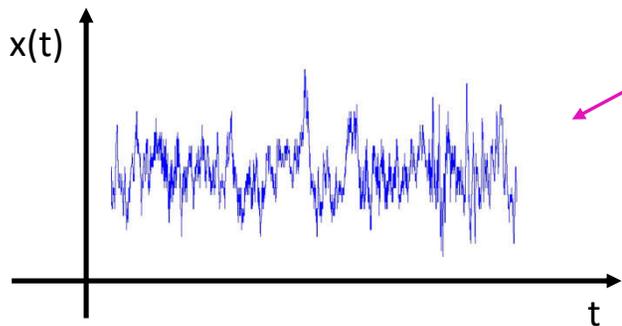


Amostragem de sinais contínuos

Amostragem de sinais contínuos

INTRODUÇÃO



Tem muitas frequências



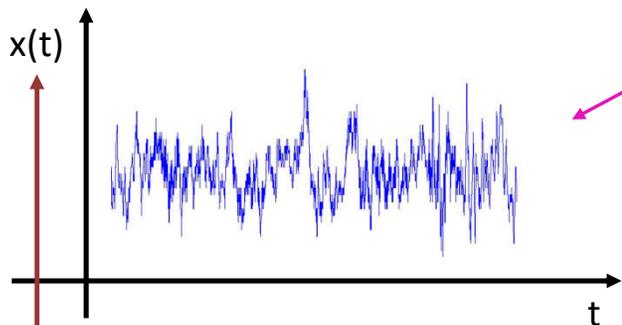
Como as frequências analógicas são mapeadas nas frequências digitais?



Amostragem

Quantização

Como cada um desses processos afeta o sinal?



Tem muitas frequências



Como as frequências analógicas são mapeadas nas frequências digitais?



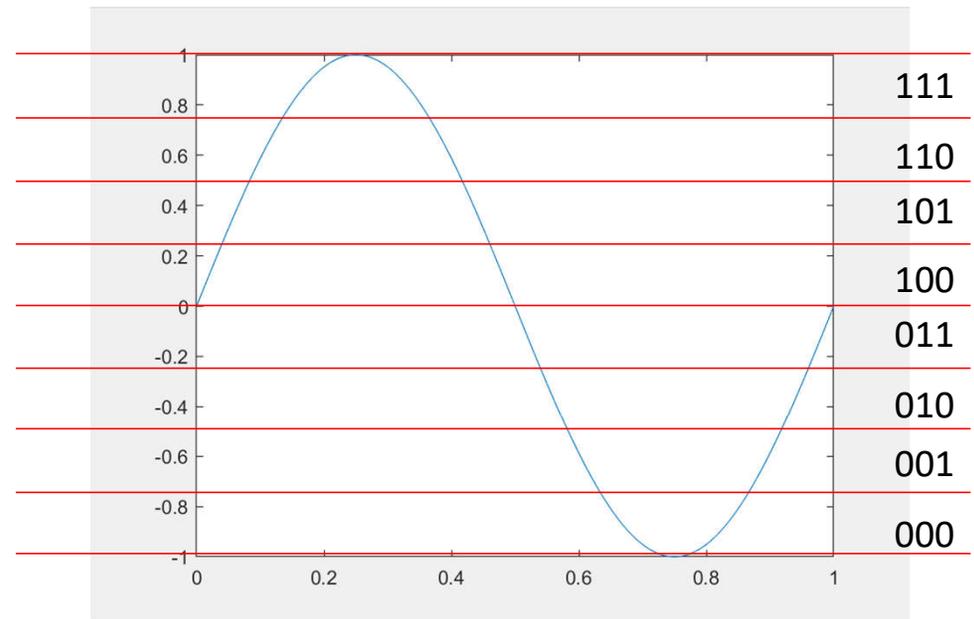
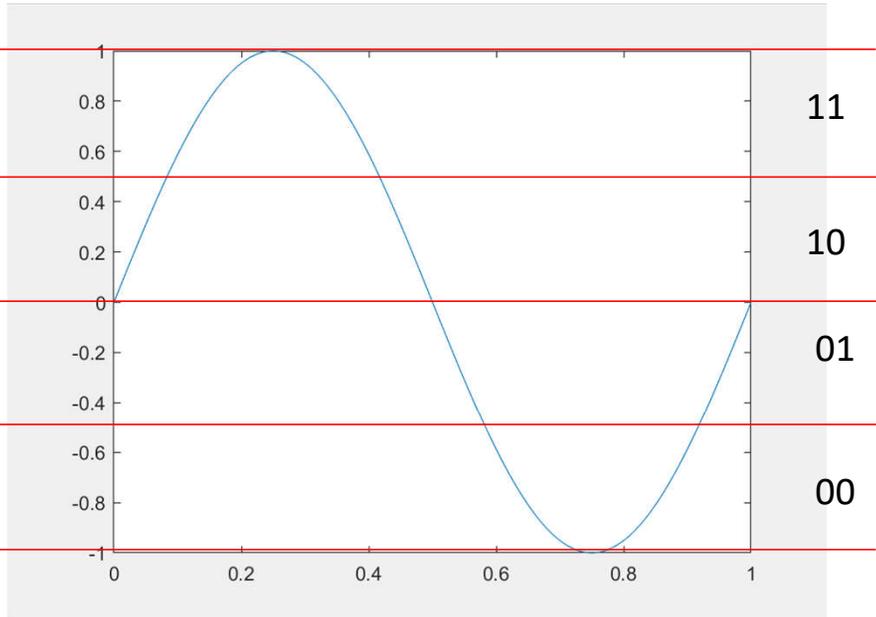
Amostragem

Quantização

Como cada um desses processos afeta o sinal?

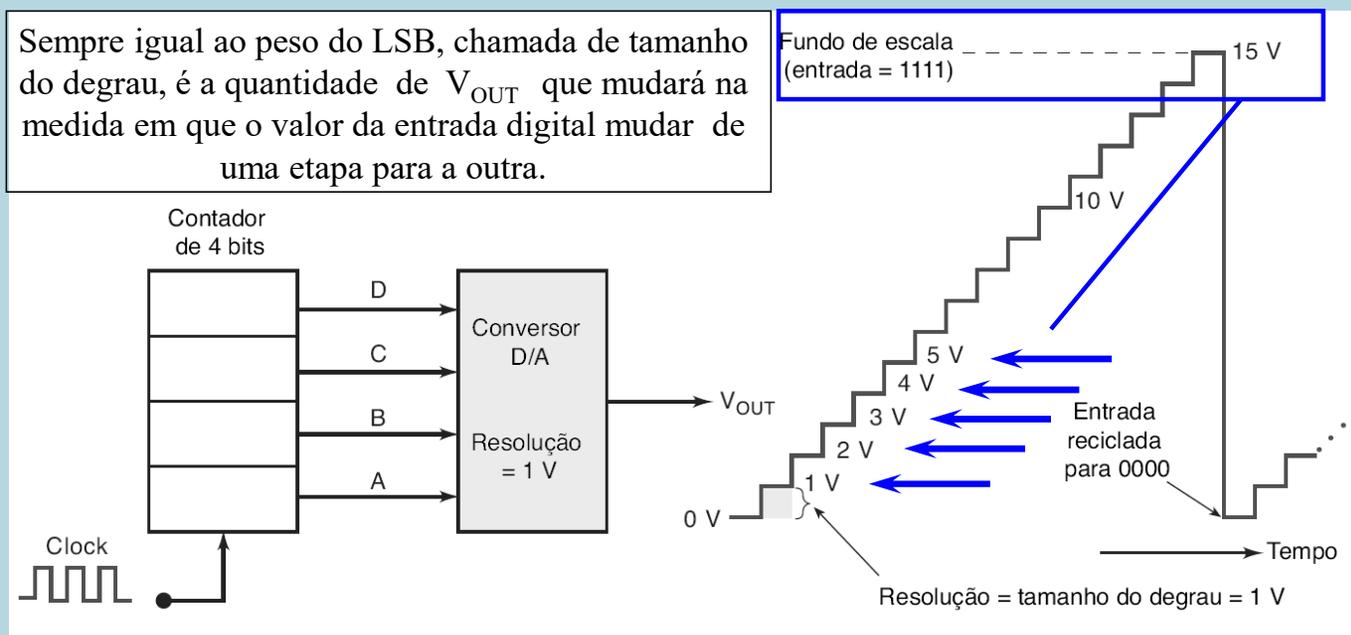
Amostragem de sinais contínuos

QUANTIZAÇÃO

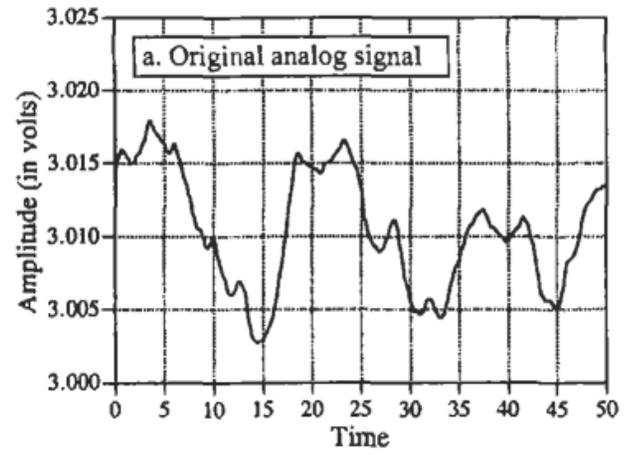


11-2 Conversão Digital-Analógica

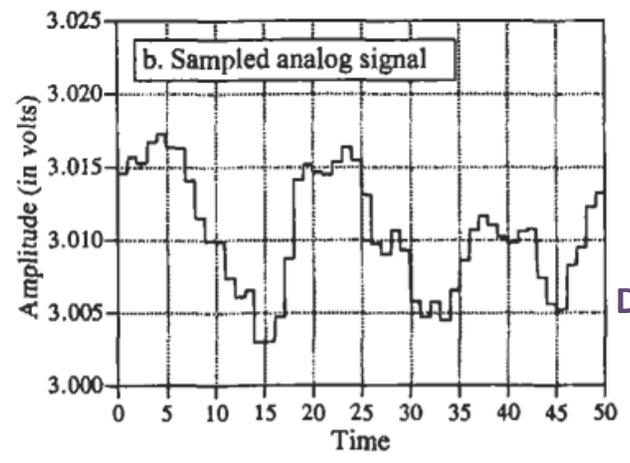
- A resolução de um conversor D/A é definida como a menor alteração que pode ocorrer na saída analógica como resultado de uma mudança em uma saída digital.
- Resolução é o mesmo que o fator de proporcionalidade entrada/saída DAC.



Sinal original



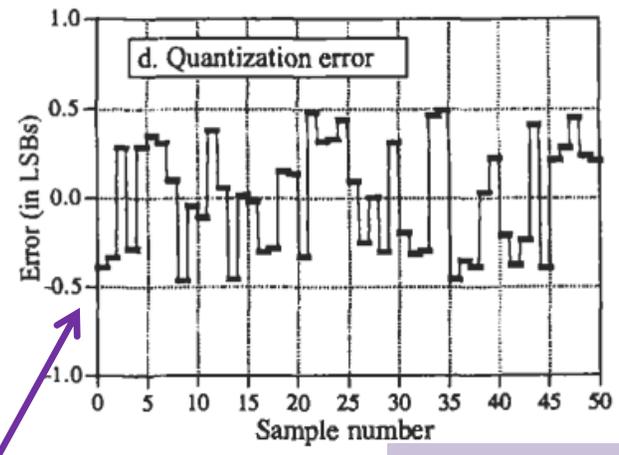
Sinal amostrado



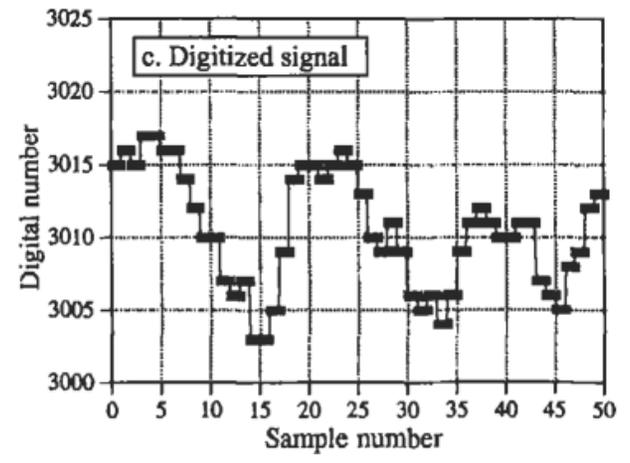
Amostragem

Digitalização

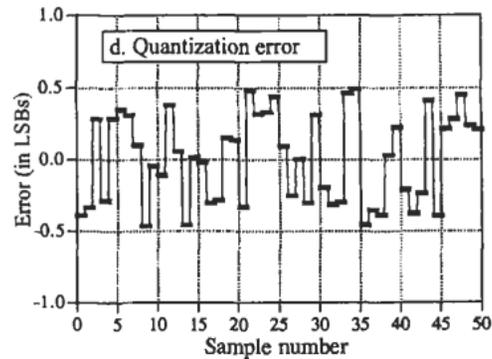
Erro de quantização



Sinal digitalizado



Quantização



- Erro de quantização é **semelhante ao ruído**
- Em muitos casos o erro de quantização equivale a adição de ruído randômico ao sinal
- Sendo o erro de quantização um ruído randômico!

Quantização

- Os valores da variável dependente serão expressos em “degraus”, ou seja, nem todos os valores dentro de uma faixa são permitidos
- O tamanho desse degrau dependerá, do tipo de conversor utilizado e do tamanho do seu fundo de escala (LSB)

Amostragem de sinais contínuos

AMOSTRAGEM PERIÓDICA

Amostragem periódica

- Apesar de existirem outros métodos, a **amostragem periódica** é a maneira mais utilizada de se obter um sinal discreto no tempo
 - $x_c(t)$: sinal contínuo, analógico
 - A título de simplificação, vamos considerar **oscilações harmônicas** com amplitude **A**, frequência **F** e fase θ . Assim $x_c(t)$ será

$$x_c(t) = A \cos(2\pi Ft + \theta) = A \cos(\Omega t + \theta)$$
$$\Omega = 2\pi F$$

Para entender como a amostragem afeta um sinal, vamos ver como afeta uma única frequência

Amostragem periódica

$$x_c(t) = A \cos(2\pi Ft + \theta) = A \cos(\Omega t + \theta)$$
$$\Omega = 2\pi F$$

Sinal Analógico

Sinal Discreto

$$x[n] = A \cos(2\pi fn + \theta) = A \cos(\omega n + \theta)$$
$$\omega = 2\pi f$$

Amostragem periódica

$$x_c(t) = A \cos(2\pi Ft + \theta) = A \cos(\Omega t + \theta)$$
$$\Omega = 2\pi F$$

$$t = nT_a = \frac{n}{F_a}$$

Como relacionar?



$$x[n] = x_c(nT) \quad -\infty < n < \infty$$

$$x[n] = A \cos(2\pi f n + \theta) = A \cos(\omega n + \theta)$$
$$\omega = 2\pi f$$

$$x_c(nT) \equiv x[n] = A \cos(2\pi F n T_a + \theta) = A \cos\left(\frac{2\pi n F}{F_a} + \theta\right)$$

Comparando

$$f = \frac{F}{F_a}$$

$$\omega = \Omega T_a$$

Amostragem periódica

- A amostragem periódica estabelece uma relação entre a variável contínua t e a variável discreta n

$$t = nT_a = \frac{n}{F_a}$$

- Existe também uma relação entre a variável contínua **F** (ou $\Omega=2\pi F$) e a variável discreta **f** (ou $\omega=2\pi f$)

Amostragem periódica

$$f = \frac{F}{F_a}$$

$$\omega = \Omega T a$$

- No sinal contínuo, da definição do cosseno

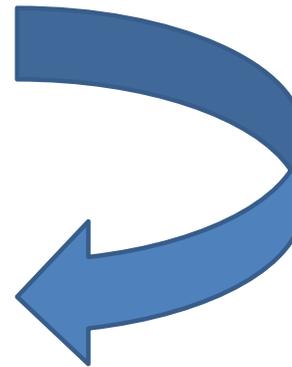
$$-\infty < F < \infty$$

$$-\infty < \Omega < \infty$$

- No sinal discreto

$$-\frac{1}{2} < f < \frac{1}{2}$$

$$-\pi < \omega < \pi$$



AMOSTRAGEM

Amostragem periódica

- Comparando

$$f = \frac{F}{F_a} \quad \begin{array}{l} -\frac{1}{2} < f < \frac{1}{2} \\ -\pi < \omega < \pi \end{array} \quad \Rightarrow \quad -\frac{1}{2} < \frac{F}{F_a} < \frac{1}{2}$$

- Como $F_a = 1/T_a$

$$-\frac{1}{2T_a} = -\frac{F_a}{2} \leq F \leq \frac{F_a}{2} = \frac{1}{2T_a}$$

- Que é equivalente a

$$-\frac{\pi}{T_a} = -\pi F_a \leq \Omega \leq \pi F_a = \frac{\pi}{T_a}$$

Amostragem periódica

- A amostragem periódica de um sinal analógico implica no **mapeamento** do **intervalo infinito de frequências F** em um **intervalo finito de frequências f**
- Isto leva ao fato de existir uma frequência máxima, ou frequência de corte, no sinal amostrado

$$F \frac{Fa}{2} \frac{1}{2Ta_{\max}}$$
$$\Omega \frac{\pi}{Ta_{\max}}$$

Amostragem periódica

- Um dos problemas da amostragem é justamente determinar **F_a**, para que **F_{max}** esteja presente no sinal amostrado

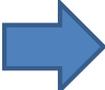
$$F_a > 2F_{\max}$$

- Com F_a escolhida dessa maneira, qualquer frequência presente no sinal analógico será mapeada em uma senóide de tempo discreto com frequências dadas por:

$$-\frac{1}{2} \leq f_i = \frac{F_i}{F_a} \leq \frac{1}{2}$$

- A frequência $F_N \geq 2F_{\max}$ é conhecida como frequência de **Nyquist**

Teorema da amostragem de Nyquist

- Aliasing pode ser evitado se o sinal for corretamente amostrado
- $x_c(t)$ não pode ter informação acima de uma determinada frequência Ω_N (ou Ω_0)
- $X(\Omega)=0$, se $|\Omega| \geq \Omega_0$  $\Omega_a = 2 \Omega_0$

Ω_N também chamada de Ω_0

Teorema da amostragem de Nyquist

- A frequência Ω_N é chamada frequência de Nyquist, e recomenda-se que a frequência de amostragem seja maior que $2\Omega_N$, **Teorema de Nyquist**

Seja $x_c(t)$ um sinal com banda limitada

$$X_c(\Omega) = 0 \quad \text{para} \quad |\Omega| \geq \Omega_N$$

Logo, $x_c(t)$ é unicamente determinado pelas suas amostras e conseqüentemente $x[n] = x_c(nT)$

$$\Omega_a = \frac{2\pi}{T_a} \geq 2\Omega_N$$

Exemplo 1

- Sendo $x[n] = \cos\left(\frac{3\pi}{4}n\right)$ obtida da amostragem de $x(t) = \cos(300\pi t)$ encontre a frequência de amostragem F_a .

$$x[n] = x_c(nTa)$$

Exemplo 1

Exemplo 1

$$x[n] = \cos\left(\frac{3\pi n}{4}\right) \quad x(t) = \cos(300\pi t) \quad F_a?$$

$$x[n] = x_c(nT_a) \quad F_a = \frac{1}{T_a}$$

$$x[n] = x_c(nT_a) = \cos\left(300\pi \underbrace{t}_{nT_a}\right) = \cos(300\pi nT_a) =$$
$$= x[n] = \cos\left(\frac{3\pi n}{4}\right)$$

$$\therefore \overset{100}{300} \pi n T_a = \frac{3\pi}{4} n \rightarrow 100 \underbrace{T_a}_{\frac{1}{F_a}} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{100}{F_a} = \frac{1}{4}$$

$$F_a = 400 \text{ amostras/s}$$

Exemplo 2

100

Considere o sinal analógico $x(t)$ amostrado a $F_s=200$ Hz para obter $x[n]$. Determine $x[n]$ e sua Transformada de Fourier (DTFT).

$$x(t) = 4 + 2 \cos\left(\frac{150}{2F}\pi t + \frac{\pi}{3}\right) + 4 \sin\left(\frac{350}{2F}\pi t\right)$$

75
175

Vai ter aliasing!!!!

Exemplo 2

➔ $x[n]$

$$T_s = \frac{1}{F_s} = \frac{1}{200} = 0,005$$

$$t = nT_s$$

$$x(t) = 4 + 2 \cos\left(150\pi t + \frac{\pi}{3}\right) + 4 \sin(350\pi t)$$

$$x[n] = 4 + 2 \cos\left(150\pi 0,005n + \frac{\pi}{3}\right) + 4 \sin(350\pi 0,005n)$$

$$x[n] = 4 + 2 \cos\left(0,75\pi n + \frac{\pi}{3}\right) + 4 \sin(1,75\pi n)$$

$$x[n] = 4 + 2 \cos\left(0,75\pi n + \frac{\pi}{3}\right) + 4 \sin(1,75\pi n - 2\pi)$$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2} < f < \frac{1}{2} \\ -\pi < \omega < \pi \end{aligned}$$

$$x[n] = 4 + 2 \cos\left(0,75\pi n + \frac{\pi}{3}\right) - 4 \sin(0,25\pi n)$$

Exemplo 2

 $X(\omega)$

$$x[n] = 4 + 2 \cos\left(0,75\pi n + \frac{\pi}{3}\right) - 4 \sin(0,25\pi n)$$

Exemplo 2

➔ $X(\omega)$

$$\cos\theta = \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2}$$

$$\text{sen}\theta = \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2j}$$

$$x[n] = 4 + 2 \cos\left(0,75\pi n + \frac{\pi}{3}\right) - 4 \sin(0,25\pi n)$$

$$x[n] = 4 + 2 \left(\frac{e^{j(0,75\pi n + \pi/3)} + e^{-j(0,75\pi n + \pi/3)}}{2} \right) - 4 \left(\frac{e^{j(0,25\pi n)} - e^{-j(0,25\pi n)}}{2j} \right)$$

$$x[n] = 4 + e^{j\pi/3} e^{j0,75\pi n} + e^{-j\pi/3} e^{-j0,75\pi n} - \frac{2}{j} e^{j0,25\pi n} + \frac{2}{j} e^{-j0,25\pi n}$$

$$x[n] = 4 + e^{j\pi/3} e^{j0,75\pi n} + e^{-j\pi/3} e^{-j0,75\pi n} - \frac{2}{j} e^{j0,25\pi n} + \frac{2}{j} e^{-j0,25\pi n}$$

$\begin{matrix} & j & \\ \swarrow & & \searrow \\ & \frac{j}{j} & \end{matrix}$

Exemplo 2

➔ $X(\omega)$

$$x[n] = 4 + e^{j\pi/3} e^{j0,75\pi n} + e^{-j\pi/3} e^{-j0,75\pi n}$$

TABLE 3.1 Some common DTFT pairs

Signal Type	Sequence $x(n)$	DTFT $X(e^{j\omega})$, $-\pi \leq \omega \leq \pi$
Unit impulse	$\delta(n)$	1
Constant	1	$2\pi\delta(\omega)$
Unit step	$u(n)$	$\frac{1}{1 - e^{-j\omega}} + \pi\delta(\omega)$
Causal exponential	$\alpha^n u(n)$	$\frac{1}{1 - \alpha e^{-j\omega}}$
Complex exponential	$e^{j\omega_0 n}$	$2\pi\delta(\omega - \omega_0)$
Cosine	$\cos(\omega_0 n)$	$\pi[\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)]$
Sine	$\sin(\omega_0 n)$	$j\pi[\delta(\omega + \omega_0) - \delta(\omega - \omega_0)]$
Double exponential	$\alpha^{ n } u(n)$	$\frac{1 - \alpha^2}{1 - 2\alpha \cos(\omega) + \alpha^2}$

Note: Since $X(e^{j\omega})$ is periodic with period 2π , expressions over only the primary period of $-\pi \leq \omega \leq \pi$ are given.

Exemplo 2

 $X(\omega)$

$$x[n] = 4 + e^{j\pi/3}e^{j0,75\pi n} + e^{-j\pi/3}e^{-j0,75\pi n} + 2je^{j0,25\pi n} - 2je^{-j0,25\pi n}$$

$$X(\omega) = 8\pi\delta(\omega) + 2\pi e^{j\pi/3}\delta(\omega - 0,75\pi) + 2\pi e^{-j\pi/3}\delta(\omega + 0,75\pi) + 4j\pi\delta(\omega - 0,25\pi) - 4j\pi\delta(\omega + 0,25\pi),$$

$-\pi \leq \omega \leq \pi$

Complex exponential

$$e^{j\omega_0 n}$$

$$2\pi\delta(\omega - \omega_0)$$

➔ $X(\omega)$

$$x[n] = 4 + e^{j\pi/3}e^{j0,75\pi n} + e^{-j\pi/3}e^{-j0,75\pi n}$$

$$X(\omega) = 8\pi\delta(\omega) + 2\pi e^{j\pi/3}\delta(\omega - 0,75\pi) + 2\pi e^{-j\pi/3}\delta(\omega + 0,75\pi)$$

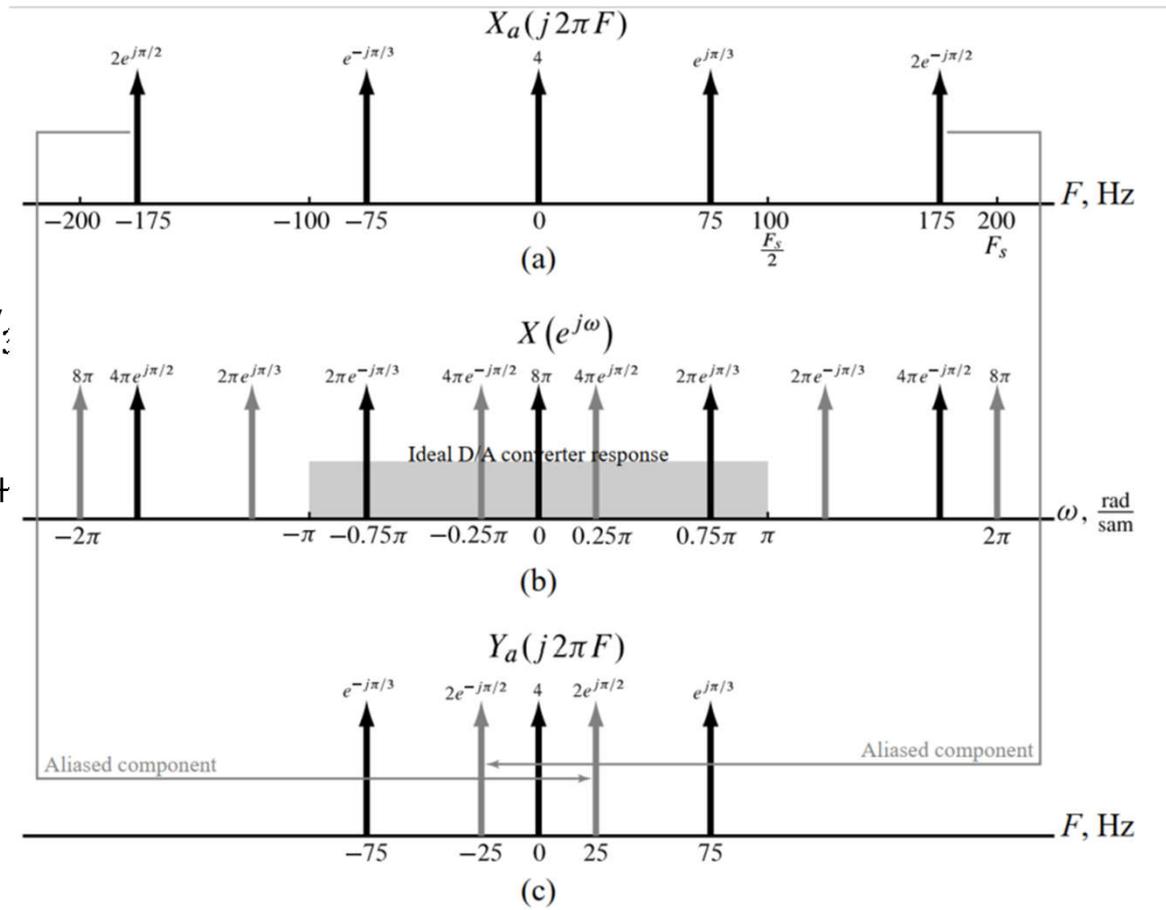


FIGURE 3.15 Fourier transforms of the sinusoidal signals $x_a(t)$, $x(n)$, and $y_a(t)$

➔ $X(\omega)$

$$x[n] = 4 + e^{j\pi/3}e^{j0,75\pi n} + e^{-j\pi/3}e^{-j0,75\pi n}$$

$$X(\omega) = 8\pi\delta(\omega) + 2\pi e^{j\pi/3}\delta(\omega - 0,75\pi) + 2\pi e^{-j\pi/3}\delta(\omega + 0,75\pi)$$

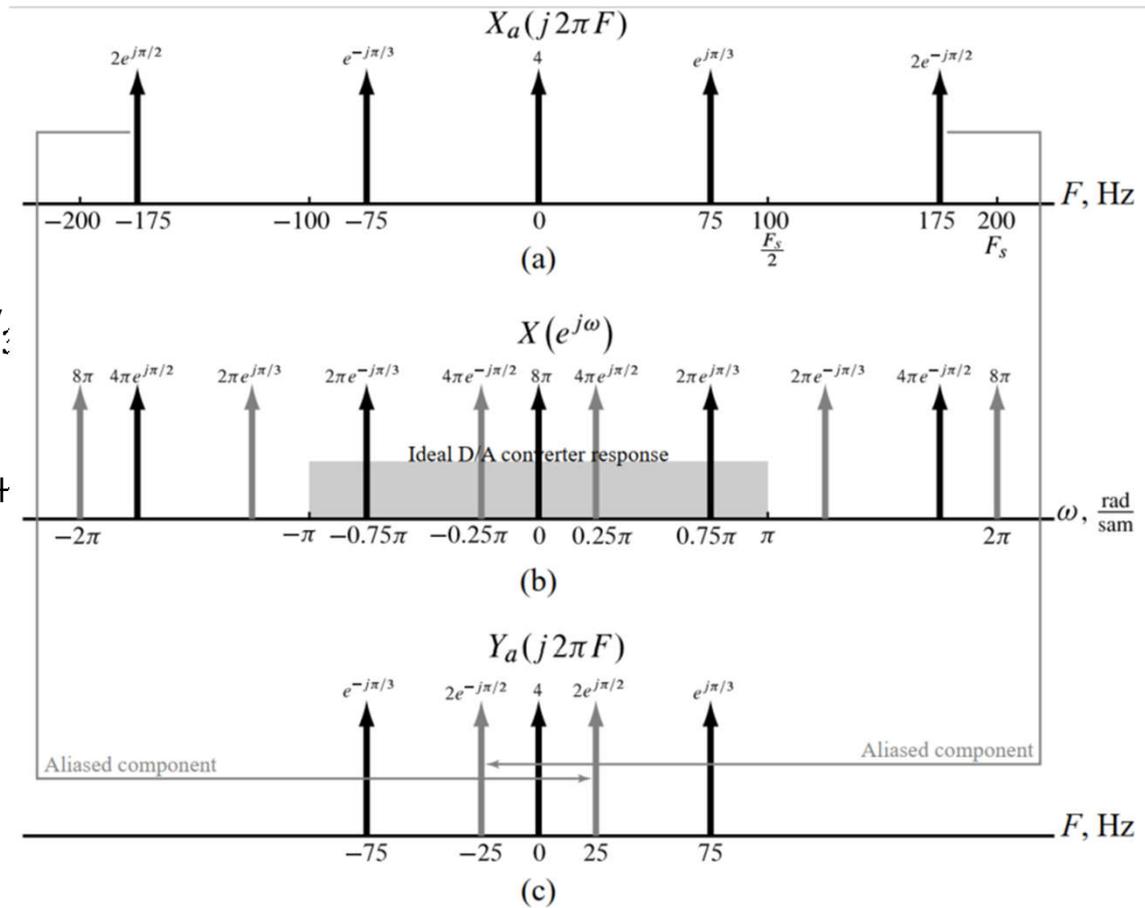


FIGURE 3.15 Fourier transforms of the sinusoidal signals $x_a(t)$, $x(n)$, and $y_a(t)$

Amostragem de sinais contínuos

REPRESENTAÇÃO DA AMOSTRAGEM NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

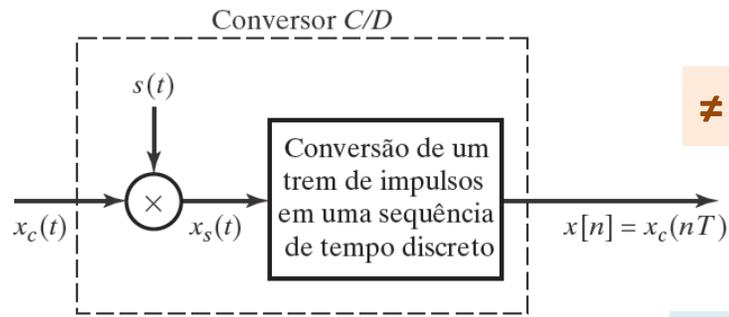
Representação da amostragem no domínio da frequência

- É conveniente representar o processo de amostragem em 2 estágios:
 - Um modulador de trem de pulsos
 - Seguido pela conversão do trem de pulsos em uma sequência

Processamento em tempo discreto de sinais

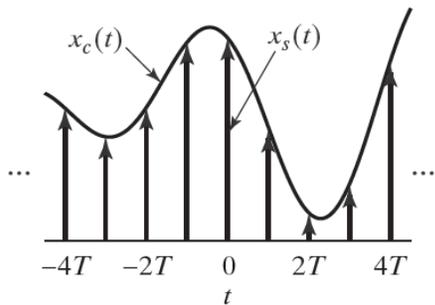
3ª edição

≠ entre $x[n]$ e $x_s(t)$??



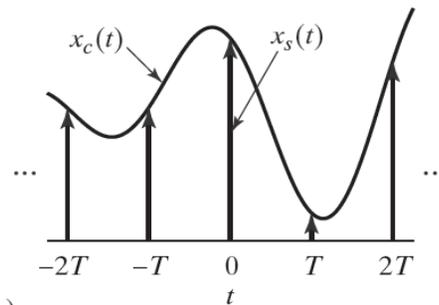
F_s

$$T = T_1$$

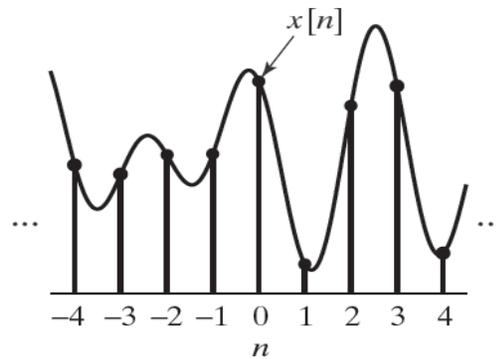
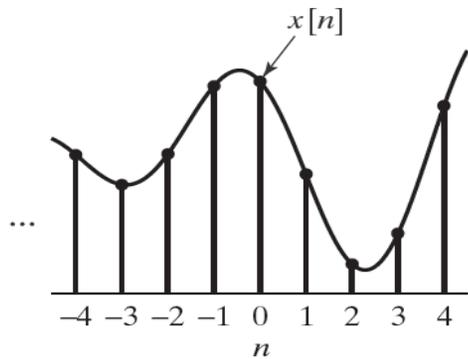


$F_s/2$

$$T = 2T_1$$



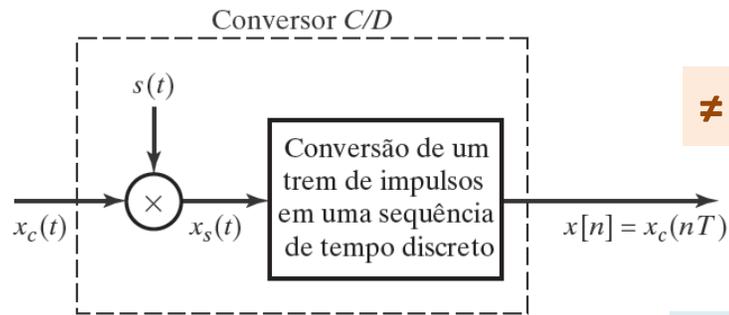
(b)



Processamento em tempo discreto de sinais

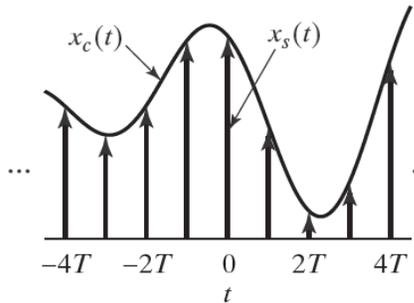
3ª edição

≠ entre $x[n]$ e $x_s(t)$??



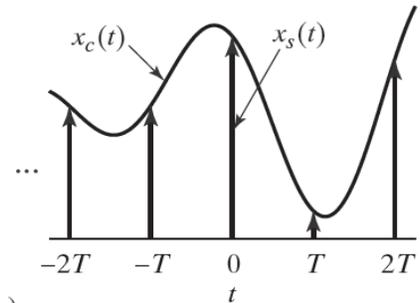
F_s

$T = T_1$



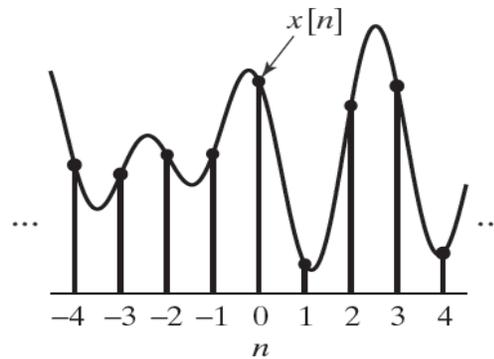
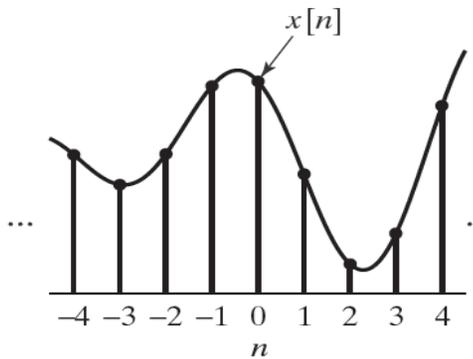
$F_s/2$

$T = 2T_1$



$$x_s(t) = x_c(t)s(t)$$

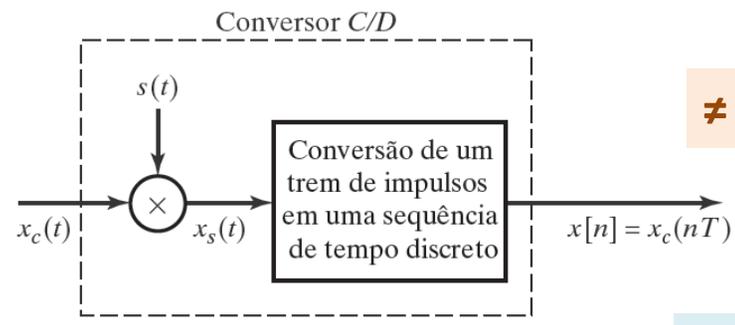
$$= x_c(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT).$$



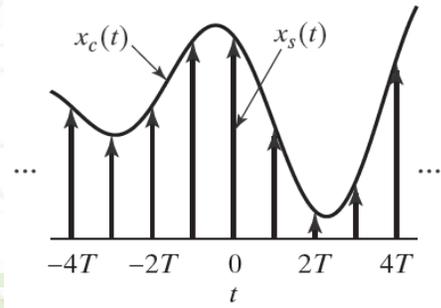
Processamento em tempo discreto de sinais

3ª edição

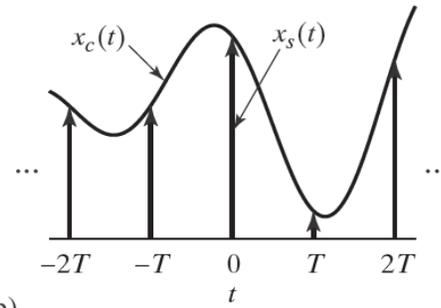
≠ entre $x[n]$ e $x_s(t)$??



F_s
 $T = T_1$

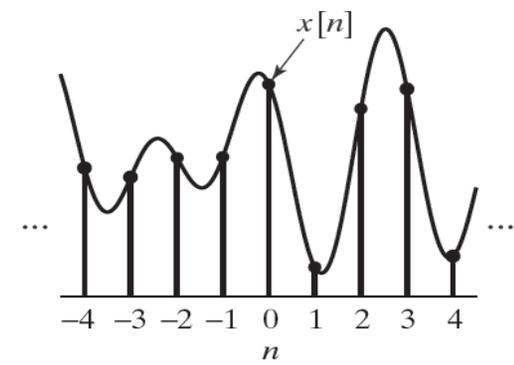
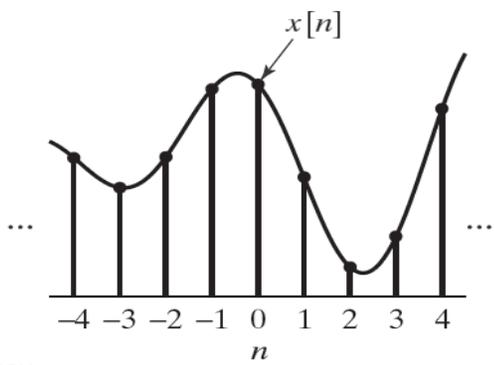


F_s/2
 $T = 2T_1$



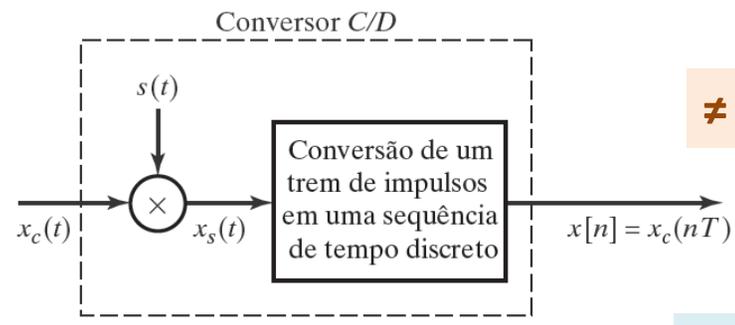
$$x_s(t) = x_c(t)s(t) = x_c(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT).$$

$$x_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_c(nT)\delta(t - nT).$$



Processamento em tempo discreto de sinais

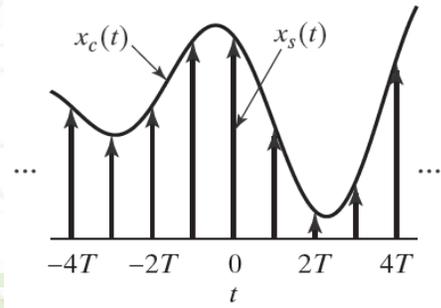
3ª edição



≠ entre $x[n]$ e $x_s(t)$???

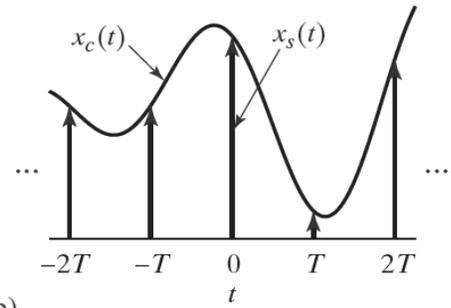
F_s

$$T = T_1$$



$F_s/2$

$$T = 2T_1$$

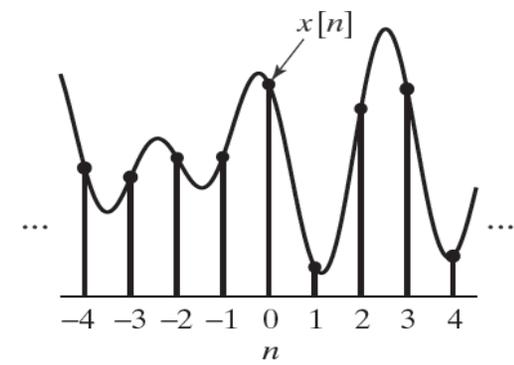
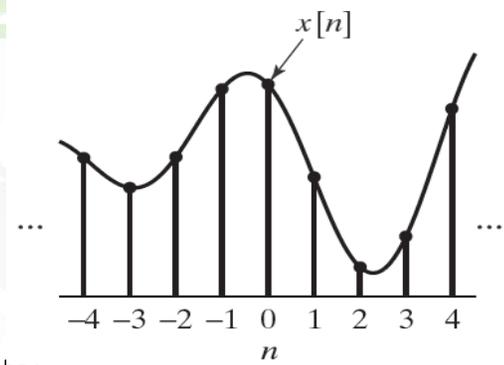


$$x_s(t) = x_c(t)s(t) = x_c(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT).$$

$$x_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_c(nT)\delta(t - nT).$$

$X[n]$???

$$x[n] = x_s(nT)$$



Representação da amostragem no domínio da frequência

- $x_s(t)$ é um sinal contínuo, mais especificamente um trem de pulsos que tem valores não nulos para múltiplos de T
- O primeiro passo para encontrar a relação no domínio da frequência entre a entrada $x_c(t)$ e a saída $x[n]$, vamos primeiro considerar a **relação entre $x_c(t)$ e $x_s(t)$**

Representação da amostragem no domínio da frequência

- $\Omega_a = 2\pi/T$, é a frequência de amostragem em radianos

Depende do sinal

- Como $X_s(\Omega) = X_c(\Omega) * S(\Omega)$, logo:

$$X_s(j\Omega) = \frac{1}{2\pi} X_c(j\Omega) * S(j\Omega)$$

convolução

A TF de um trem de pulsos é também um trem de pulsos

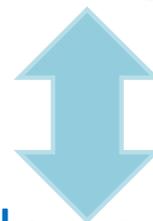
$$S(j\Omega) = \frac{2\pi}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - k\Omega_s)$$

$$\Omega_s = \Omega_a$$

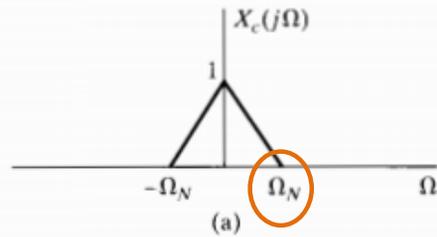
Relação entre a TF da entrada e da saída do modulador de trem de pulsos

Representação da amostragem no domínio da frequência

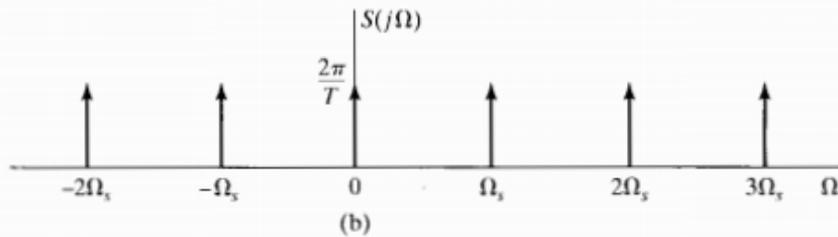
$$X_s(j\Omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c(j(\Omega - k\Omega_s))$$



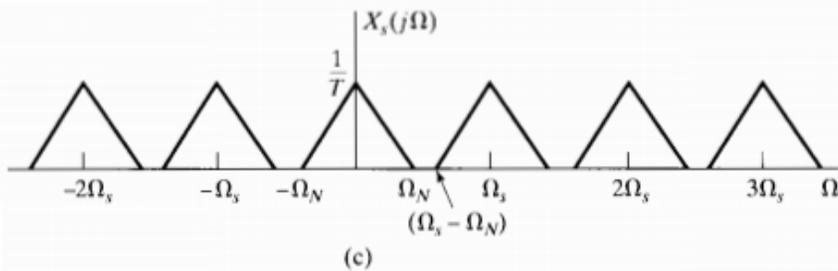
- Indica que a TF de $x_s(t)$ é formado por cópias periodicamente repetidas da TF de $x_c(t)$



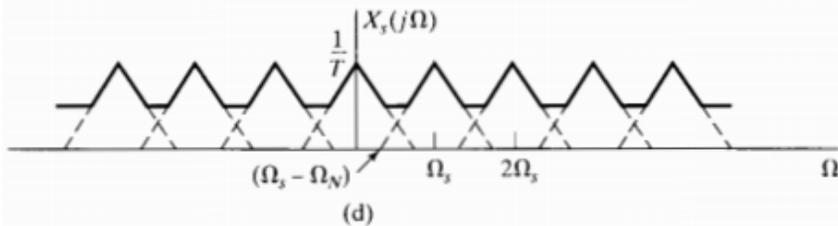
Espectro do sinal original



Espectro do trem de pulsos (função de amostragem)



Espectro do sinal amostrado com $\Omega_a > 2\Omega_N$



Espectro do sinal amostrado com $\Omega_a < 2\Omega_N$

Representação da amostragem no domínio da frequência

- Sendo a maior frequência presente na TF do sinal original Ω_N
- Fica evidente da figura que com $\Omega_s > 2\Omega_N$ as replicas de $X_c(\Omega)$ não se sobrepõem, ou seja há uma replica de $X_c(\Omega)$ a cada múltiplo inteiro de Ω_a
 - É possível recuperar $x_c(t)$ a partir de $x_s(t)$, utilizando um filtro passa baixas

Representação da amostragem no domínio da frequência

- Se $\Omega_s < 2\Omega_N$ as cópias de $X_c(\Omega)$ se sobrepõem
 - Não é possível recuperar $x_c(t)$ a partir de $x_s(t)$
- Com $\Omega_s < 2\Omega_N$ o sinal reconstruído $x_r(t)$ apresenta uma distorção em relação a $x_c(t)$, essa distorção é conhecida como *aliasing*

Exemplo 2

- Verifique se ocorrerá *aliasing* na seguinte situação

$$x_c(t) = \cos(2250\pi t)$$

$$F_a = 1000\text{Hz}$$

Exemplo 2

Exemplo 2 Verificar se há aliasing na seguinte situação

$$x_c(t) = \cos(2250 \pi t)$$

$$F_a = 1000 \text{ Hz} \rightarrow T_a = \frac{1}{F_a} = 10^{-3} \text{ s}$$

Para verificar 2 etapas:

- 1) Encontrar $x[n]$ com F_a dada
- 2) Reconstruir $x_c(t)$ usando $n = t/T_a$. Sem q ser possível encontrar o msm sinal

$$\begin{aligned} 1) \quad x[n] &= x_c(nT_a) = \cos(2250 \pi n 10^{-3}) = \cos(2,25 \pi n) \\ &= \cos(2\pi n + 0,25 \pi n) = \boxed{\cos\left(\frac{\pi}{4} n\right) = x_1[n]} \end{aligned}$$

$$2) \text{ Reconstrução } t = nT_a \rightarrow n = \frac{t}{T_a}$$

$$x_c(t) = x\left[n = \frac{t}{T_a}\right] = \cos\left(\frac{\pi}{4} \cdot \frac{t}{T_a}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4} \frac{t}{10^{-3}}\right)$$

$$x_c(t) = \cos(250 \pi t)$$

≠ do sinal original

↓

tem aliasing

Exemplo 3

- Seja $x_c(t) = \text{sinc}(300\pi t)$ determine qual a frequência de amostragem ideal considerando sua TF dada a seguir

$$X(\Omega) = \begin{cases} \frac{1}{300}, & \text{se } |\Omega| \leq 300\pi \\ 0, & \text{se } |\Omega| > 300\pi \end{cases}$$

Exemplo 3 Qual a freq de amostragem ideal para $x_c(t) = \text{sinc}(300\pi t)$ com

$$X(\Omega) = \begin{cases} 1/300, & \text{se } |\Omega| \leq 300\pi \rightarrow \text{freq de corte} \\ 0, & \text{se } |\Omega| > 300\pi \quad \Omega_c = 300\pi \end{cases}$$

$\Omega_a > 2\Omega_c$

$$\Omega_a > 2 \cdot 300\pi \rightarrow \boxed{\Omega_a > 600\pi}$$

$\Omega_a = 2\pi F_a \rightarrow F_a = \frac{\Omega_a}{2\pi} = \frac{600\pi}{2\pi} = 300$

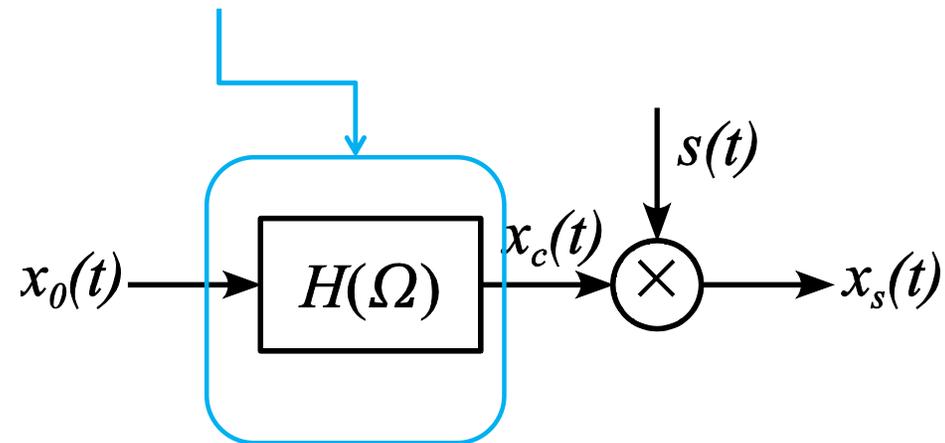
$\boxed{F_a = 300 \text{ Hz}}$

Amostragem de sinais contínuos

FILTRAGEM ANTIALIASING

Filtragem *antialiasing*

- Quando o sinal não é limitado é necessário limitá-lo antes
 - Filtro PB em Ω_0
 - **FILTRAGEM ANTIALIASING**



Filtragem *antialiasing*

- Filtro ideal

$$H(\Omega) = \begin{cases} 1 & \text{se } |\Omega| \leq \Omega_0 \\ 0 & \text{se } |\Omega| > \Omega_0 \end{cases}$$

$$x_c(t) \rightarrow X_c(\Omega) = X_0(\Omega)H(\Omega) =$$

$$= X_c(\Omega) = X_0(\Omega)H(\Omega) = \begin{cases} X_0(\Omega) & \text{se } |\Omega| \leq \Omega_0 \\ 0 & \text{se } |\Omega| > \Omega_0 \end{cases}$$

Filtragem *antialiasing*

- Sinal **não terá frequências acima de Ω_0**
- **Escolher** adequadamente a **frequência de corte do filtro**
- Pode haver **perda na informação** quando algumas frequências são descartadas
 - Pouca perda porque freq. altas tem energia mais baixa
- **Filtro ideal não existe → boas aproximações**

Amostragem de sinais contínuos

RECONSTRUÇÃO DE UM SINAL LIMITADO EM BANDA A PARTIR DE SUAS AMOSTRAS

Reconstrução de um sinal limitado em banda a partir de suas amostras

- De acordo com o **teorema de amostragem**, desde que se escolha adequadamente a frequência de amostragem é possível reconstruir o sinal contínuo

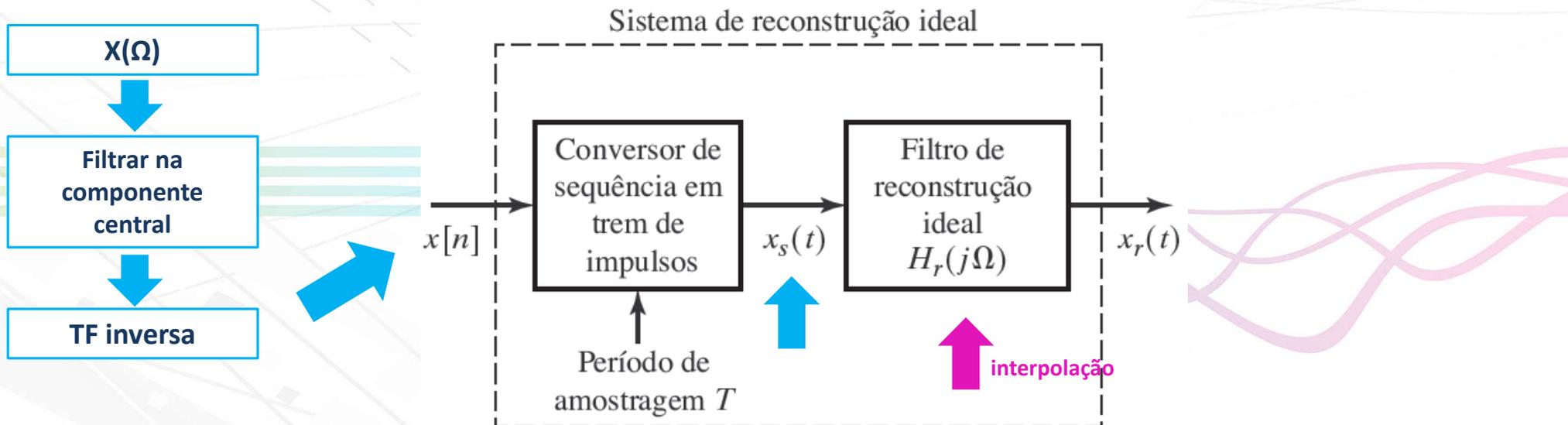
Reconstrução de um sinal de banda limitada a partir de suas amostras

Oppenheim • Schafer

Processamento em tempo discreto de sinais

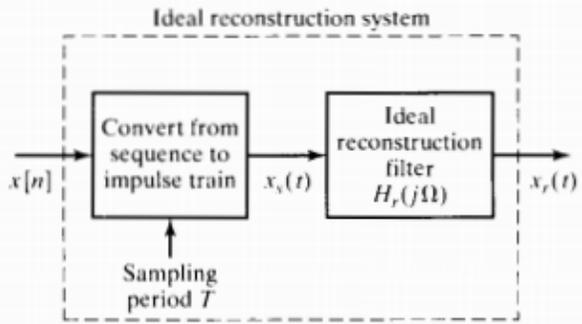
3ª edição

- Diagrama de blocos de um sistema de reconstrução ideal de sinal com banda limitada.



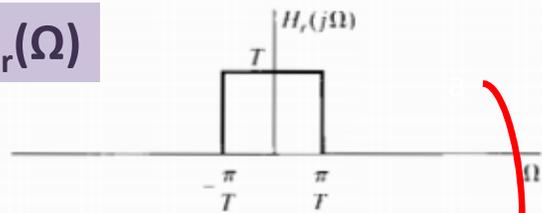
Sistema de reconstrução ideal

- Usar um filtro na componente central para eliminar as réplicas do espectro
- Se temos o espectro podemos utilizar a TF inversa para obter $x[n]$
- A partir de $x[n]$ gerar $x_s(t)$
- Interpolar $x_s(t)$ para obter $x_c(t)$



(a)

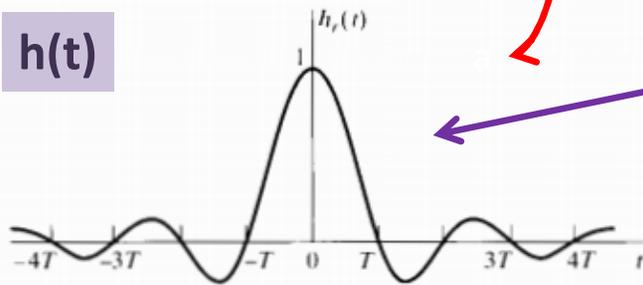
$H_r(\Omega)$



(b)

TF

$h(t)$



(c)

$$h_r(t) = \frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t/T}$$

Sistema de reconstrução ideal

- Interpolação????

- Para interpolar eu preciso respeitar os pontos originais do sinal e “criar” pontos para valores não inteiros

n inteiro

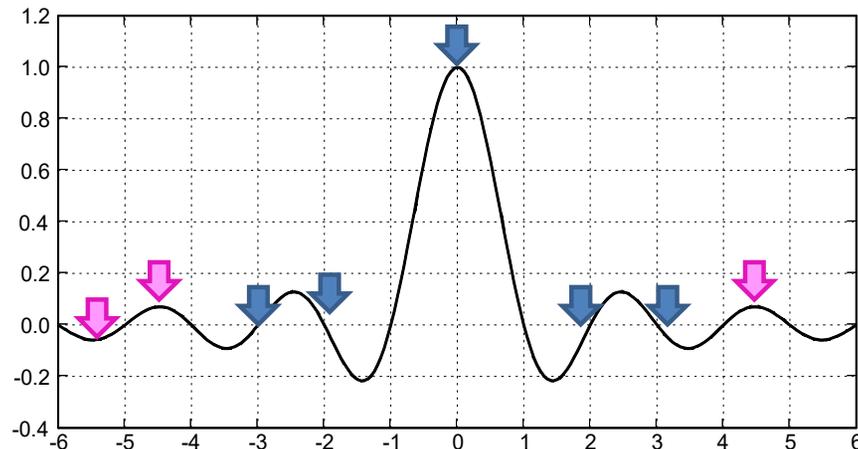
=0

Valores não inteiros

≠ 0



Função sinc



Reconstrução de um sinal de banda limitada a partir de suas amostras

Oppenheim • Schafer

Processamento em tempo discreto de sinais

3ª edição

- Na figura a seguir, mostram-se um sinal de tempo contínuo $x_c(t)$ e o trem de impulsos modulado correspondente.

- Na figura seguinte mostram-se várias das parcelas

$$x[n] \frac{\text{sen}[\pi(t - nT)/T]}{\pi(t - nT)/T}$$

- e o sinal reconstruído resultante $x_r(t)$.

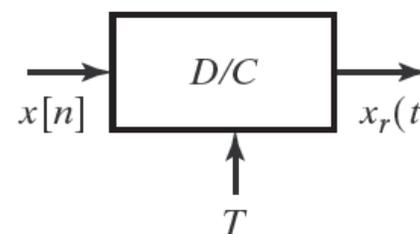
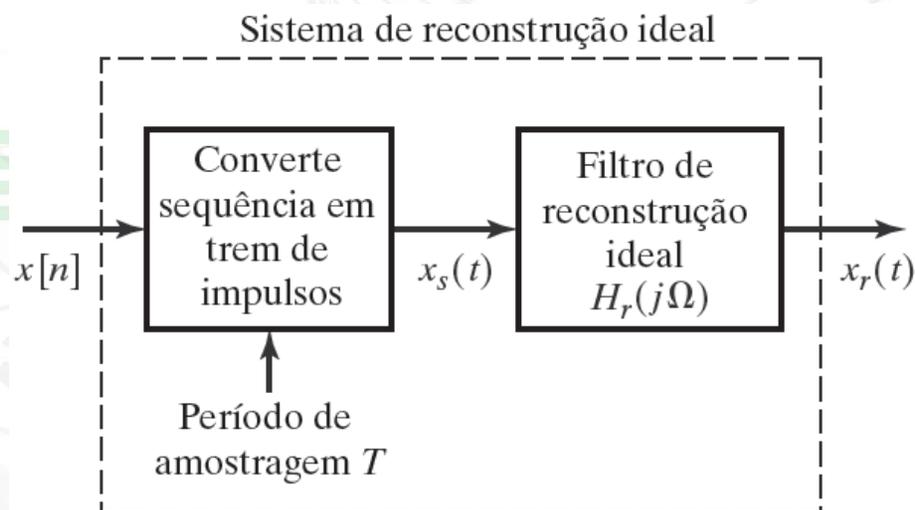
Reconstrução de um sinal de banda limitada a partir de suas amostras

Oppenheim • Schafer

Processamento em tempo discreto de sinais

3ª edição

- Reconstrução ideal do sinal de banda limitada.
- Representação equivalente como um conversor D/C ideal.



Amostragem de sinais contínuos

MUDANÇA DA TAXA DE AMOSTRAGEM

Redução da taxa de amostragem por um fator inteiro

Oppenheim • Schafer

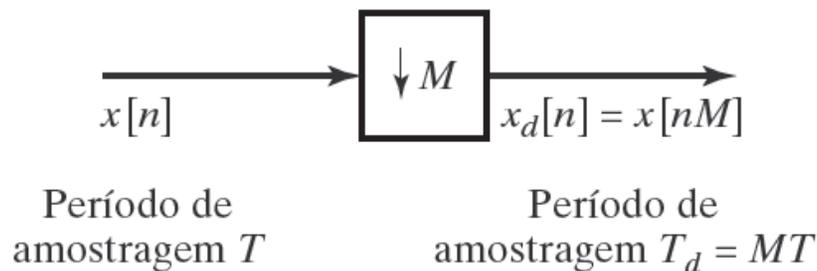
Processamento em tempo discreto de sinais

3ª edição

- A taxa de amostragem de uma sequência pode ser reduzida amostrando-a, isto é, pela definição de uma nova sequência

$$x_d[n] = x[nM] = x_c(nMT)$$

- Representação de um compressor ou amostrador de tempo discreto.

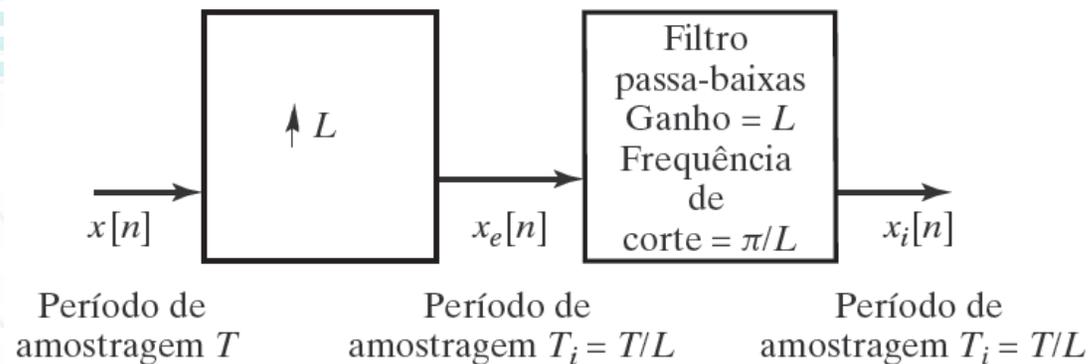


Aumento da taxa de amostragem por um fator inteiro

- Vamos nos referir à operação de aumentar a taxa de amostragem como superamostragem (ou *upsampling*). Segue-se que

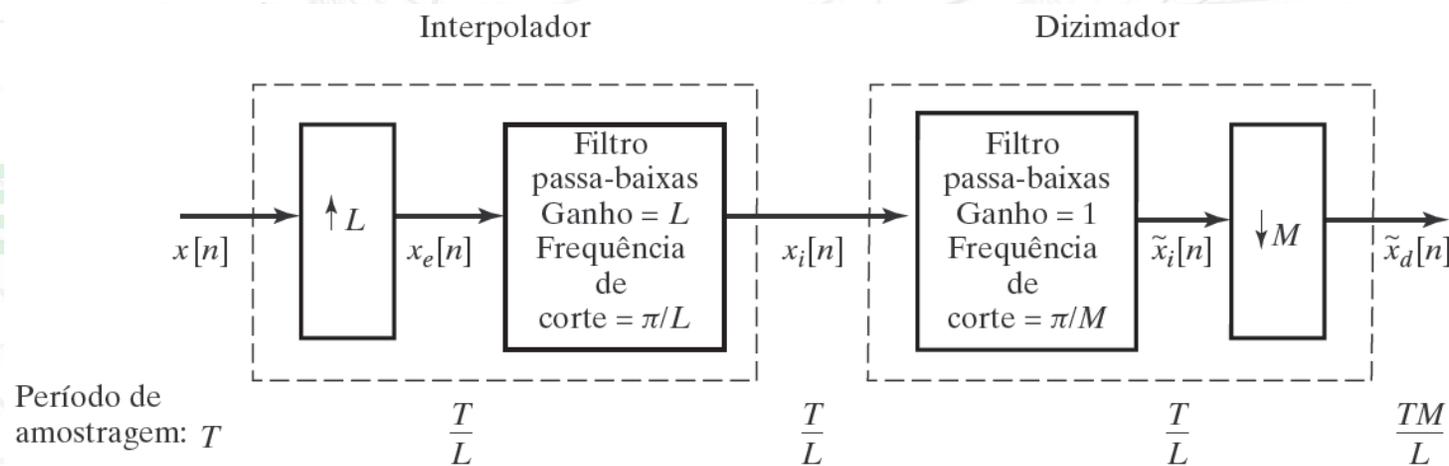
$$x_i[n] = x[n/L] = x_c(nT/L), \quad n = 0, \pm L, \pm 2L, \dots$$

- Sistema genérico para aumento da taxa de amostragem por L .



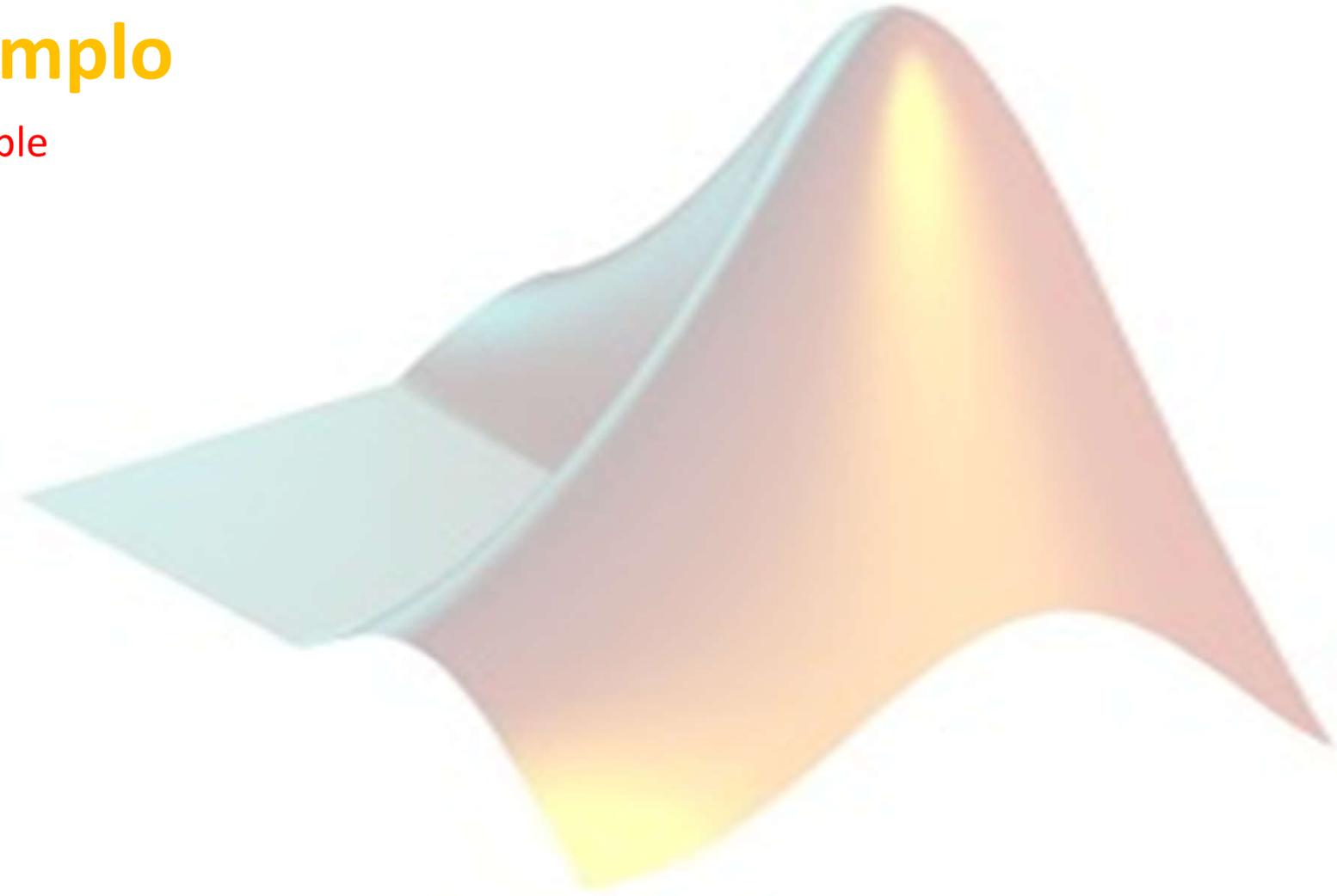
Mudança da taxa de amostragem por um fator não inteiro

- Sistema para mudar a taxa de amostragem por um fator não inteiro.



Exemplo

resample



Exemplo

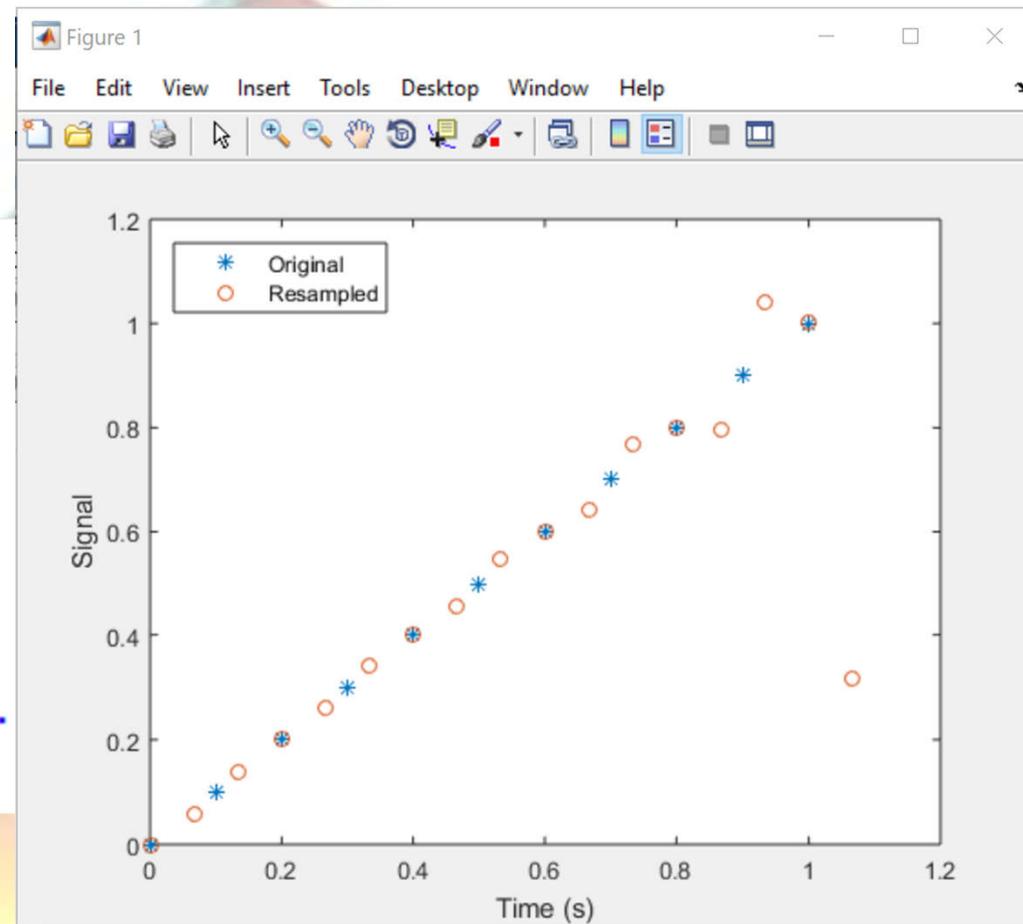
resample

```
1 - fs = 10;
2 - t1 = 0:1/fs:1;
3 - x = t1;
4 - y = resample(x,3,2);
5 - t2 = (0:(length(y)-1))*2/(3*fs);
6
7 - plot(t1,x,'*',t2,y,'o')
8 - xlabel('Time (s)')
9 - ylabel('Signal')
10 - legend('Original','Resampled', ...
11         'Location','NorthWest')
```

Exemplo

resample

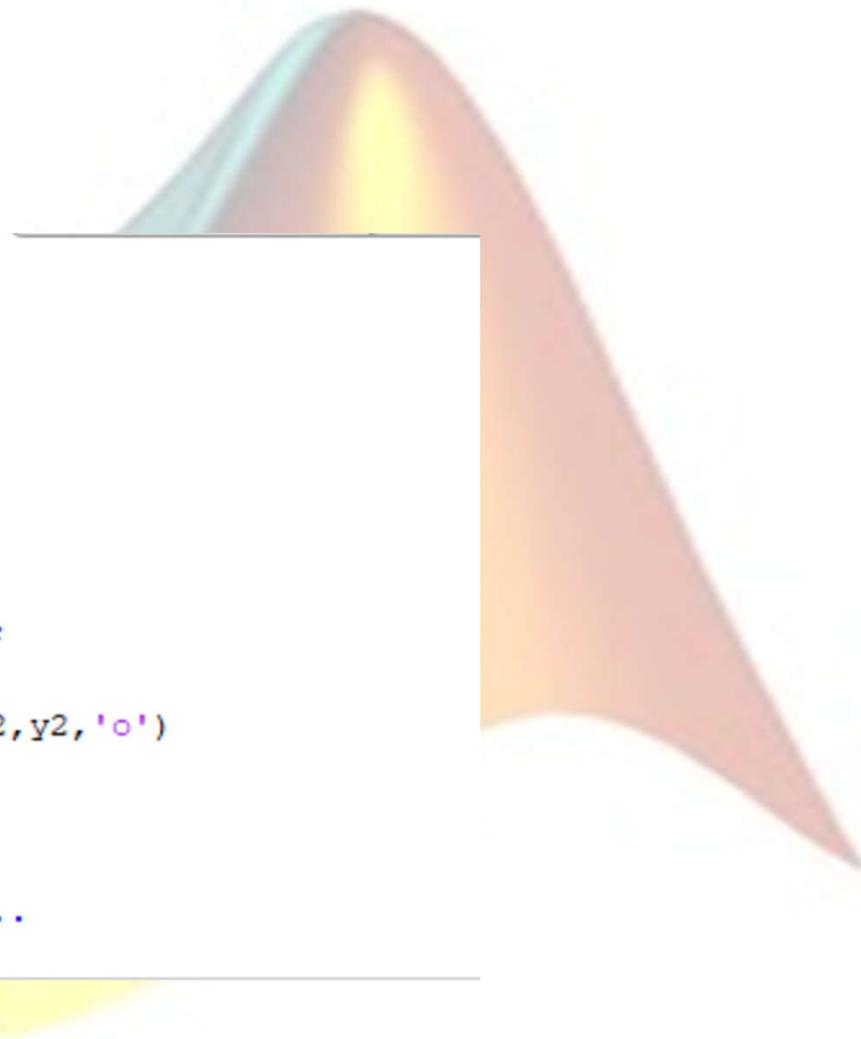
```
1 - fs = 10;  
2 - t1 = 0:1/fs:1;  
3 - x = t1;  
4 - y = resample(x,3,2);  
5 - t2 = (0:(length(y)-1))*2/(3*fs);  
6  
7 - plot(t1,x,'*',t2,y,'o')  
8 - xlabel('Time (s)')  
9 - ylabel('Signal')  
10 - legend('Original','Resampled', ..  
11         'Location','NorthWest')
```



Exemplo

resample

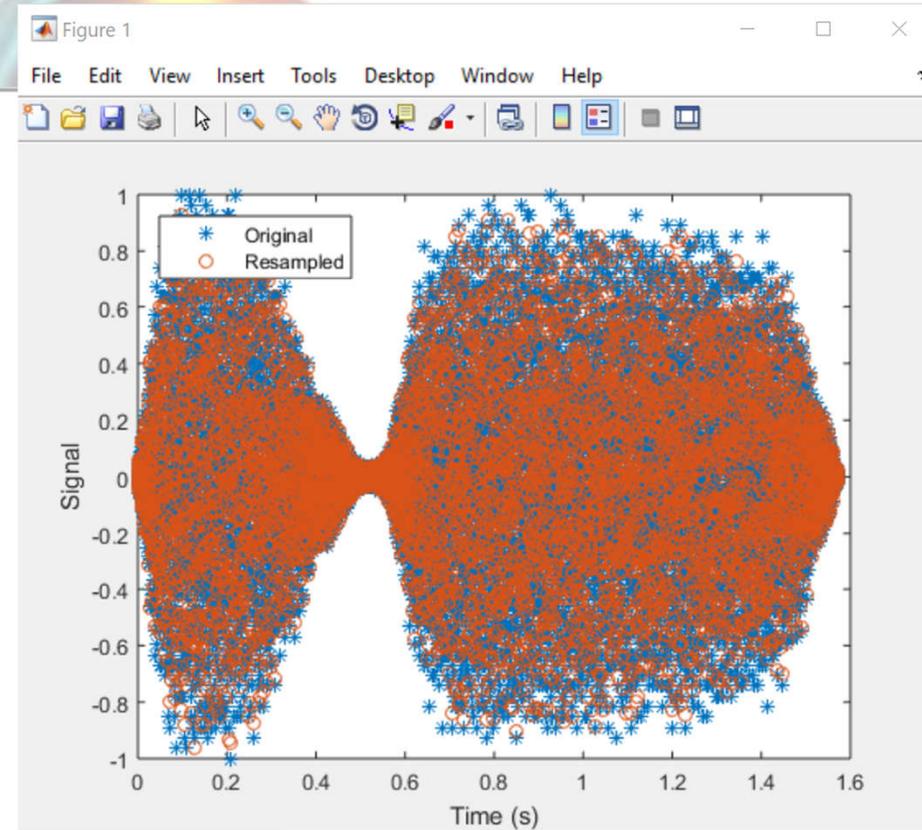
```
1 - load train.mat;
2 - sound(y,Fs)
3 - y=y';
4 - [m,n]=size(y);
5 - t1 = 0:1/Fs:(n-1)/Fs;
6 - p=1;
7 - q=2;
8 - y2=resample(y,p,q);
9 - t2 = (0:(length(y2)-1))*q/(p*Fs);
10
11 - plot(t1,y,'*'); hold on; plot (t2,y2,'o')
12
13 - xlabel('Time (s)')
14 - ylabel('Signal')
15 - legend('Original','Resampled', ...
16         'Location','NorthWest')
```



Exemplo

resample

```
1 - load train.mat;
2 - sound(y,Fs)
3 - y=y';
4 - [m,n]=size(y);
5 - t1 = 0:1/Fs:(n-1)/Fs;
6 - p=1;
7 - q=2;
8 - y2=resample(y,p,q);
9 - t2 = (0:(length(y2)-1))*q/(p*Fs);
10
11 - plot(t1,y,'*'); hold on; plot(t2,y2,'o')
12
13 - xlabel('Time (s)')
14 - ylabel('Signal')
15 - legend('Original','Resampled', ...
16 -       'Location','NorthWest')
```



Exemplo

resample

```
1 - load train.mat;
2 - sound(y,Fs)
3 - y=y';
4 - [m,n]=size(y);
5 - t1 = 0:1/Fs:(n-1)/Fs;
6 - p=1;
7 - q=2;
8 - y2=resample(y,p,q);
9 - t2 = (0:(length(y2)-1))*q/(p*Fs);
10
11 - plot(t1,y,'*'); hold on; plot (t2,y2,'o')
12
13 - xlabel('Time (s)')
14 - ylabel('Signal')
15 - legend('Original','Resampled', ...
16         'Location','NorthWest')
```

