \;= 20.\frac{7}{0{,}866} \;= 161{,}66\,m^2$$

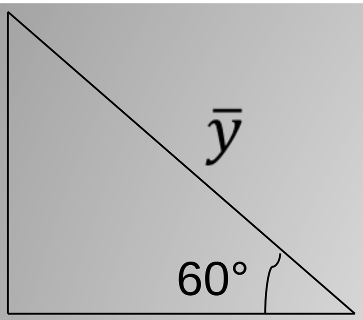
F= $\rho.g.\bar{h}.A$

F= $1000\frac{Kg}{m^3}\ x\ 9{,}81\frac{m}{s^2}\ x\ 3{,}5m\ x\ 161{,}66m^2$ $\Rightarrow$ $\boxed{F = 5.550.596N}$

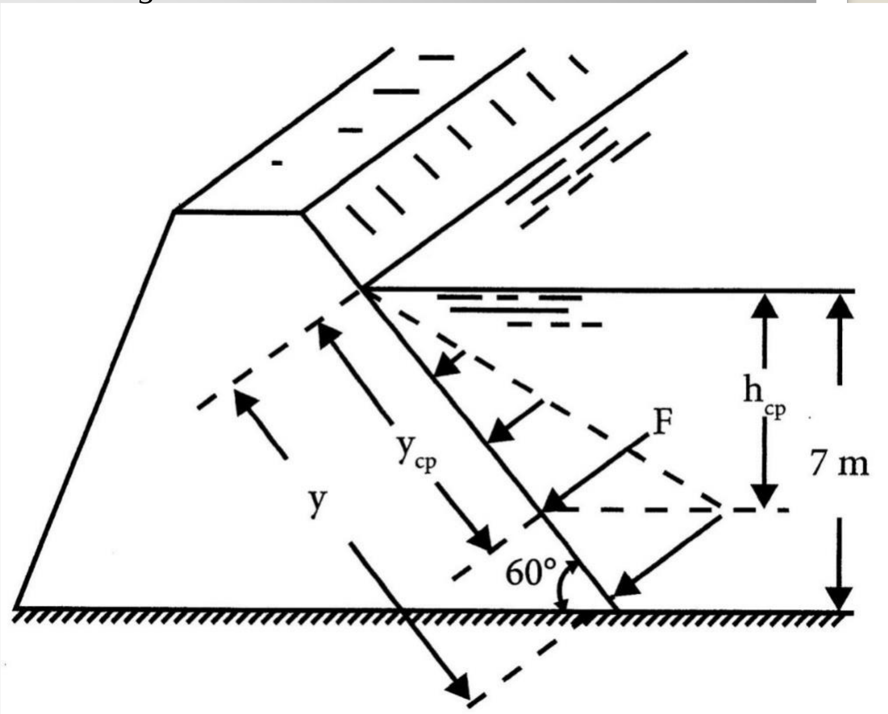
$\overline{h}$

$\bar{y}$

60°



$$\rho_{água} = 1.000 kg.m^{-3} \qquad g = 9,81 m.s^{-2}$$



B – Centro de aplicação da força resultante (Ycp e hcp)

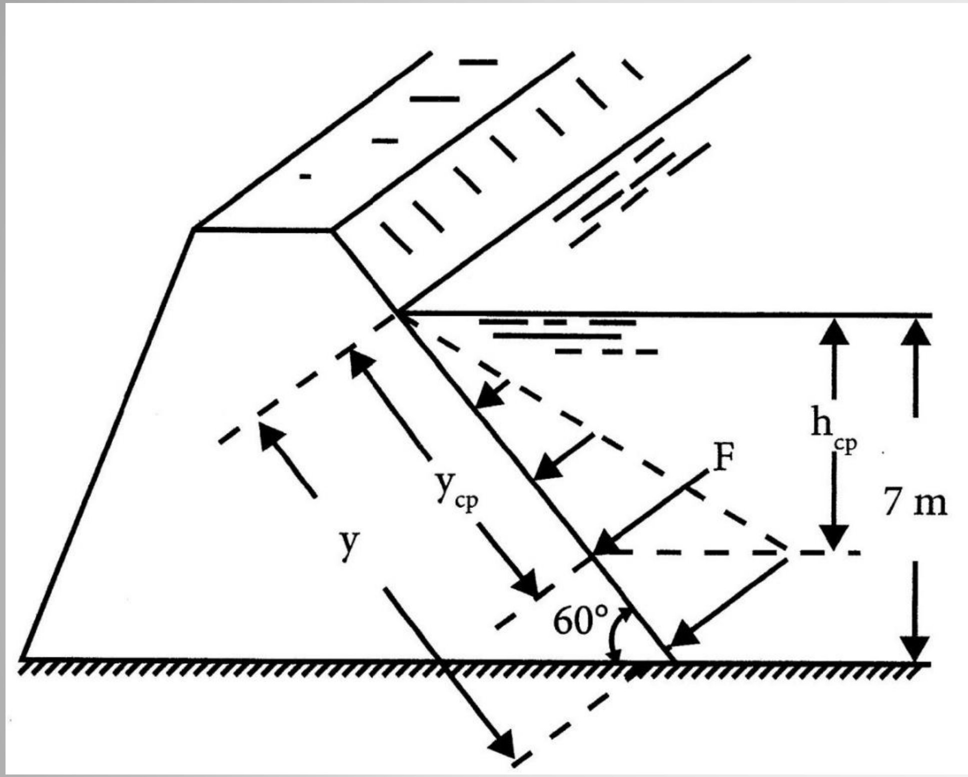
$$\bar{y} = \frac{\overline{h}}{sen\ 60°} \Rightarrow \bar{y} = \frac{3,5\ m}{0,866} = 4,04\ m$$

Profundidade do centro de gravidade

Momento de inércia do retângulo $\Rightarrow Icg = \frac{ab^3}{12} \Rightarrow = \frac{20m\left(\frac{7m}{sen60°}\right)^3}{12} \Rightarrow \boxed{Icg = 880,21\ m^4}$

$$y_{cp} = \bar{y} + \frac{Icg}{\bar{y}.A} \Rightarrow y_{cp} = 4,04m + \frac{880,51m^4}{4,04m\ .\ 161,66m^2} \Rightarrow \boxed{y_{cp} = 5,39\ m}$$

$$y_{cp} = \frac{h_{cp}}{sen\ 60°} \Rightarrow h_{cp} = y_{cp}\ .\ \text{sen } 60° \Rightarrow h_{cp} = 5,39m\ .\ 0,866 \Rightarrow \boxed{h_{cp} = 4,67m}$$



Tomando-se como referência uma linha perpendicular a superfície livre de água:

$$h_{cp} = 4{,}67m$$

$$h_{cp} - \bar{h} = 4{,}67 - 3{,}5 = 1{,}17m$$

O centro de pressão localiza-se a 2/3 da profundidade total da água: (2/3)x(7m) = 4,67 m

O centro de pressão em barragens e paredes e formato retangular, sempre se localiza a 2/3 da profundidade total da água retida por ela, ou então a 1/3 do seu fundo.