Propriedades e Operações com Sequencias

Propriedades e Operações com Seqüências

- As **operações algébricas** existem e são **realizadas amostra por amostra**
  - $y[n]=x_1[n] + x_2[n]$
  - $y[n]=x_1[n] - x_2[n]$
  - $y[n]=x_1[n] \times x_2[n]$ (**Multiplicação**)
  - $y[n]=x_1[n]/x_2[n]$, se $x_2[n]\neq 0$

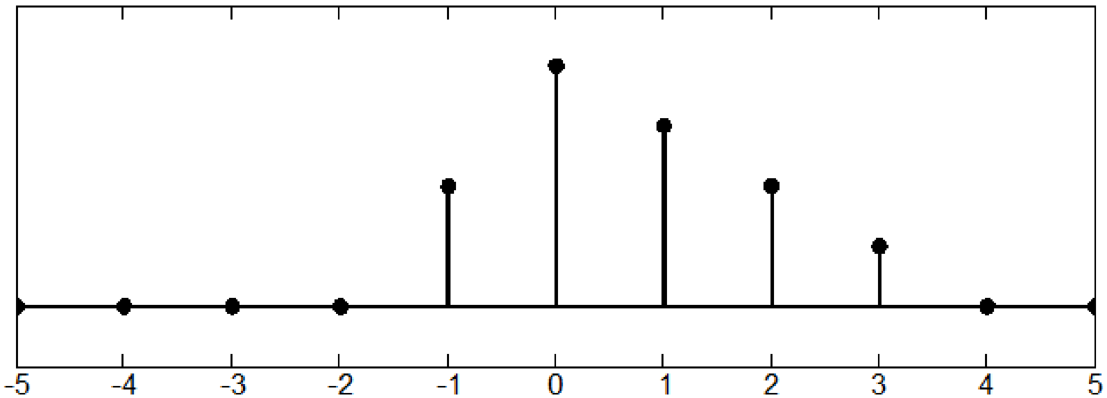
Propriedades e Operações com Seqüências

- **Mudança de escala na AMPLITUDE**
  - $y[n]=\mathbf{c}x[n]$

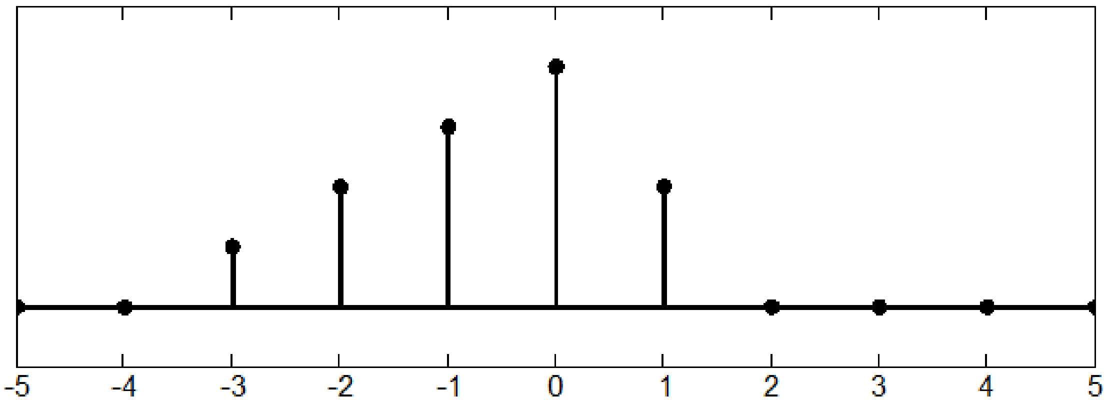
- **Mudança de escala no TEMPO**
  - $y[n]=x[\mathbf{M}n]$, M deve ser inteiro!
    - $M<0$ seqüência sofre **ESPELHAMENTO**
    - $|M|>1$ seqüência sofre **COMPRESSÃO**

Exemplo

ESPELHAMENTO



(a)



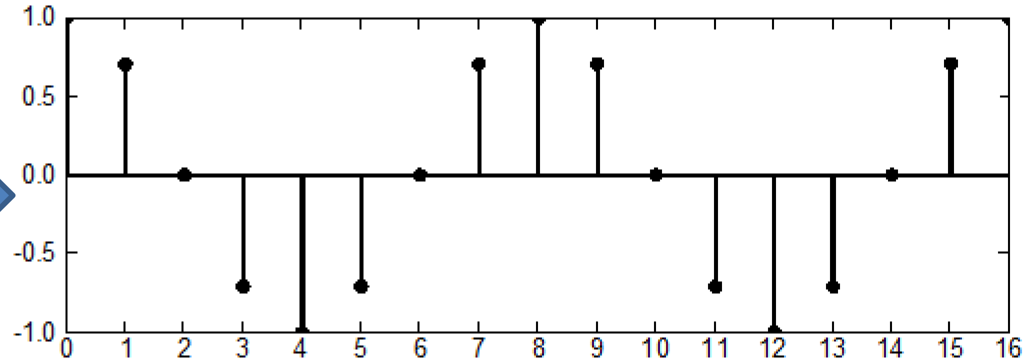
(b)

Exemplo

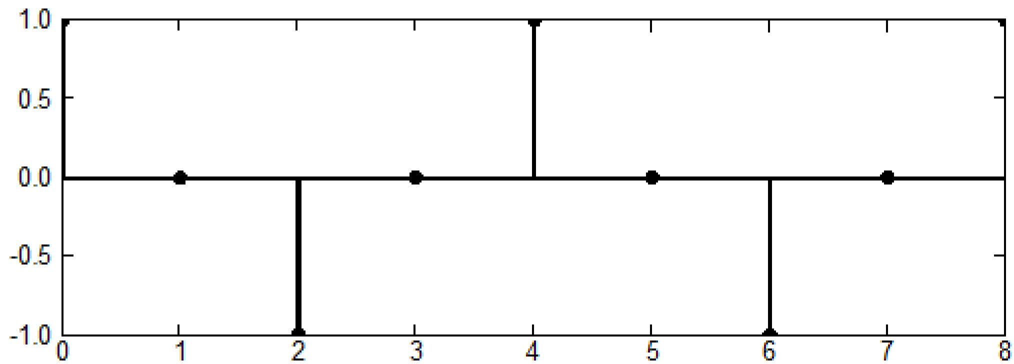
COMPRESSÃO

- Sejam $x[n]=\cos(n\,\pi/4)$ e $y[n]=x[2n]=\cos(n\,\pi/2)$

Seqüência original



(a)



(b)

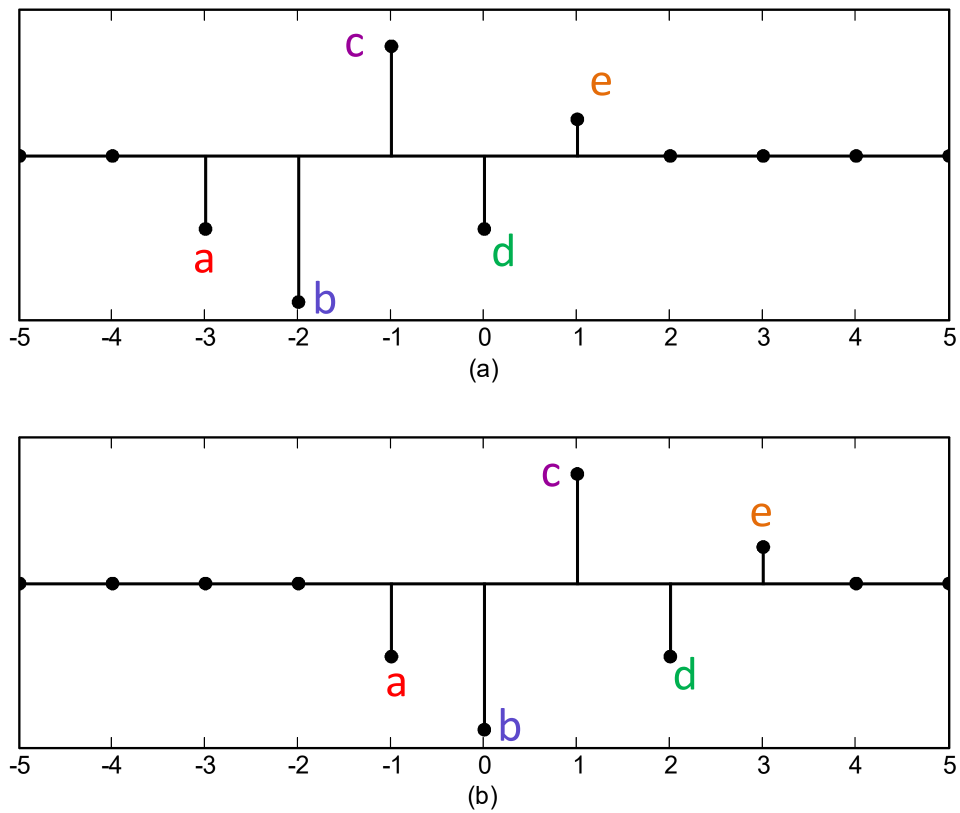
Seqüência comprimida. É como se o sinal tivesse sido reamostrado com período M

Propriedades e Operações com Seqüências

- Deslocamento no tempo

$$y[n] = x[n - n_0],$$

$n_0=2$



Propriedades e Operações com Seqüências

- Diferenças e Acumulação
  - Equivalentes (e estimadores) de derivadas e integrais

Analógico	Digital
Derivada	Diferenças
Integral	Acumulação

Propriedades e Operações com Seqüências

- Diferenças
  - Δx[n]=x[n]-x[n-1]
  - Como utilizar para estimar $\dfrac{dx_a(t)}{dt}$?

$$\frac{dx_a(t)}{dt} \cong \frac{\Delta x_a(t)}{\Delta t}$$

Com amostragem contínua Δt =Ts

$$\frac{dx_a(t)}{dt} \cong \frac{1}{T_s}(x[n]-x[n-1])$$

Propriedades e Operações com Seqüências

- Acumulação
  - $$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x[k]$$
  - Existem diferentes métodos para estimar a integral com base na acumulação
  - Não será abordado aqui

Acumulaçao e diferenciação são operações inversas

aqui

Propriedades e Operações com Seqüências

- Parte Real e Parte Imaginária

  – $x[n] = \underbrace{\boxed{x_R[n]}}_{\text{Re}\{x[n]\}} + j\underbrace{\boxed{x_I[n]}}_{\text{Im}\{x[n]\}}$

  – Como obter cada uma dessas partes em uma seqüência?

    - Se $x^*[n] = x_R[n] - jx_I[n]$ é o complexo conjugado

Propriedades e Operações com Seqüências

- Parte Real e Parte Imaginária

$$x_R[n] = \frac{1}{2}(x[n] + x^*[n])$$

$$x_I[n] = \frac{1}{2j}(x[n] - x^*[n])$$

Parte real **real(x)**

Parte imaginária **imag(x)**

Propriedades e Operações com Seqüências

- Paridade e Simetria conjugada

Par $x[n] = x[-n]$

Ímpar $x[n] = -x[-n]$

Exemplo

1. A seqüência $x[n]=n^2$ é **par**, pois $x[-n]= (-n)^2 = n^2 = x[n]$
2. A seqüência $x[n]=n^3$ é **ímpar**, pois $x[-n]= (-n)^3 = -n^3 = -x[n]$

Propriedades e Operações com Seqüências

- Paridade e Simetria conjugada

- Uma sequencia não precisa ser necessariamente par ou impar, mas **nunca será as duas coisas simultaneamente**

- Uma sequencia qq pode ser **decomposta em suas partes par e ímpar**
  - Como decompor?????

Propriedades e Operações com Seqüências

- Paridade e Simetria conjugada
- Para decompor uma sequencia qq vamos considera-la como a soma de suas partes par e ímpar

$$x[n] = x_e[n] + x_o[n]$$

e = even (par); **o** = odd (ímpar)

Propriedades e Operações com Seqüências

- Paridade e Simetria conjugada

$$x[n] = x_e[n] + x_o[n] \qquad x[-n] = \underbrace{x_e[-n]}_{\text{Par}} + \underbrace{x_o[-n]}_{\text{Ímpar}}$$

Par $\quad x[n] = x[-n]$

Ímpar $\quad x[n] = -x[-n]$

$$x[-n] = x_e[n] - x_o[n]$$

Propriedades e Operações com Seqüências

- Paridade e Simetria conjugada

$$x[n] = x_e[n] + x_o[n]$$

$$+$$

$$x[-n] = x_e[n] - x_o[n]$$

$$x_e[n] = \frac{1}{2}(x[n] + x[-n])$$

$$x[n] = x_e[n] + x_o[n]$$

$$-$$

$$x[-n] = x_e[n] - x_o[n]$$

$$x_o[n] = \frac{1}{2}(x[n] - x[-n])$$

Propriedades e Operações com Seqüências

Exemplo

– Decomponha a sequencia x[n]=n+1 em suas partes impar e par

Ímpar

$$x_o[n] = \frac{1}{2}(x[n] - x[-n])$$

$$x_o[n] = \frac{1}{2}(x[n] - x[-n]) = \frac{1}{2}(n + 1 - (-n + 1)) =$$

$$= \frac{1}{2}(n + 1 + n - 1) = \frac{1}{2}(2n) = n$$

Propriedades e Operações com Seqüências

- Paridade e Simetria conjugada
  - Decomponha a sequencia x[n]=n+1 em suas partes impar e par

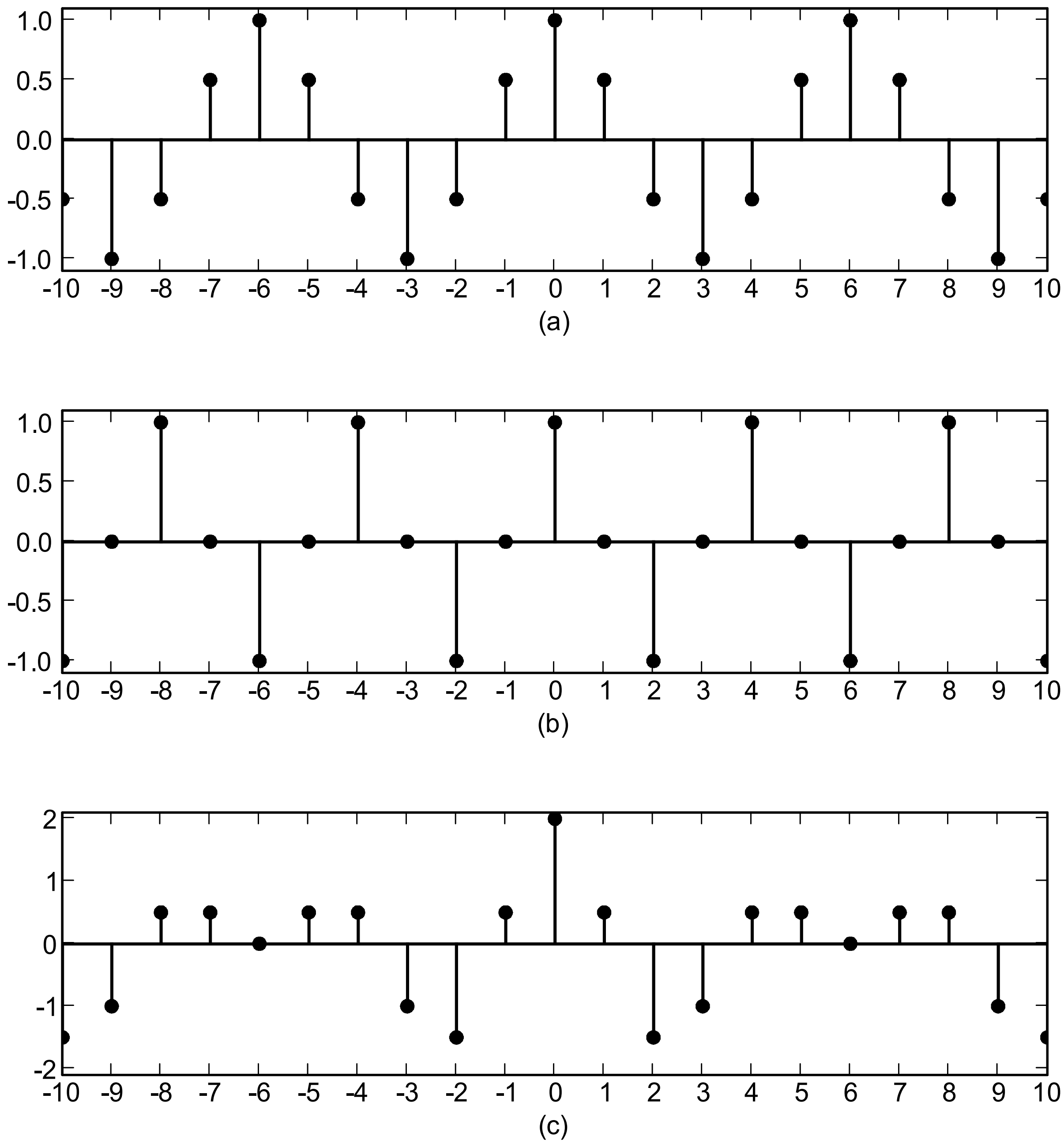
Par

$$x_e[n] = \frac{1}{2}(x[n] + x[-n])$$

$$x_e[n] = \frac{1}{2}(n + 1 + (-n) + 1) = \frac{1}{2}(1 + 1) = 1$$

Propriedades e Operações com Seqüências

- Periodicidade
  - Em um intervalo de tempo chamado periodo todas as amostras se repetem na mesma ordem
    - **$x[n]=x[n+N]$**, N periodo da sequencia
    - $\omega_0=2\pi/N$ é chamada frequencia fundamental



(a) (b) (c)